文章编号:1005－3883(2001)04－0072－02

二元光学元件衍射效率的分析与计算

王 洵, 孙炳全
(抚顺石油学院数理部,辽宁抚顺 113001)

摘 要: 衍射效率对于二元光学元件是一个非常重要的概念,也是一个重要的器件性能指标。从理想的锯齿形相位轮廓入手,利用标量衍射理论,分析并导出锯齿形一维位相光栅的衍射效率的计算公式。进而讨论在二元光学技术中,以台阶状的轮廓逼近锯齿形相位轮廓的机制,构造台阶状光栅的相位轮廓函数,从而导出其透过函数和角谱,得出二元光学元件衍射效率的理论公式,并对不同台阶数的二元光学元件的衍射效率进行了计算。

关键词: 二元光学; 位相光栅; 衍射效率
中图分类号:O436.1 文献标识码:A

二元光学元件是一种具有集成性、全息性[1,2]的新型光学元件,而衍射效率、偏振特性等的分析与计算对元件的设计与加工具有指导意义。目前国内外学者多采用比较严格的矢量衍射理论的方法,多用模态理论及藕合波的方法[3-5],其结果具有较高的精度。但该方法具有建模难、计算量大等缺点。采用标量衍射理论中的逼近方法,可以大大减少计算量,并能更好的符合实际模型。但标量理论无法进行偏振特性的分析与计算。

1 锯齿形一维位相光栅衍射效率

如图1所示,一块锯齿形的一维位相光栅周期为 T,锯齿形的深度为 d,材料的折射率为 n,λ 是工作波长。利用梳状函数,位相光栅的投射函数可表示为[6,7]:

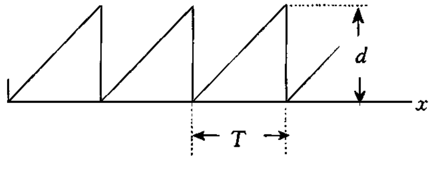

图1 锯齿形一维位相光栅

$$t(x)=\sum_m \delta(x-mT)\mathrm{rect}\left(\frac{x}{T}\right)e^{i2\pi f_0 x}$$

其中,$f_0=(n-1)d/(\lambda T)$,m 是整数;$\mathrm{rect}(m/T)$ 是矩形函数。如果入射波是单位振幅的平面波,且垂直投射到相位光栅上,透射的光谱就是 $t(x)$ 的傅立叶变换,我们用 $F\{t(x)\}$ 表示,即:

$$F\{t(x)\}=\sum_m \delta\left(f-\frac{m}{T}\right)\frac{\sin[\pi T(f-f_0)]}{\pi T(f-f_0)}$$

其间已经利用了卷积定理,这里 f 是角频率。所以 m 级的振幅为

$$a_m=\sin\left[\pi T\left(\frac{m}{T}-f_0\right)\right]/\left[\pi T\left(\frac{m}{T}-f_0\right)\right] \qquad (1)$$

第 m 级的衍射效率 $\eta_m=a_m a_m^*$,则有

$$\eta_m=\left[\frac{\sin\left\{\pi\left[m-\left(\frac{n-1}{\lambda}d\right)\right]\right\}}{\pi\left(m-\frac{n-1}{\lambda}d\right)}\right]^2 \qquad (2)$$

假定这块位相光栅需要第一级($m=1$)闪耀,则 d 为何值时 $\eta_1=1$,显然当 $d=\lambda/(n-1)$ 时,$\eta_1=1$。

2 台阶状位相光栅的衍射效率及计算

实际上,制作锯齿形的相位轮廓是很困难的,在二元光学技术中,以台阶状的轮廓逼近锯齿形的相位轮廓,如图2所示。其中(a)是2个台阶,(b)是4

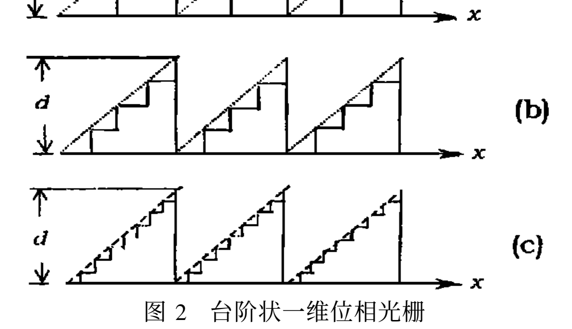

图2 台阶状一维位相光栅

收稿日期:2001－03－12
作者简介:王洵(1963－),女,河北丰润,讲师,硕士。

个台阶, (c)是 8 个台阶。不难看出, 在同一个周期中, 台阶数目取得越多, 则越接近所期望的相位轮廓。

然而, 将锯齿形相位轮廓按上述量化成台阶状的轮廓后, 本质上它成了另外一块光栅。自然, 这时台阶状的光栅的相位轮廓函数也将不同。二元光学中所关注的衍射效率是与其台阶数目的关系。若设每个台阶的高度相同, 台阶总数 $L=2^N$ (N 是正整数), 令 k 是从左向右数起的台阶序号, 则相应的轮廓函数是: $\sum_{k=0}^{L-1} e^{i2\pi k f_0 T/L} \operatorname{rect}\left(\frac{x-kT/L}{T/L}\right)$, 则此光栅的透射函数写成

$$t_s(x)=\sum_m \delta(x-mT)\left\{\operatorname{rect}\left(\frac{x}{T}\right)\sum_{k=0}^{L-1} e^{i2\pi k f_0 T/L}\cdot \operatorname{rect}\left(\frac{x-kT/L}{T/L}\right)\right\} \tag{3}$$

它的角谱为:

$$F\{t_s(x)\} = \sum_m \delta\left(f-\frac{m}{T}\right)\frac{1}{T}\int_0^T \sum_{k=0}^{L-1} e^{i2\pi k f_0 T/L}\cdot \operatorname{rect}\left(\frac{x-kT/L}{T/L}\right) e^{-i2\pi f x}dx = \sum_m \delta\left(f-\frac{m}{T}\right)\frac{1}{T}\cdot \left\{\sum_{k=0}^{L-1} e^{i2\pi k f_0 T/L}\int_{kT/L}^{kT/L+T/L} e^{-i2\pi f x}dx\right\}$$

$$= \sum_m \delta\left(f-\frac{m}{T}\right) e^{-i\pi f T/L}\ \frac{1}{L}\ \frac{\sin(\pi f T/L)}{\pi f T/L}\cdot \sum_{k=0}^{L-1} e^{i2\pi kT/[L(f_0-f)}$$

下面我们考察一级闪耀的衍射效率。此时 $m=1$, $f=1/T$, $d=\lambda/(n-1)$, 则一级闪耀的衍射效率

$$\eta_{s1}=a_{s1}a_{s1}^{*}=\left[\frac{\sin(\pi/L)}{\pi/L}\right]^2=[\operatorname{sin\,c}(1/L)]^2 \tag{4}$$

由计算得不同台阶数的一级衍射效率见表 1。

表 1　不同台阶数台阶状位相光栅的一级衍射效率

元件的台阶数	2	4	8	16
一级衍射效率	0.405	0.811	0.950	0.987

可见, 衍射效率随着台阶数的增多而增大, 当台阶数很大($L=32$)时接近于 1, 但由于实际工艺比较复杂, 设计时具体台阶数应视具体任务而定。现在实际应用中较普遍的是 8 台阶数和 16 台阶数。

参　考　文　献

[1] YU Zu-liang(虞祖良), JIN Guo-fan(金国藩). Making hologram by the computer(计算机制全息图)[M]. Beijing: Tsinghua university press(清华大学出版社), **1984**.

[2] ZHAO Jian-lin(赵建林), Li Yu-lin(李育林). The diffraction property and its applications of holographic grating with double frequencies(双频全息光栅的空间衍射特性极其应用)[J]. Acta photonics sinica(光子学报), **1998**, **27**(3): 284-288.

[3] Jurgen J, Susan J. Tow-olimensional array of diffractire milrolenses fabricated by thinfilm deposition[J]. Applied optics, **1990**, **29**: 931.

[4] Grangev, Li Soun Roge A. Lessard. Multiple beam generation using astratrfied volume hdoglaphic grating[J]. Applied optics-IP, **1993**, **32**(14): 2534.

[5] Born M, Worlf E. Principium of optics(光学原理)[M]. Beijing: Science press(科学出版社), **1978**. 743-746.

[6] Gudemen J W. Instruction to fourier optics(傅立叶光学导论)[M]. Beijing: Science press(科学出版社), **1976**.

[7] WANG Zhu-xi(王竹溪), Guo Dun-ren(郭敦仁). Instruction to special function(特殊函数概论)[M]. Beijing: Science press(科学出版社), **1979**.

[8] HUANG Wan-yun(黄婉云). Fourier optics textbook(付立叶光学教程)[M]. Beijing: Normal university press(北京师范大学出版社), **1985**.

Analysis and Calculation About Diffraction Efficiency of Binary Optics Elements

WANG Xun, SUN Bing-quan

(*Department of Mathematics and Physics, Fushun Petroleum Institute, Liaoning Fushun* 113001, *China*)

Abstract: Diffraction efficiency is a very important concept and an important index of function for binary optics elements. With scalar diffractive theory and from ideal sawtooth shaped phase outline the formula for calculating diffraction efficiency of sawtooth shaped one-dimensional phase grating is analysed and calculated. In dualistic optics technology the mechanism of phase outline approaching with step shaped outline is discussed and we obtain a function of phase outline for step shaped grating and a transmission function as well as a angular spectra. We also obtain the theoretical formula of diffractive efficiency for dualistic optical element which has been used to calculate diffraction efficincy of binary optics elements with diffrent step number.

Key words: Binary optics; Phase grating; Diffractive efficiency

(Ed.: Z, W)