透镜设计基础

〔美〕R. 金斯莱克 著

机械工业出版社

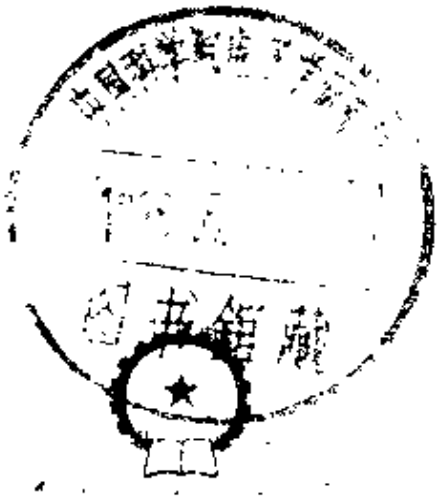
79
346

透镜设计基础

〔美〕R. 金斯莱克 著

梁伟声 译

陈晃明 校



机械工业出版社

8610529

内 容 简 介

本书对应用光学的基本知识作了简明的叙述，并以大量篇幅阐述了最常见的各种典型透镜的设计方法和步骤。

本书可供从事光学设计的工程技术人员及有关院校师生阅读。

TS74.36

LENS DESIGN FUNDAMENTALS
RUDOLF KINGS LAKE
ACADEMIC PRESS, INC.
1 9 7 8

•　　•　　•

透 镜 设 计 基 础

[美] R. 金斯莱克 著
梁伟声 译
陈晃明 校

•

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
重庆印制一厂印刷
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

•

开本 787×1092 1/32 ·印张12³/₄ ·字数 280 千字
1985年12月重庆第一版·1985年12月重庆第一次印刷
印数 0,001—1,950 ·定价 2.70 元

•

统一书号：15033·5945

译者的话

本书对应用光学的基本知识作了简明的叙述，然后以大部分篇幅用于阐述最常见的各种典型透镜的设计。叙述简明扼要，没有繁杂的数学推导，而是通过具体实例说明设计方法和步骤。以象差理论为指导，通过反复的试验性计算来获得最佳设计方案，这是经典光学设计的基本做法。本书的内容和叙述方法正是和这个事实相一致的。对于已经掌握了应用光学的基本知识而开始从事透镜设计的人，这样的一本书无疑是有参考价值的。此外，正如作者指出的，即使在用电子计算机作透镜象差自动校正已经很普遍的今天，设计者了解自己选用的透镜结构型式的象差特性及其所以然仍然十分必要，在这方面，本书也可以给人以有用的知识和启发。

本书原文错误颇多，翻译时已经一一订正，其中比较重要的更正加了注脚说明。由于译者水平不高，译文难免有错误，敬请读者指正。

前　言

本书可以看成是康拉第（Conrady）五十年前的著作《应用光学与光学设计》（其第一册于1929年出版㊀），经过扩展和更新而成的。康拉第上述著作是供学习透镜设计的高年级学生用的第一本用英文写的教本，曾经博得全世界的欢迎。

自然，在如今飞速进步的时代，任何一本1929年前写的科学著作，到1977年大概都会显得过时的。本世纪初，全部透镜计算都是用对数缓慢而艰苦地进行的，追迹一条光线通过一个面至少需要五分钟，因此康拉第花了许多时间和心血，致力于建立通过追迹很少的光线取得尽可能多的信息的方法。如今用小型计算机（甚至只需用可编程序的袖珍计算器）追迹一条光线通过一个面只需要几秒钟或更短时间，于是康拉第那些多少复杂化了的公式就过时了；但是它们仍然是有效的，任何不怕麻烦地熟悉了这些公式的人都可以使用这些公式而得益。同样，如今三级象差[赛德（Seidel）象差]在透镜设计中的重要性已经大为减小。但是即使如此，在某些场合（例如作三透镜组照相物镜初始设计）中，作三级象差计算仍然会使我们节省许多时间。

自从康拉第时代以来，涌现出了大量新知识，创立了各种新方法，由此而论，接替康拉第上述著作的书是来得太迟

㊀ A. E. Conrady, "Applied Optics and Optical Design," Part I, Oxford Univ. Press, London, 1929; 以及Dover, New York, 1957, Part I, Dover, 1960.

了。如今许多年轻的光学工程师在借助大型计算机用最优化程序设计透镜，但是他们对透镜的性能及其作用的认识却很少，这是不够的，更何况这些最优化程序有忽略掉许多经典透镜结构型式（这些经典结构型式在近一个世纪以来已经被公认是令人满意的）的倾向，所以这些认识尤其重要。任何一位有用人工设计透镜经验的人，都会比刚踏入这个领域的新手（那怕后者有极好的专业基础，并且使用计算机十分熟练）能更好地发挥最优化程序的功能。基于上述原因，一本阐述经典透镜设计方法，适合今天使用要求的教本肯定是有价值的。计算机所能做到的充其量只不过是令既定系统最优化，而设计者越聪明能干，他能给程序提供的初始结构就越好。对一个系统作初步的早期分析往往能指出理论上存在多少个解，哪一个解有希望提供最佳的最终结构形式。

本书把相当大的篇幅用于探讨各种类型的透镜和反射镜系统的有效设计方法，都附有完整的例子。力劝读者搞清楚这些例子的思路，并且真正了解是怎么一回事，尤其是要注意每一个自由度是怎样用来控制某一种象差的。自然，并非任何类型的透镜都考察到了，但是本书所提供的设计方法用来设计其它更复杂的透镜是容易的。本书假定读者具备使用小型计算机作光线追迹的条件，否则会发觉这些计算是如此费时间，以至于陷入无法达到既定目标的境地。

本书沿用康拉第的符号和正负号规则，只是象差正负号按照目前的习惯反转过来。本书经常引用前述康拉第的著作，以“Conrady，p. …”注明。康拉第已经做过的许多重要公式的推导，以及他已经考察过的其它问题在本书中都不再重复。最末一章[这一章的编写得到了唐纳德·费德（Donald Feder)的帮助]是关于最优化程序的结构的简单介绍，

提供给渴望了解这种程序要涉及哪些问题，以及怎样处理数据的读者。

作者曾经于伦敦帝国学院在康拉第杰出的指导下求学，然后在伊斯曼·柯达 (Eastman Kodak) 公司任光学设计主任三十年，还在罗切斯特 (Rochester) 大学光学学院从事透镜设计教学近四十五年，本书是在这些经历中所获得的成果。这些经历给了我最大的恩惠和永志不忘的教益，而希望它对我的学生亦有所裨益。

R. 金斯莱克

目　录

前言

第一章　透镜设计者的工作 …… 1

Ⅰ　设计者和工厂的关系 …… 2

Ⅱ　设计步骤 …… 8

Ⅲ　光学材料 …… 10

Ⅳ　折射率的内插 …… 15

Ⅴ　本书考察的透镜类型 …… 19

第二章　子午光线追迹 …… 22

Ⅰ　引言 …… 22

Ⅱ　图解光线追迹 …… 26

Ⅲ　球面上的三角光线追迹 …… 28

Ⅳ　一些有用的关系式 …… 34

Ⅴ　倾斜面上的光线追迹 …… 37

Ⅵ　非球面上的光线追迹 …… 42

第三章　近轴光线和初始解 …… 45

Ⅰ　近轴光线追迹 …… 45

Ⅱ　用 (W, U) 法追迹光线 …… 51

Ⅲ　倍率和拉格朗日定理 …… 54

Ⅳ　透镜系统的高斯光学 …… 56

Ⅴ　光学系统的初级象差设计 …… 62

Ⅵ　变焦距系统的薄透镜设计 …… 69

第四章　色差 …… 82

Ⅰ　双胶合透镜的色球差 …… 82

Ⅱ　单个面对初级色差的贡献 …… 84

Ⅲ　系统中的薄镜片的近轴色差贡献 …… 86

Ⅳ 近轴二级光谱 …… 90
Ⅴ 复消色差薄三透镜组的初始设计 …… 94
Ⅵ 消色差分离薄透镜(双分离透镜) …… 97
Ⅶ 色差公差 …… 103
Ⅷ 有限孔径上的色差 …… 104
第五章 球差 …… 112
Ⅰ 各面球差贡献公式 …… 112
Ⅱ 带球差 …… 126
Ⅲ 初级球差 …… 127
Ⅳ 平面平行板引起的象位移 …… 131
Ⅴ 球差的公差 …… 133
第六章 消球差的消色差透镜的设计 …… 136
Ⅰ 四光线法 …… 136
Ⅱ 薄透镜分析设计法 …… 138
Ⅲ 带球差的校正 …… 143
Ⅳ 复消色差物镜设计 …… 147
第七章 斜光束 …… 152
Ⅰ 斜光束在球面上的通过 …… 152
Ⅱ 斜光束的子午光线追迹 …… 157
Ⅲ 空间光线追迹 …… 161
Ⅳ 空间光线象差的图示 …… 167
Ⅴ 来自透镜某一带上的光线的分布 …… 171
第八章 彗差和正弦条件 …… 173
Ⅰ 光学正弦定理 …… 173
Ⅱ 阿贝正弦条件 …… 174
Ⅲ 对正弦条件的违反，*OSC* …… 176
第九章 齐明物镜设计 …… 184
Ⅰ 分离密接型 …… 184
Ⅱ 平行空气间隔型 …… 187

Ⅲ 齐明双胶合透镜 ……189
Ⅳ 齐明三胶合透镜 ……191
Ⅴ 有隐蔽消色差面的齐明透镜 ……194
Ⅵ 配合原则 ……196
第十章 斜光束象差 ……203
Ⅰ 象散和柯丁顿公式 ……203
Ⅱ 匹兹伐定理 ……212
Ⅲ 畸变 ……216
Ⅳ 横向色差 ……221
Ⅴ 对称原理 ……224
Ⅵ 赛德象差的计算 ……225
第十一章 光栏位置是自由度的透镜 ……230
Ⅰ H'-L 图 ……230
Ⅱ 简单的风景透镜 ……232
Ⅲ 潜望型透镜 ……237
Ⅳ 消色差风景透镜 ……240
Ⅴ 消色差双透镜 ……245
第十二章 光栏固定的对称双消象散透镜 ……256
Ⅰ 达戈镜头设计 ……256
Ⅱ 有空气间隔的双分离型透镜设计 ……259
Ⅲ 双高斯型物镜 ……268
第十三章 不对称的摄影物镜 ……276
Ⅰ 匹兹伐肖像镜头 ……276
Ⅱ 远摄镜头设计 ……285
Ⅲ 普洛塔镜头 ……294
Ⅳ 天塞镜头设计 ……302
Ⅴ 库克（COOKE）三透镜组镜头 ……312
第十四章 反射系统和折反射系统 ……322
Ⅰ 反射镜和透镜的比较 ……322

Ⅰ 反射系统的光线追迹 ……324
Ⅱ 单反射镜系统 ……324
Ⅳ 单反射镜的折反射系统 ……332
Ⅴ 双反射镜系统 ……350
第十五章 目镜设计 ……363
Ⅰ 军用型目镜设计 ……364
Ⅱ 埃尔弗目镜 ……369
Ⅲ 伽里略取景器 ……372
第十六章 透镜自动校正程序 ……375
Ⅰ 象差和自由度个数相等的情况 ……375
Ⅱ 象差个数多于自由变量个数的情况 ……377
Ⅲ 边界条件 ……382

第一章　透镜设计者的工作

透镜要预先设计好才能加工，也就是说，要预先计算或规定好各组元的表面曲率半径、厚度、空气间隔和直径以及所采用的玻璃牌号。透镜结构之所以如此复杂，是因为人们力求使由一个既定物点发出的各种波长的光线准确地通过其象点，并且平面的象应当是平面，直线的象应当没有畸变（弯曲）。

科学家惯于力求将复杂事物分解成几部分来处理，对透镜成象质量的分析也不例外。经过几百年的努力，人们已经认识到透镜产生的不完善象的各种所谓象差。它们可以借改动透镜结构来改变。典型的象差有球差、色差和象散。但是在任何实际的透镜中，各种象差是混合在一起出现的，因而校正（或消除）一种象差只能在和这种象差在总象差混合体中所占的分量相当的程度上改善最终成象质量。某些象差可以轻易地仅仅借一片或多片镜片的变形得到改变，而另一些象差的改变则要求整个系统作大幅度的变动。

可供设计者改动的透镜参数称为“自由度”，它们包括各面的曲率半径、各厚度和空气间隔、各镜片所用的玻璃的折射率和色散率、孔径光栏（或镜框）的位置。不过在改动这些参数时，透镜焦距要经常保持在要求的数值上并且不变，否则相对孔径和象高会改变，以至于设计者最后得到的透镜虽然质量良好，但其规格却不是原拟设计所要求的

8610529

了。因而任何一个结构改动都要辅以其它某些方面的改动，以保持焦距不变*。此外，如果透镜要在固定倍率下工作，在设计过程中就必须保持倍率恒定。

“透镜”一词的含义是不明确的。它可以指单个镜片，也可以指装在照相机上的那样的整个物镜**。术语“系统”经常用来表示由诸如透镜、反射镜、棱镜、起偏器和检偏器等那样的元件构成的组合体。“镜片”总是指两面抛光的单片玻璃，因而一个透镜通常包含一个或一个以上的镜片。有时把一组胶合的或有空气间隙的密接镜片称为透镜的一个“组元”。但是以上各术语的用法还没有标准化，读者在书刊中遇到时，要注意判断它们的含义。

I 设计者和工厂的关系

透镜设计者必须和工厂建立良好的关系，因为他设计出来的透镜终究是要加工的。他应当熟悉各种加工方法，和光学工艺师紧密合作。要时刻记住，制造镜片是要花钱的。当成本是重要指标时，更应当尽可能少用镜片。当然，有的时候象质放在第一位，此时在透镜结构的复杂性和体积方面就不加限制。在大多数情况下，要求设计者采用比较少的镜片、曲率比较小的面（因而在一盘中可以一次抛光比较多的镜片）、比较便宜的玻璃、比较大的厚度（便于夹持加工），以降低成本。

---

* 这种说法不全面。例如单独改变光栏位置并不会导致焦距变动——译者注。

** 在本书中，“透镜”还往往泛指包括折射、反射和折反射系统在内的各种光学构件——译者注。

A. 球面和非球面之间的选择

在绝大多数情况下，设计者仅限于采用球面折射面和球面反射面(平面可以看成是曲率半径为无穷大的球面)。标准的透镜加工方法[1]能够制造精度很高的球面，而如果为了给设计者提供更多的自由度而允许采用非球面的话，将会带来极大的加工困难，这是万不得已才采用的办法。斯密特(Schmidt)照相机中的非球面校正板就是使用非球面的一个典型例子。不过压铸成形的非球面是十分实用的，只要生产率足够高而使成本相宜就可以采用。它特别适用于用压铸法制造的塑料透镜。用特制的机器可以在玻璃上加工出极精确的抛物面。

使用非球面除了精密成形和抛光方面的困难之外，还有对中心方面的问题。多个球面组成的共轴透镜有一条通过所有的面的曲率中心的光轴，而非球面有其自己独立的光轴，必须使它和通过系统所有的其它曲率中心的轴重合。大多数天文仪器以及少数几种照相机镜头和目镜采用了非球面，不过还是建议设计者尽可能避免采用这种曲面。

B. 厚度的确定

负镜片的中心厚度应当在外径的百分之六至十之间，而确定正镜片的厚度则要作更多方面的考虑。镜片的玻璃毛坯边厚不得小于1mm，以保证在研磨、抛光加工时便于夹持

---

[1] F. Twyman, "Prism and Lens Making," Hilger and Watts, London, 1952. D. F. Horne, "Optical Production Technology," Crane Russak, New York, 1972.

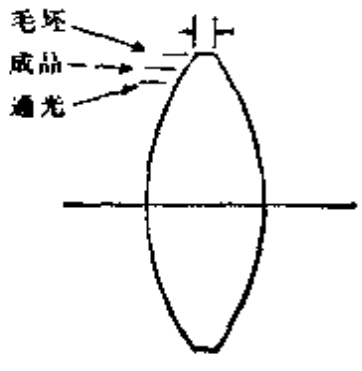


图1　正镜片厚度的确定

（图 1）。镜片经过磨边形成实际外径时，至少要去掉1mm的半径长度，还要留出至少1mm供安装镜片于框上用。记住这些余量，知道面的曲率，就可以确定容许的正镜片最小中心厚度。不过上述余量界限是针对普通大小（直径1/2～3英寸之间）的镜片而言的；对于小镜片，可以减小一些，而对于大镜片则要增大。边缘尖锐的镜片是很难制造和处理的，要尽量避免。因此和玻璃加工车间工长商讨这类问题是很有好处的。

一般说来，弱面比强面加工成本低*，因为前者使我们可以在一个盘上放比较多的镜片一起抛光。但是如果只需要加工一个镜片，不必加工多盘，此时强面就不比弱面成本高。

还有一点事情虽小但值得注意的是，两面接近等凸的镜片，在胶合或装配时一不小心很容易将前后面调乱。可能的话应当用微小弯曲的办法使它两个面的曲率准确地相等，由此产生的象差由系统其它部分补偿。还要注意的是两块镜片的边缘之间很小的距离是很难保证的，最好令它们在直径稍大于通光孔径的圆上相接触，或令边缘距离不小于1mm。这样大的距离可以用隔圈或镜框上的固定结构实现。图 2 是几种类型的镜框。要记住，为快门或可变光栏留出的空位，应按照从凹面的斜角到凸面的顶点之间的空间计算。

---

* 弱面指曲率半径大的面，强面指曲率半径小的面——译者注。

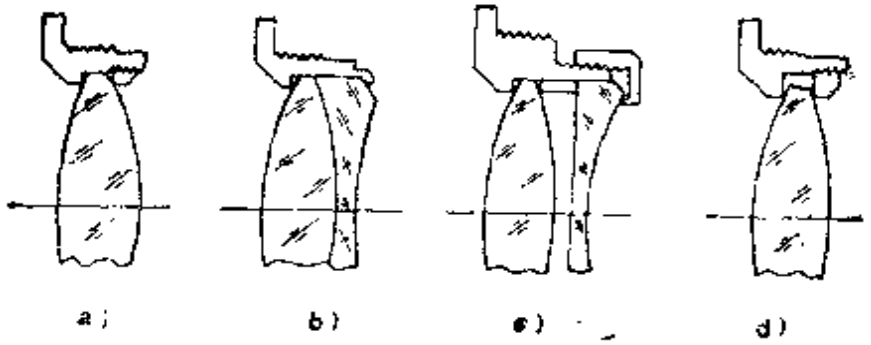


图2 典型的透镜框

(a)压圈 (b)包边 (c)隔圈和螺栓 (d)镜框定中心

C. 增 透 膜

如今几乎所有玻璃-空气界面都镀增透膜，以改进透光性和消除幻象。因为可以把许多镜片放在钟罩内一起镀制，使工艺成本便宜得出人意料。不过，若要在较宽的波长范围内差不多完全消除表面反射，就要镀多层膜，于是成本马上提高。

D. 胶 合

小镜片常用加拿大树胶或某些适宜的有机聚合物将其胶合在一起。但是当镜片直径超过3英寸时，若采用硬胶，则由于冕牌玻璃和火石玻璃的膨胀差异而往往引起扭曲变形甚至碎裂。此时可以在镜片界面之间加进软胶或液态油。但是对于尺寸大的镜片，更有效的办法是用小片锡箔或真正的隔圈把两个面隔开。胶合层在光线追迹时总是被忽略，光线直接从一种玻璃向下一种玻璃折射。

将镜片胶合起来为的是(a)消除两个面上的反射损失；(b)防止空气间隙上的全反射；(c)将两个强的镜片组合成一个弱得多的双胶合透镜，以便于安装。这两个强的镜片的定中心是在胶合时进行的，而不是在镜框中调整的。

可以将两片以上的镜片胶合，但这时很难保证全部被胶合的镜片良好地对中心。建议设计者在采用三胶合透镜或四胶合透镜之前先和加工部门商量。透镜的精密胶合，其劳动成本不低，如果在镜框中将空气间隔分隔开的两个面镀膜，往往比将它们胶合起来便宜。

E. 确 定 公 差

设计者为透镜每一个尺寸规定公差是很重要的。此事若设计者不做，必有别人代劳，而别人给的公差可能是完全不正确的。公差太松，透镜质量可能很差，太严则加工成本会不合理地增加。因此，对于半径、厚度、空气间隔、表面质量、玻璃折射率和色散、镜片直径和同心度，都要注意这个问题。这些公差一般是这样确定的：给每一个参数一个小误差，然后追迹足够多的光线通过这个改动过的透镜，以确定这个误差的影响。只要知道玻璃折射率和色散率的公差要求，就能够判断是可以利用手头已有的玻璃存货，还是必须订购公差异常严格的玻璃。后一种做法会严重地耽误生产，而且提高了透镜的成本。制造单个高质量的透镜，通常是先按玻璃手册上列的折射率设计透镜，然后订购玻璃，最后按实际情况由玻璃厂购得的玻璃的折射率重新设计。但是设计生产批量大的透镜时，必须使设计方案能适应工厂的玻璃参数的正常变化范围，即约±0.001的折射率和±0.2的V值。

装配时实行厚度选配是使各镜片的制造公差得以放松的可行（虽然是费时间的）办法。例如，在图3的双高斯物镜中，设计者可以按照如下方案规定两个双胶合透镜的厚度公差：

每个单透镜	±0.2mm

每个双胶合透镜　　±0.1mm

两个双胶合透镜之和　　±0.02mm

显然，这样的选配方案要求有一大批厚度有一定变化范围的镜片可供选用。如果每个镜片都做得偏厚，就无法装配。

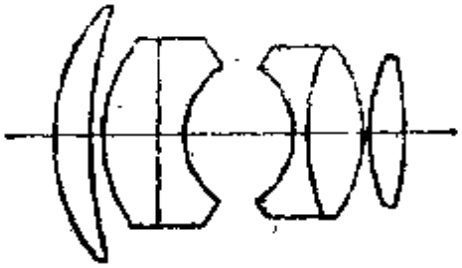


图3　典型的双高斯物镜

镜面倾斜和镜片偏心的公差往往是最重要的公差。了解这些公差对镜框设计和系统的加工工艺性有很大影响。偏心的透镜通常呈现轴上彗差，而镜片的倾斜常导致象面倾斜。某些面的微小倾斜影响很小，而有些面的影响极其显著。因此，光学工程师在着手设计镜框时手中要有一个倾斜系数表。光学公差本身也可以算是一门学问，合理地规定公差远非一件轻而易举的事。

F．设计方案的选择

为了达到既定目标，透镜设计者往往有多种途径可以选择，而某种设想是否成功则大受这个选择的影响。有各种变通办法，如：用反射镜系统还是透镜系统？是否可以用两个弱面代替一个强面？是否可以用两个普通玻璃的镜片代替一个高折射率玻璃镜片？是否可以用两个球面代替一个非球面？是否可以用一个视场角比较大的短焦距镜头代替一个视场角小的长焦距镜头？是否可以用能实现级进式倍率变化的一组定焦距透镜代替一个变焦距透镜？当两个透镜系统排成一列使用，总倍率应如何分配于二者？忽略某些次要象差，是否仍然能够得到比较清晰的象？等等。

Ⅱ 设 计 步 骤

求取透镜结构参数严密的数学解（用期待的性能指标表示）实在太复杂了，超出实际可能。我们能采取的最好办法是，利用已有的光学知识，为期待的透镜设定一个大概的初始近似方案，评价其性能，作适当的修改，再评价等等。这个过程可以用一个简单的流程图（图4）表示。下面顺次考察图中的四个步骤。

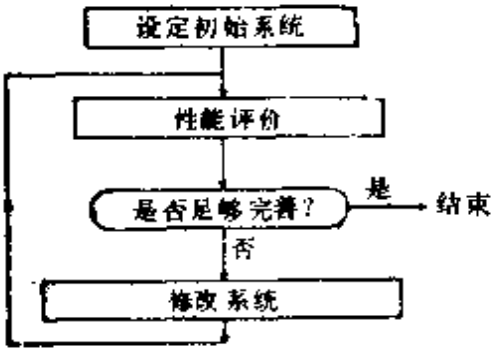


图4 透镜设计流程图

A. 初始系统的来源

在某些情况下（例如简单望远镜的双胶合透镜），透镜的设计方案可以从基本原则出发，经过按部就班的计算求出来，但是这是特殊情况，在绝大多数情况下我们是通过如下几种途径之一取得初始系统的，

（1）凭个人的学识和经验估计设定。经验丰富的设计者可以做得很好，但是初学者做不到。

（2）利用公司过去设计过的透镜的技术档案。这是最常用的办法。

（3）购进各种透镜，分析它的结构。这种方法工作量大而且费时间，但是经常被采用，尤其多为小公司所采用。这些小公司可供选用的设计方案储备很少。

（4）查阅专利档案。透镜专利简直多到无数，但是专利文献上给出的例子往往是不完整的或未校正好的，还要做大

量工作才能使它变成可用的，更不用说还有避免侵犯专利权的问题了！在柯克斯㊀(Cox)最近的一本著作中附有300个透镜专利例子的分析资料，对设计者十分有用。

B. 透镜计算

一般做法是用准确的三角方法追迹足够多的光线通过透镜（见第二章）。起初只需要追迹两三条光线，随着设计的进展，要追迹更多的光线，以充分评价系统。可以作出几种曲线来表示各种象差。设计者一看这些曲线往往就能知道系统的缺陷何在。

C. 透镜评价

判断一个透镜系统对于特定的用途是否已经校正得足够好，这往往是十分困难的㊁。有效的办法是由一个点光源开始，追迹大量光线，这些光线均匀分布在透镜通光入瞳上，然后作这些光线和象面的交点的“点列图”。为了真实地表现出点象的形态，需要追迹几百条光线(见第七章第Ⅳ节)。追迹几个波长不同的光束，各光束进入透镜的疏密程度按照该波长的光在最后成象中被设定的加权数加以调整。这样，点列图就可以反映出色差现象。

为了揭示点列图的特点，一些设计者计算包容10、20、30、……100% 的光线的圆的直径，作出倾斜度不同的各光束的“区域能量”曲线。另一种方法是把点列图看成是点扩

㊀ A. Cox, "A System of Optical Design," p. 558, Focal Press, London and New York, 1964.

㊁ 可以参看 J. M. Palmer, "Lens Aberration Data," Elsevier, New York, 1971.

散函数，用傅里叶变换使它变成MTF（调制传递函数）对空间频率的分布曲线。这样的曲线包含许多信息，例如包含透镜的鉴别率，以及粗糙物体的象的反差。计算MTF时还可以考虑衍射效应，因而计算结果是透镜性能可望得到的最全面的表达。如果透镜的加工尺寸和设计数据准确符合，就可以通过实验测定MTF，检查透镜性能是否已经达到理论上预定的目标。

D. 系统的修改

如果是手算或用小计算机计算，设计者必须判断要作哪些修改来消除透镜的象差余量，这往往是十分困难的问题。在以后数章中将给出许多关于怎样作试探性修改的提示。设计者常常将某些透镜参数作微小的试探性改动，算出每种象差相对于各参数变动的变化率（或者叫做“变化系数”）。于是可以通过解一个联立方程组求出可试用的一些适当的改变量，虽然由于所有光学系统的非线性程度大，使这种方法实际上不如人们所希望的那么简单。如今许多高速计算机程序能用最小二乘法同时修改几个透镜参数以改变多种象差。尽管这种方法要作大量计算，但是用现代大型计算机来做这些计算却是异常便宜的（见第十六章）。

Ⅲ 光学材料

用得最普遍的透镜材料自然是光学玻璃，晶体和塑料也经常使用。反射镜则可以用任何可以抛光的材料（甚至用金属）制造。经常有人提议用充液透镜，但是由于许多显然的原因，实际上从来未用过。克雷德（Kreidl）和鲁德（Rood）

曾经对光学材料作过全面的探讨㊀。

A. 光 学 玻 璃

有几家著名的光学玻璃制造厂，它们的产品手册载有关于现有玻璃的大量资料，肖特（Schott）厂的产品手册可谓光学玻璃及其特性的全书。

光学玻璃大至可以分为冕牌玻璃、火石玻璃、镧冕玻璃等，但是各类之间并没有严格的分界线（参阅图39）。从光学性质方面来说，各种玻璃互相之间的差别在于折射率、色散率和部分色散的不同，而在物理性方面则有颜色、密度、热学性质、化学稳定性、水泡含量、条纹和抛光难易程度等方面的差别。

各种玻璃的价格差别很大，从最重的镧冕玻璃到最普通的平板玻璃（在许多简单的使用场合中后者已经能够满足要求），变化范围不小于300与1之比。透镜设计者最困难的问题之一是如何合理地选用玻璃。在这当中必须权衡几个因素。高折射率会使面曲率减小，因而象差余量比较小，但是高折射率玻璃一般价格昂贵，而且密度大，每磅玻璃只能做比较少的镜片。如果透镜质量放在第一位，自然什么玻璃都可以用，但是如果强调成本，就必须选用便宜的玻璃。对于小透镜而言，材料价格似乎不重要，但是对于大透镜来说，则是十分重要的问题，尤其是还要考虑到只有少数几种玻璃是制成大块供应的，每磅玻璃的价格大致上和玻璃块重量三

㊀ N. J. Kreidl and J. L. Rood, Optical materials, 见 "Applied Optics and Optical Engineering," (R. Kingslake, ed.) Vol. 1, pp. 153～200. Academic Press. New York, 1965.

次方成正比。用密度 3.5 的玻璃制造的直径为 12 英寸的透镜，厚度每增加1mm，重量就要相应地增大约0.75磅，的确惊人。

玻璃的颜色主要是杂质造成的。一些厂家以高价供应黄色比较淡的玻璃。若要求在近紫外区有高透过率，这是特别紧要的。极淡的黄色对很小或很薄的透镜是不要紧的。当然，在航空照相机镜头中，采用黄色玻璃十分适宜，因为这种镜头在使用时总是要加黄色滤色镜的。

玻璃价格随玻璃块形状的不同（是随意的块体还是薄圆片）、是否经过退火、是否按条纹度要求挑选过等等而会有很大差别。有些镜头制造厂习惯于把玻璃压铸成毛胚。这时，重要的是要经过长时间缓慢的退火，以使其折射率恢复到稳定的最大值，即厂家于随玻璃一同送来的熔炼单上所记的折射率数值。

B. 红外材料

透红外材料的制造本身是一门学问，杂志上已经有许多文章涉及这些材料及其特性。伊斯曼·柯达公司⊖生产了一系列称为依特蓝®（Irtran ®）的热压多晶体红外材料，现列于下面的表中。它们一般不能用于可见区，因为光在晶体边界上散射。

在前述文献中还给出了其它有用的红外材料的色散数据。

⊖ Publication U-72. Eastman Kodak Company, Rochester, New York.

依特兹号数	材　料	适用波长范围/μm	折射率（近似值）
1	氟化镁	0.5～9.0	1.36
2	硫化锌	0.4～14.5	2.25
3	氟化钙	<0.4～11.5	1.42
4	硒化锌	0.5～22.0	2.44
5	氧化镁	<0.4～9.5	1.69
6	硫化钙①	0.9～31.0	2.70

① J. E. Harvey and W. L. Wolfe, Refractive Index of Irtran 6 as a function of wavelength and temperature, J. Opt. Soc. Am., 65, 1267 (1975).

C. 紫外材料

用于紫外光谱区的只有熔融石英、氟化钙、氟化锂，以及少数几种轻玻璃（薄片）。情况很不能令人满意，所以建议用反射镜代替透镜，但是这也有困难，因为大多数反射镀层在紫外区的反射不好。

D. 光学塑料

尽管适于制造透镜的塑料种类很少，但是在第一次大战以后（尤其是1950年以来），它在这方面已经有了广泛的用处㊀，至今至少已经有一亿个塑料镜片用于廉价照相机中。现在塑料已经普遍应用在眼镜片等方面。*f*/8 的塑料三透镜组镜头是伊斯曼·柯达公司于1959年首先制成的。在这个镜头中“冕牌玻璃”是甲基丙烯酸甲酯，“火石玻璃”是丙烯

㊀ H. C. Raine, Plastic glasses, in "Proc. London Conf. Optical Instruments 1950" (W. D. Wright, ed.), p. 243, Chapman and Hall, London, 1951.

腈-苯乙烯共聚物。现有光学塑料的折射率很低，低于旧的冕-火石玻璃而和液体及几种钛火石玻璃接近。最普通的光学塑料是：

	n_D	V
甲基丙烯酸甲酯	1.49166	57.37
丙烯腈-苯乙烯共聚物	1.56735	34.87
聚苯乙烯	1.59027	30.92

这些色散数据并不完全确定，和诸如聚合程度及温度等因素有关。

塑料镜片的优点是：

1)大批量制造容易而且经济。

2)原料价廉。

3)可以在同一次将镜框压铸在镜片上。

4)容易保持镜片厚度和空气间隔。

5)非球面和球面一样容易压铸。

6)必要时可以将染料混进原料中。

缺点是：

1)现有塑料的折射率范围窄而且数值小。

2) 制成的镜片质软。

3) 热胀性大（是玻璃的 8 倍）。

4) 折射率温度系数高（是玻璃的120倍）。

5) 平面压铸不好。

6) 由于压铸成本方面的原因，制造小批量镜片有困难。

7) 塑料容易捕获静电荷而吸尘。

8) 塑料镜片不能胶合，可以镀膜，但是困难。尽管如此，塑料镜片在许多场合（包括廉价照相机）的应用仍然是

令人十分满意的。

Ⅳ 折射率的内插

如果要知道光学材料在非玻璃手册所列的波长或非测量折射率所用的波长上的折射率，就要做一定的内插计算。这种计算一般是用一条联系n、λ的公式进行的。在整个可见光谱区，如下的柯西（Cauchy）公式㊀的精度是很好的，

$$n=A+B/\lambda^2+C/\lambda^4$$

实际上第三项常常如此之小，以致在从红端到几乎达紫端的整个可见光谱区域上，n与$1/\lambda^2$的关系曲线是一条很好的直线。对许多玻璃来说，这条曲线很直，所以可以作很大的图，在其上读取居间值，大致可以准确到小数点后第四位。

不论是采用这个公式还是采用如下康拉第的公式㊁：

$$n=A+B/\lambda+C/\lambda^{7/2} \qquad (1)$$

都要对三种已知折射率建立一个三元联立方程组，解出系数A、B和C。用这种方法在可见区内插值求取折射率，大致可以准确到小数点后第五位。但是不能用外推法，因为这些公式在红端以外失效。

上一个世纪末，塞尔梅耶（Sellmeier）、亥尔姆霍兹（Helmholtz）、凯特勒（Ketteler）和德鲁特（Drude）等人试图基于共振概念建立折射率和波长之间的准确关系式㊂。其

㊀ A. L. Cauchy, "Mémoire sur la Dispersion de la Lumière", J. G. Calve, Prague, 1936.

㊁ A. E. Conrady, "Applied Opties and Optical Design", Part Ⅰ, p.659, Dover, New York, 1960.

㊂ 可参见 P. Drude, "The Theory of Optics", p.391, Longmans Green, New York and London, 1922.

中最常用的公式是：

$$n^2=A+\frac{B}{\lambda^2-C^2}+\frac{D}{\lambda^2-E^2}+\frac{F}{\lambda^2-G^2}+\cdots \qquad (2)$$

当 λ 等于 C、E、G 等时，这个公式中的折射率变成无限大，这些波长值表示位于吸收带中心上的渐近线的位置。在渐近线之间折射率的变化曲线如图 5 所示。

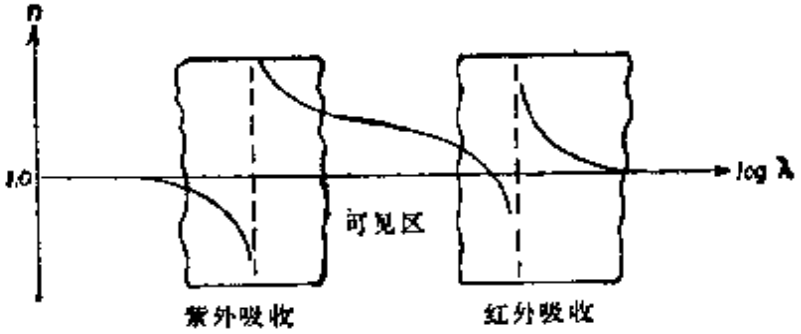


图 5　玻璃折射率和波长对数的关系曲线

对于大多数玻璃和其它透明无色介质，两条渐近线对内插法已经足够用，它们分别表示紫外吸收和红外吸收。可见光谱就是这两个吸收带之间的 λ 值。

按照二项式定理展开式 (2)，即得到它的近似式：

$$n^2=a\lambda^2+b+c/\lambda^2+d/\lambda^4+\cdots$$

其中系数 a 控制红外折射率（大 λ），系数 c、d 等控制紫外折射率（小 λ）。如果在某些特殊应用中看重更远的红外光，则建议在公式中增加一两项形如 $e\lambda^4+f\lambda^6$ 的项。

赫兹贝格（Herzberger）曾经提出了一个颇为不同的公

式㊀㊁：

$$n=A+B\lambda^2+\frac{C}{\lambda^2-\lambda_0^2}+\frac{D}{(\lambda^2-\lambda_0^2)^2}$$

其中A、B、C、D是因玻璃而异的系数，λ_0对任何玻璃都一样。他发现后者适当的值由$\lambda_0^2=0.035$给出，即$\lambda_0=0.187$。这里考虑到紫外吸收，近红外由$B\lambda^2$项代表。如果红外更重要，就要加上其它红外项。

目前的肖特玻璃手册采用一个六项的公式来修匀所记折射率的数据，即

$$n^2=A_0+A_1\lambda^2+A_2/\lambda^2+A_3/\lambda^4+A_4/\lambda^6+A_5/\lambda^8$$

这个公式在蓝紫区控制程度很高，而在1μm以外的红外区则无效。

鲍许·罗姆公司㊂（Bausch and Lomb Company）采用了如下七项公式供内插用：

$$n^2=a+b\lambda^2+c\lambda^4+d/\lambda^2+\frac{e\lambda^2}{(\lambda^2-f)+g\lambda^2/(\lambda^2-f)}$$

这是一个使用不方便的非线性关系式，当为某一特定玻璃确定公式中的七个系数时会涉及到相当麻烦的计算问题。

A. 色散值的内插

使用$(D-d)$消色差法（第104页）时，必须知道各种玻璃

㊀ M. Herzberger, Colour correction in optical systems and a new dispersion formula, Opt. Acta (London) 6, 197 (1959).

㊁ M. Herzberger, "Modern Geometrical Optics", p. 121, Wiley (Interscience), New York. 1958.

㊂ N. J. Kreidl and J. L. Rood, ref. 4, p. 161.

在所用的特定光谱范围上的 Δn值。对于可见区的消色差，通常Δn取 (n_F-n_C)，但对其它光谱区，就要用不同的Δn 值。实际上相对值 Δn 的选择是决定消色差光谱区的唯一因素。

为了计算Δn，必须对 (n,λ) 内插公式取导数。通过取导数得到$dn/d\lambda$值，它是(n,λ)曲线在某一特定波长上的斜率。期待的Δn值由$(dn/d\lambda)$乘以适当的$\Delta\lambda$值而得到。实际上$\Delta\lambda$的选择并不重要，因为我们力求令$\Sigma(D-d)\Delta n$等于零，但是如果想要令$\Sigma(D-d)\Delta n$ 的 余量和某一既定的公差比较，则所选择的$\Delta\lambda$所对应的Δn必须和玻璃的(n_F-n_C)大致相等。

现举一个例子。设用康拉第内插公式，希望透镜对某些既定的光谱线消色差。由微分公式 (1) 得到

$$\frac{dn}{d\lambda}=-\frac{b}{\lambda^2}-\frac{7}{2}\frac{c}{\lambda^{9/2}} \tag{3}$$

这个公式包含所用的特定玻璃的b、c系数以及对其消色差的特定波长λ，后者假设是汞 g线。

假定选用肖特SK-6和 SF-9玻璃。对两个已知的波长解式(1)，求得

玻璃	b	c	g线处的$dn/d\lambda$
SK-6	0.0124527	0.000520237	−0.142035
SF-9	0.0173841	0.001254220	−0.275886

对波长 0.4358μm 用随意的值 $\Delta\lambda=-0.073$ 求得这两种玻璃的Δn分别等于 0.010369 和0.020140。这两个数值要和原来的$\Delta n=(n_F-n_C)$值比较，对于上述两种玻璃后者分别为0.01088和0.01945。由此可见，和冕牌玻璃比较，火石玻璃

的色散相对地增大了，这是光谱蓝端的特点。

B. 折射率的温度系数

如果透镜的使用环境温度变化大，就必须考虑所用材料折射率随温度的变化，对于玻璃来说，这方面一般不成问题，因为折射率的温度系数很小，是 0.000001/1℃的数量级⊖。但是晶体的折射率温度系数要大许多，而塑料则十分大：

萤石　0.00001/1℃

塑料　0.00014/1℃

也就是说，在正常温度范围 0～40℃ 内，塑料镜片折射率要改变 0.0056，足以使焦点显著移动。在反光式照相机*中，曝光之前的对焦调整会抵消这种变动，但对于固定对焦和采用独立的取景器的照相机，或依靠对焦距离标尺对焦的照相机来说，就要设法消除这种温度影响。其中一种办法是令镜头全部或大部分光焦度集中在一块玻璃镜片上，塑料镜片只作为象差校正用。另一种办法令镜头安装在一只补偿框上，此框用膨胀系数相差很大的两种材料制造，使得当温度变化时，镜头中某一空气间隔改变一个适当的量，从而保持象位置常在胶卷面上。塑料的热膨胀虽然也大，但是如果照相机机身也用塑料制造，就不要紧。因为温度变化只会使整体膨胀或收缩，而象常保持在同一个平面上。

V　本书考察的透镜类型

透镜可以分成几种定义明确，为人熟知的类型，本书将

⊖ F. A. Molby, Index of refraction and coefficients of expansion of optical glasses at low temperatures, J. Opt. Soc. Am. 39, 800 (1949).

* 这种照相机通过照相机物镜取景和对焦——译者注。

考察的透镜类型是：

1) 只在轴上清晰成象的透镜；

a.望远镜双透镜（小孔径）；

b.显微镜物镜（大孔径）。

2) 在大视场上成象清晰的透镜：

a.摄影物镜；

b.放影镜头；

c.平视场显微镜物镜。

3) 视场有一定大小而光栏在远处的透镜：

a.目镜、放大镜；

b.取景器；

c.聚光器；

d.远焦伽里略镜(Galilean)或变形附件。

4) 折反射（反射镜-透镜）系统。

5) 变倍透镜和变焦透镜。

这些透镜各有其独特的设计方法（实际上每一种透镜都如此）。各种类型的透镜的折射面有多有少。某些透镜的参数很多，以至于几乎任何玻璃都可以采用，而有些透镜玻璃的选择是个重要的自由度。某些透镜系统因相对孔径大而出名，但视场角很小，而另外一些透镜却刚好相反。

本书考察了几种典型的透镜，并对其设计特例给以详细说明。力劝初学者用心弄懂这些设计例子，因为在其中采用了许多公认有效的方法，而且这些方法常常可以有效地应用到其它设计场合中去。

本书各例所用的设计方法有：

1) 镜片弯曲；

2) 在镜片之间作光焦度转移；

3） 用单参数图或双参数图改变一个参数或同时改变两个参数；

4） 利用对称性自动消除横向象差；

5） 用 $(H'-L)$ 曲线选择光栏位置；

6） 用 $(D-d)$ 法消色差；

7） 在设计工作之末选择玻璃色散；

8） 设计大孔径齐明镜的配合原理；

9） 用“隐蔽面”消色差；

10） 用三种经典方法减小匹兹伐（Petzval）和；

11） 用窄空气间隔减小带球差；

12） 用栏光截除有害的边缘光线；

13） 用四元联立方程组求校正四种象差的解。

因为本书主要是为初学者写的，所以没有涉及比较复杂的现代摄影物镜。因而大孔径透镜如双高斯镜头和索那（Sonnar）镜头，广角透镜如比阿冏（Biogon）镜头和反远摄镜头等等都没有讨论。由于同样的原因，也不论及变焦距镜头、远焦和变形镜头附件。如今这些复杂系统都是在大型计算机上用最优化程序设计的。

第二章　子午光线追迹

I　引　言

应该假定每一位打算研究透镜设计的人都已经熟悉几何光学和物理光学的基本内容。不过有几个要点还需强调一下，以免部分读者混淆不清或产生误解。

A. 物　和　象

所有透镜的设计方法都是以几何光学原理为基础的。几何光学假设光沿光线行进，在均匀介质中光线是直线。光线在透镜或反射镜上受到折射或反射而成象。由于折射面和反射面的本性，以及折射介质的色散性，点的象很少是完善的点，一般都有象差缺陷。更由于光的波动性，实际上点的最完善的象总是一个所谓艾利（Airy）圆，即一个直径数量级达几个波长，而且被一系列逐渐减弱的亮光环环绕的小光斑。

要记住，物和象都可以是“实的”或“虚的”。呈现给系统第一面的物固然总是实物，但其后各面可能接受的是会聚光或发散光，这分别表明该面得到的是虚物或实物。切勿忘记，在这两种情况下，供计算用的折射率都应当是所考察的面的入射光线所在的空间的折射率。这个空间称为该面的物空间。

类似地，从面上出射的光线所在的空间称为象空间。实

象或虚象都被认为是在这个空间中。由于存在虚物和虚象，所以必须把物空间和象空间看成是在两个方向直至无穷远处相重合的。

B. 折 射 定 律

人们熟知的斯涅尔 (Snell) 定律通常写成

$$n' \sin I' = n \sin I$$

其中 I、I' 分别是入射光线和折射光线与入射点上的法线的夹角，n、n'分别是入射光线、折射光线所在介质的折射率。折射率是光在空气中的速度和在介质中的速度的比值。所有透明介质的折射率都随波长而变，蓝光折射率比红光折射率大。真空相对于空气的折射率大约是0.9997。若透镜是在真空中使用的，就必须考虑这一点。

折射定律的第二部分是，入射光线、折射光线和入射点上的法线共在一个平面（称为入射平面）上。定律的这一部分对空间光线追迹是重要的（见第161页）。

关于反射，只要写$n' = -n$，因为在镜面上I'和I大小相等符号相反。因此，如果由法线到入射光线是顺时针方向旋转，则由法线到反射光线将是角度相等的反时针方向旋转。

C. 子 午 平 面

本书只考虑共轴系统，即各球面曲率中心以及非球面的对称轴同处于一条光轴上的透镜。光轴上的物点称为轴上物点，光轴外的物点称为轴外物点。包含轴外物点和透镜光轴的平面称为子午平面，此面成为整个系统的对称面。

D. 各种光线

如果物点位在透镜轴上，我们只追迹轴上光线。而对轴外物点则有两类光线要追迹，即在子午平面上的子午光线（见于通常的光学系统图）和空间光线。后者在子午平面的前方或后方，而且处处不和光轴相交。空间光线在物点处穿过子午平面，而在象空间又经过另一点穿过子午平面，这一点称为光线的对应点。在图 6 中画出了两条有代表性的空间光线。

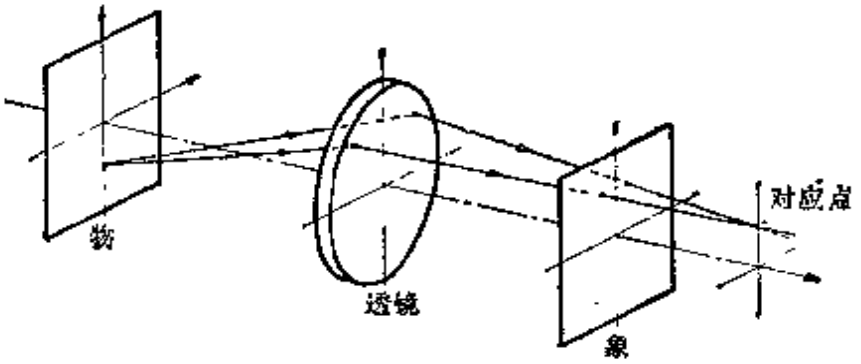


图6　一对典型的空间光线

轴上光线和子午光线可以用比较简单的三角公式追迹。如果精度要求不高，还可以用作图法追迹。空间光线追迹则要困难得多，它的计算方法在第七章第Ⅱ节讨论。

近轴光线是很重要的一类光线。这种光线处处如此靠近光轴，以至它的象差可忽略。近轴光线追迹公式不含有三角函数，因而很适宜于作代数处理。近轴光线实际上只是一种数学抽象，因为当实际透镜的光栏缩小到只允许近轴光线通过时，它的焦深变得如此之大以至不存在清晰的象，虽然理论上的象位置是可以作为一种数学极限计算出来的。

对于子午面上的斜光线*来说，考察这样两条无限靠近这条光线的光线是有用的，其一是在子午平面上在这条光线稍微上方或下方的光线，其二是在前方或后方靠近这条光线的弧矢（空间）光线。这两条光线在计算象散时有用（见第十章第Ⅰ节）。

E. 符号和正负号规则

这是一个十分麻烦的问题，因为每位透镜设计师各有其自己惯用的符号系统，和别人的不相同。尽管第二次大战后曾经有几个委员会作过努力，试图建立一种标准的符号系统，但至今未曾作成。本书严格地沿用康拉第的符号，只是象差正负号不同。在康拉第时代，人们习惯于将所有描写正透镜性质的量看成是正的，而今天则普遍将欠校正象差看成是负的，将过校正象差看成是正的。这种改变在一般情况下会导致全部康拉第象差表达式的正负号反转过来，对此，习惯于早期应用光学著作的表达方式的读者要当心。

对于子午光线而言，座标原点置于折射面或反射面的顶点。由这个原点算起，沿光轴(X轴)往右方的距离为正，往左方为负（图7)。子午平面上的横向距离Y若在光轴的上方为正，在下方为负。对于空间光线，垂直于子午平面的第三维度上的距离Z一般以在子午平面后方为正，因为这样从象空间回头看透镜时，Y维度和Z维度处于正常方向。在共轴系统中，整个Z维度总是对称于子午平面的，所以任何有$+Z$维度的现象总是和另一个有大小相等的$-Z$维度的相同的现象对应，好象整个Z空间被位于子午平面上的平面镜成象一样。

---

* 指的是子午面上的非近轴光线——译者注。

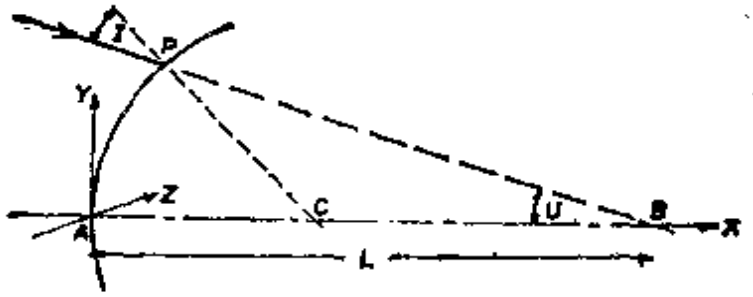


图 7　入射于球面上的一条典型子午光线
（图中全部量是正的）

关于角度，如果由光轴到子午光线是顺时针方向旋转，则认为这条子午光线的倾斜角U是正的，如果由法线到光线是反时针方向旋转的，则认为入射角I是正的。这两种角度规则显然不一致。现在有一种令U的符号反过来的强烈趋势。但是遗憾的是这样的改变会导致引入相当多的负号，而更大的缺点是不能作出一个参数全正的图来供推导计算公式时使用。在康拉第系统中，近轴光线高y等于(lu)，而在上述假定的新系统中，将变成$(-lu)$。出现这些负号是很不方便的，所以本书沿用康拉第的角度规则。当然，如果认为必要，读者可以处处令U和u的符号反过来。

最后还应该说明的是，在面左方的空间（通常是物空间）中的光线的全部数值，用不加撇号表示，而在面右方的空间中的光线的全部数值，则用加撇号表示。在反射系统中，物空间和象空间重合，入射光线的数值不加撇，反射光线的数值加撇，虽然实际上二者同处于反射镜一侧。反射系统将在第十四章全面考察。

Ⅱ　图解光线追迹

在很多场合下（例如设计聚光镜），用图解法追迹光线是完全可行的。这种方法的基础是斯涅尔作图法，曾经为多

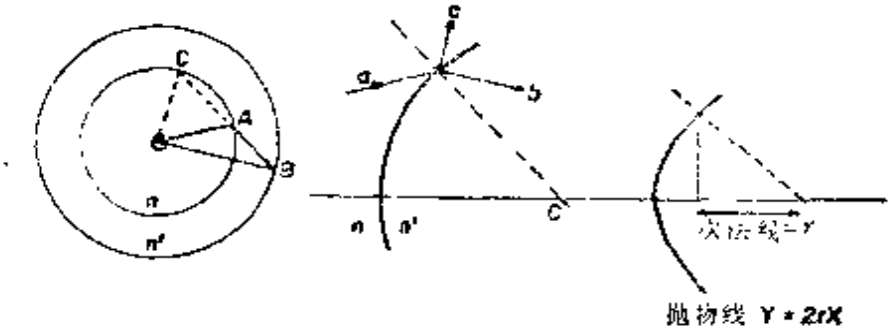


图 8　图解光线追迹

威尔(Dowell)和阿尔巴达(Albada)阐述过⊖，见图8。首先以大尺度画出透镜系统，然后在同一张图纸上适当的地方，以O为中心作出一系列同心圆，各圆半径分别正比于系统所用的各种材料的折射率。按照如下的尺度作图是合适的：空气取10cm半径，折射率为1.6的玻璃取16cm半径。

在透镜系统图上画出入射光线，然后通过O点作平行于这条入射光线的直线，和对应于入射光线所在介质的折射率的圆交于A点。下一步，过A点作平行于入射点上的法线的直线，和对应于另一种介质折射率的圆交于B点。OB就是在介质B中的折射光线方向。对系统每一面重复这种做法。反射镜可以这样处理，即令法线在另一端和同一个折射率圆相交（于点C）。这样做是方便的：用墨水笔画折射率圆，用不多的铅笔记号表示光线，这些记号和透镜系统图上的光线标以同样的符号。有人习惯于当下一点求出之后，就擦掉前一点，以免造成混乱。修改系统时如下的做法是方便的，即把一张描图纸覆盖在系统图上，然后在其上作出修改记

⊖ J. H. Dowell, Graphical methods applied to the design of optical systems, in Proc. Opt. Convention 1926, p.965. 另外见 L. E. W. van Albada, "Graphical Design of Optical Systems," Pitman, London, 1955.

号。这样就能同时看到原来的系统及其修改情况。

当法线方向已知时，就可以用图解法追迹光线在非球面上的通过路径。如果是抛物面就特别简单，因为它的次法线等于顶点半径（图8）。用图解法追迹光线既快又容易，而且随时可以用三角方法准确追迹光线，以核对图解追迹结果。这种方法还使设计者在追迹过程中能随时了解各镜片的直径和边缘厚度。在第209页将叙述托马斯·杨（Thomas Young）的一种比较复杂的图解光线追迹法。近轴光线也可以用图解法追迹（见第50页）。

Ⅲ 球面上的三角光线追迹

子午光线通过一个折射球面的路径，可以用下述各种完善的方法十分准确地追迹出来。光线由一面出射，又入射到下一面，返复进行，直到光线进入最后的象空间。

A. (L, U) 法

多年以来，尤其是在用对数作计算的年代，人们习惯于用倾斜角U和截距L来表示光线相对于面的位置。这种方法已经在康拉第的书中阐述过[1]。不过这种方法今天已经很少用，因为L可以成为无穷大，而且在遇到长半径或平面计算公式时就会失效。当编制光线追迹计算机程序时，出现这些情况的可能是要考虑的，因而如今常用的是其它一些方法。

B. (Q, U) 法

这里用光线的倾斜角U和光线与面顶点的垂直距离Q表

---

[1] A. E. Conrady, p.7.

示光线相对于该面的位置。符号规则如第Ⅰ.E节所述。推导追迹公式时参看图9a，图中作了一条平行于光线而通过面曲率中心的直线。这条直线将Q分成两部分，所以$Q=r\sin I+r\sin U$，于是得到

$$\sin I=Qc-\sin U \tag{4a}$$

其中c是面曲率，即曲率半径的倒数。

按照折射定律决定折射角：

$$\sin I'=(n/n')\sin I \tag{4b}$$

由于$\angle PCA$等于$U+I$和$U'+I'$，显然

$$U'=U+I-I' \tag{4c}$$

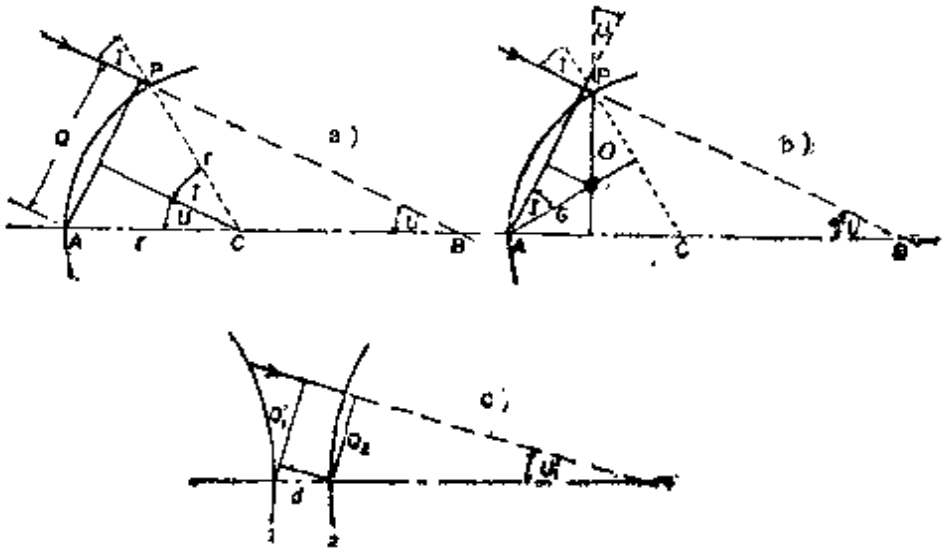


图 9　光线追迹公式的推导

(a)矩半径公式　(b)通用公式　(c)换面公式

最后，令公式(4a)各项加撇来计算折射光线的Q'，得到

$$Q'=(\sin U'+\sin I')/c \tag{5}$$

当曲率半径相当小时（c大），这个公式很好，但在一个长曲率半径的弱面上，I'接近$-U'$，以致于Q'成为两个小的数的

比值；如果面是平面，Q' 真正变成 0/0，变成是不确定的。因而导出了另一公式以此来代替公式(5)。在图 9b 中，从入射点 P 向透镜轴作一条垂直线，再从面顶点 A 向法线作另一条垂直线。这两条垂直线相交于 O，利用全等三角形* 的关系，发现 $OA=OP=G$。过 O 作平行于光线的直线，将 Q 分成两部分，上部分是 $(G\cos U)$，下部分是 $(G\cos I)$，因而 $Q=G(\cos U+\cos I)$，从而

$$G=Q/(\cos U+\cos I)$$

这个关系式的优点是余弦永远取正值，因而 G 永远等于 Q 的一半左右。在任何情况下，这个公式都不会变成不定。令公式中各量加撇，得出最终的关系式：

$$Q'=G(\cos U'+\cos I') \tag{6}$$

对于平面，稍加考虑就可以得到

$$\sin U'=(n/n')\sin U,\quad Q'=Q\cos U'/\cos U$$

1. **换面**

图9c清楚地表明，由一面到下一面的变换公式是

$$Q_2=Q_1'-d\sin U_1'$$

2. **从右到左的计算**

同样的公式组可以用于从右方到左方的光线追迹，只是现在是给定 U' 和 Q'，而求 U 和 Q。这时换面要令 Q_2 加 $(d\sin U_2)$ 而得 Q_1'。记住不加撇号表示在面左方的光线，加撇号表示面右方的光线。

3. **小结**

有时要知道光线在面上的入射点的座标 X、Y，所以在下列公式组之末加上相应的公式。

---

* 原文误为"相似三角形"——译者注。

子午光线追迹公式可以小结如下：

$$\begin{aligned} \sin I &= Qc - \sin U \\ \sin I' &= (n/n')\sin I \\ U' &= U + I - I' \end{aligned} \tag{7}$$

短半径时只需计算：

$$Q' = (\sin I' + \sin U')/c$$

通用公式是：

$$G = Q/(\cos U + \cos I)$$
$$Q' = G(\cos U' + \cos I')$$

起始：

$$\text{初始的} Q = L\sin U^*$$

换面：

$$Q_2 = Q_1' - d\sin U_1'$$

结果：

$$L' = (\text{最后的} Q')/(\text{最后的} \sin U')$$

入射点：

$$\left.\begin{aligned} Y &= \sin(U+I)/c, \quad Y = G[1+\cos(U+I)] \\ X &= [1-\cos(U+I)]/c, \quad X = G\sin(U+I) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

本书自始至终假设计算是用袖珍电子计算器进行的。这种计算器只要按下按键就能给出正弦、反正弦值，有效数字八至十位。只有一部分计算量要记录下来。角度记到度数小数后第五位，或1/28弧秒。显然，这样的精度大大高于光学零件的加工精度。但由于经常要计算两个非常接近的大数之差以求象差，这样高的精度是十分必要的。

* 当物体位于无穷远处，此式右边应该变成光线在第一面上的入射高——译者注。

4. 特殊情况

要能判别两种特殊情况：

a. $\sin I$ 大于 1.0，说明半径太短以至光线不能到达这个面。

b. $\sin I'$ 大于1.0，说明发生全反射。

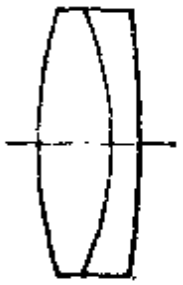


图10 双胶合物镜

表 I 是适用于人工计算用的计算表。这个表记下了一条边缘光线的追迹。这条光线以高 2.0 平行于光轴入射于一个焦距为12的双胶合透镜上。透镜结构如下（见图10）。

$r_1=7.3895$, $c_1=0.135327$, $d_1'=1.05$, $n_1'=1.517$

$r_2=-5.1784$, $c_2=-0.19311$,

$r_3=-16.2225$, $c_3=-0.06164$ $d_2'=0.40$, $n_2'=1.649$

表 I 通过双胶合透镜的边缘光线追迹

$c=1/r$	0.1353271	−0.1931098	−0.0616427	
d		1.05	0.40	
n		1.517	1.649	
Q	2.0	1.9178334	1.9186619	
Q'	2.0171179	1.9598944	1.8814033	
I	15.70320	−27.70433	−9.86648	
I'	10.27740	−25.32129	−16.41309	
$\sin U$	0	0.0945566	0.0530812	0.1665858
U	0	5.42580	3.04276	9.58937
$\cos U$		0.9955195	0.9985902	
G	1.0190166	1.0196480	0.9671650	
Y	2.0	1.9631812	1.9274790	
X	0.2758011	−0.3865582	−0.1149137	
结 束		$L'=\frac{\text{最后的}Q'}{\text{最后的}\sin U'}=11.293900$		

注意表中光线倾斜角正弦写在此角U本身的前面，因为它要用两次，一次用在换面计算，另一次用在计算下一面的$\sin I$。将$\cos U$记在角度后面也是有好处的，因为$\cos U$在计算G时要用到。X，Y值的计算附在每面计算之末，尽管并非每次都要作这种计算。各面数据记在相应的列上，面面间数据记在各面数据之间的分界线上。

C. 计 算 机 程 序

将以上计算步骤编成程序时，自然可以调用正弦和反正弦子程序，但用开平方根的算法会更快些。这里利用了如下的三角公式：

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

和

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

给定Q、$\sin U$和$\cos U$后，编程序的公式如下：

$$\left.\begin{aligned}\sin I&=Qc-\sin U\\ \cos I&=(1-\sin^2 I)^{1/2}\\ \sin(U+I)&=\sin U\cos I+\cos U\sin I\\ \cos(U+I)&=\cos U\cos I-\sin U\sin I\end{aligned}\right\}\quad(A)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin(-I')&=-(n/n')\sin I\\ \cos I'&=[1-\sin^2(-I')]^{1/2}\\ \sin U'&=\sin(U+I)\cos(-I')+\cos(U+I)\sin(-I')\\ \cos U'&=\cos(U+I)\cos(-I')-\sin(U+I)\sin(-I')\end{aligned}\right\}\quad(B)$$

$$G=Q/(\cos U+\cos I)$$

$$Q'=G(\cos U'+\cos I')$$

换面：

$$Q_2=Q_1'-d\sin U_1'$$

注意：(A)的三个公式和(B)的三个公式是相同的，只是代

进的数值不同，因而编一段“余弦交叉积子程序”处理这三个公式是很方便的，每次调用时，只要送进适当的数据即可。但要记住负角的余弦是正的。使用这个程序时，要令$\sin U'$和$\cos U'$的值赋给下一面的$\sin U$和$\cos U$。

Ⅳ　一些有用的关系式

A. 测球公式

常常要知道在曲率半径为r的球面上的光线高度Y和矢高X的关系。由图11易见$r^2=Y^2+(r-X)^2$，因而有：

$$X=(X^2+Y^2)/2r$$
$$=r-(r^2-Y^2)^{1/2}$$

它可以利用二项式定理展开成下式

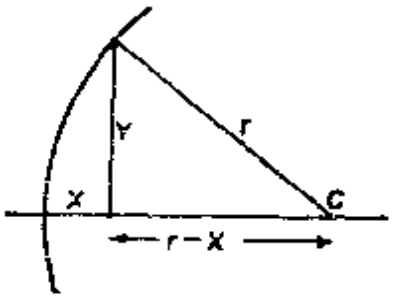


图11　测球公式

$$X=\frac{Y}{2}\left(\frac{Y}{r}\right)+\frac{Y}{8}\left(\frac{Y}{r}\right)^2+\frac{Y}{16}\left(\frac{Y}{r}\right)^4+\cdots \qquad (9)$$

r可能变成无穷大，所以最好用面曲率c而不用半径r来表达X。令$c=1/r$，得到

$$X=cY^2/[1+(1-c^2Y^2)^{1/2}] \qquad (10)$$

这个公式永远不会变成不确定的。对于平面，$c=0$，于是有$X=0$。

B. 一些有用的公式

球面上的光线追迹所涉及的各量之间有许多有用的关系式，这些关系式的推导并不困难。其中一部分列在下面：

$$G=r\tan\frac{1}{2}(U+I)=PA^2/2Y$$

$$(\text{弦})PA=2r\sin\frac{1}{2}(U+I)=2G\cos\frac{1}{2}(U+I)$$

$$Y=PA\cos\frac{1}{2}(U+I)=PA^2(\cos U+\cos I)/2Q$$

$$X=PA\sin\frac{1}{2}(U+I)=PA^2(\sin U+\sin I)/2Q$$

$$X=Y\tan\frac{1}{2}(U+I)=Y(\sin U+\sin I)/(\cos U+\cos I)$$

如下关系式也和光线在面上的折射有关：

$$n'\sin I'-n\sin I=Y\left[\frac{n'\cos U'-n\cos U}{r-X}\right]$$

$$=Y\left[\frac{n'\cos I'-n\cos I}{r}\right]$$

$$n'L'\sin U'-nL\sin U=r(n'\sin U'-n\sin U)=n'Q'-nQ$$

$$n'\cos U'-n\cos U=\cos(U+I)(n'\cos I'-n\cos I)$$

$$\tan\frac{1}{2}(I+I')=\tan\frac{1}{2}(I-I')(n'+n)/(n'-n)$$

C. 两球面相交高度

如果打算以两镜片边缘接触作为安装手段，就要适当选定轴上间隔，以使两相邻面相交处的直径在透镜通光孔径和外径之间。再者，如果想把大镜片的厚度减小到最低限度，就应算出这个镜片的厚度，使它的两个面按要求的直径相交（这个直径还应该加大一点，以保证有足够的边厚）。

给定r_1、r_2和轴上厚度d，首先算出

$$A=(2r_2+d)/(2r_1-d)$$

然后算出$X_2=d/(A-1)$和$X_1=AX_2=(X_2+d)$，相交高度

就是

$$Y=(2r_1X_1-X_1^2)^{1/2}=(2r_2X_2-X_2^2)^{1/2}$$

例：若 $r_1=50$，$r_2=250$，$d=3$，即可算出 $A=503/97=5.18556$。于是 $X_2=0.71675$，$X_1=3.71675$，得到 $Y=18.917$。

D. 镜片的体积

镜片体积和重量的计算分成三部分处理，即分别算出外侧的两个球冠和中间的圆柱。球冠体积可以用标准公式计算：

$$\text{体积}=\frac{1}{3}\pi X^2(3r-X)$$

消去 r 之后得到

$$\text{体积}=\frac{1}{2}\pi Y^2X+\frac{1}{6}\pi X^3 \qquad (11)$$

在许多情况下可以只按式(11)的第一项计算。这一项表示球冠的“平均”厚度，约等于$\frac{1}{2}X$。因而镜片体积大约等于高度为$\frac{1}{2}X_1+d-\frac{1}{2}X_2$的圆柱体的体积。记住每个 X 要和相应的 r 同号。

例：如图12所示的镜片，$r_1=20$，$r_2=10$，直径=16，边厚=6，两面的矢高分别为$X_1=1.6697$，$X_2=4.00$。要相加的三个体积按下表所列，即使镜片如此弯曲，近似计算的误差也只不过是3%。

	用式(11)计算的准确值	近 似 值
凸球冠：	54.2π	53.4π
圆柱体：	384.0π	384.0π
凹球冠：	-138.7π	-128.0π
体　积	299.5π	309.4π

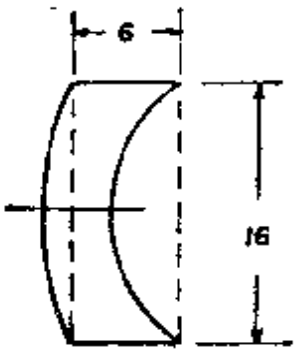


图12　镜片的体积

E．令U'取既定值的末面半径的求解

有时候需要为镜头寻求一个适当的末面半径，使得出射光线的倾斜角U'取既定值。在末面上入射光的Q、U值以及折射率n、n'是已知的。因为$I'=I+(U-U')$，

$$\sin I'=\sin I\cos(U-U')+\cos I\sin(U-U')$$

全式除以$\sin I$得到

$$\sin I'/\sin I=n/n'=\cos(U-U')+\operatorname{ctg} I\sin(U-U')$$

$$\tan I=\frac{\sin(U-U')}{(n/n')-\cos(U-U')} \tag{12a}$$

于是，知道I就可以按照下面的公式求出r，

$$r=Q/(\sin U+\sin I) \tag{12b}$$

V　倾斜面上的光线追迹

迄今为止只考察过各面曲率中心都在一条轴线上的透镜

系统。然而有时要求考虑一个面或一个镜片的微小倾斜的影响，据此计算“倾斜公差”，供车间使用。通过这样的倾斜面的子午光线要用特殊的公式来追迹。

A. 光线追迹公式

设倾斜面的曲率中心在透镜轴一侧，与轴的距离为 δ。于是这个面的倾斜角α由 $\sin\alpha=-\delta/r$给出，顺时针方向倾斜时令α角取正值。

在图13a中，P是光线在倾斜面上的入射点，C 是这个面的曲率中心，在下方距离光轴$-\delta$，显然$\angle PCA$等于$U+I-\alpha$。过 C 作平行于光线的直线，交垂直线AL于H。因此Q等于 $LH+HA$。$\angle PCH$ 等于 I，所以 LH 等于 $r\sin I$。长度 $HA=r\sin\angle HCA$，其中$\angle HCA=\angle PCA-I=U-\alpha$，于是

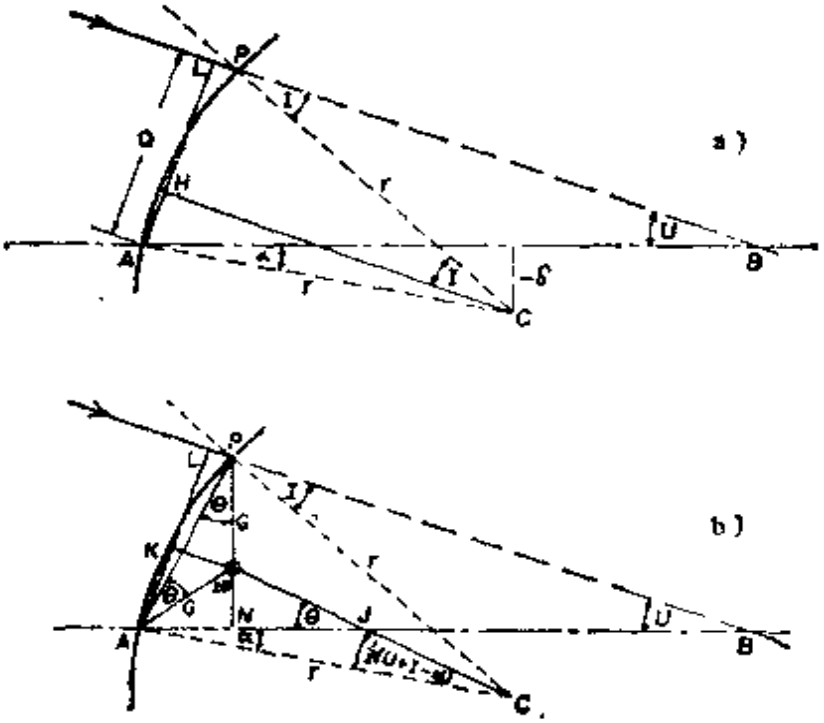


图13　光线入射于倾斜面上的情况

$$Q=r\sin I+r\sin(U-\alpha)$$

或
$$\sin I=Qc-\sin(U-\alpha)$$

为了完成全部推导，再看图13b。在图中，$\angle PCA$的平分线交垂直线PN于O。由于$\triangle POC$和$\triangle AOC$全等，所以$PO=OA=G$，$\angle APO=\angle OJA=\angle PAO=\theta$。

但是$\theta=\angle ACJ+\angle JAC=\frac{1}{2}(U+I-\alpha)+\alpha=\frac{1}{2}(U+I+\alpha)$。因此$\angle AON=2\angle APO=(U+I+\alpha)$，于是

$$Y=PN=G[1+\cos(U+I+\alpha)]$$
$$X=AN=G\sin(U+I+\alpha)$$

为了使线段Q和线段G联系起来，由A向光线作一条有用的垂直线交光线于L，并通过O作一条平行于光线的直线，交Q线段于点K。于是

$$Q=LK+KA=G\cos U+G\cos\angle KAO$$

然而

$$\angle KAO=\angle KAN-\angle NAO=(90^\circ-U)-(90^\circ-2\theta)$$
$$=2\theta-U=I+\alpha$$

因此

$$Q=G[\cos U+\cos(I+\alpha)]$$

或
$$G=Q/[\cos U+\cos(I+\alpha)]$$

因此光线追迹公式变为

$$\sin I=Qc-\sin(U-\alpha)$$
$$\sin I'=(n/n')\sin I$$
$$U'=U+I-I'$$

对于短半径只需用

$$Q'=[\sin I'+\sin(U'-\alpha)]/c$$

通用的公式：

$$G=Q/[\cos U+\cos(I+\alpha)]$$
$$Q'=G/[\cos U'+\cos(I'+\alpha)]$$

往下一面的转换计算和非倾斜面时一样。使用这些公式的时候，建议把异常角度值列出来（如果有的话），它们是$U-\alpha$、$I+\alpha$、$I'+\alpha$和计算X、Y用的$U+I+\alpha$。要注意，沿光轴前进的光线在倾斜面上受到折射，沿一定的倾斜方向出射，因此近轴光线是没有意义的。表Ⅱ是追迹通过倾斜面的光线的例子。通过倾斜面时的象散计算见第209页。

表Ⅱ　通过倾斜面的三条光线的追迹

c	−0.0616427			−0.0616427			−0.0616427	
d	0.4	11.285856	0.4	11.285856	0.4	11.285856		
n	1.649	1.0	1.649	1.0	1.649	1.0		
	上边缘光线			轴上光线			下边缘光线	
$U-\alpha$	2.04276			−1.0			−4.04276	
$U'-\alpha$	7.89180			−1.64914			−11.29834	
Q	1.9186619			0			−1.9186619	
短半径Q'	1.8900228			0			−1.8715593	
I	−8.85398			1.0			10.88115	
I'	−14.70302			1.64914			18.13673	
$\sin U$	0.0530812	0.1545690	0	−0.0113294	−0.0530612	−0.1767738		
U	3.04276	8.89180	0	−0.64914	−3.04276	−10.29834		
$I+\alpha$	−7.85398			0			11.88115	
G	0.9645347			0			−0.9704096	
$I'+\alpha$	−13.70302			0.64914			19.13673	
通用的Q'	1.8900237			0			−1.8715603	

只有横向移动量Δ的镜片的两个面都是倾斜的，如图14所示。第一面的倾斜量是$\alpha_1=\sin^{-1}(-\Delta/r_1)$，第二面是$\alpha_2=\sin^{-1}(-\Delta/r_2)$。当镜片向光轴下方偏移时（如图所示），Δ

取负值。要注意的是，轴向间隔d应该沿系统主光轴（而不是偏心镜片本身移动了的轴）来计算。如果这个移动量小（偶然产生的偏移是这样的），就不成为问题，但是如果因某种原因而有意令镜片偏移一个比较大的量时，就必须注意。

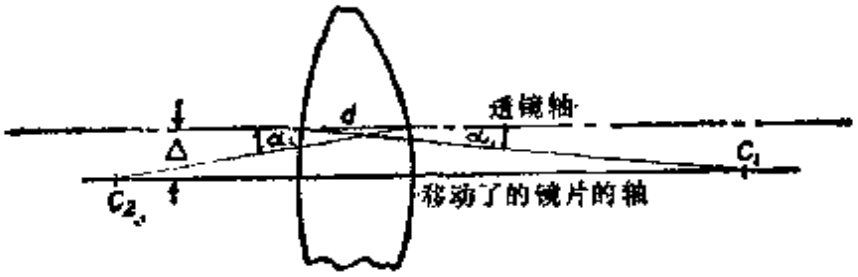


图14　偏心的镜片

B．光线通过倾斜面的追迹例子

以第32页的双胶合透镜为例，假设它的末面顺时针方向倾斜$\alpha=1^{\circ}$。此时必须追迹轴上光线、上边缘光线和下边缘光线，因为倾斜面对这三条光线的作用是不同的(见表Ⅱ)。

为了了解末面倾斜1°的结果，算出出射光线在近轴焦平面上的交点高度如下：

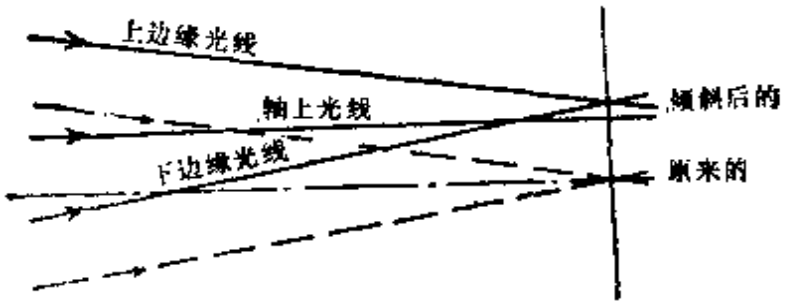


图15　透镜面倾斜的结果

上边缘光线：　　0.147350

轴上光线：　　0.127870

下边缘光线：　　0.148448

图15以大比例将这种情况画出来，并且和未面没有倾斜的情况比较。显然，末面的倾斜使整个象上移了，并且产生大量彗差。

Ⅵ　非球面上的光线追迹

非球面有几种表达方法。最简单的是把相对于某一平面的矢高用如下表示：

$$X=a_2Y^2+a_4Y^4+a_6Y^6+\cdots$$

由于轴对称，只出现Y的偶次项。第一项正是一个抛物面。类似地，用公式(9)的幂级数表示球面，如果球面比较深，就要多取几项。

用下面的公式将非球面表示成对球面的偏离往往更好：

$$X=\frac{cY^2}{1+(1-c^2Y^2)^{1/2}}+a_4Y^4+a_6Y^6+\cdots \qquad (13)$$

式中c是密切球面的曲率，a_4、a_6……是非球面系数。

如果已知曲面是由圆锥截线产生的，则可以表示成：

$$X=\frac{cY^2}{1+[1-c^2Y^2(1-e^2)]^{1/2}} \qquad (14)$$

c是圆锥截线顶点上的曲率，e是偏心率。表达式中的$(1-e^2)$称为"圆锥常数"，因为它决定曲面形状。其值列于下面的表中。

在非球面上作光线追迹时，首先要决定入射点座标X和Y。非球面由X、Y之间的关系所确定，入射光线则由Q、U值所确定。由图16易见：

$$Q=[X]\sin U+Y\cos U$$

曲　　面	偏心率	圆锥常数
双曲面	>1	负
抛物面	1	0
长球面（椭球小端）	<1	<1
球　面	0	1
扁球面（椭球侧面）	−	>1

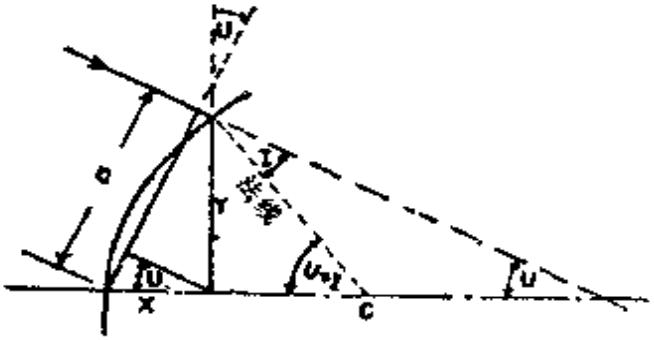


图16　通过非球面的光线追迹

公式中的[X]用非球面的表达式代替．从而得到一个Y的方程式，它和非球面有相同的级次。

解这个方程式时，先假设一个适当的Y值，例如令$Y=Q$，然后算出余量R：

$$R=[X]\sin U+Y\cos U-Q$$

显然，Y的准确值是令$R=0$的值。根据牛顿法，

$$(\text{较好的}Y)=(\text{原来的}Y)-R/R'$$

其中R'是R对Y的导数，即

$$R'=(dX/dY)\sin U+\cos U$$

用这个公式作很少的几次迭代，就可以求出令R小于任意规定的界限值（例如0.00000001）的Y。已知Y，就可以从非球面方程式中直接求出X。然后光线追迹按照下面的步骤进行：

法线的斜率是dX/dY。因此

$$\tan(U+I)=dX/dY$$

$$\sin I'=(n/n')\sin I$$

$$U'=U+I-I'$$

$$Q'=X\sin U'+Y\cos U'$$

往下一面的转换计算用通常的方法处理。

当曲面是圆锥截线曲面时，计算可以简化，因为这时要求解的方程是普通的二次方程。注意当非球面用公式(14)定义时，它的导数是

$$\tan(U+I)=dX/dY=cY/[1-c^2Y^2(1-e^2)]^{1/2} \quad (15)$$

例：设非球面由下面的公式给定：

$$[X]=0.1Y^2+0.01Y^4-0.001Y^6$$

则

$$dX/dY=0.2Y+0.04Y^3-0.006Y^5$$

设$n=1.0$，$n'=1.523$。如果入射光线的$U=-10°$，$Q=3.0$，则用牛顿法相继迭代的结果是：

Y	X	dX/dY	R	R'	R/R'
3.0	0.981	0.222	0.124772	1.023958	0.121924
2.878076	0.946119	0.344369	−0.001357	1.044607	−0.001299
2.879375	0.946556	0.343244	0		

因此

$$\tan(U+I)=(dX/dY)=0.343244,\ U+I=18.94448°$$

但是 $U=-10°$；所以

$$I=28.94448°,\ I'=18.52805°$$

$$U'=0.41644$$

$$Q'=Y\cos U'+X\sin U'=2.886178$$

第三章　近轴光线和初始解

假定从一个既定物点出发，追迹一系列通过透镜的子午光线，其入射高由边缘光线高 Y_m 开始取值，逐步减小，直到光线十分靠近透镜轴为止。然后作曲线（图17），表示入射高 Y 和象距 L' 的关系。这曲线有两个分支，分别在光轴下方和上方，二者形状相同但反转。在边缘处，各点的位置是准确的，光线很靠近透镜轴时准确性变坏，而在光轴上，就完全不准确。因此，用一般的光线追迹方法，能作出靠近光轴部分以外的区域的曲线，而无法找出曲线和光轴相交的准确位置。这是所用的数学表和计算方法精度有限所决定的。

不过上述曲线和光轴相交的准确位置可以作为一个极限求出来。处处和光轴十分靠近的光线称为“近轴”光线，于是可以把近轴象距 l' 看成是当孔径 Y 逐渐减小时 L' 的变化极限，即

$$l'=\lim_{Y\to 0}L'$$

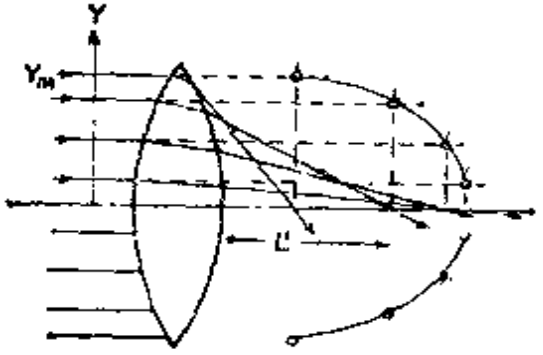


图17　Y 和 L' 的关系图

I　近轴光线追迹

由于任何近轴光线的高度和角度都是无穷小量，所以可以用这样一组新的光线追迹公式来求得它们的相对大小，这

组光线追迹公式是将正弦写成以弧度为单位的角度值，将余弦写成 1.0 而得到的。无穷小量有有限的相对大小，所以可以用任一个有限数来表示近轴量，但要记住假定每一个数都乘以一个很小的因子，例如 10^{-60}，这样写成 2.156878 的近轴角并不表示2.156878 弧度，而是 2.156878×10^{-60} 弧度。完全不必处处写出 10^{-60}. 但当近轴量有其特定意义时就必须想到它的存在。当然，纵向近轴数据如 l 和 l' 不是无穷小量。

A 标准近轴光线追迹公式

明白前面所讲的之后，就可以将公式组(4)改造成近轴光线追迹公式。将正弦写成角度，余弦写成 1.0，并且记住在近轴区Q和Q'都蜕化为近轴光线高y，就可以得到

$$\left.\begin{aligned} &i=yc-u,\quad y=lu=l'u'\\ &i'=(n/n')i\\ &u'=u+i-i'=yc-i' \end{aligned}\right\}\qquad(16)$$

还有变换$y_2=y_1-du_1'$。注意，近轴量用小写字母表示，以区别于用于计算实际光线光路的真正高度和角度。

作为例子，再次利用第32页的双胶合透镜的数据，以初始数据 $y=2.0$，$u=0$ 追迹一条近轴光线通过这个透镜（表Ⅱ）。和过去的做法一样，近轴象距用末面的 y 除以出射角 u' 而得到，算出 $l'=11.285849$。它和边缘光线的 L' 稍微不同，后者已算出是 11.293900。这个差别是由球差产生的。

B. $(y-nu)$ 法

由于近轴关系式有线性性质，很容易对近轴光线追迹公式作一些代数处理，消去部分或全部近轴角度。后者只不过

表Ⅲ　通过双胶合透镜的近轴光线追迹

c	0.1353271	−0.1931098	−0.0616427	
d	1.05	0.4		
n	1.517	1.649		
y	2	1.9031479	1.8869730	
i	0.2706542	−0.4597566	−0.1713856	
i'	0.1784141	−0.4229538	−0.2826148	
u	0	0.0922401	0.0554373	0.1666665

是辅助量而已。例如，为了消除入射角i和i'，可以令式(16)第一式乘以n，而令相应的折射光线的表达式乘以n'，得到

$$ni=nyc-nu,\quad n'i'=n'yc-n'u'$$

近轴光线的折射定律是$ni=n'i'$，所以令上面两个公式相等，就得到

$$n'u'=nu+y(n'-n)c \tag{17a}$$

这个公式可以和下面的公式结合，用于近轴光线追迹，

$$y_2=y_1+(-t/n_1')(n_1'u_1')^* \tag{17b}$$

注意(17a)和(17b)形式相同，两式都是令原值加上另一个变量与一个常数之积而得到新值。由此得到一种极其简单而方便的光线追迹方法，即$(y-nu)$法。表Ⅳ是用这两个公式追迹表Ⅲ的近轴光线的结果。

计算步骤如下。计算每个y或nu时，在y、nu所在的横行中，取出原来的y或nu值，令它加上右方的数与此数上方的数之积。即由y_1和$(nu)_1$开始，首先计算$(nu)_1'=(nu)_1+y_1\times(n'-n)_1c_1$。然后取$y_1$，使它加上$(nu)_1'$与$-d/n$之积以求$y_2$，如此返复进行，直到最后一面。结束公式是

---

* 原文误为$y_2=y_1+(-t/n)(n_1'u_1'$——译者注。

表Ⅳ　用(y-nu)法追迹近轴光线

c	0.1353271	0.1931098	−0.0616427	
d	1.05	0.4		
n	1.517	1.649		
$\phi=(n'-n)c$	0.0699641	−0.0254905	0.0400061	
$-d/n$	−0.6921556	−0.2425713		
y	2	1.9031479	1.8809730	$l'=11.285856$
nu	0	0.1399282	0.0914160	0.1666664
l	∞	20.632549	33.929774	
l'	21.682549	34.329774	11.285856	

$l'=$(最后的y)/[最后的$(nu)'$]

($y-nu$) 光线追迹表中的数自然和表Ⅲ相应的数相同，表Ⅲ是用通常的方法追迹近轴光线而得到的。($y-nu$)法的工作量和直接计算法大致相同，但将会看到，用($y-nu$)法追迹光线有许多优点。

因为对于从同一物点发出的任何近轴光线，象距l'是相同的，所以可以随意选择任何初始y值或nu值，但是不能两者都任意选取，因为受关系式$y=lu$的约束。许多设计者总是令$y_1=1.0$，而算出相应的$(nu)_1$。这样，如果物体位于第一面左方50单位距离处，就可以取$y_1=1.0$，$(nu)_1=-0.02$，记住当物体在面的左方时l是负的。正的l表明有一个虚物位于透镜第一面的右方，而光线是从左方进入的。

当从右到左反过来追迹近轴光线时，必须令原值减去（而不是加上）相应的积。因此从右到左的计算有如下公式：

$$nu=(nu)'-y(n'-n)c,\quad y_1=y_2-(-d/n)(nu)_2$$

C. 逆 计 算

$(y-nu)$法比用i、i'作直接计算优越的地方之一，是必要时可以使计算过程倒逆，即由光线数据求透镜数据。如果从其它途径知道了y、nu值的序列，就可以令式(17a)和(17b)反转过来，计算透镜数据：

$$\phi=\frac{n'-n}{r}=\frac{(nu)'-nu}{y}, \qquad \frac{-d}{n}=\frac{y_2-y_1}{nu}$$

这常常是极为有用的方法，而且是直接的光线追迹所做不到的。

D. 求角度解和高度解法

修改透镜结构时，有时会要求用改动某一面前面的厚度来使该面上的近轴光线入射高度恢复到某个既定值，或者改动该面的曲率以令近轴光线经该面折射后的倾斜角恢复到某个既定值*。这都可以由令式(17a)、(17b)倒转而得到解决。求高度解时，按下面的公式确定该面前面的间隔：

$$d=(y_1-y_2)/u_1'$$

求角度解时用下面的公式：

$$c=[(nu)'-nu]/y(n'-n)$$

当希望用适当选择末面半径的办法来令透镜焦距恢复到既定值时，后一个公式特别有用。应当指出，这个公式和式(12)的近轴公式等效，是分别令式(12)中的$\tan I$用i代替，$\sin(U-U')$用$(u-u')$代替，$\cos(U-U')$用1.0代替，$\sin U$和$\sin I$用u、i代替，Q用y代替得到的。

---

* 这些做法以后分别称为“求高度解”和“求角度解”——译者注。

E. (l, l') 法

在推导式(17a)*时，消掉了不必要的辅助量——入射角。其实还可以进一步把光线倾斜角u、u'也消掉。为此令式(17a)*除以y，并且注意到$l=y/u$，$l'=y/u'$。作这样的取代之后，就得到人们熟知的表达式

$$\frac{n'}{l'}=\frac{n}{l}+\frac{n'-n}{r} \tag{18}$$

计算时采用如下形式：

$$l'=\frac{n'}{(n/l)+\phi}$$

其中

$$\phi=(n'-n)/r=(n'-n)c$$

面间转换公式是

$$l_2=l_1'-d$$

表Ⅳ之末给出了这种计算的一个例子。记住l和l'分别用于面的左方和右方的光线。当然，在两面之间的空间，光线多数并不和光轴相交，这时l或l'都不是真实存在的。

F. 非球面上的近轴光线

追迹近轴光线时，各非球面项都不起作用，只需考虑曲面的顶点曲率。后者由幂级数展开式的二次项系数给出。

G. 近轴光线的图解追迹

不能将通常的图解光线追迹法用于近轴光线，因为后者

* 原文误为式(16)——译者注。

太靠近光轴了。但是我们可以设想将全部曲线和直线画在一张橡皮上，然后令其横向伸张100倍以上。这样一来，原来图中的全部圆都变成通过透镜轴的直线，只是全部轴上点（包括全部面曲率中心和近轴物点、象点）的位置不变。图18是和图8对应的近轴光线图。横向尺度无关重要。入射高和算出的y值相同；长度ab等于nu，长度cd等于$(nu)'$。到为ac是$n'-n$，显然$(nu)'=nu+y(n'-n)/r$，和式(17a)相符。

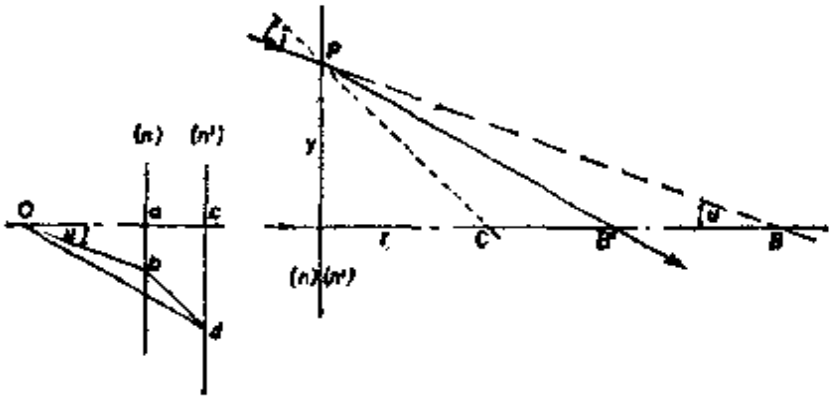


图18　近轴光线的图解追迹

Ⅱ　用(W, U)法追迹光线

如果面曲率半径小，或是平面，有一种大为简化的实际光线和近轴光线追迹法可用㊀。被追迹的光线由W和U所规定。W定义为由面曲率中心向光线引的垂直线的长度乘以光线所在介质的折射率。因而（见图19a）

$W=nP=nr\sin I=n'r\sin I'$(根据折射定律)$=n'P'$，光线追迹公式是

㊀ M. Herzberger, "Modern Geometrical Optics", p. 18, Wiley (Interscience), New York, 1958.

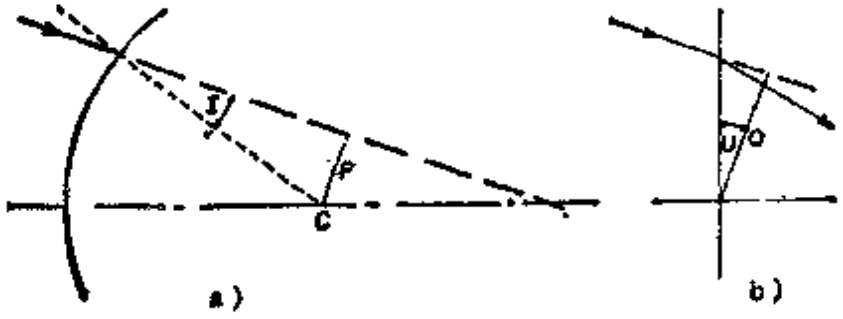


图 19
(a)$P=r\sin I$的表示 (b)平面

边缘光线	近轴光线
$\sin I=WR$(其中$R=c/n$)	$i=wR$
$\sin I'=WR'$(其中$R'=c/n'$)	$i'=wR'$
$U'=U+I-I'$	$u'=u+i-i'=u+wZ$
	[其中$Z=(R-R')$]

起始：

$$W=n(L-r)\sin U$$

换面：

$$W_2=W_1+C\sin U_1' \quad \text{其中} \quad C=n(r_1-d-r_2)$$

结果

$$L'=W/(n'\sin U')+r$$

表Ⅴ是用这种方法追迹边缘光线和近轴光线的例子。附带指出，近轴量Z正是匹兹伐和$(n'-n)/nn'r$。这种方法的预备性计算比前几种方法复杂，但是光线追迹简单得多，因此常常是想要追迹通过同一透镜的多条光线时才用。我们不能用这种方法作高度解或角度解处理。

用这种方法计算时，将W值寄存在计算器的存储器中是有好处的，因为每追迹一个面此值要用三次。而角度正弦不再用到，不必记下。

表V　用(W, U)法追迹光线

r	8.572	−7.258	∞	5.735	−3.807	−16.878
d	2.4	0.4	7.738	1.8	0.4	
n	1.5224	1.61644	1	1.51625	1.61644	
R	0.1166589	−0.0905012		0.1743679	−0.1732393	−0.0366538
R'	0.0766283	−0.0852361		0.1149994	−0.1625016	−0.0592487
Z	0.0400306	−0.0052651		0.0593685	−0.0107377	0.0225949
C	20.44583	−12.3787	−13.473	11.73881	20.48191	
			边 缘 光 线			
W	3.175	5.899857	4.696820 2.883227	0.7666809	3.139677	6.481176
I	21.73980	−32.27233		7.68256	−32.95058	−13.74256
I'	14.08109	−39.19077		5.05821	−30.67732	−22.58175
U	0	7.65871	5.57715	9.03834	11.66269	9.38943	18.22862
			近 轴 光 线			
w	3.175	5.773607	4.576604 2.831286	0.7253551	3.065730	6.474961
u	0	0.1270972	0.0966986	0.1563075	0.1993707	0.1664618	0.3127533

结束：L'=3.841251　　f'=10.151771

l'=3.825158

LA'=0.016093

A. 平面特殊情况

显然，一般的(W,U)公式不适用于平面，因为当曲率中心在无限远处，W将成为无穷大。不过，可以用nQ表示W，用$n'Q'$表示W'，改造标准的(Q,Q')法。于是对于平面有（见图19b）：

$$\sin U'=(n/n')\sin U,\quad u'=nu/n'$$
$$W'=W\tan U/\tan U',\quad w'=wn'/n$$

前面的换面公式也失去意义，因为半径之一变成无穷大。不过从一个面转换到下一个平面或从一个平面向下一面转换时，只要在计算C时认为平面的$r=0$，就可以完成换面计算。同时，平面的$X=0$，所以$Y=W/(n\cos U)=W'(n'\cos U')$。如果末面是平面，结果公式变成$L'=W'/(n'\sin U')$。

Ⅲ 倍率和拉格朗日定理

A. 横向倍率

首先考察图20的单个折射面。设B、B'是一对轴上共轭点，和折射面的距离分别是l、l'。在B处放一个小物体，由此物体顶端引一条近轴光线到面顶点。光线在顶点折射，倾斜角θ和θ'是入射角和折射角。因而$n\theta=n'\theta'$，亦即$nh/l=n'h'/l$。两边乘以y，得到

$$hnu=h'n'u' \tag{19}$$

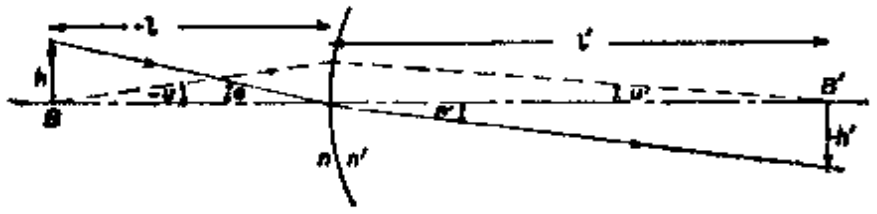


图20 拉格朗日关系式

这个重要关系式称为拉格朗日 (Lagrange) 定理，有时亦称为史密斯-亥姆霍尔兹 (Smith-Helmholtz) 定理。因为面右方的h'、n'和u'分别等于下一面左方对应的量，因而乘积 hnu 是任何两个面之间的空间（包括物空间和象空间）的不变量。这个乘积称为拉格朗日不变量，或按近来的说法，称为光学不变量。

因为这个定理同样适用于原来的物体和最后的象，自然得到如下关于象倍率的公式：

$$m=h'/h=nu/n'u'$$

对于空气中的透镜，这个倍率只需写成 u_1/u_k'（设系统共有k面）。物方和象方的nu值之比决定倍率，这正是通常乐于用 $(y-nu)$ 法追迹近轴光线的原因之一。

B. 纵向倍率

物体沿透镜轴的纵向尺寸为δl，或沿透镜轴移动一段小距离 δl 时，其对应的纵向象大小或象的纵向位移量是 $\delta l'$，纵向倍率$\bar{m}$由$\bar{m}=\delta l'/\delta l$确定。微分式(18)得到

$$-n'\delta l'/l'^2=-n\delta l/l^2$$

两边乘以y^2，得到

$$n'\delta l'u'^2=n\delta lu^2$$

这是纵向的拉格朗日公式，乘积 δlu^2 也是不变量。纵向倍率是

$$\bar{m}=\delta l'/\delta l=nu^2/n'u'^2=(n'/n)m^2 \qquad (20)$$

对于空气中的透镜，$\bar{m}=m^2$。由此可见，纵向倍率永远是正的，即如果物由左向右移动一段小距离，象也将由左向右移动。

Ⅳ　透镜系统的高斯光学

一般认为透镜的四个基点和两个焦距的概念是高斯提出的。为了了解这些术语，设想有一组沿平行于光轴的方向由左方进入透镜的平行光线(图21)。其中一条边缘光线A通过透镜后，在象空间交光轴于J，如此等等，顺次往下移，直到近轴光线C交光轴于F_2。

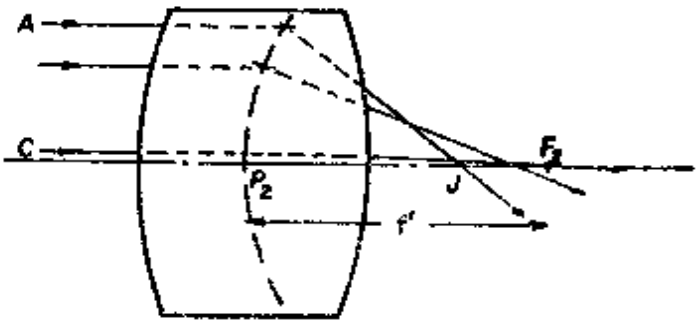


图21　等价折射面

若令这些光线的入射线和出射线延长相交，就可以产生一个“等效折射面”。这是一个环绕透镜轴的调转面，它包含了整个平行光束所有的等效折射点。这个面的近轴部分是垂直于光轴的平面，称为主平面，其轴上点P_2称为主点。和无穷远共轭的近轴象点F_2称为焦点，由P_2到F_2的纵向距离是透镜的后焦距f'。

从右方平行于光轴进入的平行光束亦类似地产生另一个等效折射面，有其相应的主点P_1及焦点F_1，由P_1到F_1的间隔称为前焦距f。由透镜后顶点到F_2点的距离称为透镜的后截距。当然，由透镜前顶点到F_1点的距离称为透镜的前截距。由于历史上的原因，复合透镜的焦距常称为等价焦距，简写成EFL，但术语“等价”是多余的，以后省掉。

A. 两个主平面之间的关系

下一步，看图22。近轴光线从左到右行进，等效地在第

二主平面Q上屈折，出射后通过F_2，同时，类似的近轴光线B沿同一直线从右到左行进，等效地在R处屈折，和光轴交于F_1。令光线BRF_1上的箭头反向，就得到从左方发出，指向R，进入透镜的两条近轴光线，经过透镜后它们又成为从Q点向右方出射的两条近轴光线，所以Q显然是R的象，两个主平面是共轭的。由于R和Q相对于光轴有相同的高度，倍率是+1，因此主平面有时又称为“单位平面”。

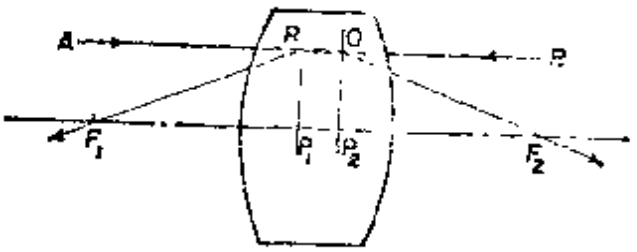


图22　作为单位平面的主平面

任何任意的近轴光线从左方进入透镜后，将继续前进，落在P_1平面上，然后跳过两个主平面之间的“空隙”，由第二个主平面上的一点（其高度与光线在第一个主平面上的交点高度相同）离开透镜（见图23）。

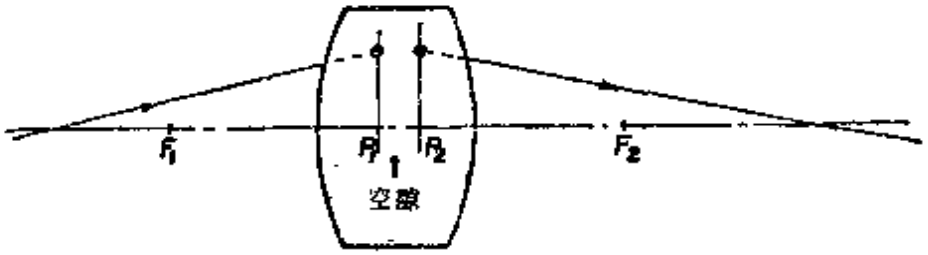


图23　近轴光线通过透镜的一般情况

B. 两焦距的关系

假设将一个高度为h的小物体放在透镜前焦平面F_1上（图24）。由此物顶点作平行于光轴的近轴光线，进入透镜。这条光线等效地在Q点屈折后出射，以倾斜角ω'通过F_2。由R

点发出，指向第一主点P_1的第二条光线将由P_2点出射（因为P_1、P_2是互相成象的），并且其出射倾斜角是ω'，因为R在焦平面上，所以，从R发出的全部光线必定在透镜右边互相平行地出射。由几何图形可知，$\omega=-h/f$，$\omega'=h/f'$，因而

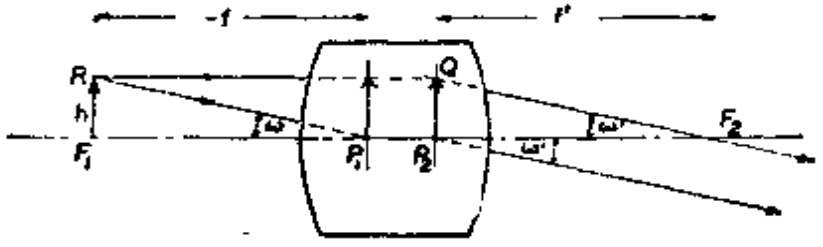


图24　两焦距之比

$$\omega'/\omega=-f/f' \tag{21a}$$

现在令物h沿光轴移到第一主平面P_1。其象将有相同高度，并且位于P_2。这时候，已知有一条近轴光线以倾斜角ω入射于P_1，以倾斜角ω'离开P_2，于是可以应用拉格朗日定理。据此得到

$$hn\omega=hn'\omega' \quad 或 \quad \omega'/\omega=n/n' \tag{21b}$$

令式(21a)和(21b)相等，就得到

$$f/f'=-n/n'$$

因此，任何透镜的两个焦距和外部物、象空间的折射率成正比。对于空气中的透镜$n=n'=1$，两焦距相等而符号相反。这个负号简要地说明如果F_1在P_1的右方，则F_2必在P_2的左方。但这并不是说这样使用的时候透镜是正的，那样使用的时候又是负的，透镜的符号和后焦距f'相同。透镜在水下室中使用时，$n=1.33$，$n'=1.0$，于是前焦距是后焦距的1.33倍。

C. 透镜的光焦度

透镜的光焦度定义为

$$P=\frac{n'}{f'}=-\frac{n}{f}$$

因此空气中的透镜的光焦度是后焦距的倒数。焦距和光焦度可以用任何单位表示，如果焦距以米为单位，则光焦度的单位就是屈光度。还要注意，透镜两边的光焦度是相同的，不管外界折射率如何。

将式(17a)用于系统中所有各面并取和，得到

$$\text{光焦度}=P=\frac{(nu')_k-(nu)_1}{y_1}=\sum\frac{y}{y_1}\left(\frac{n'-n}{r}\right) \quad (22)$$

累加号内的量是各面对光焦度的贡献。括号中的表达式$(n'-n)/r$是一个面的光焦度。

D. 焦距的计算

1. 用一条近轴光线计算

如果一条近轴光线由左方平行于光轴，以入射高y_1进入透镜，以倾斜角u'由右方出射(见图25a)，则后焦距是$f'=y_1/u'$。前焦距f用类似的方法从右到左追迹一条平行于光轴的近轴光线而求得。自然，如果透镜是在空气中，就会有$f=-f'$。从透镜后顶点到第二主平面的距离是

$$l_{H'}=l'-f'$$

类似地还有

$$l_H=l-f$$

2. 用一条斜光线计算

可以用如下的方法改造拉格朗日公式，使它适用于十分

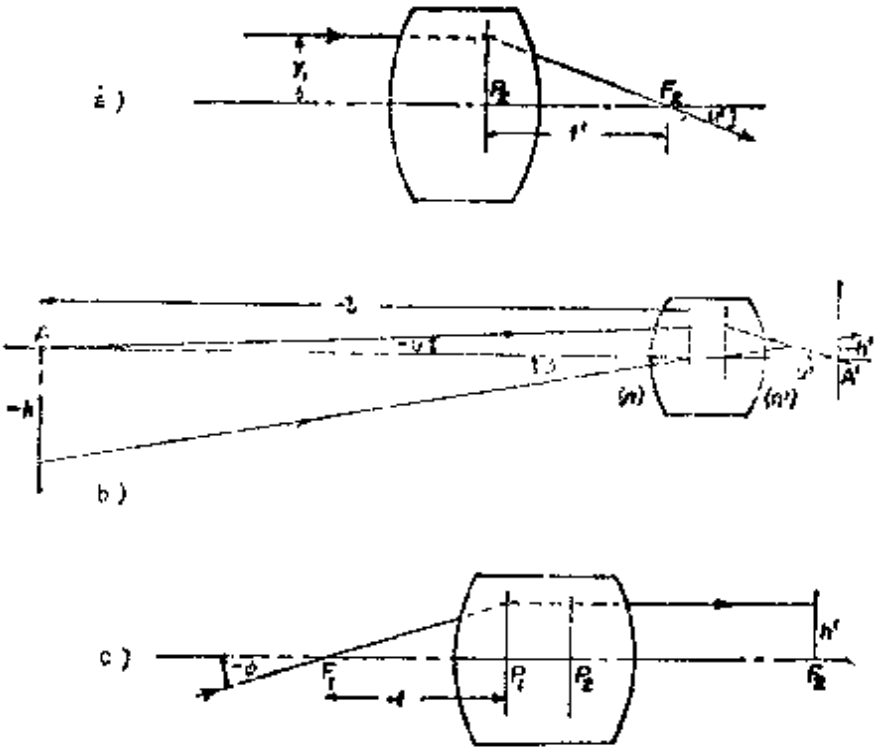


图25　焦距关系式

远的物体。在图25b中，A是很远的物体，它的象是A'。当物距l变成无限大，象A'趋近后焦点。于是据拉格朗日定理

$$h'n'u'=hnu=(h/l)n(lu)=-ny_1\tan\phi$$

或

$$h'=-\tan\phi(n/n')f'=+f\tan\phi \qquad (23)$$

f是透镜的前焦距，和透镜外界折射率无关。这个公式是现行美国国家标准协会（ANSI）关于焦距的定义的基础。实际上从图25c看到，这个关系式是显然的，在图中有一条以倾斜角ϕ通过前焦点的近轴光线进入透镜。

E　共轭距离关系

利用相似三角形容易证明，如果物、象和相应的透镜焦点的距离是x、x'，则

$$m=-f/x=-x'/f' \quad \text{所以} \quad xx'=ff' \tag{24a}$$

类似地，如果物、象和对应的主点的距离是 p、p'，则

$$n'/p'-n/p=n'/f'=-n/f=\text{透镜光焦度}$$

和

$$m=np'/n'p \tag{24b}$$

对于空气中的透镜，这个公式简化成

$$\frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=\frac{1}{f'} \quad \text{和} \quad m=\frac{p'}{p} \tag{24c}$$

对于通常的正透镜，将实物成实象的情况，令前面最后两式合并往往是方便的。这时候，如果忽略掉各量的符号，即将全部尺寸和倍率都看成是正的，就会得到

$$f'=\frac{pp'}{p+p'}, \quad p=f'\left(1+\frac{1}{m}\right), \quad p'=f'(1+m) \tag{25a}$$

这些关系式常用这样的话来表达："物距是焦距的 $[1+(1/m)]$ 倍，象距是焦距的 $(1+m)$ 倍"。

合并以上公式得到物象距离

$$D=f'\left(2+m+\frac{1}{m}\right) \tag{25b}$$

令这个公式倒逆，就可以根据 f' 和 D 计算倍率：

$$m=\frac{1}{2}k-1\pm\left(\frac{1}{4}k^2-k\right)^{1/2} \quad \text{其中} \quad k=D/f' \tag{25c}$$

要注意，不论光线是否真正交于透镜左方的光轴上，也不论光线是否真正确定"物"或"象"，p 和 x 都是透镜左方的光线的参量。同样，p' 和 x' 是透镜右方的光线的参量。如果 p'、x' 在原点（分别为第二主点和第二焦点）右方，则取正值。

F. 节　　点

透镜的节点是透镜轴上具有如下性质的一对共轭点：任

何指向第一节点的近轴光线以与入射时的倾斜角相同的倾斜角从第二节点上出射。设节点是 N_1、N_2，主点是P_1、P_2，易证(图26)：

$$F_1P_1=F_2N_2=f \quad 和 \quad F_1N_1=P_2F_2=f'$$

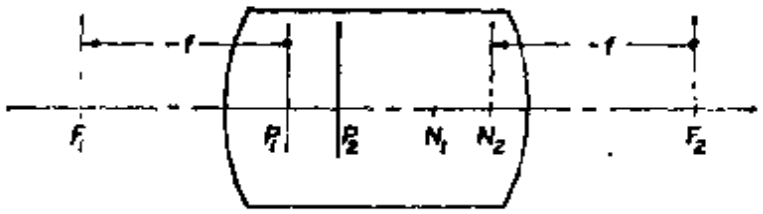


图26 主点和节点

当透镜在空气中，两个焦距相等，这时两个节点和两个主点分别重合。

V 光学系统的初级象差设计

除非是特殊的物镜，大多数光学系统是由一系列互相之间有一定距离的“薄”透镜组成的，所以这里汇集一些关于单厚透镜和薄透镜组的性质关系式是有好处的。

A. 单厚透镜

为厚透镜的两个面排出前述的 $(y-mu)$ 计算表，容易证明：

$$光焦度=\frac{1}{f'}=(N-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}+\frac{t}{N}\frac{N-1}{r_1}\frac{}{r_2}\right)$$

其中N是玻璃折射率。后截距是

$$l'=f'\left(1-\frac{t}{N}\frac{N-1}{r_2}\right)$$

后主平面的位置在

$$l'_{pp}=l'-f'=-f'\left(\frac{t}{N}\quad\frac{N-1}{r_1}\right)$$

前焦距和前截距有类似关系式。两个主平面之间的空隙或间隔是

$$Z=t+l'_{pp}-l_{pp}=t(N-1)/N^*$$

对于一般折射率1.5左右的冕牌玻璃，Z约等于$t/3$。

B. 单个薄透镜

如果透镜是如此之薄，以至作任何计算时，在要求的精度范围内都可以忽略其厚度，就可以看成是薄透镜。当然，对于精度高的设计，无所谓薄透镜。不过利用薄透镜的概念作光学系统初始设计是很方便的，所以在设计的早期阶段常常采用薄透镜公式，而最后加进厚度。

薄透镜的光焦度是它的各面光焦度之和，或是各镜片光焦度之和（如果这个薄透镜是由多个镜片构成的薄的透镜系统**）。因为这时入射光线通过薄的透镜系统时，入射高y不变。于是对于单个透镜有

$$\text{光焦度}=\frac{1}{f'}=(N-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

对于薄的透镜系统，有

$$\text{光焦度}=\Sigma 1/f$$

---

* 这是近似公式。在不利的情况下它的相对误差会超过百分之五。准确的公式是 $Z=t\cdot\frac{(N-1)+\alpha}{N+\alpha}$，其中 $\alpha=t\cdot\frac{N-1}{r_2-r_1}$，$r_1$，$r_2$分别是透镜第一面、第二面的曲率半径——译者注。

** 注意区别“薄的透镜系统”和“薄透镜系统”，前者仅为密接的薄透镜组，其整体可视为薄透镜；后者指的是一般由多个薄透镜构成的系统，各薄透镜之间可能有不可忽略的间隔距离——译者注。

C. 同心透镜

全部折射面的曲率中心重合于一点的透镜称为同心透镜。这种透镜的节点在上述公共中心。因为任何指向这个中心的光线都不会偏折，所以主点和节点亦与公共中心重合。远处的物体的象也是以公共中心为心的球面，其半径等于焦距。同心系统可以是完全折射的，也可以包括反射面。

D. 平行板引起的象位移

容易证明(见第131页)，如果将一块用透明材料制的平行板放在透镜和它所成的象之间，则这个象将沿离开透镜的方向移动一段距离

$$s=t\left(1-\frac{1}{N}\right)$$

如果$N=1.5$，s等于板厚的三分之一，象的倍率为1。这是人们所熟知的令象纵向移动而不改变其大小的方法。放在透镜和它所成的象之间的棱镜也会使象移动同一距离，后者是沿在棱镜中的光路的方向计算的；不过真正的象的移动量决定于光路在棱镜中的往返次数，并且可以设计出这样的棱镜，把它放进或取出光路都不会使最后象产生任何位移。

E. 透镜弯曲

透镜设计者最有效的手段之一是令透镜"弯曲"，即改变它的形状而不改变光焦度。如果是薄透镜，已知其焦距为

$$\frac{1}{f'}=(N-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

可写成$c_1=1/r_1$，$c_2=1/r_2$和$c=c_1-c_2$。于是有

$$\frac{1}{f'}=(N-1)(c_1-c_2)=(N-1)c$$

显然，只要保持c不变，可以选定任意的c_1值而解出c_2值。如果薄的透镜系统是由几个薄透镜构成的，就可以给定c_1，然后用下面的方法确定其它半径：

c_1给定后，则$c_2=c_1-c_a$，$c=c_a-c_b$等*。

或者也可以根据既定透镜的数据，令各面曲率改变同一量Δc。于是

新的c_1＝旧的$c_1+\Delta c$

新的c_2＝旧的$c_2+\Delta c$

⋮

图27是一个透镜一系列的弯曲状态，其中$c=0.2$，起始时$c_1=-0.1$。每次增加$\Delta c=0.1$，得到图示的一系列弯曲形状。注意，正弯曲使透镜上、下端向右弯，反之向左弯。

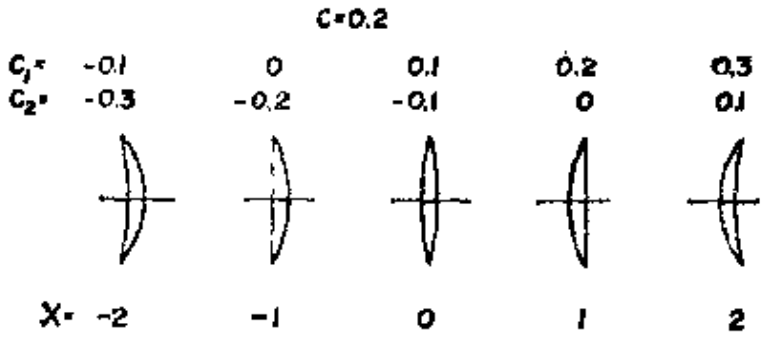


图27　单个薄透镜的弯曲

我们用一个方便的无量纲的形状参数X来表示单透镜的形状。它定义为

$$X=\frac{r_2+r_1}{r_2-r_1}=\frac{c_1+c_2}{c_1-c_2}$$

---

* c_a、c_b等是构成此透镜系统的顺次各镜片的总曲率——译者注。

于是给定了f'和X，就可以用下面的公式求出薄透镜的面曲率：

$$c_1=\frac{1}{2}c(X+1) \quad 和 \quad c_2=\frac{1}{2}c(X-1)$$

或 $$c_1=\frac{X+1}{2f'(N-1)} \quad 和 \quad c_2=\frac{X-1}{2f'(N-1)}$$

注意，等凸透镜和等凹透镜的$X=0$。平凸透镜和平凹透镜的X值为+1.0或−1.0，X的绝对值大于1.0，表示弯月透镜。正透镜若弯向右方，X必定是正的，若弯向左方则是负的*。

如果被弯曲的是厚透镜，尤其是当它是复合透镜时，可以令它除末面以外的各面一律增加Δc，然后再求出令最后的u'不变的末面曲率半径，以使透镜光焦度达到期待值。这是第49页中讨论过的求角度解的问题。但是如果是单个厚透镜，必要时仍然可以用X表示透镜形状。对于焦距为f'的厚透镜，有

$$r_1=(N-1)\frac{f'\pm[f'^2+(f'l/N)(X+1)(X-1)]^{1/2}}{X+1}$$

或

$$c_1=\frac{-N\pm[N^2+(Nt/f')(X+1)(X-1)]^{1/2}}{t(N-1)(X-1)}$$**

于是可以用如下关系式求出r_2或c_2：

$$r_2=r_1\left(\frac{X+1}{X-1}\right) \quad 或 \quad c_2=c_1\left(\frac{X-1}{X+1}\right)$$

---

* 原文为"……当X值大于1.0表示弯月透镜。透镜若弯向右方X总是正的，若弯向左方则是负的"不妥——译者注。

** 原文分母误为$t(N-1)(X+1)$——译者注。

例：如果$f'=8$，$t=0.8$，$N=1.523$，$X=1.2$，则薄透镜公式给出$c_1=0.26291$，$c_2=0.02390$。如果考虑到厚度影响，厚透镜公式给出$c_1=0.26103$，$c_2=0.02373$。有限厚度的影响十分小，即使对这种弯月透镜也是这样。

F. 分离薄透镜组

对于由一系列分离的薄透镜组成的系统，不能单纯用各镜片的光焦度相加来求全系统的光焦度，因为各镜片上的y随间隔而变。这时必须改用公式(22)，即

$$\text{光焦度}=\Sigma(y/y_1)\phi$$

其中ϕ是各镜片的光焦度。

把前述$(y-nu)$光线追迹方法用于一系列光焦度为ϕ、间隔为d的分离薄透镜是方便的，注意这时$(y-nu)$法中的折射率全部是1.0。所用的公式是：

$$u'=u+y\phi \quad \text{和} \quad y_2=y_1+(-d_1')u_1' \tag{26}$$

作为例子，求如下系统的光焦度和象距：

$\phi_a=0.125$，$\phi_b=-0.20$，$\phi_c=0.14286$

$d_1'=2.0$，　$d_2'=3.0$

这个系统的$(y-u)$表是

ϕ	0.125	−0.2	0.14286	
$-d$		−2.0	−3.0	
y	1	0.75	0.825	
u	0	0.125	−0.025	0.09286

于是焦距是1/0.09286=10.769，后截距是0.825/0.09286=8.885。当然，(y,u)计算过程总是可逆的，如果已知光线应当具有的y、u值，就可以在表中从下到上地计算，求得能给

出要求的光路的透镜系统。

作为例子，设有相距 2 英寸的两个透镜，这个透镜组处于固定的相距 6 英寸的物和象之间，要求倍率为 -3。问这两个透镜的光焦度应该是多少？在通常的(y,u)表上填上各已知量。因为倍率是-3，进入系统的光线的倾斜角应当等于从系统出射的光线的倾斜角的-3倍，两个透镜必须把图 28 所示的这两段光线联接起来：

	ϕ		ϕ_a	ϕ_b	
	$-d$		-2		
$l=-2.0$	y		6	2	
	u	-3	(u_b)	1	$l'=2.0$

显然，两透镜之间的光线的倾斜角 $u_b=(2-6)/(-2)=2.0$。于是 $\phi_a=(u_b+3)/6=5/6=0.8333$，$\phi_b=(1-u_b)/2=-0.5$。因而所求的焦距分别为1.2英寸和$-2$英寸*。

由图28一眼看出，把两段光线联接起来的任何透镜都是这个问题的解。实际上，用一个放在 AB 和 CD 的交点处的单透镜（如虚线所示）就可以做到这一点。这个透镜的 $a=$

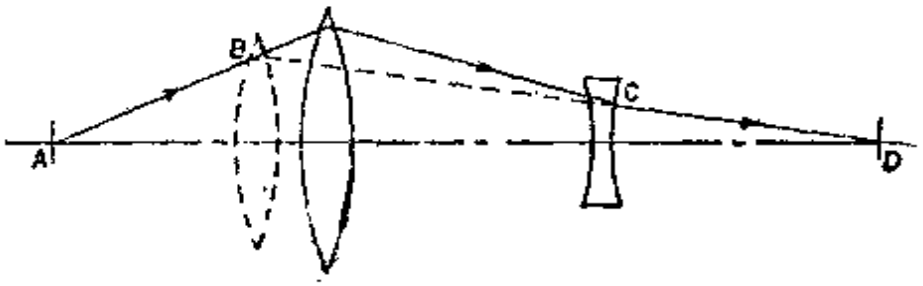


图28　具有一定倍率的双透镜系统

* 表中所列的是假设物体和第一个镜片的距离是-2.0作为初始条件之一而得到的解——译者注。

1.5英寸，$b=4.5$英寸*，$f'=1.125$英寸。

G. 加进厚度

为了实现某种目的，设计出一个薄透镜系统之后，下一步就是加进适当的厚度。按比例画出各镜片（假设镜片是等凸或等凹的），就可以求出各镜片适宜的厚度，不过还需要将各镜片按照原定的焦距缩放，然后计算各镜片的主点，调整空气间隔，使各主点之间的间隔**等于原来各薄镜片之间的间隔。如果这些处理都正确无误，那么追迹一条来自无穷远处的近轴光线，就会求得和原来的薄透镜系统准确相等的焦距和倍率。

Ⅵ 变焦距系统的薄透镜设计

变焦距透镜是这样的透镜：它的焦距可以借沿光轴移动一个或一个以上的透镜组元而连续改变，同时用某种方法（光学的或机械的）使象位置保持在一个固定的平面上。焦距变化而象面不保持固定的系统称为变倍系统。后者适用于放映镜头或反射照相机的镜头。反射照相机操作者，在曝光之前要预先观察对焦。在电影摄影机或任何需保证改变焦距时焦面不动的场合，都要采用真正的变焦距镜头。

A. 机械补偿变焦距透镜

变焦距照相机镜头通常由一个顿德斯（Donders）型远焦系统装在一个普通照相机镜头前面构成（图 29）。改变焦

---

* a是从物体到透镜的距离，b是从透镜到象的距离——译者注。

** 前镜片后主点到后镜片前主点的距离——译者注。

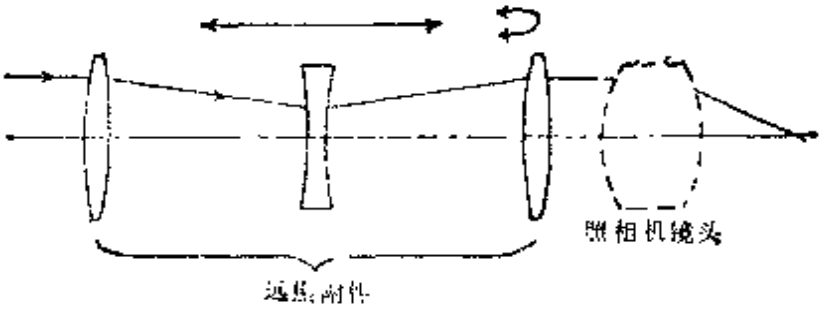


图29　机械补偿可变焦距系统

距时，令中间的负组元沿光轴移动，同时用一个往复凸轮令前组元或后组元移动，以保持焦面位置不变。

例：假设要设计一个放大率可以在 3:1 的范围上变化的对称顿德斯望远镜。负组元的倍率必须从$\sqrt{3}$变到$1/\sqrt{3}$，即从1.732变到0.577。负组元的焦距按下式求得：

$$\text{焦距}=\frac{\text{透镜移动量}}{\text{倍率改变量}}$$

设$f_a=f_c=4$英寸，$f_b=-1.0$英寸。各透镜的位置如下：

中间组元数据			薄透镜间隔		
倍率	物距	象距	前	后	象移动
1.732	1.577	−2.732	2.423	1.268	−0.309
1.4	1.714	−2.400	2.286	1.600	−0.114
1.0	2.000	−2.000	2.000	2.000	0
0.7	2.429	−1.700	1.571	2.300	−0.129
0.577	2.732	−1.577	1.268	2.423	−0.309

最后一列数（象移动量）表明，为了保持象在无穷远处，远焦顿德斯望远镜的前组元或后组元必要的移动量。这个望远镜可以按接收平行光的条件装在照相机的前方。对近处的物体对焦时，要令前组元沿光轴移动，否则对近处的物体变焦规律起变化。当然，如果作为放映镜头使用，就不必保持

远焦条件，也不必具备对近处物体作对焦调整。

接在顿德斯望远镜后面的照相机镜头的焦距可以是任意的，最好尽能用大一点的远焦附件以减小象差。早期这种型式的可变焦距镜头装有简单的消色差双透镜，以作为变焦距组元。

B．三透镜变焦距镜头

这种系统也是有三个组元，按正-负-正排列，后面没有固定透镜(图30)。第一个透镜是固定的，第二、第三个透镜互相反向移动。全系统的焦距等于透镜a的焦距乘以透镜b和c的倍率。因此严格要求b和c同是放大的或缩小的，否则c的作用将会抵消b的作用。

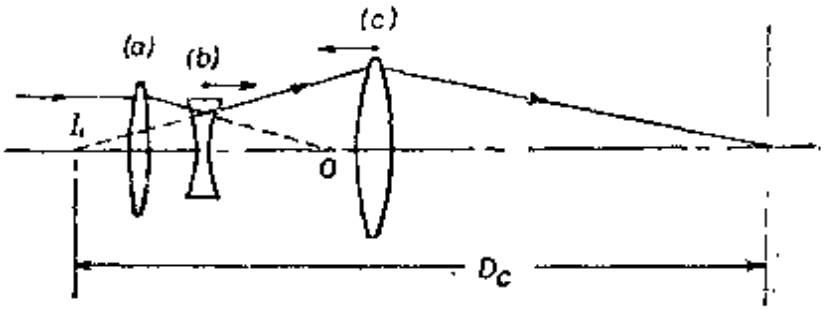


图30　机械补偿三透镜变焦距镜头设计

当负透镜b处于倍率为1的位置时，象I_1位于其可能的最右端。当b向右移动，其倍率将增大，这时透镜c必须向左移动以使本身的倍率也增大。计算方法是简单的。令透镜a固定，其所成象亦固定在O点。对于透镜b的每一个位置，都可以找出其所成象的位置，从而确定透镜c的物象距离D_c。然后用式(25c)计算m_c，同时也就计算出第三透镜的共轭距离。

例：设$f_a=3.0$，物体在很远处，$f_b=-1.0$，$f_c=2.7$。由透镜a到象平面的距离等于10.0。各透镜的四个典型位置

列于下面的表中：

m_b	$1/m_b$	l_b	ab (间隔)	l_b'	D	m_c	l_c	bc (间隔)	l'	焦距
1.0	1.00	2.00	1.00	−2.0	11.00	1.3117	4.7584	2.7584	6.2416	3.935
1.5	0.67	1.67	1.33	−2.5	11.17	1.4426	4.5716	2.0716	6.5951	6.492
2.0	0.50	1.50	1.50	−3.0	11.50	1.6550	4.3314	1.3314	7.1686	9.930
2.3	0.435	1.435	1.565	−3.3	11.735	1.7864	4.2114	0.9114	7.5234	12.326

由表中可见，虽然负透镜的倍率变化范围只有 2.3:1，但焦距变化范围稍微超过3:1。图 31 表示两个透镜的移动情况。采用这些数据时，透镜 a 的焦距是可以任意的，起始物距也是可以任意的，但透镜a产生的象必须落在最后象面前方7个长度单位的地方。这种变焦距系统用于变焦距显微镜，物镜独自在最后的象位置上产生一个虚物。

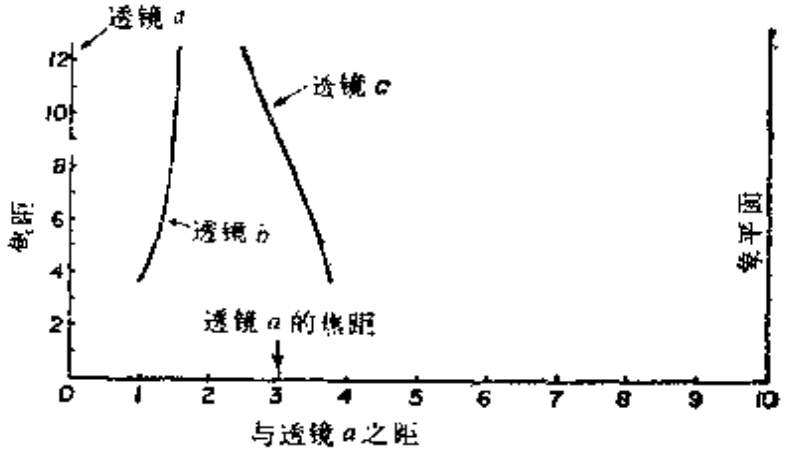


图31　三透镜变焦距系统的透镜运动情况

C. 三透镜光学补偿变焦距系统

这个系统在1949年为库维利 (Cuvillier) 所采用⊖，称

⊖ R. H. R. Cuvillier, Le Pan-Cinor et ses applications, La Tech. Cinemat. 21, 73(1950)，以及U. S. Patent 2,566, 485, filed January, 1950.

为潘兴诺（Pan-Cinor）镜头。将两个可动透镜联接起来，在二者之间有一个固定透镜（一般互相联接的两个透镜都是正的，固定透镜是负的，但是也可以作别的安排）。适当选择各透镜的光焦度和间隔，就可以做到当外侧两个透镜移动时，象将几乎保持固定，而不需要凸轮，所以称为“光学补偿”系统。对近处物体对焦时，必须移动中间的负透镜，或改变两个可动透镜之间的距离。

这种系统的薄透镜初始的设计方法明白易懂，尽管涉及的代数计算是复杂的。图32是这种系统的起始状态。如图中

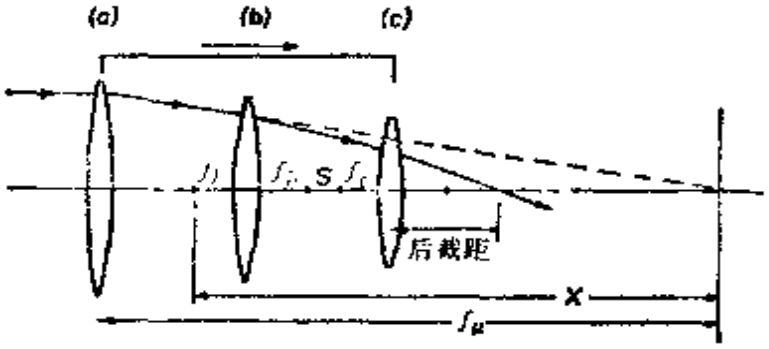


图32　三透镜光学补偿变焦距系统设计

所示，透镜a和b的相邻焦点之间的距离是X，透镜b和c的相邻焦点之间的距离是S。于是可以作出如下的这三个透镜的表，并用（$y-u$）法追迹一条近轴光线，

ϕ		$1/f_a$	$1/f_b$	$1/f_c$
$-d$		$-(f_a+f_b-X)$	$-(f_b+f_c+S)$	
y	1		$(X-f_b)/f_c$	$-\dfrac{f_b^2+XS+Xf_c}{f_cf_b}$
u	0	$1/f_a$	X/f_af_b	$-\dfrac{f_b^2+XS}{f_af_bf_c}$

因此起始焦距是

$$-f_a f_b f_c/(f_b^2+XS) \tag{27}$$

起始后截距是$f_a+f_c^2X/(f_b^2+XS)$。注意，起始后截距与f_a无关。

现在假设令变倍部分（透镜a和c）向右移动一段距离D。于是X和S都增加D，但是为了使象保持在固定位置，要求后截距减小D。因此

$D=$（起始后截距）－（新的后截距）

$$=\left[f_c+\frac{f_c^2X}{f_b^2+XS}\right]-\left[f_c+\frac{f_c^2(X+D)}{f_b^2+(X+D)(S+D)}\right] \tag{28}$$

由此得到

$$f_b^4+(f_b^2+SX)(S+D)(X+D)+f_b^2(f_b^2+SX)$$
$$-f_c^2X(X+D)=0 \tag{29a}$$

这个系统要成为一个有效的变焦距镜头，它的象面位置就应不但对一个位移量D是固定的，而且对位移量$2D$也是固定的。令式（29a）中的D改为$2D$，得到

$$f_b^4+(f_b^2+SX)(S+2D)(X+2D)+f_b^2(f_b^2+SX)$$
$$-f_c^2X(X+2D)=0 \tag{29b}$$

令式（29b）减式（29a），得到

$$f_c^2=\frac{(f_b^2+SX)(X+S+3D)}{X}$$

将它代回式（28）就得到

$$f_b^2=-\frac{X(X+D)(X+2D)}{S+2X+3D} \tag{30}$$

因而对于任何一组X、S和D的数值，都可以求出透镜b和c的光焦度来。不过还可以引入“变焦比”R来简化上述表达式。R是起始焦距和最后焦距的比值。利用式（27），得到

$$R=\frac{f_b^2+(X+2D)(S+2D)}{f_l^2+XS}$$

它给出

$$f_l^2=\frac{(X+2D)(S+2D)-RXS}{R-1} \tag{31}$$

合并式（30）和式(31)，消去f_b，将S表示成R、X和D的函数：

$$S^2[X(1-R)+2D]+S[2X^2(1-R)+3DX(3-R)+10D^2]-(X+2D)[X(R-1)(X+D)-2D(2X+3D)]\doteq 0$$

为简明起见，可以令$D=1$，使系统规格化，解出S，

$$S=\frac{2X^2(R-1)+3X(R-3)-10\pm 4\sqrt{X(R+1)+2}}{2X(1-R)+4}$$

我们会发现，根号取负号对应的系统是可用的，由此得到

$$S=\frac{X^2(R-1)+X(R-5)-6}{2-X(R-1)} \tag{32}$$

于是

$$f_b^2=\frac{X+1}{R-1}(XR-X-2)$$

$$f_l^2=\frac{4R}{R-1}\frac{2+X+XR}{(2+X-XR)^2} \tag{33}$$

如果R大于1，可动透镜是正的，如果R小于1，可动透镜是负的。为了使后空气间隔（$d_b=(f_b+f_c+S)$）是正，必须选择合理的X起始值。大致适宜的数值是，

R：5　4　3　2　0.5　0.4　0.3　0.2

X：1.3　1.7　2.4　4.5　−7.0　−5.5　−1.5　−3.8

例：设计$R=3$，$X=2.2$的光学补偿可变焦距镜头。由

式（32）和式（33）给出

$$S=0.3,\quad f_b^2=3.84,\quad f_c^2=11.25$$

因为R大于1，两个可动透镜是正的，固定透镜是负的。开平方根之后得到

$$f_b=-1.95959\quad 和\quad f_c=3.35410$$

设透镜 a 和 b 的起始间隔是 3.0，可求得前透镜的焦距是 7.15959，后空气间隔d_b'起始时应当是1.69451。用 $(y-u)$ 法可算出下表所列数据：

变倍组元的移动量	后截距	象移动量	焦距
−0.5	8.81839	−0.5357	
（起始位置） 0	8.85410	0	10.457
0.5	8.41660	0.0625	
$D=1.0$	7.85410	0	5.882
1.5	7.31839	−0.0357	
2.0	6.85410	0	3.486
2.5	6.46440	0.1103	

由表中看到，象平面通过对应于$D=0$、1 和 2 这三个原先设计时预定的位置，但是对于其它 D 值，象面偏离这个位置。如果变焦系统尺寸大，这种偏离［通常叫做幅度（loop）］将会十分显著。但是如果系统大小适中，并且是装在一个光焦度相当大的小固定镜头前面（例如装在8mm电影摄影机前面），上述偏离会小到可忽略的程度。还可以看到，象距和变倍运动量的关系是立方曲线(图33)。

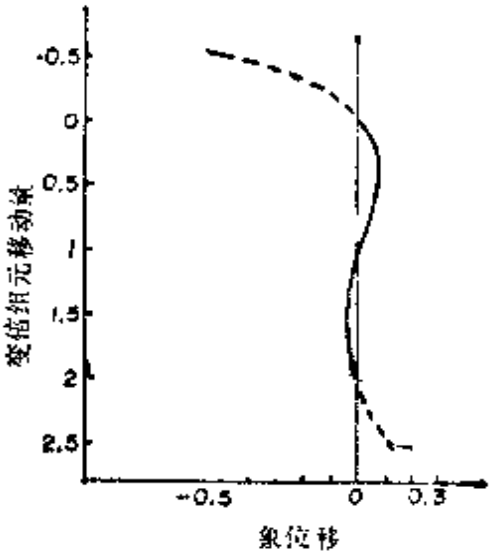


图33　三透镜光学补偿变焦距系统的象移动

D 四透镜光学补偿变焦距系统

用如图[illegible]的四透镜装置，可以显著减小对焦象位置之间的幅度。这时采用一个固定的前透镜，后面是一对互相联接的可动透镜，两个可动透镜之间有一个固定透镜。四个透镜的光焦度和间隔的代数求解和前一节所讲的相似，但要复杂得多。

现在以H、X和S表示三个空气间隔中的相邻焦点的距离，X和S的作用和前一节相同。起始透镜间隔是

$$d_h'=f_h+f_a-H \quad d_a'=f_a+f_b+X \quad d_b'=f_b+f_c+S$$

起始焦距和起始后截距分别是

$$\frac{f_hf_af_bf_c}{f_a^2S+HXS-f_b^2H},\quad f_c+f_c^2\left(\frac{f_a^2+HX}{f_a^2S+HXS-f_b^2H}\right)$$

二者分母相同。现在令可动透镜移动距离为D，于是S增加D，而H、X和后截距减小D。然后以$2D$和$3D$代替D，经过三次相减之后就得到如下关系式：

$$f_c^2(f_a^2+HX)+(f_b^2H-f_a^2S-HSX)(S-X-H+6D)=0 \tag{34}$$

假设可动透镜a和c的光焦度相等，就可使问题大为简化。这样等式（34）变成

$$f_a^4-f_a^2[-HX+S(S-X-H+6D)]+H(f_b^2-SX)(S-X-H+6D)=0$$

求出用f_a^2表示的f_b^2的解：

$$f_b^2=\frac{f_a^2+HX}{H}\left[S-\frac{f_a^2}{S-X-H+6D}\right]$$

将f_b^2代入原来联系变焦移动前后的后截距的关系式，并且注意$S=(X-3D)$，就得到

$$f_1^2+f_2^2(2H-3D)(H+X-3D)$$
$$-H(H-D)(H-2D)(H-3D)=0$$

$$f_1^2=\frac{f_a^2+HX}{H}\left[\frac{f_b^2}{H-3D}+(X-3D)\right] \tag{35}$$

变焦比R（起始焦距与最后焦距之比）是

$$R=\frac{-f_a^2X+X(H-3D)(3D-X)+f_b^2(H-3D)}{-(HX+f_a^2)(3D-X)-Hf_b^2}$$

如果可动透镜是负的，变焦比R小于1.0。

例：设计一个变焦距系统，其变焦比和前一例相同，以便比较象面移动幅度的大小。我们发现，这时候应当令$X=3.5$，$D=1$，$H=10.052343$。上述公式给出

$f_a^2=25.130858$　或　$f_a=f_c=-5.0130687$

$f_b^2=24.380858$　或　$f_b=4.937698$

$R=0.333333$　$(S=0.5)$

起始空气间隔是

$d_h'=f_h+f_a-H=0.5$(假设)；因而$f_h=15.565412$

$d_a'=3.424629$

$d_b'=0.424629$

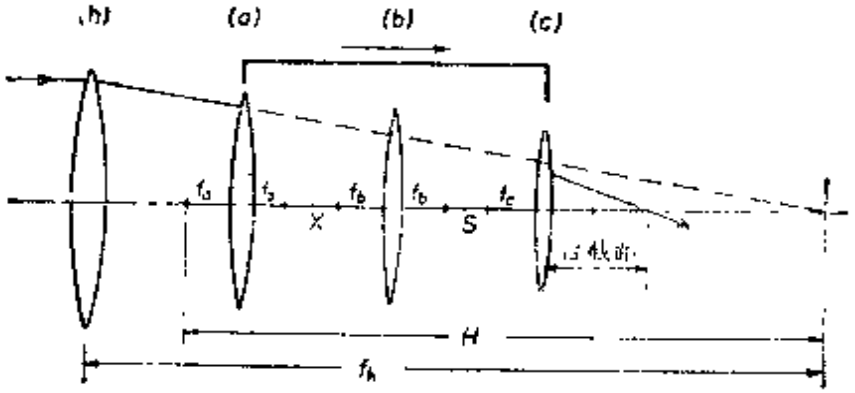


图34　四透镜光学补偿变焦距系统设计

我们发现，在中这四个透镜时，总焦距是负的，因而必须在后面加上第五个透镜以提供必要的正焦距。为了和第Ⅱ.C节的三透镜系统比较，设起始焦距为3.486。它要求后透镜焦距取4.490131，开始时位于第四镜片后方4个长度单位处。对一系列变焦位置追迹通过系统的近轴光线，得到下面表中的数据(见图35)。

变倍组元位移量		后截距	象面动量	焦距
	−0.5	6.22805	−0.00383	
(起始位置)	0	6.23188	0	3.486
	0.5	6.23267	0.00079	
$D=1.0$		6.23188	0	5.026
	1.5	6.23120	−0.00068	
	2.0	6.23188	0	7.253
	2.5	6.23352	0.00164	
	3.0	6.22188	0	10.458
	3.5	6.21538	−0.01650	

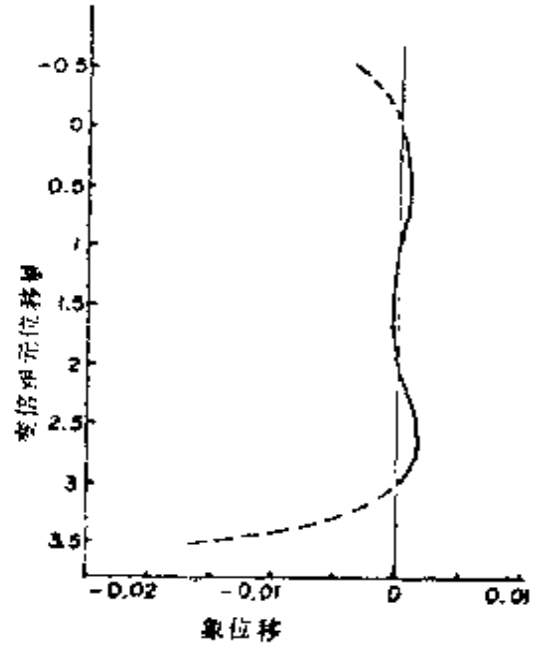


图35 四透镜光学补偿变焦距系统的象移动

注意这时的象面变化幅度只是前一种三透镜系统的五十分之一左右，现在的偏差曲线是四次的。显然，由于象面偏离这样小，自然可以设计出一个焦距变化范围宽得多（例如6:1或更宽）的四透镜变焦距透镜，而事实上已经有人这样做了。

E. 光学补偿变焦距放大镜头或印刷镜头

第Ⅶ.D节所讨论的四透镜变焦距系统可以由位于三个负透镜之间的两个一同运动的相同的正透镜构成。显然可以去掉外侧两个负透镜而构成一个三透镜变焦距印刷机或放大机系统。这种系统有四次方的偏点曲线。现在式(35)变成

$$f_a^4+f_a^2(2H-3)(H+X-3)-H(H-1)(H-2)(H-3)=0$$

$$f_b^2=\left(X+\frac{f_a^2}{H}\right)\left[\frac{f_a^2}{H-3}+(X-3)\right] \tag{36}$$

这两个公式可以用来设计一个系统，取$f_a=f_c$的正根，取f_b的负根。H是固定的物到前透镜的前焦点的起始距离，因而起始物距是$(H-f_a)$。起始透镜间隔分别是(f_a+f_b+X)和(f_a+f_b+X-3)。

例：设计$H=-8$、$X=2$的可变焦距系统。上述公式给出$f_a=f_c=6.157183$和$f_b=-2.667455$。起始时两个间隔分别为4.667455和1.667455。当移动变倍透镜以改变倍率时，这些间隔将增加或减小。物与象之间的总距离等于$2\times(14.157183+4.667455)=37.6493$。用$(y-u)$法追迹光线，给出下面表中的数据。图36是象移动曲线。注意现在是移动一对正组元，四次方曲线的弯曲方向和前一个例子相反，后者是移动一对负透镜。

如果想要实现比较宽的倍率范围，就要减小H值。如果透镜互相太靠近，则X会有所增加。显然，对于尺寸大小是没有什么妙法可施的。如果要求不同的物象距离，必要时可以缩放整个系统。固定的负组元是十分强的，实际上常分裂

成一对密接的负消色差透镜。这留给设计者自己做。

变倍组元移动量		象　距	要求的象距	象移动量	倍　率
	−0.5	17.762025	17.657184	+0.104841	
(起始位置)	0	17.157184	17.157184	0	−1.7520
	0.5	16.646875	16.657184	−0.010309	
	D=1.0	16.157184	16.157184	0	−1.2071
	1.5	15.661436	15.657184	+0.004252	
	2.0	15.157184	15.157184	0	−0.8285
	2.5	14.652316	14.657184	−0.004868	
	3.0	14.157184	14.157184	0	−0.5708
	3.5	13.680794	13.657184	+0.023610	

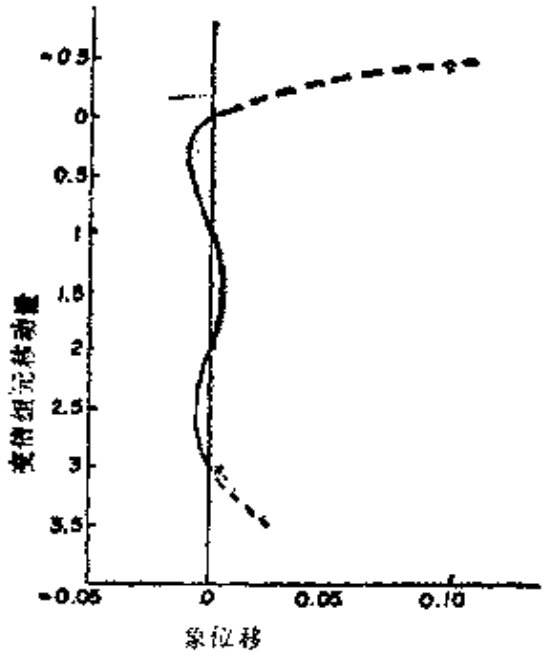


图36　变焦距放大机系统的象位移

第四章　色　　差

玻璃折射率随波长而变，所以透镜和折射率有关的各种性质也随波长而变。这些性质包括焦距、后截距、球差、场曲，以及全部其它象差。

1　双胶合透镜的色球差

以第32页中的双胶合望远物镜为例，对五种波长分别追迹一条边缘光线、一条带光线和一条近轴光线通过此透镜，得到下表所列的一系列象距数值（以D光近轴焦点为基准）：

波　　长	A' (0.7665)	C (0.6563)	D (0.5893)	F (0.4861)	g (0.4358)
冕牌玻璃折射率	1.51179	1.51461	1.517	1.52262	1.52650
火石玻璃折射率	1.63754	1.64355	1.649	1.66275	1.67408
边缘光线 $Y=2$	0.0198	0.0092	0.0080	0.0256	0.0577
带光线 $Y=1.4$	0.0058	−0.0105	−0.0175	−0.0159	0.0017
近轴光线	0.0320	0.0113	0	−0.0104	−0.0036

可以用两种方法作图表示这些数据。首先可以对每种波长作纵向球差和孔径的关系曲线（图 37a）；其次还可以对每一带作球差和波长的关系曲线（图 37b）。前一组曲线表示球差的色变化，即“色球差”，后一组曲线表示三个带的色差曲线。从这些曲线中可以看到如下几种象差。

1.　**球差**（LA'）

是最亮的（D）光的 $L'_{边缘} - l'_{近轴}$。在本例中等于0.0080，

稍微过校正。

2. 带球差（LZA'）

是D光的$L'_{带}-l'_{近轴}$。在本例中等于−0.0175，欠校正。边缘球差和带球差的最佳平衡状态，对于摄影物镜来说，一般是令$LA'+LZA'=0$，但是对目视系统最好令$LA'=0$。

3. 色差（$L'_{c,s}$）*

是$L'_F-L'_C$，在不同带上大小不同（见图38）：

带	$L_o=L'_F-L'_d$
边缘	+0.0164
0.7带	−0.0054
近轴	−0.0217

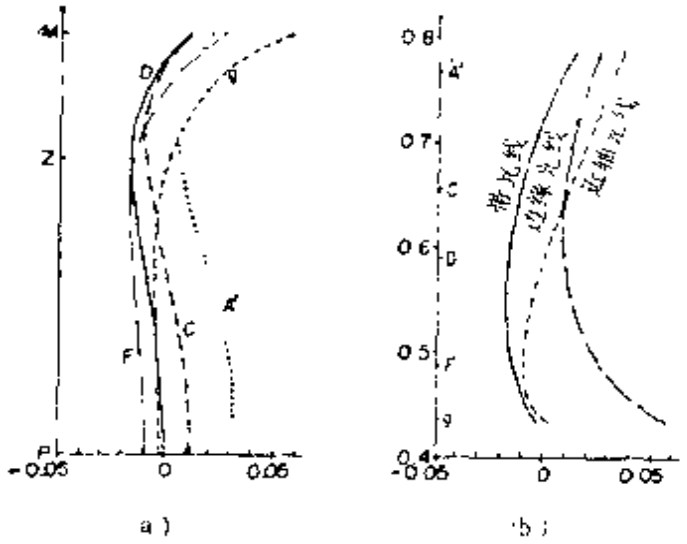


图37 色球差（$f'=12$）

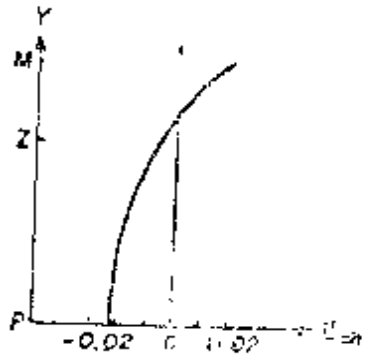


图38 色差随孔径的变化

(a) 球差的色变化 (b) 三个带上的色差

* 此处专指纵向色差$L'_F-L'_C$，横向色差见第十三章第V节——译者注。

如果没有指明哪一带，则通常指的是 0.7 带的色差，因为对目视系统来说，这一带上的色差等于零是最好的平衡状态。但是对于摄影镜头来说，通常取低一点的带，往往令两边缘色光的焦点在0.4带附近（非0.7带）一致比较好。

色差可以表示为光线高度 Y 的幂级数：

$$色差=L'_{a,}=a+bY^2+cY^4+\cdots$$

常数项 a 是近轴（"初级"）色差。第二项 bY^2 和第三项 cY^4 表示色差随孔径的变化，如图38所示。

4. 二级光谱

通常用蓝光或红光的焦点和 C-F 公共焦点的距离表示，公共焦点取自高度为 Y，此处 C 和 F 曲线相交。在第 32 页的例子中，C 曲线和 F 曲线交于 $Y=1.5$ 附近，在这个高度上其它波长的焦点对 C-F 公共焦点的偏离是：

谱　线：	A'	C	D	F	g
焦点偏离：	0.016	0	−0.007	0	0.016

若没有二级光谱，图 37b 将全部是直线。令透镜对两种色光消色差而不能兼顾其它色光的现象称为二级光谱。不要将二级光谱和前面第 3 段所述的二级色差混淆。

5 色球差

这是球差的色变化，用 F 光和 C 光的边缘球差之差表示：

$$\begin{aligned}色球差&=(L'-l')_F-(L'-l')_C\\&=(L'_F-L'_C)-(l'_F-l'_C)\\&=边缘色差-近轴色差\\&=0.0164+0.0217=0.0381\end{aligned}$$

Ⅱ 单个面对初级色差的贡献

为了确定单个球面对透镜近轴色差的贡献，对 F 光、C

光写出式(18)：

$$\frac{n'_F}{l'_F}-\frac{n_F}{l_F}=\frac{n'_F-n_F}{r} \quad 和 \quad \frac{n'_C}{l'_C}-\frac{n_C}{l_C}=\frac{n'_C-n_C}{r}$$

令C光的公式减去 F 光的公式之后得到：

$$\frac{n'_C}{l'_C}-\frac{n'_F}{l'_F}-\frac{n_C}{l_C}+\frac{n_F}{l_F}=\frac{(n'_C-n'_F)-(n_C-n_F)}{r}$$

现在令 $(n_F-n_C)=\Delta n$，于是 $n_F=n_C+\Delta n$，$n'_F=n'_C+\Delta n'$。把它们代入前面的公式，并且去掉分母中的量的足标（这不会引入过分的近似误差），得到

$$\frac{n'}{l'^2}(l'_F-l'_C)-\frac{n}{l^2}(l_F-l_C)$$

$$=\Delta n\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l}\right)-\Delta n'\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{l'}\right)$$

然后全式乘以 y^2。注意 $1/r-1/l=i/y$。于是有

$$n'u'^2L'_{ch}-nu^2L_{ch}=yi\Delta n-yi'\Delta n'=yni(\Delta n/n-\Delta n'/n')$$

对每一面写出此式并叠加起来。因为 $n'_1=n_2$，$n'_2=n_3$ 和 $L'_{ch1}=L_{ch2}$，许多量可以相消。结果就得到（设有 k 个面）：

$$(n'u'^2L'_{ch})_k-(nu^2L_{ch})_1=\sum yni(\Delta n/n-\Delta n'/n')$$

全式除以 $(n'u'^2)_k$ 之后得到

$$L'_{chk}=L_{ch1}\left(\frac{n_1u_1^2}{n'_ku'^2_k}\right)+\sum\frac{yni}{n'_ku'^2_k}\left(\frac{\Delta n}{n}-\frac{\Delta n'}{n'}\right) \qquad (37a)$$

连加号内的量就是各面对纵向近轴色差的贡献，可以写成

$$L'_{ch}C=\frac{yni}{n'_ku'^2_k}\left(\frac{\Delta n}{n}-\frac{\Delta n'}{n'}\right) \qquad (37b)$$

物的色差(如果有的话)按照通常的纵向放大规则传递到象，和透镜各面产生的色差相加。

在表Ⅵ中，用上述公式计算了双胶合透镜三个面的近轴

色差贡献，这个透镜的数据已经多次被引用过了。各面贡献之和是 -0.021653。令此值与第 83 页的 $l'_F-l'_C=-0.0217$ 比较后可见，各面色差贡献公式的计算结果和实际的近轴光线追迹结果是十分接近的，虽然在推导色差贡献公式的过程中曾经作了各种近似处理。

表VI　初级色差贡献

y	2	1.903148	1.880973	
n	1	1.517	1.649	
i	0.270654	−0.459757	−0.171386	
$1/u_i'^2$	36	36	36	
$n_F-n_C=\Delta n$	0	0.00801	0.01920	0
$\Delta n/n$	0	0.005280	0.011643	0
$(\Delta n/n-\Delta n'/n')$	−0.005280	−0.006363	0.011643	
$L_{ch}'C$	−0.102891	0.304054	−0.222816	$\Sigma=-0.021653$

Ⅲ　系统中的薄镜片的近轴色差贡献

薄透镜的物距和象距的经典关系式是：

$$\frac{1}{l'}=\frac{1}{l}+(n-1)c$$

对C光和F光写出这个公式，并且令F光的公式减去C光的公式，就得到

$$\frac{l'_C-l'_F}{l'^2}-\frac{l_C-l_F}{l^2}=(n_F-n_C)c=\frac{1}{f'V}\text{*} \tag{38}$$

乘上（$-y^2$）得到

$$L'_{ch}\left(\frac{y^2}{l'^2}\right)-L_{ch}\left(\frac{y^2}{l^2}\right)=-\frac{y^2}{f'V}$$

* 在此式和以后的公式中的f'是透镜的焦距，即后焦距，原文本来用f表示，现在一律改为f'，以区别于前焦距f——译者注。

或
$$L'_{ch}u'^2 - L_{ch}u^2 = -\frac{y^2}{f'V}$$

对系统中每个镜片写出这个公式并且叠加起来，经过多次相消之后得到(设系统共有 k 个镜片)：

$$L'_{chk}u'^2_k - L_{ch1}u^2_1 = -\Sigma y^2/f'V$$

最后，令全式除以u'^2_k，得到象的色差表达式：

$$L'_{chk} = L_{ch1}\left(\frac{u_1}{u'_k}\right)^2 - \frac{1}{u'^2_k}\Sigma\frac{y^2}{f'V} \tag{39}$$

在上述各公式中f'表示各薄镜片的焦距，V 表示阿贝数即色散系数：

$$V = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

V 值的大小变化范围是25（最重的火石玻璃）到75左右（最轻的冕牌玻璃）。每种玻璃可以用在一张联系中间折射率 n_D 和 V 数的图上的一点代表（参看图39）。此图表示肖特公

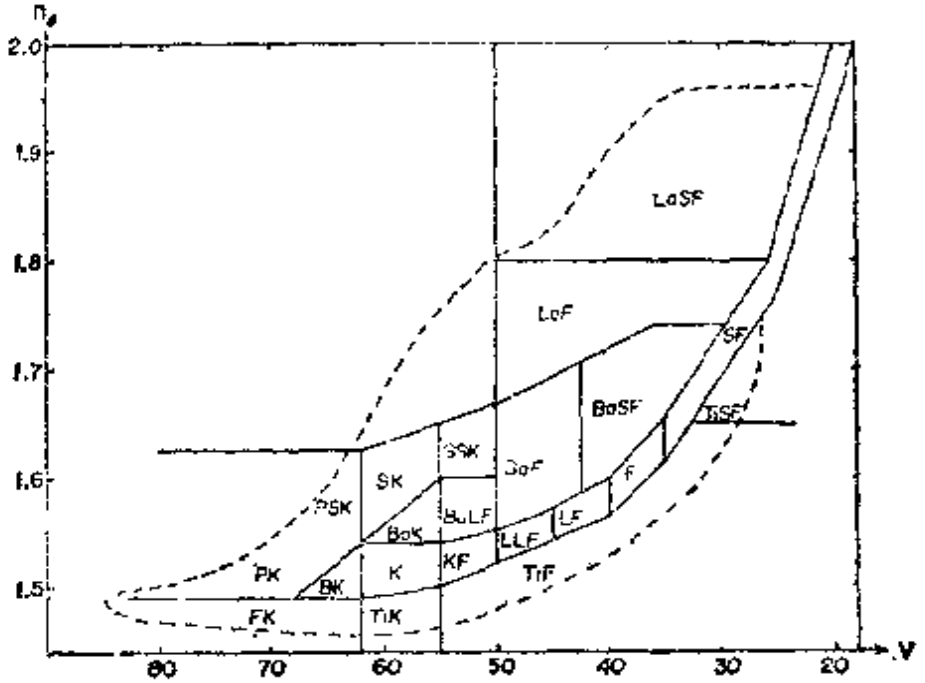


图 39　玻璃图

司1973年的玻璃手册中的各种玻璃大致占据的范围。在$V=50$处的垂直线是冕牌玻璃和火石玻璃的分界线。虽然这些玻璃的名称早已失去意义，但至今仍用来大概地表示色散率相对地比较低或比较高的玻璃。在玻璃图中由冕牌玻璃、轻火石玻璃、火石玻璃和重火石玻璃组成的一条狭窄的带包括了全部旧的碳酸钠—碳酸钙—二氧化硅玻璃，其铅含量渐次增大。在此带上方的是钡玻璃，然后是1938年以后出现的，占据宽阔范围的镧玻璃和稀土玻璃。近几年来出现了一些钛火石玻璃，位于旧的冕—火石带下方。在左端有最近出现的氟冕玻璃和磷冕玻璃，其中的一些有其特殊性质。各种光学玻璃价格相差悬殊，每磅几美元至300美元。透镜设计者在为特定透镜选用玻璃时必须认真地仔细查阅价目表。

现在回到式(39)，可以看到，在空气中单独一个薄透镜的近轴色差由下面的公式给出：

$$L'_{ch}=-\frac{y^2}{f'V}\left(\frac{l'^2}{y^2}\right)=-\frac{l'^2}{f'V}$$

如果物体位于很远处，这个公式简化成

$$L'_{ch}=-f'/V$$

因而对于远处的物体，单个薄透镜的色差等于透镜焦距除以玻璃的V数，也就是说在焦距的1/25至1/75之间，因所用玻璃而异。

对于密接薄透镜系统，可以对各镜片写出式(38)，并且叠加起来，从而得到

$$\left[\frac{L'_{ch}}{l'^2}-\frac{L_{ch}}{l^2}\right]=-\Sigma c\Delta n=-\Sigma\frac{\phi}{V}$$

左边的量称为色差余量R，用于实物成象的消色差透镜的R等于零。如果薄透镜系统的总光焦度是Φ，则

$$\Phi=\sum(\Phi)=\sum(Vc\Delta n) \quad 和 \quad R=-\sum(c\Delta n)$$

对于使用十分普遍的薄双透镜，这两个公式变成

$$1/F'=\Phi=V_a(c\Delta N)_a+V_b(c\Delta N)_b*$$

$$-R=(c\Delta N)_a+(c\Delta N)_b$$

由此解出 c_a 和 c_b 就得到重要的关系式

$$\begin{aligned} c_a&=\frac{1}{F'(V_a-V_b)\Delta N_a}+\frac{RV_b}{(V_a-V_b)\Delta N_a}\\ c_b&=\frac{1}{F'(V_b-V_a)\Delta N_b}+\frac{RV_a}{(V_b-V_a)\Delta N_b} \end{aligned} \tag{40}$$

这就是所谓 $(c_a,\ c_b)$ 公式，在开始设计任何消色差薄双透镜时都要用到。在大多数实际情况中，色差余量 R 是零，只有第一项要考虑。这时消色差条件与物距无关，这样就说薄的透镜系统的消色差对于物距是"稳定的"。

因为对薄透镜有 $f'=1/c(N-1)$，所以可以将 c_a、c_b 公式变换为相应的焦距公式（当 $R=0$）：

$$f'_a=F'\left(\frac{V_a-V_b}{V_a}\right) \quad 和 \quad f'_b=F'\left(\frac{V_b-V_a}{V_b}\right) \tag{41}$$

对于 $V_a=60$ 的普通冕牌玻璃和 $V_b=36$ 的普通火石玻璃，有 $V_a-V_b=24$，可知冕牌玻璃镜片的光焦度是整个透镜组光焦度的2.5倍，而火石玻璃片则是透镜组光焦度的−1.5倍。因此，为了令一个薄透镜消色差，所用的冕牌玻璃镜片的光焦度要等于原来的薄镜片光焦度的2.5倍（图40）。所以，虽然孔径为 $f/1$ 的单透镜不算过分强，而制造相对孔径数比 $f/1.5$

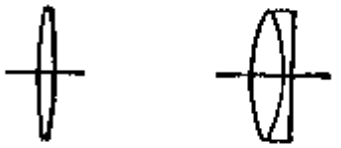


图40　$f/3.5$ 单透镜和焦距相同的消色差透镜

* 此式及后面各公式中的 F' 是双透镜的焦距——译者注。

大许多的消色差透镜却是实际上不可能的。

必须注意，色差只和透镜光焦度有关，而和弯曲及表面形状无关。试图用手工修磨某一面的方法来改变色差校正状态一般是要失败的，因为这要令透镜作很大的改动才能显著改变色差。

Ⅳ 近轴二级光谱

至今为止，都是把消色差透镜看成是C光焦点和F光焦点重合的透镜。然而正如前面已经看到的，在这种情况下同一带的D光（黄色）的后截距偏短，g光（蓝色）的后截距偏长。为了确定C光和F光焦点重合的透镜的近轴二级光谱大小，将单个薄透镜对λ和F两种波长的色差贡献写成

$$L'_{k}C(\text{从}\lambda\text{到}F)=-\frac{y^2c}{u'^2_k}(n_\lambda-n_F)$$

$$=l'_c\,C\begin{pmatrix}n_\lambda-n_F\\ n_F-n_C\end{pmatrix}$$

括号中的量是玻璃的另一个固有特性，称为从λ到F的相对色散，通常写成$P_{\lambda F}$，因此对于任何一系列薄镜片有

$$l'_\lambda-l'_F=\sum P_{\lambda F}(l'_c\,C)=-\frac{1}{u'^2_k}\sum\frac{Py^2}{f'V} \qquad (42)$$

对于消色差薄双透镜，两个镜片的y相同，并且公式(41)表明，$f'_aV_a=-f'_bV_b=F'(V_a-V_b)$，因而

$$l'_\lambda-l'_F=-F'\begin{pmatrix}P_a-P_b\\ V_a-V_b\end{pmatrix}^* \qquad (43)$$

---

* 只当物体在无穷远处时此式才成立，否则应当是

$$l'_\lambda-l'_F=-\frac{l'^2}{F'}\begin{pmatrix}P_a-P_b\\ V_a-V_b\end{pmatrix} \qquad \text{——译者注。}$$

对于任何一对波长，例如 F 和 g，都可以作出现有各种玻璃的 P_{gF} 与 V 的关系曲线，如图41所示。全部普通玻璃差不多落在一条直线上，这条线对应于特重火石玻璃的部分稍微上偏。在它下方的是“近截止”玻璃，这类玻璃的透射光谱带

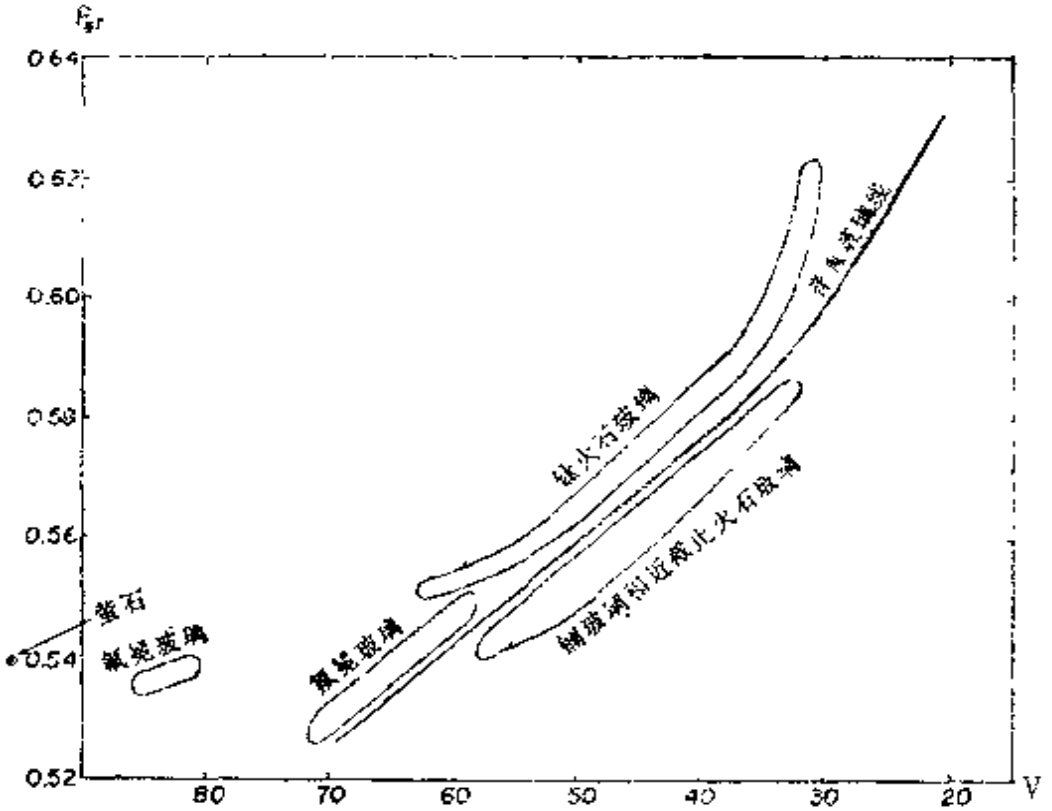


图41　光学玻璃的相对色散与色散率的关系

的蓝端截止很近，大多数镧冕玻璃和所谓近截止火石玻璃（KzF和KzFS类）都属于这一类。在它的上方有一些“遥截止”冕牌玻璃，透过的蓝光谱带伸延得很远。这一区域还有一些塑料和晶体，如萤石。由图中还可以看到，钛火石玻璃也落在这条直线上方。

如果在这张图上，在构成消色双透镜的两种玻璃的点之间联接一条直线，其斜率由下面的公式给出：

$$\tan\psi=\frac{P_a-P_b}{V_a-V_b}$$

显然二级光谱由 $F'\tan\psi$ 决定。大多数普通玻璃落在一条直线上。这个事实表明，无论怎样选择玻璃对，二级光谱都是差不多相同的。例如，若选用肖特K-5和F-4玻璃，可算出如下一系列波长的二级光谱(设焦距是10)：

	$A'-F$	$D-F$	$g-F$	$h-F$
K-5 $V_a=59.63$	$P_a=-1.3470$	−0.7043	0.5457	0.9989
F-4 $V_b=36.61$	$P_b=-1.3207$	−0.7150	0.5825	1.0891
	$l_{\lambda}'-l_F'=0.01142$	−0.00465	0.01699	0.03918

为了减小二级光谱，可以选用一种遥截止冕牌玻璃，例如令萤石[1]和钡冕玻璃（作火石玻璃镜片）配对，这时二级光谱如下：

	$A'-F$	$D-F$	$g-F$	$h-F$
萤 石 $V_a=94.93$	$P_a=-1.3457$	−0.7046	0.5383	0.9803
SK-20 $V_b=61.22$	$P_b=-1.3501$	−0.7024	0.5383	0.9836
	$l_{\lambda}'-l_F'=-0.0013$	+0.0007	0	+0.0010

显然这里的二级光谱比采用普通玻璃时小得多。反之，如果令普通的冕牌玻璃和一种遥截止火石玻璃（例如钛玻璃）配对，二级光谱将增大：

		$D-F$	$g-F$
K-5	$V_a=59.63$	$P_a=-0.7043$	0.5457
TiF-6	$V_b=30.97$	$P_b=-0.7220$	0.6220
		$l_{\lambda}'-l_F'=-0.0062$	+0.0266

这时二级光谱余量约为上述采用普通玻璃时的1.5倍。

[1] I. H. Malitson, A redetermination of some optical properties of calcium fluorite. Appl. Opt. 2, 1103(1963).

单从二级光谱不可避免这一点考虑，可能会不理解为什么非消色差不可。只要看一看图42，这个问题自然会得到解答。在图中按照相同的比例画出了图 37b 的例子的近轴二级

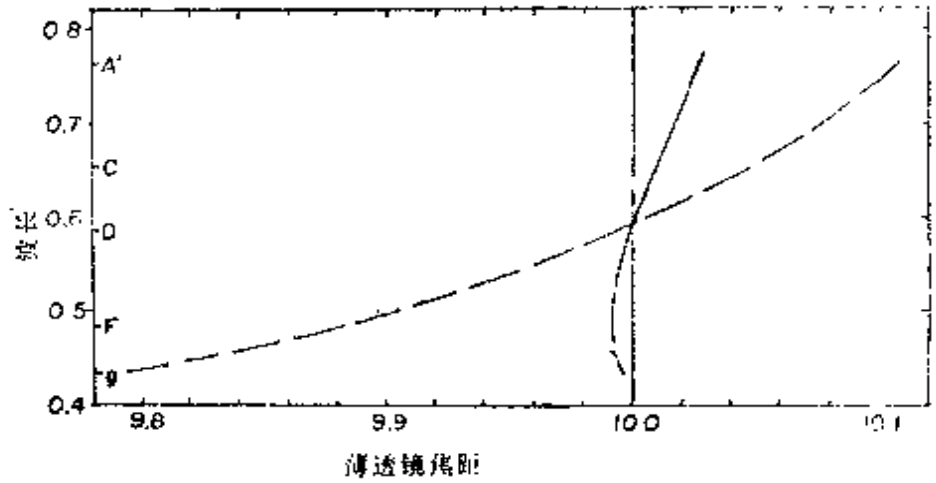


图42　消色差透镜和单透镜的比较

光谱曲线，以及用冕牌玻璃K-5构造的简单透镜的二级光谱曲线。

如果透镜有小量的初级色差余量，二级光谱曲线将倾斜。图43中画出的三条曲线具体说明了这种情况。由此，中

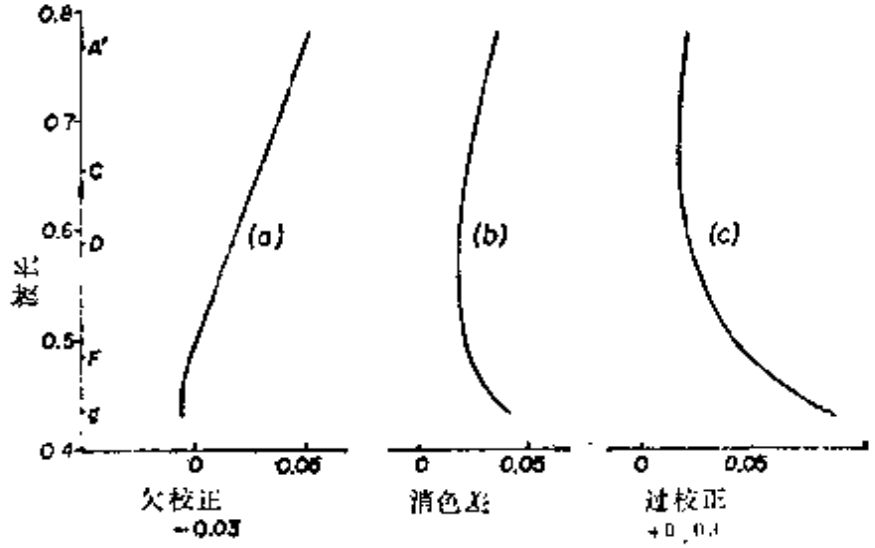


图43　双胶合透镜（$f'=10$）的色差余量的影响

看到，当色差欠校正，后截距最短的波长向蓝端移动，对于C-F消色差透镜，此波长在黄绿区；而对于过校正透镜，此波长移到红端。用于近红外区的透镜必须果断地令它过校正，而透镜若打算用于色盲片或溴化银印相纸，则应当令它色差欠校正。

在任何大孔径的消色差透镜中，色球差和其它象差余量会比二级光谱大得多，以至于后者往往可以完全忽略。然而，在小孔径的长焦距透镜中（例如天文望远镜物镜）除了二级光谱之外，各种象差余量或在设计时已经校正好，或已用手修消除。这时二级光谱成了唯一突出地存在的象差余量，因而考虑选择适当的特种玻璃来消除二级光谱的可能性就变得重要了。通常萤石就是为此目的而用于显微镜物镜的。

V　复消色差薄三透镜组的初始设计

用萤石减小二级光谱有许多实际困难，所以往往更多的是用三种玻璃使三种波长有公共焦点。

对于在很远处的物体，消色差并且校正二级光谱的薄的透镜系统满足如下三个关系式：

$$\Sigma(Vc\Delta n)=\Phi \quad \text{（光焦度）}$$

$$\Sigma(c\Delta n)=0 \quad \text{（消色差）}$$

$$\Sigma(Pc\Delta n)=0 \quad \text{（二级光谱）}$$

对于薄的复消色差三透镜组，这些方程式可以展开成：

$$V_a(c_a\Delta n_a)+V_b(c_b\Delta n_b)+V_c(c_c\Delta n_c)=\Phi$$

$$(c_a\Delta n_a)+(c_b\Delta n_b)+(c_c\Delta n_c)=0$$

$$P_a(c_a\Delta n_a)+P_b(c_b\Delta n_b)+P_c(c_c\Delta n_c)=0$$

由此可以解出如下三个曲率：

$$c_a = \frac{1}{F'E(V_a - V_c)}\left(\frac{P_b - P_c}{\Delta n_a}\right)$$

$$c_b = \frac{1}{F'E(V_a - V_c)}\left(\frac{P_c - P_a}{\Delta n_b}\right)$$

$$c_c = \frac{1}{F'E(V_a - V_c)}\left(\frac{P_a - P_b}{\Delta n_c}\right)$$

注意各足标是循环排列的，而且三个括号前面的系数相同。E的意义如下：在如图41那样的P-V图上作出代表所选用的玻璃的三个点，用直线联接成三角形，E就是中间玻璃的点在垂直方向上至联接外侧两种玻璃的点的直线的距离。如果中间的玻璃在此直线下方，E取负值。E按如下公式计算：

$$E = \frac{V_a(P_b - P_c) + V_b(P_c - P_a) + V_c(P_a - P_b)}{V_a - V_c}$$

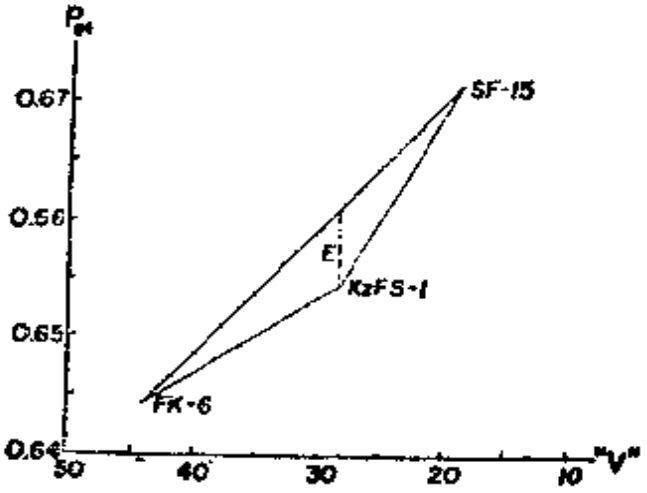


图44　用于消色差三透镜组的玻璃的P-V图

E出现在三个c的表达式的分母中，所以如果三种玻璃落在一条直线上，三个透镜就变成无限强，反之，所用的玻璃组的E值越大，三个镜片越弱。通常用冕牌玻璃做透镜a，用很重的火石玻璃做透镜c，用近截止火石玻璃或镧冕玻璃做中间透镜b。只要算出三个透镜的总曲率，它们的排列次序就可以是任意的。

作为应用这些公式的例子，选用构成如图44中所示的冕

三角形的三种玻璃，即肖特FK-6，KzFS-1和SF--15。算出的曲率决定于各P数之差，所以已知的P值必须准确到小数后许多位，这就要求知道的各折射率准确到大约小数后第七位。这是超出任何测量方法的能力的。因而采用现行肖特玻璃手册中的六位内插公式来计算折射率至必要的精度。这一步若做不好，将会得到一些离散点，以至作成的设计不能作出一条光滑的色差曲线。

采用如下参数值使C、e、g光线有公共焦点：

透镜	玻　璃	n_e	$\Delta n=n_g-n_C$	n_g-n_e	P_g	"V"
a	FK-6	1.4478604	0.0101615	0.0065470	0.6442946	44.07424
b	KzFS-1	1.6163841	0.0216499	0.0140995	0.6542721	28.60264
c	SF-15	1.7044410	0.0371905	0.0240696	0.6711283	18.04142

用这些有点人为的数值，算出E值等于-0.0065411，据此得出$c_a=1.0090432$，$c_b=-0.7574313$，$c_c=0.1631915$。利用其它色光的折射率(也是用内插公式算出来的)，可以作出色差曲线，如图45。当然按要求，这条曲线上的C、e、g对应点有相同的横座标。可以看到，这时的三级光谱余量很小，D线和F线的焦点稍微靠后，而曲线两端迅速向透镜一

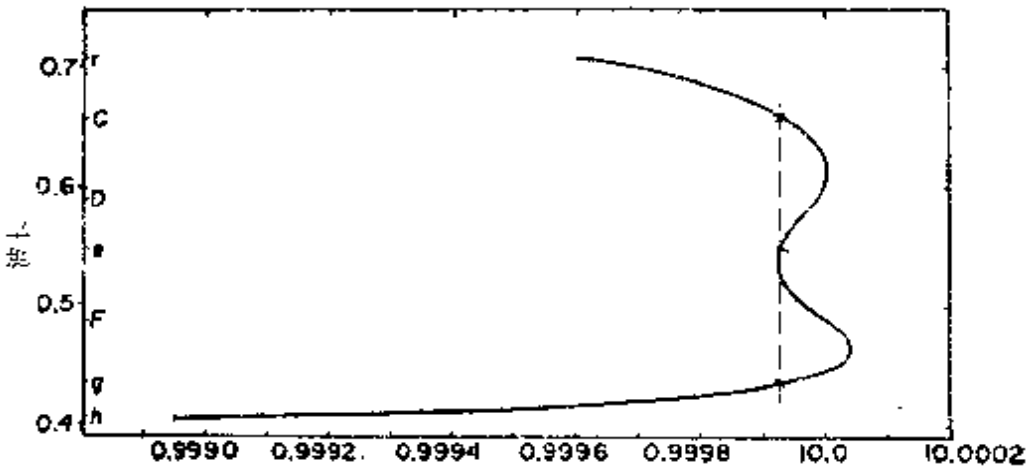


图45　复消色差三透镜的三级光谱(C，e，g线有公共焦点)

侧移动。

这个系统应当称为“超消色差”系统，因为所用的三种玻璃满足四种波长有公共焦点的赫兹贝格条件[⊖]。若不满足这个条件，一般在可见区只有三个焦点相同的波长，第四个焦点相同的波长落在红外区。

由比较可知，图45所画的透镜的三级光谱余量大约只有普通双透镜（例如图37b所示的透镜）的1/100。按照后面第六章第Ⅳ节的方法，加进适当的厚度，选择适当的形状以同时校正球差之后，这个复消色差透镜的设计即告完成。

Ⅵ 消色差分离薄透镜（双分离透镜）

令消色差透镜的两个镜片分开一段小的有限距离（这样构成的透镜称为双分离透镜），就会发现火石玻璃镜片必须特地变强些。图46画出了这种消色差双透镜的两个镜片，二者相距 d。用距离 d 与冕牌玻璃透镜焦距之比 k 来代替距离本身作为参数会带来方便，即令 $k=d/f'_a$。消色差透镜两个镜片的色差贡献之和必须为零，所以

$$\frac{y_a^2}{f'_a V_a}+\frac{y_b^2}{f'_b V_b}=0$$

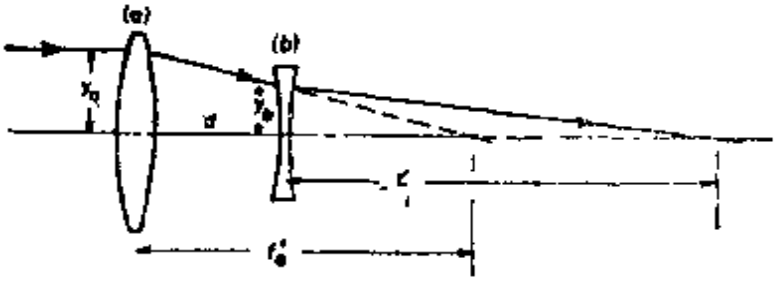


图46 双分离透镜

⊖ M Herzberger, Colour correction in optical systems and a New dispersion formula, Opt. Acta (London) 6, 197(1959).

由图46可见$y_b=y_a(f'_a-d)/f'_a$，或$y_b=y_a(1-k)$。两式合併之后得到

$$f'_bV_b=-f'_aV_a(1-k)^2$$

系统焦距F'是预先规定的，所以有

$$\frac{1}{F'}=\frac{1}{f'_a}+\frac{1}{f'_b}-\frac{d}{f'_af'_b}=\frac{1}{f'_a}+\frac{1-k}{f'_b}$$

合併最后这两个关系式，得到两组元的焦距

$$f'_a=F'\left[1-\frac{V_b}{V_a(1-k)}\right]$$

$$f'_b=F'(1-k)\left[1-\frac{V_a(1-k)}{V_b}\right] \tag{41}$$

作为一个例子，设$V_a=60$，$V_b=36$。于是得到的两个焦距和k值的关系如下：

参数	k值			
	0	0.1	0.2	0.3
f_a'	$0.4F'$	$0.333F'$	$0.25F'$	$0.143F'$
f_b'	$-0.667F'$	$-0.45F'$	$-0.267F'$	$-0.117F'$
d	0	$0.033F'$	$0.05F'$	$0.043F'$

随着k增大，两个透镜的光焦度变大（负透镜的光焦度比正透镜增加得更快）。当$k=0.225$时，两个透镜的光焦度相等，两个焦距为$0.225F'$。消色差双分离透镜的这种性质在双分离型四片照相物镜的初始设计（见第十二章第11节）中被利用了，效果良好。当$V_a(1-k)=V_b$时，两镜片无限强，这时的k值是界限值，在上述例子中，当$k=0.4$时会出现这种情况。

A. 双分离透镜的二级光谱

从公式(42)知道，对一列薄透镜有

$$l'_k - l'_F = -\frac{1}{u'^2_k}\cdot\sum\frac{Py^2}{f'V}$$

令双分离透镜的f'_a、f'_b和y_b值代入，给出

$$l'_k - l'_F = -\frac{F'(1-k)}{V_a(1-k)-V_b}(P_a - P_b) \qquad (45)$$

对于双胶合透镜$k=0$，此式蜕化为公式(43)。

实际上不论是消色差关系式(44)还是二级光谱表达式(45)，都不是严格准确的，因为在其推导过程中假设对所有波长都有$y_b=y_a(1-k)$。由于前镜片的色散和两镜片之间有一定距离，结果使蓝光的y_b比红光的小。因而按式(44)设计的双分离透镜会稍微色差过校正，要令火石玻璃镜片的光焦度稍微减小一点以实现消色差。同理，二级光谱会稍微小于由式(45)决定的量。

作为一个例子，假设用如下的玻璃设计一个双分离薄透镜：

玻　璃	n_C	n	n_F	$\Delta n=n_F-n_C$	$V_i=\frac{n_i-1}{n_F-n_C}$
K-3	1.51554	1.52031	1.52433	0.00879	59.193
F-4	1.61164	1.62058	1.62848	0.01684	36.852
					$V_1-V_2=22.341$

当$F'=10$，$k=0.2$时，应用公式(44)算出，

$f'_a=2.21783$，相应地$c_a=0.866581$

[因为$c=1/f'(n-1)$]

$f'_b=-2.27991$，相应地$c_b=-0.706781$

$d=0.443566$

用薄透镜的$(y-u)$法追迹通过这个系统的C、e、F光近轴光线，得到

$$l'_C=8.008133,\quad l'_e=8.0,\quad l'_F=8.008431$$

有少量近轴色差余量等于0.000298，过校正了。为了消除这个色差余量，要稍微减弱火石玻璃镜片，令$c_b=-0.706449$，这样修改之后有

$$l'_C=7.994955,\quad l'_e=7.986857,\quad l'_F=7.994962$$

现在F-C色差已经校正好，e象往透镜一侧靠近，其二级光谱等于−0.008103。用相同的玻璃制造的焦距相同的消色差薄胶合透镜的D-F二级光谱是−0.004820，大约只有双分离透镜的二分之一(见图47)。

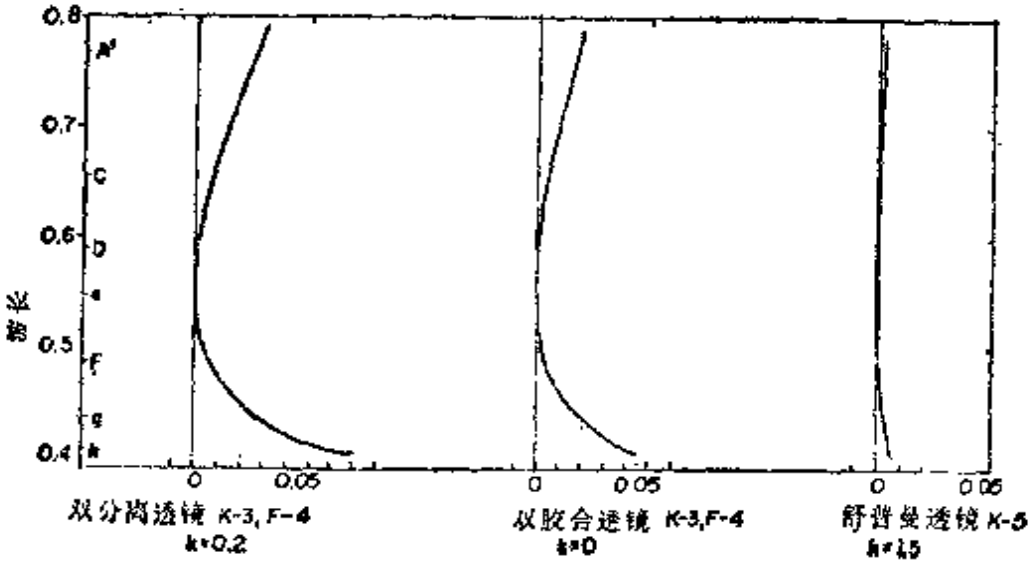


图47　三种二级光谱曲线

B．一种玻璃构成的消色差透镜

人们早就知道，用一种玻璃来设计有空气间隔的消色差透镜实际上是可能的。如果在公式(44)中令$V_a=V_b$，就可以得到由一种玻璃构成的消色差透镜。两个镜片的焦距如下：

$$f_1' = \frac{kF'}{k-1}, \quad f_2' = -kF'(k-1)$$

$$d = kf_2', \quad l' = -F'(k-1) \tag{46}$$

这里仍然假设物体在很远处，并且都是薄透镜。

因为空气间隔 d 必须是正的，所以 k 必须和 f_2' 同号，$k-1$ 必须和 F' 同号。

对于正透镜，k 必须大于1.0，这时构成一个很长的系统（见图48），称为舒普曼（Schupmann）透镜，这种透镜很少用，因为象在系统之内。

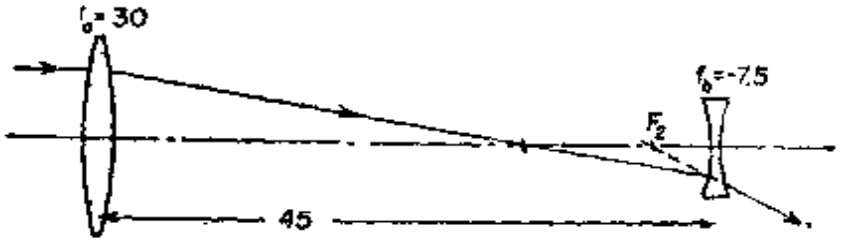


图48 舒普曼透镜（$f'=10$）

对于负的系统，$k-1$ 必须为负，所以 k 必须小于1.0。如果前镜片是正的，k 必须为正，因而必定在 0 和 1 之间。这样就得到了一个紧凑的系统（见图 49a）。如果前面的镜片是负的，k 必须是负的，但是可以取任意值。如果 k 小，则系统短；如果 k 大，系统会变得很长（图 49b,c）。这种由一种玻璃构成的负的消色差透镜有各种用途，例如可以作为远摄镜头的后组。

设计舒普曼双分离透镜时，由于空气间隔长，各种色光在后面的组元上是分离的，原来的简单公式已经不能保证完善的消色差，必须调整后镜片的光焦度以实现消色差。此外，因为两个镜片色散相同，似乎可以期待二级光谱为零。

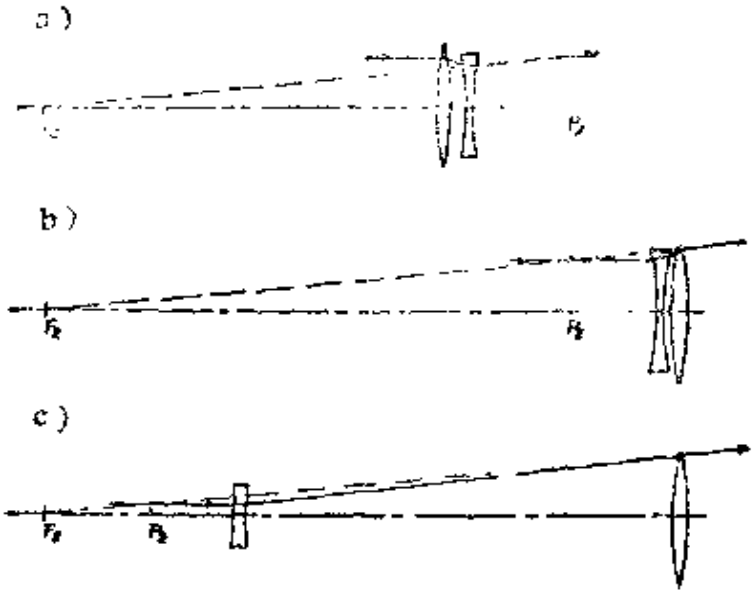


图19 由一种玻璃构成的负双分离透镜($f'=-10$)

(a) $k=0.2$ $f_a=2.5$ $f_b=-1.6$ $d=0.5$
(b) $k=-0.2$ $f_a=-1.66$ $f_b=2.4$ $d=0.33$
(c) $k=-5.0$ $f_a=-8.33$ $f_b=3.00$ $d=41.7$

但是由于类似的原因，实际上是稍微欠校正的。

作为一个例子，在两个组元中用K-5玻璃设计一个焦距10.0的舒普曼双分离透镜。取$k=1.5$，由式(46)给出

$$f'_a=30,\quad f'_b=-7.5,\quad d=45,\quad l'=-5$$

K-5玻璃的折射率是

$$n_a=1.51981,\quad n_b=1.52240,\quad n_F=1.52857$$

因此$c_a=0.063808$，$c_b=-0.255232$。对这些波长的追迹通过这个薄透镜解的近轴光线给出

$$l'_F=-4.998653 \quad 和 \quad l'_C=-4.999746$$

色差余量是$+0.001093$。为了消除这个色差余量，减弱火石玻璃镜片，为此，令$c_b=-0.250217$。作这样的修改之后，一系列的波长的后截距如下：

波	长	后 截 距	对 D 光 的 像 离
A'	0.7682	−5.06442	+0.00194
C	0.6563	−5.06577	+0.00059
D	0.5893	−5.06636	0
e	0.5461	−5.06647	−0.00011
F	0.4861	−5.06578	+0.00058
g	0.4359	−5.06353	+0.00283
h	0.4047	−5.06058	+0.00578

由这些数据作出的曲线示于图47，与由普通玻璃对构成的消色差双胶合透镜和双分离透镜相应的二级光谱曲线进行比较。

Ⅶ 色差公差

A. 单 透 镜

在十七世纪，天文学家用焦距很长的简单透镜作为望远物镜。他们试图这样将色差影响减小到不可觉察的程度。这种处理方法是从如下想法产生的。简单透镜的色差等于 f'/V，而基于衍射理论的焦深等于 $\lambda/\sin^2U'=4\lambda f'^2/D^2$，其中 D 是透镜直径。假定由于人眼对深红和深蓝色的灵敏度下降而允许色差达到两倍焦深，就有

$$f/V=8\lambda f'^2/D^2$$

以英寸为单位计算，大约有 $\lambda=1/50000$，如果 $V=60$，则这个公式表明：为了满足上述关系，焦距最短可以取到透镜直径平方的 100 倍左右(透镜直径单位是英寸)。因而对于 4 英寸孔径的物镜，如果焦距大于1600英寸 (约 130英尺)，它的色差将可以忽略。

B. 消色差透镜

出于类似的想法，可以确定为了使观察者觉察不到二级光谱，消色差望远镜物镜的焦距最短可以取多少。现在令 D 光的二级光谱等于总焦深，即

$$f/2200=4\lambda f^2/D^2$$

即大约是 $f=5D^2$。于是对于 4 英寸消色差物镜，如果焦距大于80英寸 $\left(\text{即 } 6\frac{1}{2}\text{英尺}\right)$ 左右，其二级光谱将可以忽略。消色差处理带来的巨大好处是十分明显的。

Ⅷ 有限孔径上的色差

由图37的曲线可见，透镜的色差（用 $L_F'-L_C'$ 表示）随孔径大小而变，图38就是色差和入射高 Y 的关系曲线。因此通常的消色差透镜对近轴光线有一定的欠校正色差，对边缘光线有同等程度的过校正色差，而对 0.7 带光线完全校正色差。所以令有限孔径的透镜消色差时，应对要求其焦点重合的两种波长追迹带光线，为此可试验性地改动其中一个半径直到上述两种波长的焦点重合为止。

A. 康拉第的 $D-d$ 消色差法

1904年康拉第㊀提出了令透镜消色差的一种很有用而又简单的方法。这个方法基于这样的事实，即在一个消色差透镜中

㊀ A. E. Conrady, p. 641. 另外参见 A. E. Conrady, On the Chromatic correction of object glasses (first paper), M. N. Roy. Astron. Soc. 64, 182 (1904).

$$\Sigma(D-d)\Delta n=0$$

其中D是追迹出来的最亮光的边缘光线由一面到下一面的路程长度，d是这两个面之间的轴上间隔，Δn是要求焦点重合的两个波长的光在被考察的两个面之间的材料中的折射率差。对于空气Δn是零，计算时只需考虑玻璃透镜。上述关系式的证明如下。

假设有某一波长的许多光线从一个轴上物点发出，通过透镜。波前上的各点沿光线移动，最后从透镜后方走出，移动着的波前时刻保持和光线垂直［马吕斯（Malus）定理］。

因为出射波前有这样的性质：光线由光源到波前上任何一点所需要的时间是相等的，所以知道（见图50）时间$=\Sigma(D/v)$，其中v是在长度为D的每段光路上的光速。因而时间$=\Sigma(D/c)(c/v)$，其中c是光在空气中的速度。折射率n等于光在空气中的速度与其在玻璃中的速度之比，所以时间$=(1/c)\Sigma(Dn)$。$\Sigma(Dn)$是所追迹的光线由起始物点到出射波前的光程长度，而既定波前上的任一点的$\Sigma(Dn)$值是相同的。

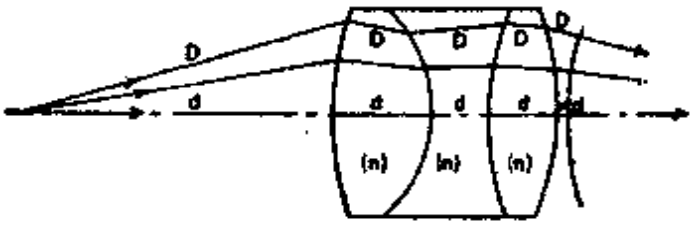


图50　从透镜出射的波前

然后康拉第进而假设，在一个有若干球差余量和色球差的透镜（大多数透镜是这样的）中，最佳的消色差状态是C光和F光（红光和蓝光）的出射波前在轴上和在透镜孔径边缘相交，如图51所示。因为这时C光波前和F光波前在0.7

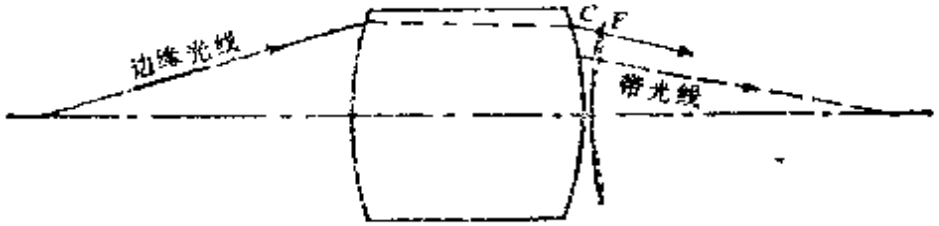


图51 从消色差透镜出射的波前

带附近互相平行，带上的C光线和F光线重合，通过轴上同一点。在这种情况下，沿边缘光线有

$$\Sigma(Dn)_C=\Sigma(Dn)_F$$

然而因为波前上任何点的$\Sigma(Dn)$值相同，自然在消色差透镜中就有

$$\Sigma(D-d)n_C=\Sigma(D-d)n_F \text{或} \Sigma(D-d)(n_F-n_O)=0 \tag{47}$$

这就是关于带有其它象差余量的透镜的最佳消色差状态的康拉第条件。再看其它象差的作用。例如，由于有色球差，使C光和F光的出射波前在光轴和孔径边缘之间的部分是分离的，而球差则使波前取非球面形状。

在说到康拉第条件时，默认了这样的假设：全部镜片中C光和F光的D值是相等的。这当然不是事实，但是如果对最亮光（对于$C-F$消色差，它通常是D光或e光）追迹边缘光线，沿着这条光线计算距离D的话，只会引入很小的误差。如果在非消色差或只是部分地消色差的分离组元之间有很长的空气间隔的话，上述论断失效，但是在大多数情况下是意外地准确的。

如果必须从起始物点到出射波前计算每一段光路的D值的话，$D-d$关系式就十分难以应用，幸而由于空气的色散$\Delta n=n_F-n_O$等于零，所以只需计算在玻璃中的边缘光线段的D

$-d$. 长度D用通常的公式计算：

$$D=(d+X_2-X_1)/\cos U_1'$$

其中 $X=r[1-\cos(U+I)]$或$X=G\sin(U+I)$，这两个公式在第31页已给出过。应根据要求消色差的光谱区域来选择色散值。对于通常的目视消色差，追迹D光或 e 光的光线，采用$\Delta n=n_F-n_C$；对于摄影消色差，最好是追迹F 光的边缘光线，而采用$\Delta n=n_g-n_D$作为色散值。第17页提供的色散内插计算方法在这里要用到。

于是为了令透镜消色差，必须用某种方法令$\Sigma(D-d)\Delta n$等于零。通常是计算出满足这个要求的透镜末面的半径值；或者也可以用任何合适的折射率来设计透镜，末了再从玻璃表中选用其色散值令$(D-d)\Delta n$和等于零的玻璃。用前一种方法时，假设在最后的镜片之前的全部镜片的$(D-d)\Delta n$和*是Σ_0。要求最后的镜片满足

$$\Sigma(D-d)\Delta n=-\Sigma_0$$

这样就知道了为了实现消色差，最后的镜片的D值应该是多少，进而算出倒数第二面的X和Y值

$$X_2=D\cos U_1'+X_1-d \text{ 和 } Y_2=Y_1-D\sin U_1'$$

（足标 1 和 2 表示最后的镜片的第一，第二面）最后一面的曲率半径由下面的公式给出

$$r=(X^2+Y^2)/2X$$

至此问题已经解决。为了核对这些计算，追迹F 光和C 光通过整个透镜的带光线。如果处处计算正确，这两条光线在象空间将交光轴于同一点。

---

* 原书往往将"$(D-d)\Delta n$和"写成"$D-d$和"，现一律统一为"$(D-d)\ \Delta n$"和——译者注。

B. $(D-d)\Delta n$ 和的公差

康拉第[1]提出，在目视系统中，$(D-d)\Delta n$和的公差约为半个波长。不过如果透镜有相当大的色球差的话，按照$(D-d)$法的要求那样令0.7带光线完全消色差是没有必要的，因为这样做会很麻烦。我们发现比较合理的公差是透镜中的冕牌玻璃镜片或火石玻璃镜片的$(D-d)\Delta n$和贡献的1%左右。如果两个镜片的色差贡献小，表明色球差也小，可见$(D-d)\Delta n$和的公差取严一点是合理的。

例：作为应用$(D-d)$法的例子，回到第32页作为光线追迹例子的双胶合透镜，沿边缘光线的追迹计算$(D-d)\Delta n$和（见表Ⅶ）。可以看到$(D-d)\Delta n$和有不大的余量，即−0.0000578，大约是冕牌玻璃镜片或火石玻璃镜片各自的贡献的1%。我们认为这个透镜是明显色差欠校正的。这是图37a中C曲线和F曲线交于稍微高于0.7带孔径处的原因。

表Ⅶ $(D-d)\Delta n$和的计算

c	0.1353271	−0.1931098	−0.0616427	
X	0.2758011	−0.3865582	−0.1149137	
d		1.05	0.4	
cos$U$		0.9955195	0.9985902	
D		0.3893853	0.6725927	
$D-d$		−0.6606147	0.2725927	
Δn		0.00801	0.01820	
乘积		−0.0052916	0.0052338	$\Sigma=-0.0000578$

[1] A. E. Conrady, p. 647.

如果想令这个透镜完全消色差，可以按照第 107 页所述的方法求出最后一面的曲率半径。从而得知令最后一面的半径取−16.6527将使$(D-d)\Delta n$和准确为零。这个半径和原来的半径−16.2225 显著不同。由此再次看到，若想改变色差校正状态，必须显著地改动透镜。

另一种消色差方法是，计算出冕牌玻璃或火石玻璃应取怎样的Δn值才能使$(D-d)\Delta n$和为零。表Ⅶ说明，对于既定的冕牌玻璃，如果采用 $\Delta n=0.01941$ 的火石玻璃就可以消色差，相应的V数是 33.43，而不是原来的33.80。或者又可以保留原来的火石玻璃而找寻一种$\Delta n=0.00792$ 的冕牌玻璃，相应的V 数是65.26，而不是原来的64.54。两种选择方法所要求的V数改变量只比一般工厂在连续熔炼玻璃时玻璃V数的变化量稍微大一点。这说明这个透镜不大的色差余量确实差不多是无关重要的了。

C. $(D-d)\Delta n$和与通常的色差的关系

D.P.费德曾经指出[1]，对于透镜的任何带，F光和C光光线在近轴焦平面上的垂直位移量接近等于

$$H_F'-H_C'=\frac{d\Sigma}{d(\sin U')}$$

其中Σ是沿所讨论的带光线计算出来的和数 $\Sigma\ (D-d)\Delta n$，$\sin U'$是同一条光线的出射斜率。因此如果可以令Σ表示成如下的多项式

$$\Sigma=a\sin^2 U'+b\sin^4 U'+c\sin^6 U' \qquad (48)$$

则

[1] D. P. Feder, Conrady's chromatic condition, J. Res. Nat. Bur. Std., 52, 47 (1954), res. paper 2471.

$$(H_F'-H_C')=2a\sin U'+4b\sin^3U'+6c\sin^5U'$$

算出透镜三个带上的Σ，就可以求出三个系数 a、b 和 c，并且发现与公式（49）能很好符合。

忽略掉式（48）的 $\sin^6U'$ 项就可以得出$(H_F'-H_C')$和Σ之间的一个方便但只是近似的关系式。作这样的近似处理之后，就可以用如下方法令 0.7 带的色差和边缘的Σ联系起来。

写出

$$S=a\sin^2U'+b\sin^4U'$$

作为沿任何一带光线的$(D-d)\Delta n$ 和，如果在某一带上 C 光线和F光线之间的夹角是 α，则（见图52）

$$L'\alpha=dS/d(\sin U')=2a\sin U'+4b\sin^3U'$$

此带上的纵向色差近似等于

$$L'_{ch}=L'\alpha/\sin U'=2a+4b\sin^2U'$$

因而 0.7 带上的色差是

$$(L'_{ch})_z=2(a+2b\sin^2U_z')$$

由于近似地有 $\sin U_z'=(\sin U_m')/\sqrt{2}$，而算出的边缘的Σ$(D-d)\Delta n$ 和等于

$$\Sigma=S_m=a\sin^2U_m'+b\sin^4U_m'$$

所以

$$(L_{ch}')_z=2\Sigma/\sin^2U_m' \qquad (49)$$

为了检验这个结果，调用前述望远镜双胶合透镜的Σ余量−0.0000578，$\sin U'$ 等于 0.16659。据此可以估计带色差是−0.00417。通过实际光线追迹可以求出

带上的$L_F'=11.27022$

带上的$L_C'=11.27523$

所以 $F-C=-0.00501$

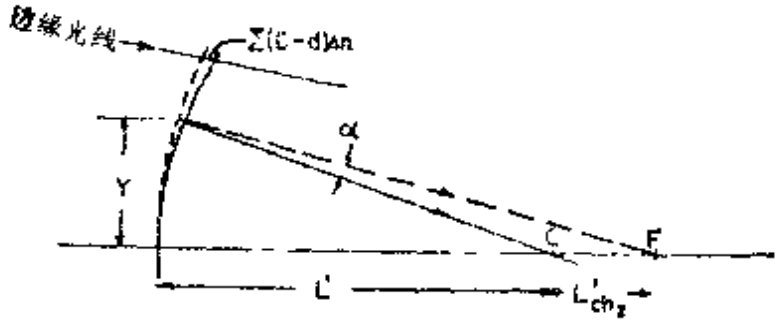


图52 $(D-d)\Delta n$ 和与带色差的关系

两个结果微小的不一致是由于前面曾经在S的表达式中忽略了 $\sin^6 U'$ 项。

D. 薄镜片的近轴 $(D-d)\Delta n$

我们可以很容易地导出单个薄镜片的$(D-d)\Delta n$表达式的近轴形式。在近轴区长度D变成

$$D=d+X_2-X_1=d+\frac{Y^2}{2r_2}-\frac{Y^2}{2r_1}$$

因此

$$(D-d)=\frac{Y^2}{2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=-\frac{Y^2}{2f'(n-1)}$$

$$(D-d)\Delta n=-\frac{Y^2}{2f'}\left(\frac{\Delta n}{n-1}\right)=-\frac{Y^2}{2f'V}$$

根据式（49）得到

$$\text{近轴色差}=\frac{2\Sigma}{u'^2}=-\frac{Y^2}{f'Vu'^2}$$

和公式（39）完全符合。

第五章　球　　差

直接计算球差是简单的事。由物到象通过透镜既定的带追迹一条子午光线，求出象距L'，直接使它和由同一物点发出的对应近轴光线的象距l'比较，就可得到

$$\text{纵向球差}=LA'=L'-l'$$

I　各面球差贡献公式

上述简单关系式往往不适用，因为它将球差表示为两个大数的微小差值，而且不能揭示球差是从哪里产生的。因而如下将球差表示成各面的球差贡献之和来计算的方法有用得多。德拉诺⊖ (Delano) 已经给出了作这种计算的一种方便的公式。推导这个公式时参看图53。在图中有一条边缘光线和一条近轴光线入射到球面上。S是由近轴物点P向边缘光线引的垂直线的长度。边缘光线用Q和U规定，近轴光线用y和u规定。于是有

$$S=Q-l\sin U,\quad \text{所以}\ Su=Qu-y\sin U$$

等式右边的u用$yc-i$代替，$\sin U$用$Qc-\sin I$代替，其中c是面曲率。以n遍乘全式后得到

$$Snu=yn\sin I-Qni$$

为折射光线写出同样的等式（各量加撇号），令不加撇号的

⊖ E. Delano, A general contribution formula for tangential rays. J. Opt Soc. Am 42, 631 (1952)

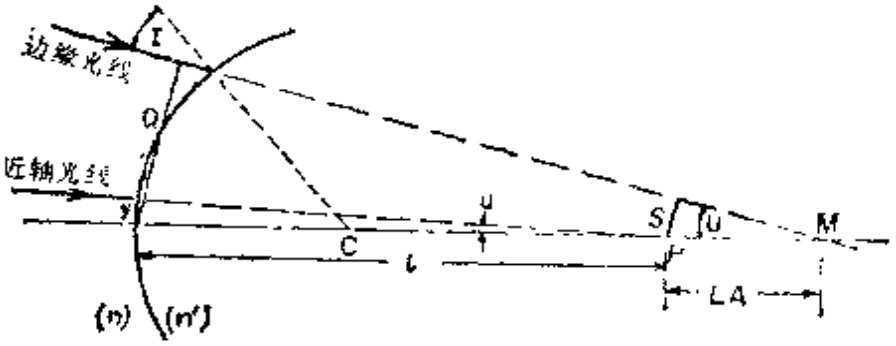


图53　球差贡献

等式减去加撇号的等式就得到

$$S'n'u'-Snu=(Q-Q')ni$$

为每一面写出这样的等式，叠加起来。按照$(S'n'u')_1=(Snu)_2$逐次相消之后得到（设共有k面）

$$(S'n'u')_k-(Snu)_1=\Sigma(Q-Q')ni \qquad (50)$$

由图53可知

$$LA=S/\sin U \text{ 和 } LA'=S'/\sin U'$$

所以

$$LA'=LA\left(\frac{n_1u_1\sin U_1}{n_k'u_k'\sin U_k'}\right)+\Sigma\frac{(Q-Q')ni}{n_k'u_k'\sin U_k'} \qquad (51)$$

连加号内的量就是各面对这一特定光线的球差的贡献，第一项表示物的球差经过透镜往象空间的传递，可以理解成物对总球差的贡献。

现在以第32页的透镜为例说明上述公式的应用。在第32页已经追迹过一条来自无穷远处，入射高为2.0的边缘光线，在第47页又追迹过一条相应的近轴光线。其它用德拉诺公式计算时所需的数据列于表Ⅶ。

我们看到，各面球差贡献之和和由光线追迹直接算出的球差$L'-l'$符合得很好：

$$L'=11.29390$$

$$l'=11.28586$$

$$LA'=L'-l'=0.00804$$

不过 L' 和 l' 值大约只准确到小数后第五位的一个单位，而

表Ⅷ　各面球差贡献

c	0.1353271	−0.1931098	−0.0616427	
d	1.05	0.40		
n	1.517	1.649		
	近 轴 光 线 数 据			
u	0	0.0922401	0.0554372	0.1666664
$yc-u=i$	0.2706542	−0.4597586	−0.1713855	
	边 缘 光 线 数 据			
Q	2.0	1.9178334	1.9186619	
Q'	2.0171179	1.9398944	1.8814033	
$Q-Q'$	−0.0171179	−0.0220610	0.0372586	
ni	0.2706542	−0.6974508	−0.2826147	
$n_k'u_k'\sin U_k'$	0.0277643	0.0277643	0.0277643	
球差贡献	−0.1668701	0.5541815	−0.3792578	$\Sigma=0.0080536$

各球差贡献值则准确到小数后第七位的一个单位。显然后者比较准确。

注意这个透镜第一、第三面提供的是欠校正球差，第三面虽然曲率比较小，但是提供的球差却是第一面的两倍；第二面提供的过校正球差比外侧两面的欠校正球差之和还大，虽然第二面两侧的折射率差是小的。

球差贡献公式还有另一种形式，有时会有用。它是根据 Q 和弦 PA 的关系推导出来的（见图 54），在三角形 APB 中有

$$\frac{PA}{\sin U}=\frac{L}{\sin(\alpha+I)}$$

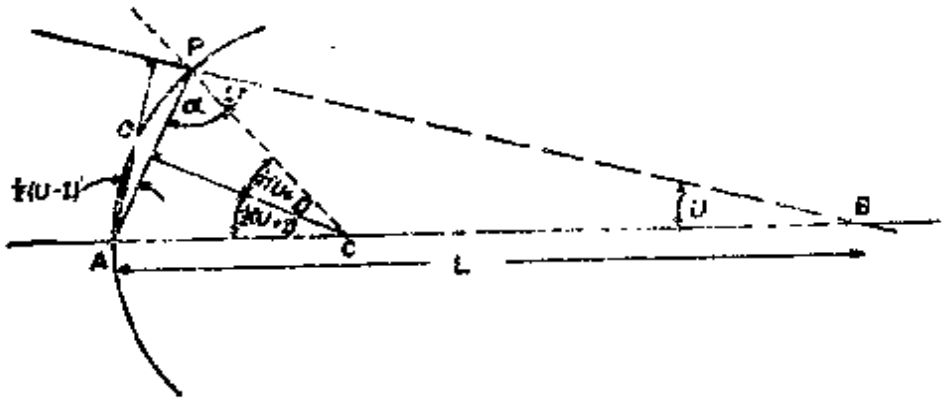


图54　$Q=PA\cos\frac{1}{2}(U-I)$的证明

因此

$$PA=\frac{L\sin U}{\sin(\alpha+I)}=\frac{Q}{\sin(\alpha+I)}$$

然而

$$\alpha=90^\circ-\frac{1}{2}(U+I)$$

所以

$$\alpha+I=90^\circ-\frac{1}{2}(U-I)\text{和}Q=PA\cos\frac{1}{2}(U-I)$$

于是有

$$(Q-Q')=PA\left[\cos\frac{1}{2}(U-I)-\cos\frac{1}{2}(U'-I')\right]$$

$$=PA\left[-2\sin\frac{1}{2}\left(\frac{U-I}{2}+\frac{U'-I'}{2}\right)\sin\frac{1}{2}\left(\frac{U-I}{2}-\frac{U'-I'}{2}\right)\right]$$

$$=2I'A\sin\frac{1}{2}(I'-U)\sin\frac{1}{2}(I'-I)$$

所以球差贡献公式可以写成

$$LA'=LA\left(\frac{n_1u_1\sin U_1}{n_k'u_k'\sin U_k'}\right)$$

$$+\Sigma\frac{2niPA\sin\frac{1}{2}(I'-I)\sin\frac{1}{2}(I'-U)}{n_i'u_i'\sin U_i'} \tag{52}$$

其中 $I'-I=U-U'$，$I'-U=I-U'$。

A. 面的球差贡献为零的三种情况

在下列特殊情况下，式（52）中连加号内的量为零：

(a) $PA=0$

(b) $I'=I$

(c) $i=0$

(d) $I'=U$

在情况(a)时物和象都在面的顶点。在情况(b)时边缘光线在面上没有折射，当物体处在面的曲率中心时就会出现这种情况，(c)也属于这种情况。折射面两侧的折射率相等（这是无意义的）也属于(b)的情况。若 $I'=U$ 或 $I=U'$ 就出现(d)。这种十分重要的情况必须进一步考察。

由式（4a）看到

$$\sin I=Qc-\sin U=\left(\frac{L\sin U}{r}\right)-\sin U=\left(\frac{L}{r}-1\right)\sin U$$

但是 $\sin I=(n'/n)\sin I'$，而且在现在的特殊情况下，$I'=U$，所以得到 $(L/r)-1=n'/n$，亦即

$$L=r(n+n')/n$$

相应地还有

$$L'=r(n+n')/n'$$

还可以指出，这一对特殊的共轭点还满足如下关系：

$$Q=Q',\ nL=n'L',\ 1/L+1/L'=1/r$$

举个数字例子有助于更好地理解这些性质。对于左边是空气右边是折射率为 1.5 的玻璃的凸面，

$$L=2.5r \text{ 和 } L'=1.6667r$$

在图55中标出了这一对共轭点B和B'。物空间中指向B的全

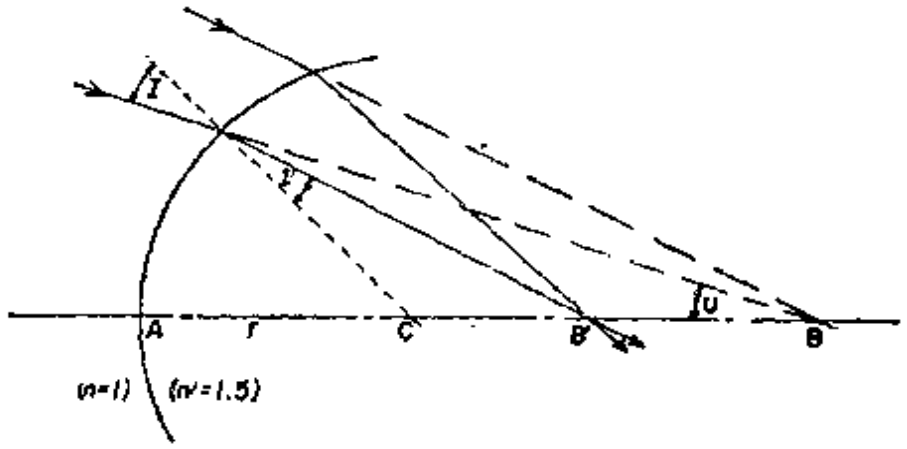


图55　折射面的齐明点

部光线经过折射之后都通过B'，而不论这些光线以怎样的角度进入折射面。这一对共轭点称为该面的齐明点。注意这两个点和面曲率中心的距离分别等于$r(n/n')$和$r(n'/n)$。这种齐明面在多种透镜中得到应用，尤其是应用在高倍显微镜物镜中。

要记住，齐明面只能增大会聚光束的会聚度或增大发散光束的发散度*。会聚度或发散度越大，齐明面的作用越大。对于平行入射的光，齐明面是平面，不改变会聚度。

---

* 显然，只当$n'>n$时才是这样的。当$n'<n$，齐明面使会聚光束的会聚度减小，使发散光束的发散度减小——译者注。

B. 齐明单透镜

可以令单透镜第一面是齐明面，第二面垂直于边缘光线，从而构成一个用于会聚光束的齐明单透镜。这种透镜增大会聚光束的会聚度，在某些场合下有用。在平行光中的齐明透镜只不过是一个平行板。在发散光束中齐明透镜是一个负弯月形透镜，只增加光束发散度而不引入球差。

C. 物距对面上产生的球差的影响

在前一节中已经看到，当（虚）物在图55中的 A、C 或 B 中时，单个折射面的球差贡献为零。于是会提出这样的问题：若物位于这些点之间将会怎样？这里规定光总是从左方进入。例如考察这样的情况：折射面半径为 10，左边是空气，右边是折射率为 1.5 的玻璃。令一条光线以固定的倾斜角11.5°（按其正弦等于0.2取值）入射到此面，计算物体沿光轴移动时象的球差。计算结果表示在图56中。

若物体在折射面和齐明点之间，这种会聚面提供过校正球差。这是万万预料不到的，是很有用的。在上述情况下，

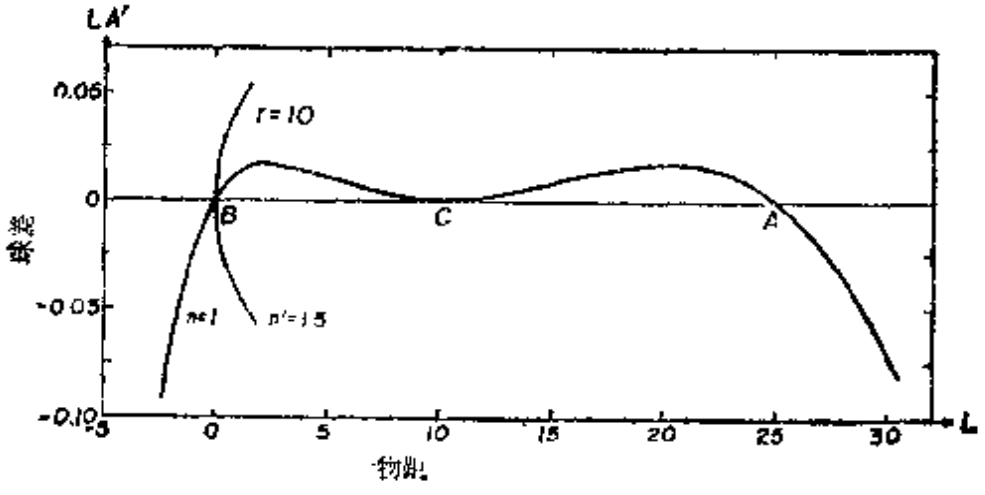


图56　物距对球差的影响

当物距大约等于面曲率半径两倍时，这个过校正球差达到峰值。由图56可以看到，这个过校正球差峰值位置靠近齐明点，而要想令其落在此点上，必须使面曲率半径稍大于齐明半径。还有另一个峰值，它靠近面本身，相应的L值约为面半径的0.2倍。这个峰值的用处少得多。一般规则是，当面左边为空气，右边为普通玻璃时，若r大约取齐明半径$L/(1+n')$的1.2倍，就会得到最大的过校正球差。

D. 透镜弯曲的影响

改变透镜球差最好的方法之一是令透镜“弯曲”（见第64页）。如果透镜很薄，令其各面曲率改变同一数值就会起改变透镜形状而保持焦距和色差不变的效果。选择适当的形状参数如c_1，作出的球差和这个参数的关系曲线（也就是球面随弯曲而变化的规律）一般是抛物线。令正薄透镜向左或向右不断弯曲，其球差总可以变成是欠校正的，在某一中间弯曲状态球差达到其数学极大值。对于远处的物体，单个薄透镜的球差永不为零，但正消色差透镜在极大值及其附近有一个过校正区域。弯曲厚透镜时，通常令除最后一面以外的各面的曲率全部改变一个既定的量Δc，而最后一面的半径用通常求角度解的方法（第49页）确定，以保证近轴焦距不变。当然，这种方法对色差稍有影响，只是对球差的影响比对色差的影响大得多。不过要注意，球差处于极大值时，即使令透镜显著弯曲，也是很少或不影响球差的。但尽管如此，仍然可以用弯曲来改变其它象差，如彗差或场曲等。

E. 球差取极小值的单透镜

可以用逐步弯曲（每次弯曲之后都调整最后一面的半径

以保持焦距不变）的办法令正的单透镜对某一波长的球差变到最小。经过这样的弯曲之后，会发现所得到的透镜两面的球差贡献差不多相等，其中第一面（平行光入射）的贡献比第二面稍微大一点。

作为例子，假设要设计一个球差取极小值的薄单透镜，要求焦距为10，孔径为 $f/4$，玻璃折射率1.523，厚度取0.25。按 $Y_1=1.25$ 作光线追迹，其结果列于下面的表中：

c_1	0.15	0.16	0.17	0.18
按焦距不变求出的 c_2	−0.041742	−0.031639	−0.021519	−0.011380
球差贡献（1）	−0.05977	−0.07267	−0.08730	−0.10376
球差贡献（2）	−0.10434	−0.08705	−0.07174	−0.05828
总　　计	−0.16411	−0.15972	−0.15904	−0.16205

在 $c_1=0.1648$ 处两面贡献相等，在这样的弯曲状态下总球差是−0.15893。小心作图就会发现真正的最小值出现在 $c_1=0.1670$ 处，对应的球差是−0.15883。它和前一球差值的差别完全是无关重要的。因此以两面贡献相等作为球差最小的弯曲状态是不会引入显著误差的。只是对于用高折射率材料制造的红外透镜，这种误差会变得大得多。

F．球差取极小值的双透镜系统

将两个相同的焦距等于所需焦距两倍的透镜密接地装在一起，可以使球差大为减小。按上一节的例子，这种双透镜（焦距缩放至10）的球差是−0.0788，大约是原来单透镜的一半。然而，如果弯曲第二个透镜，使四个折射面各自的球差贡献相等，系统的改进就会大得多。这里必要的条件是各面的 $(Q-Q')mi$ 值应相等，因为正是这个乘积决定各面的象差贡献。各面曲率通过几次试探计算确定，若所得的焦距偏

离要求值，就令整个透镜缩放到符合要求值为止。

作为例子，在第E节求得的球差取极小值的单透镜前面加上另一个透镜，用试探法确定c_3和c_4，使四个面的球差贡献相等。这样算出来的透镜数据如下（见图57）：

c	d	n	球差贡献($Y_1=1.25$)
0.1643			−0.01703
−0.02678	0.25	1.523	−0.01702
0.3434	0.05	(空气)	−0.01703
0.1216	0.25	1.523	−0.01700

这个系统的焦距变成4.6155，孔径$f/1.85$。将透镜缩放到焦距等于10.0，然后以$Y_1=1.25(f/4)$追迹一条光线，求得总球差是−0.0310，大约等于单个镜片的五分之一。值得注意的是，现在两个镜片的焦距并不相等，分别是21.7和18.4。

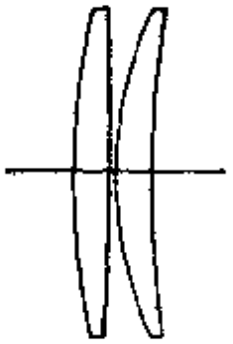


图57 球差取极小值的双透镜系统

这里往往会产生这样的误解，以为为了保证球差取极小值，就必须令边缘光线在四个面上的偏转角相等。为了说明这种想法和实际情况相差多么远，且看上述例子中各面上光线的偏转角：

面	U角/度	U'角/度	偏转$(U'-U)$/度
1	0	1.877	1.877
2	1.877	3.318	1.441
3	3.318	6.019	2.701
4	6.019	7.195	1.176

第三面的折射作用如此大而没有引入过多的球差，这是因为这个面十分接近齐明条件。

应该指出，用折射率高于2.5左右的材料（如硅或锗）设计两片的红外透镜时，会发现：若选择适当的r_3使其球差处于最大的过校正状态，就足以补偿掉前面球差取极小值的透镜的欠校正球差，因而可以完全校正好球差。最后一面的半径这样选择：使它的曲率中心和最后象点重合，以保证在其上不产生球差。

作为例子，设计一个用折射率是3.4的硅构造的$f/1$透镜。根据上述方法，得到如下结果：

c	d	n	球差贡献	
0.02790	0.25	3.4	−0.006017	$f'=10.283$
0.01572	0.05	（空 气）	−0.006004	$l'=9.717$
0.12832	0.50	3.4	+0.012009	孔径=10($f/1$)
0.10291			0	

前组元焦距33.99；后组元焦距14.88

图58是这个透镜的截面图。强的后镜片是很弯的弯月形透镜。硅和锗等高折射率材料会表现出对只熟悉普通玻璃透镜的人十分惊讶的特性。

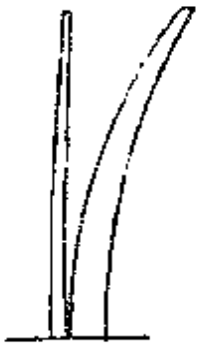


图58 $f/1$硅透镜

G. 四透镜单色物镜

已经说过，在平行光中使用的单个齐明透镜其实是一块平面平行板，不是透镜。然而，用产生微小过校正球差的办法（这种微小过校正球差可以用稍微弱于真正的齐明面的凸面来产生），可以构成一个适用于远处物体的齐明系统。具体做法是，将一个球差取最小值的透镜放在前面，在这个透镜后方的会聚光束中放置一系列过校正的弯月形透镜。

作为例子，采用第120页的球差取极小值的 $f/4$ 单透镜，后继三个弯月形透镜，各弯月形透镜的第一面都取球差过校正量最大的形状，第二面则垂直于边缘光线。弯月形透镜第二面偏离这个严格垂直的条件没有任何好处，因为它是发散面，在任何一侧偏离垂直都会导致欠校正球差出现，而这正是要极力避免的。

经过几次试探性计算，取得最大的过校正球差，再按 $f'=10.0$ 缩放之后（相对孔径等于 $f/2$），得到如下的系统：

c	d	n	球差贡献 ($f/2$)	
0.066014①	0.3	1.523	−0.020622	−0.041232
−0.010636①	0.05	(空气)	−0.020610	
0.082192	0.3	1.523	+0.002463	
0.055672	0.05	(空气)	0	
0.113932	0.3	1.523	+0.005962	
0.077543	0.05	(空气)	0	
0.158867	0.3	1.523	+0.014476	
0.109134			0	
		总计	−0.018331	

① 平行光中的“正交”透镜（见130页）

这时第一个透镜本身的焦距是24.969。由表中的数字看到，即使三个弯月形镜片也不能完全补偿掉第一个透镜的欠校正球差。

但是如果以第 121 页的两片型透镜的球差极小值为出发点，在这个两片型透镜后面只放两个弯月形透镜，就可以得到好得多的结果。用这种方法可以设计出一个用于平行光中的四片型消球差系统，相对孔径为 $f/2$。按照 $f'=10$ 缩放之后成为如下的结构：

c	d	n	球差贡献 ($f/2$)
0.041520	0.3	1.523	−0.005090
−0.006726	0.05		−0.005098
0.084883	0.3	1.523	−0.005106
0.029164	0.05		−0.005098
0.113764	0.3	1.523	+0.005966
0.077691	0.05		0
0.159353	0.3	1.523	+0.014387
0.109941			−0.000016
		总计	−0.000068

这个透镜示于图59。这里前两个透镜的焦距是18.380。这个系统已用于石英的单色显微镜物镜中，在紫外区的单一种波长中使用。其设计曾经为富尔策⊖ (Fulcher) 探讨过。

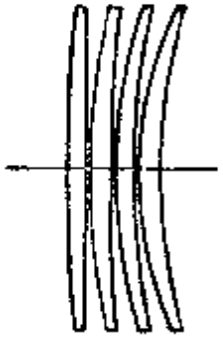


图59 四片式 $f/2$ 齐明物镜

H. 消球差的非球面平凸透镜

这里有两种可能的结构，一种是非球面面对远处的物体，另一种是平面面对物体。

1. 凸面在前

考虑象落在玻璃内部，情况如图 60a 所示。根据任何有限光线和光轴之间光程要相等的原则，得到

$$Bn=X+n[(B-X)^2+Y^2]^{1/2}*$$

⊖ G. S. Fulcher, Telescope objective without spherical aberration for large apertures, consisting of four crown glass lenses, J. Opt. Soc. Am., 37, 47 (1947).

* 原文误为 $Bn=X+n[(B-X)^2+X^2]^{1/2}$——译者注。

于是有

$$\frac{[X-Bn/(n+1)]^2}{[Bn/(n+1)]^2}+\frac{Y^2}{B^2(n-1)/(n+1)}=1$$

这是一个椭圆，半长轴 a 等于 $B_n/(n+1)$，半短轴 b 等于 $B[(n-1)/(n+1)]^{1/2}$；偏心率 $e=[1-(b/a)^2]^{1/2}=1/n$。例如，若 $B=20$mm，$n=1.5$，则半轴长分别为 12.0 和 8.94mm，顶点半径6.66，$e=0.6666$。这种曲面早就用于公路反光镜中。

2. 平面在前

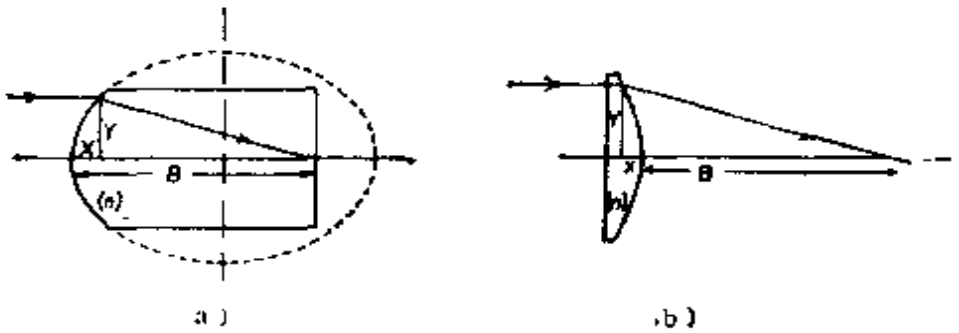
令透镜后方空气中的光程相等，得到

$$B+nX=[Y^2+(B+X)^2]^{1/2}$$

于是

$$\frac{\{X+[B/(n+1)]\}^2}{[B/(n+1)]^2}-\frac{Y^2}{B^2(n-1)/(n+1)}=1$$

两种情况明显相似。平面在前的透镜取双曲面形，半长轴等于 $B/(n+1)$，半短轴仍旧等于 $B[(n-1)/(n+1)]^{1/2}$（图60b），偏心率则等于折射率 n。这种面可作为双凸透镜的任



(a)　　(b)

图60　消球差的非球面单透镜

一面，用于倍率有限的场合，孔径可以任意大而没有球差。

Ⅱ 带 球 差

已经知道，可以用正、负镜片组合，设计出边缘光线焦点和近轴象点重合的透镜。于是说这个透镜球差为零。然而，通过透镜中间带的光线的焦点一般要比近轴象点更靠近透镜，偶尔亦会比近轴象点离透镜更远。可以作出入射高Y和球差的关系曲线，如图61。这种沿带分布的球差余量通常称为带球差，它可以表示为只含Y的偶次项的幂级数：

$$LA'=aY^2+bY^4+cY^6+\cdots$$

这个幂级数各项顺次称为初级球差、二级球差，…等等，当然它们不是单独存在的，实际球差是所有各项之和。但是可

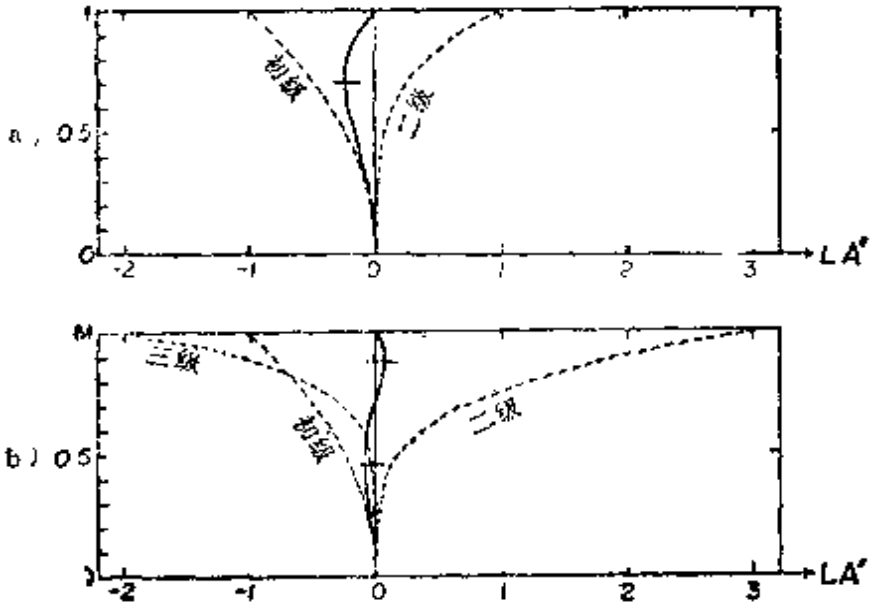


图61 各级球差的作用

(a) 初级和二级球差 (b) 初级，二级，三级球差

以给各项单独作图以揭示它的变化规律(图61)。如果Y小，二级和更高级的项很小或可以忽略，初级项反映了全部球差。随着Y增大，首先是二级球差增大，然后是三级球差增

大，先后占据主导地位。在图 61a 所示的例子中，初级项是负的，二级项是正的，对于边缘光线二者相等而符号相反。象这个例子这样只有头两项出现，带球差余量峰值出现在 Y 等于边缘的 Y_m 乘以 $1/\sqrt{2}=0.7071$ 处。这里的带球差余量等于透镜边缘带上的初级量的四分之一。

三级球差和二级球差相差不大，它可能是正的，叠加到二级球差上，这时最大的带球差余量落在高于 0.7 带的地方，并且边缘象差增加得很快。反之，若三级球差是负的，和二级球差相消，因而有可能同时消除边缘球差和带球差，如图 61b 所示。注意这时的二、三级球差比图 61a 的简单情况大得多，但是总象差曲线却接近平直，在 0.7 带上方和下方小量的球差余量大小相等而符号相反。通过分析可知，球差余量的极大值和极小值落在如下 Y 值上：

$$Y/Y_m=(1\pm 1/\sqrt{3})^{1/2}/\sqrt{2}=0.8881\text{和}0.4597$$

图中用短横线标记出这两个位置。

Ⅲ 初 级 球 差

A. 一个面上的初级球差

为了分离出初级项，必须使 Y 取无限小，这时不能用公式(51)计算球差，而且不能用原来的光线追迹公式追迹近轴光线。然而，初级项可以作为一个极限来确定：

$$LA'_{\text{初级}}=\lim_{Y\to 0}(LA'_i)$$

求极限时，用近轴光线数据代入准确公式(52)中的各量。作这种代换之后，得到初级球差公式：

$$LA'_i=LA'_p\left(\begin{matrix}n_1u_1\\ n'_ku'^2_k\end{matrix}\right)+\sum\frac{2y\cdot\frac{1}{2}(i'-i)\cdot\frac{1}{2}(i'-u)ni}{n'_ku'^2_k}$$

这里 LA_s 是物的初级球差(如果有的话)，它按通常的纵向倍率关系传递到最后的象上。连加号内的量就是各面产生的初级球差。这些面贡献值可以写成

$$SC=yni(u-u')(i-u')/2n'_iu'^2_i \qquad (53)$$

计算这个公式只需要用到近轴光线数据。注意纯初级球差

$$LA'_s=aY^2$$

此外图61中的球差曲线在其与光轴相交处的曲率半径是

$$\rho=Y^2/2LA'_s=1/2a$$

因此初级球差系数 a 等于球差曲线在其与透镜轴相交处的曲率半径的两倍的倒数。所以追迹一条近轴光线不但能找出近轴象点的位置，而且能判断球差曲线在其与光轴的交点（即近轴象点）处的形状。以这样少的光线追迹工作量取得这么多的信息，确实令人惊讶。

作为使用上述公式的例子，计算第32页中多次用过的双胶合透镜的三个面的初级象差贡献值（见表Ⅸ）。令这些初

表Ⅸ　初级球差的计算

y	2	1.9031479	1.8809730	
n	1	1.617	1.649	
$yc-u=i$	0.2706542	−0.4597566	−0.1713855	
u	0	0.0922401	0.0554372	0.1666664
y	2	1.9031479	1.8809730	
ni	0.2706542	−0.6974508	−0.2826147	
$u-u'$	−0.0922401	0.0388029	−0.1112292	
$i-u'$	0.1784141	−0.5151938	−0.3380519	
$1/2u'^2_i$	18	18	18	
乘积$=SC$	−0.160349	0.463014	−0.359792	$\Sigma=$ −0.057127

级球差贡献值和第 114 页的准确的球差贡献值比较是很有意义的，如下面的数字所示：

	面			总 和
	1	2	3	
准确的球差贡献	−0.16687	+0.55418	−0.37926	0.00805
初级球差贡献	−0.16035	+0.45301	−0.35979	−0.06713
差值（高级量）	−0.00652	+0.10117	−0.01947	

每一面上的实际球差贡献值和初级球差贡献值大小差不多而且符号相同，只是在胶合面上二者的差别最大。这是由于在该面上出现了显著的二级和更高级的球差，而在两侧的面上表现出的高级球差很小。在胶合面上出现大量高级球差是这个透镜带球差大的原因。

B. 薄透镜的初级球差

将薄镜片两面的 SC 值合并，就会发现，系统中的薄透镜或密接薄透镜组在最后象产生的初级球差是：

$$SC=-\frac{y^4}{n_0'u_0'^2}\sum(G_1c^3-G_2c^2c_1+G_3c^2v_1+G_4cc_1^2-G_5cc_1v_1+G_6cv_1^2) \tag{54}$$

足标 0 表示最后象的参量，连加号内各项表示各镜片的贡献。c、c_1 的意义和前文一样，即 $c_1=1/r_1$，$c=1/f'(n-1)$。v_1是镜片的物距的倒数，各个G是折射率的函数，即

$$G_1=\frac{1}{2}n^2(n-1), \qquad G_2=\frac{1}{2}(2n+1)(n-1)$$

$$G_3=\frac{1}{2}(3n+1)(n-1), \qquad G_4=\frac{1}{2}(n+2)(n-1)/n$$

$$G_5=2(n^2-1)/n, \qquad G_6=\frac{1}{2}(3n+2)(n-1)/n$$

公式(54)已经被康拉第详细推导过⊖。只有当薄透镜包含一片以上的镜片（例如薄的双透镜或三透镜）时，它才需要用连加号，否则可以去掉。若镜片超过一片，胶合面都要用很薄的空气层代替。c_1是各片第一面的曲率，v_1是空气中的物距的倒数。因此对于双胶合透镜，它的第二个镜片有

$$(c_1)_b=(c_1)_a-c_a \quad 和 \quad (v_1)_b=(v_1)_a+c_a(n_a-1)$$

如果是空气中的一个单独的薄镜片或薄的透镜系统，而不是更复杂的系统的一部分，则$n_0'=1$，$u_0'=y/l'$。物的象差（如果有的话）也要传递到象方，叠加到透镜产生的新象差上。因此这时候有

$$LA_s'=LA_s\left(\frac{l'}{l}\right)^2-y^2l'^2\Sigma(G\text{和数})$$

（G和数）表示公式(54)括号中的六项式。

利用G和数公式可以作图表示薄透镜的初级球差怎样随弯曲状态而变化(图62)。对于单个正的薄透镜这是一条竖置的抛物线，它的顶点与表示球差等于零的直线接近而不相交。

初级球差取最小值的单薄透镜称为正交透镜；它的形状可以通过令G和式相对于c_1取导数得到：

$$dLA'/dc_1=-y^2l'^2(-G_2c^2+2G_4cc_1-G_5cv_1)=0$$

于是正交透镜的c_1值由下面的公式给出：

$$c_1=(G_2c+G_5v_1)/2G_4$$

代入G函数的显式就得到

$$c_1=\frac{\frac{1}{2}n(2n+1)c+2(n+1)v_1}{n+2} \qquad (55)$$

⊖ A. E. Conrady, p.95.

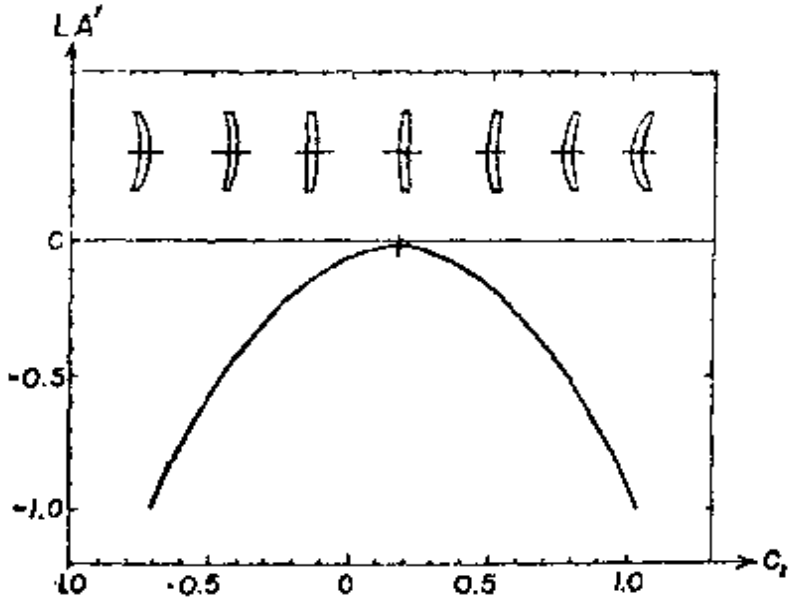


图62 弯曲对球差的影响

在物体位于很远处的特殊情况下，$v_1=0$，这时有

$$c_1/c=n(2n+1)/2(n+2)$$

于是

$$c_2/c_1=(2n^2-n-4)/n(2n+1)=r_1/r_2$$

对于各种典型折射率，这个公式给出

n_2	1.5	1.6	1.7	2.0	3.0	4.0
c_2/c_1：	−6	−14	+94	+5	+1.9	+1.5

对于折射率为1.6861的玻璃，正交透镜刚好是一个平凸透镜，对于其它折射率，则稍微偏离平凸透镜。对于极高折射率3.0和4.0（这只有红外材料才会有），正交透镜是十分弯曲的弯月形薄透镜。

Ⅳ 平面平行板引起的象位移

如图63所示，将一块厚的平面平行板放进会聚角为U的光路中，由此引起的纵向象位移$S=BB'$由下式确定

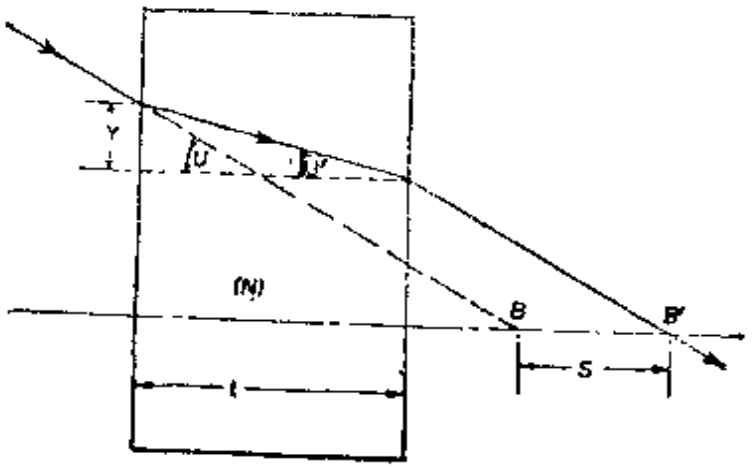


图63　加入平行板引起的象位移

$$S=\frac{Y}{\tan U'}-\frac{Y}{\tan U}$$

$$=\frac{Y}{\tan U'}\left(1-\frac{\tan U'}{\tan U}\right)$$

$Y/\tan U'$ 等于板的厚度 t，因而

$$S=t\left(1-\frac{\tan U'}{\tan U}\right)=\frac{t}{N}\left(N-\frac{\cos U}{\cos U'}\right)$$

其中N是平行平板材料的折射率。对于近轴光线，这个公式简化成

$$S=\frac{t}{N}(N-1)$$

玻璃平板比它的“等效空气厚度”占据较多的空间，所谓玻璃平板的“等效空气厚度”定义为这样的空气厚度，近轴光线在其中通过后减小或增加的光线段长度和在这块玻璃平板中通过后减小或增加的光线段长度相同，因此

等效空气厚度＝玻璃厚度/折射率

设计透镜时系统中的反射棱镜可视为一块很厚的平行平板。在会聚光束中，棱镜的影响是使三个纵向象差——球

差、纵向色差和象散产生过校正量，使横向象差——彗差、畸变和横向色差产生欠校正量。

V 球差的公差

A. 初级球差

康拉第㊀曾经指出，如果透镜只有小量纯粹初级球差，则最佳拟合参考球面将和出射波面交于中央和边缘，最佳焦面将在边缘光线焦点和近轴光线焦点之间的中点上。如果象差比瑞利界限值大许多，则主要从光线的几何结构方面来考虑问题。用几何方法确定的最小弥散圆是最佳焦点。不过还有靠近近轴焦点的第二个最佳焦点，这是由实验充分证实了的㊁。

在只有初级球差的情况下，在这个最佳焦点上 OPD 的最大值应当等于瑞利四分之一波长界限值，即

$$LA' = 4\lambda/\sin^2 U'_m = 16\lambda(f数)^2 \qquad (56)$$

其中 f数＝焦距/孔径直径。

这个象差公差意外地大，是焦深的四倍。对于 λ＝0.0005mm，有如下典型数据：

f 数	4.5	6	8	11	16	22
初级球差公差/mm	0.2	0.3	0.5	1.0	2.0	3.9

B. 带球差

康拉第曾经指出㊂，如果透镜已经对边缘光线校正球

㊀ A. E. Conrady, p.628.

㊁ H. G. Conrady, An experimental study of the effects of varying amounts of primary spherical aberration on the location and quality of optical images, Phot. J. 66, 9, (1926).

㊂ A. E. Conrady, p.631.

差，如下大小的带球差余量和瑞利界限值对应：

$$LZA=6\lambda/\sin^2U'_m \tag{57}$$

这时只有初级球差时的公差的 1.5 倍。

望远物镜，显微物镜和放映镜头等目视系统的边缘球差最好不要过校正(尽管令边缘球差过校正能使带球差减小)，因为过校正球差会使象出现讨厌的光晕，况且带球差公差是很大的，一般不至于被超过。实际上许多放映物镜甚至有意令边缘光线欠校正，以得到最大的反差，最清晰的象。但对照相物镜则一般令球差过校正量等于带球差欠校正量的二、三倍。过校正光晕往往太弱而不会记录在胶卷上，曝光时间很短时尤其是这样，而且照相镜头通常总是光圈稍微收缩一点使用的。这就会截除掉边缘过校正球差，余下小量的带球差往往是不起什么作用的。

与此相关，应当指出，照相机用调动前面的镜片的方法来调焦时，会使球差迅速变成欠校正。这会导致清晰度下降和焦面移动（小孔径时），只是这种做法给照相机设计带来的方便多于以上的缺点。如果预定镜头是供这样对焦使用的，就应该设计成有大量的过校正球差。可能的话，应当使它的球差对15～20英尺的对焦距离得到最佳校正。

C. 康拉第的 OPD'_m 公式

判断透镜带球差的校正是否适当的最好方法，可能是计算出射波前和某一个中心在边缘光线象点上的参考球面之间的光程差。康拉第㊀已经给出了如下的计算透镜各面的OPD（光程差）贡献值的公式

㊀ A. E. Conrady, p.616.

$$OPD'_m = \frac{Y n \sin I \sin\frac{1}{2}(U-U')\sin\frac{1}{2}(I-U')}{2\cos\frac{1}{2}(U+I)\cos\frac{1}{2}U\cos\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}U'\cos\frac{1}{2}I'} \tag{58a}$$

参考公式(52)，可知利用 (Q, U) 法追迹光线时，康拉第的表达式可以大大简化成

$$OPD'_m = \frac{(Q-Q')n\sin I}{4\cos\frac{1}{2}U\cos\frac{1}{2}I\cos\frac{1}{2}U'\cos\frac{1}{2}I'} \tag{58b}$$

这个 OPD 值和各面的球差贡献值符号相同。如果透镜对边缘光线校正好球差，则各面 OPD 值的和数是带球差的量度，这个和数为正时对应于负带球差。采用 OPD 公式的好处在于 OPD 和的公差已知为两个波长。因而可以直接估计带球差余量影响大小。这要比第 133 页那个简单的带球差公差公式准确得多，后者则只有初级和二级球差时才成立。

若边缘和 0.7 带上的球差都为零，如图 61b 的情况，则可以通过计算边缘光线的 OPD 和（应当为零）和沿 0.7 带光线的 OPD 和来确定留下的两个球差小带的影响大小。

第六章　消球差的消色差透镜的设计

透镜色差只和光焦度有关，球差则随弯曲状态而变化，所以令消色差透镜选择适当的弯曲状态以提供期待的球差（在一定界限内）显然是可能的。为此有两种设计方法。第一种方法是四光线法，这种方法不必对透镜的光学特性有多少了解。第二种方法以初级象差理论为基础，通过研究薄透镜的性质，直接求得问题的解答。这后一种方法更好，能指出该问题存在多少个解。

I　四光线法

选定一个估计有可能校正好的初始结构（实际上这个结构可以和最终解的差别相当大），追迹D光的边缘光线和近轴光线确定球差，追迹F、C光的0.7带光线计算色差。保持c_1不变，试探性地改变c_2、c_3，在这当中利用"双参数图"来判断c_2、c_3应当怎样改变才能达到期待的解。这种简单而有效的方法有时称为强迫改变法。如果有小型计算机可供光线追迹用，则这种方法会特别方便。

作为一个例子，用这种方法设计一个焦距10，孔径2.0($f/5$)的消色差双透镜，所用的玻璃是：

类　别	n_C	n_D	n_F	Δn	V
(a) 冕牌玻璃	1.52036	1.523	1.52929	0.00893	58.6
(b) 火石玻璃	1.61218	1.617	1.62904	0.01686	36.6
				$V_a-V_b=22.0$	

第89页消色差透镜的薄透镜(c_a, c_b)公式给出

$$c_a=0.5090,\quad c_b=-0.2695$$

令冕牌玻璃镜片为等凸透镜，就得到下面的初始系统：

$$c_1=0.2545,\quad c_2=-0.2545,\quad c_3=0.0150$$

通过按比例作透镜图来选定适当的厚度：冕牌玻璃镜片取0.4，火石玻璃镜片取0.16。以 A 表示这个方案，光线追迹结果如下：

$Y=1$	$Y=0.7$
$L_F=9.429133$	$L_F'=9.426103$
$L_D=9.429715$	$L_C'=9.430645$
球差$=-0.000583$	色差$=-0.004542$

然后试探性地将 c_3 改动 0.002，得到方案 B。后者的球差$=+0.001304$，色差$=-0.001533$。再令 c_3 作试探性地改动 0.002，得到方案 C。它的球差$=-0.002365$，色差$=$

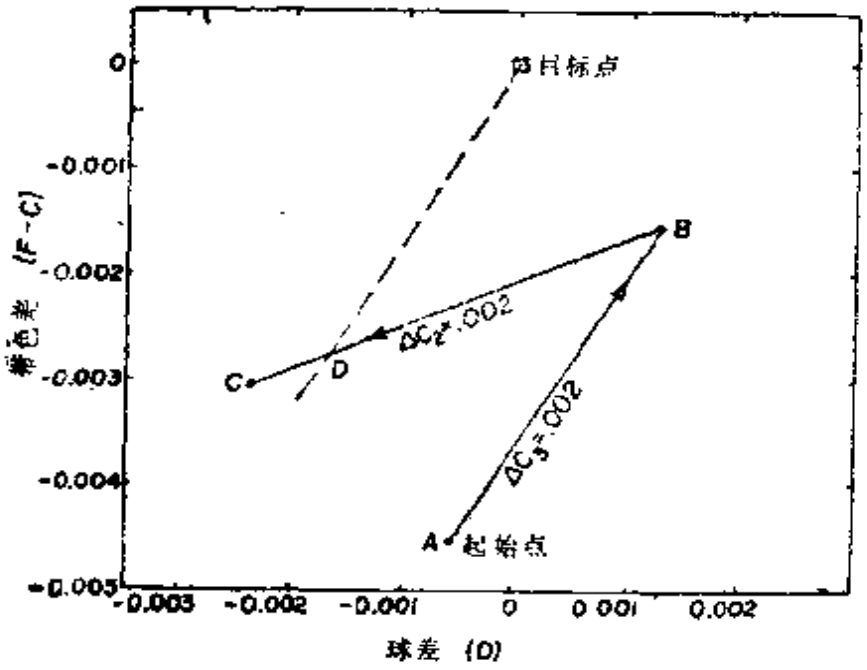


图64　设计双胶合透镜的四光线法

−0.003027。在以球差为横座标，色差为纵座标的直角座标上表示以上三个方案的象差变化，即图64。然后通过目标点(0,0)作平行于AB线的直线，交BC线于D。据此就能判断，应当以方案B为起点，作如下改动：

$\Delta c_2=0.00164$，原来的c_2是−0.2545；故应令$c_2=-0.25286$

$\Delta c_3=0.00181$，原来的c_3是0.0170；故应令$c_3=0.01881$

最后得到如下的结构方案：

c	d	n_D	V
0.2545	0.4	1.523	58.6
−0.25286			
0.01881	0.15	1.617	36.6

对这个方案作光线追迹，得到$f'=10.0916$，$l'=9.6288$，$LA'(f/5)=-0.00005$，$L'_{sk}=+0.00004$。显然这种型式的透镜的象变化是高度线性的。在要同时改动两个透镜参数来校正两种象差的场合，这个“双参数图”方法是大有用处的⊖。

Ⅰ 薄透镜分析设计法

设计普通的双胶合透镜时，首先确定c_a、c_b值以满足薄透镜色差校正要求（参看第89页）。然后按第129页所述，写出薄的透镜系统的初级球差G和数表达式。因为要用c_1作为弯曲参数，所以各项用c_1表达。对于冕牌玻璃镜片，c是c_a，c_1仍然是c_1，v_1是物距倒数。对于火石玻璃镜片，$c_3=c_1-c_a$，由于两片相胶合，c是c_b，$v_3=v_1+(n_a-1)c_a$。这里两个G和数之和是c_1的二次式，可以用计算或图解的方法找出满足要求

⊖ 这个方法是作者的同事本涅特 (H. F. Bennett) 提供的。

的两个c_1值。可以看到，实际上有两个，也只有两个解。前一节所讲的四光线法只给出最接近人为设定的初始结构的那个解，另一个解完全被忽略了。

作为例子，采用类似于前一节四光线法的例子所用的玻璃，给出$c_a=0.5085$，$c_b=-0.2679$。若冕牌玻璃在前，有$f'y'=100$，$v_1=0$，$v_2=0.2659$，$c_3=c_1-0.5085$。用这些值构成G和式：

$$SC_a=-30.759c_1^2+27.357c_1-7.9756$$

$$SC_b=\ \ 18.543c_1^2-23.698c_1+7.8392$$

$$\text{总计}=-12.216c_1^2+\ 3.659c_1-0.1364 \qquad (59)$$

对一系列的c_1值计算这个等式，作出球差和c_1的关系图（图65）。从图中可以找出存在的两个解。有必要再次指出，这个图是不准确的，理由有三点：假定了系统是薄透镜；只考

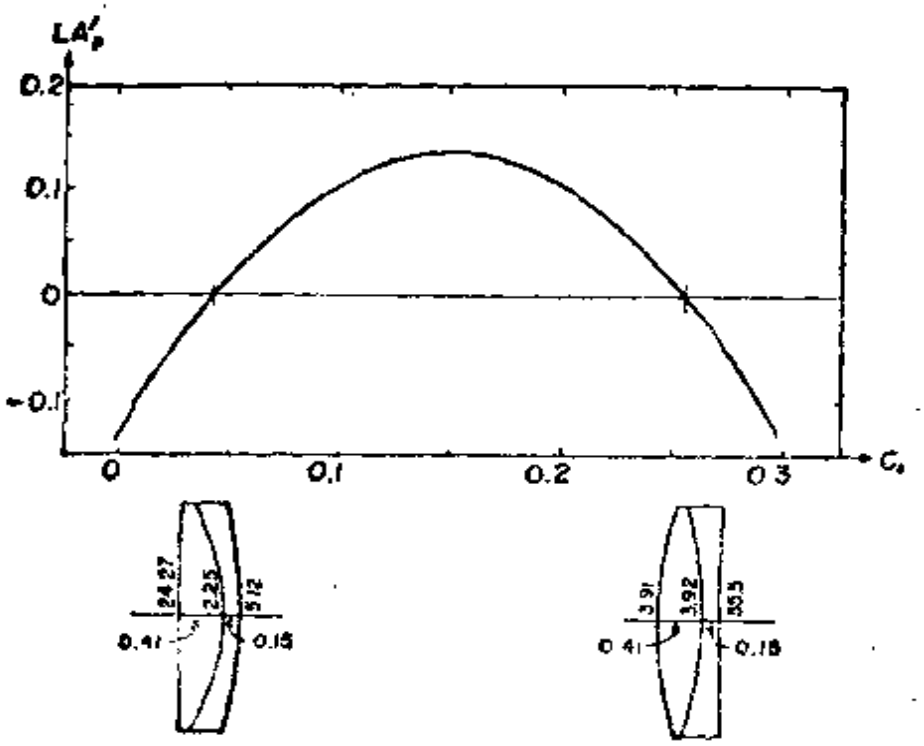


图65　冕牌玻璃在前的薄透镜方案

虑到近轴消色差，只考虑到初级球差。然而得到的两个解却意外地接近最终解。

A. 加进厚度

因为要求球差为零，所以取如下两个解，

$$c_1=0.044 \text{ 或 } c_1=0.256$$

按比例作出这个系统的图，分别加入适当的厚度0.415和0.15。下一步是追迹D光边缘光线，用$(D-d)$法实现完全消色差，以此确定末面半径（如第107页所述）。追迹边缘光线和近轴光线，就可以求出实际的球差。这并非期待的数值（虽然一般是十分接近的），所以微分式(59)求出dA'/dc_1，利用它的系数确定为消除剩余球差c_1应改变多少。上述两个解的计算结果列于下面的表中：

c_1	0.044	0.256
准确的LA'	0.0072	−0.0007
dLA'/dc_1	2.584	−2.596
Δc_1	−0.0028	−0.0003
新的c_1	0.0412	0.2557
新的LA'	−0.0001	0.0000
LZA'	−0.0171	−0.0045

两个最终设计方案如下页表。按比例作这两个系统的图，见于图65。哪一个方案比较好要由带球差决定。左边方案的带球差差不多等于右边方案的四倍*，而且右边方案各面比左边方案弱，加工经济。再者，冕牌玻璃镜片几乎是等凸的，应做成真正的等凸，以简化胶合操作。为此应稍微向左方弯曲，于是会带来少量过校正球差。这时最好改变末面半径以

* 原文误为五倍——译者注。

左 边 解			右 边 解		
c	d	n	c	d	n
0.041[illegible]	0.412	1.523	0.265755	0.415	1.523
−0.4442			−0.255097		
−0.1953	0.15	1.617	0.018021	0.15	1.617
$f'=9.9943$			$f'=9.99398$		
$l'=9.9545$			$l'=9.52719$		
$(f/5)$ $LA'=-0.00007$			$(f/5)$ $LA'=-0.0000$		
$LZA=-0.01705$			$LZA'=-0.00450$		

恢复球差校正状态，而保留微小的色差余量。最后，计算三个波长的边缘光线、带光线和近轴光线，作出色球差曲线，如图66所示。

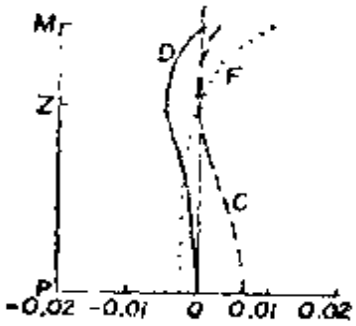


图66 冕牌玻璃在前右边方案($f/5$)的色球差

B. 火石玻璃在前的解

冕牌玻璃在前并无绝对优越之处，而事实上在某些场合下会选用火石玻璃在前的方案。以火石玻璃为 a，冕牌玻璃为 b，重复前面的做法，给出

$$球差=-12.2162c_1^2+5.6493c_1-0.5399 \qquad (60)$$

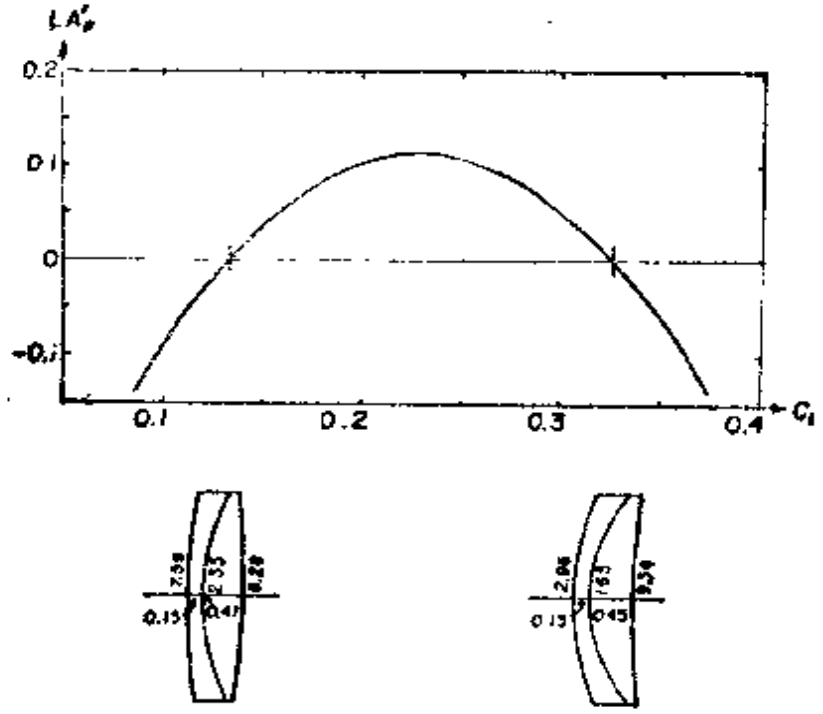


图67　火石玻璃在前的[illegible]

相应的关系曲线见图67。据此图找出两个消球差方案如下：

c_1	0.135	0.327
准确的 LA'	0.0078	0.0242
dLA'/dc_1	2.351	−2.340
Δc_1	−0.0033	0.0103
新的 c_1	0.1317	0.3373
准确的 LA'	−0.0002	0.0004
准确的 LZA'	−0.0052	−0.0194

两个火石玻璃在前的最终设计方案如下页表。

考察全部四个解后可以清楚地看到，右边的冕牌玻璃在前方案从各方面来看都是最佳的，虽然左边的火石玻璃在前方案的带球差也并不大很多。同时，曲率半径比较大，而且可以使冕牌玻璃镜片做成等凸形状。这都是冕牌玻璃在前方案一般更受欢迎的重要原因。

左边解			右边解		
c	d	n	c	d	n
0.1317	0.15	1.617	0.3373	0.15	1.617
0.3917			0.6052		
−0.1079	0.414	1.523	0.108114	0.464	1.523
$f'=9.9969$			$f'=10.0564$		
$l'=9.7994$			$l'=9.4056$		
$(f/5)$ $LA'=-0.00015$			$(f/5)$ $LA'=0.09037$		
$LZA'=-0.0052$			$LZA'=-0.0194$		

C. 计算机程序框图

可以把消色差胶合透镜设计的全过程编成小计算机程序。要输入程序的数据有：两种玻璃的参数n_a、v_a、n_b和v_b；焦距及其公差；正透镜边缘厚度和负透镜中心厚度；要求的色差$(D-d)\Delta n$和余量；要求的球差余量及其公差；还要说明采用右边的解还是左边的解。图68的框图是为冕牌玻璃在前的正双透镜而作的。但实际编制时要改变一下，使它能够设计火石玻璃在前的方案和设计负的消色差透镜。在程序中应考虑到要求的球差值无法实现的情况（当要求的过校正球差太大或玻璃对选择不恰当时常会出现这种情况），作出适当处理。另一种会使程序中断执行的情况是c_1的解处于弯曲抛物线顶点（此处导数dLA'/dc_1为零）。这时，计算出来的Δc_1变成无穷大而失去意义。

Ⅲ 带球差的校正

如果透镜系统的带球差过大，将它分裂成两个透镜（各透镜的光焦度为原来的透镜系统的一半）常常可以使带球差

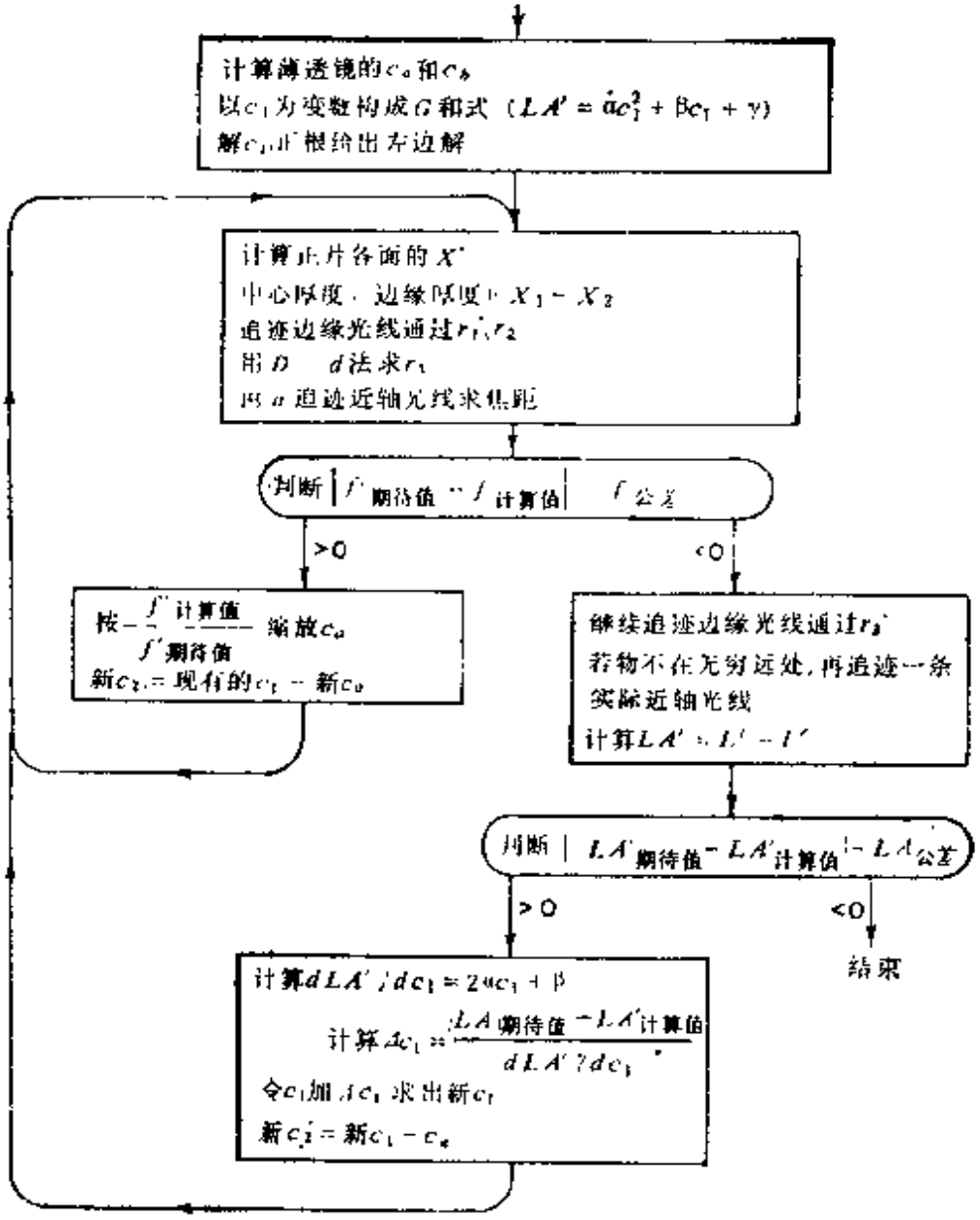


图68　双胶合透镜自动设计框图

减小。做法和减小单透镜边缘象差的做法类似（参看第121页）。

在胶合系统中则常常采用另一种办法，即用一个狭窄的空气隙代替胶合面。要使这个办法有效，在空气隙中必须出

扩大整球差，使边缘光线比 0.7 带光线下偏得快得多。因而空气隙使边缘球差欠校正量的增加比带球差快。由于这时候入射高减小，后面的负镜片的作用不如胶合面被取代之前大，所以要调整末面半径，以恢复色差校正状态（通常是用 $D-d$ 法）。但这样做会使球差强烈欠校正，为此采用弯曲整个透镜的办法来恢复校正状态。用这种方法常常可以同时校正边缘球差和带球差。

为了正确确定空气间隙的厚度和透镜的弯曲程度，由一个胶合透镜出发，用一个任意窄的平行空气间隙代替胶合面，用 $D-d$ 法求出末面半径。然后令整个透镜作试验性的弯曲，直到边缘球差校正好为止，并算出带球差。如果带球差仍然是负的，就要扩大空气间隙，作出适当的图线，这时很易找出要求的空气间隙和弯曲值。

作为例子，可以考察如下三个 $f/3.3$ 系统。它们的焦距都是10.0，由K-3和K-4玻璃构成，末面半径分别用通常的 $D-d$ 法确定：

A			B			C		
c	d	n	c	d	n	c	d	n
0.259	0.75	1.51814	0.259	0.75	1.51814	0.236	0.75	1.51814
−0.2518			−0.2518			−0.2748		
0.018048	0.25	1.61644	−0.2518	0.0162	(空气)	−0.2748	0.0162	(空气)
				0.25	1.61644		0.25	1.61644
			0.022487			−0.005068		
$LA'_{边缘}=0.001252$			-0.114863			-0.000211		
$LA'_{\bullet}=-0.024094$			-0.058951			0.000345		

系统A是通常的双透镜，球差已校正好，只是为了说明问题，相对孔径取得比通常的大。它的球差曲线示于图69a。加

入空气间隙并用$D-d$法适当减小末面半径，得到系统B。加入这个空气间隙后带来的球差变化是

$$\left.\begin{aligned}\Delta LA'_{边缘}&=-0.116115\\ \Delta LA'_{带}&=-0.034857\end{aligned}\right\}\text{比率：}3.33$$

现令全系统向左弯曲 $\Delta c=-0.023$，以恢复球差校正状态。这时球差变化量是

$$\left.\begin{aligned}\Delta LA'_{边缘}&=0.114652\\ \Delta LA'_{带}&=0.059296\end{aligned}\right\}\text{比率：}1.93$$

如果一切都理想，只有初级和二级球差，这个比率应为2.0。由此可见，弯曲造成的球差改变的线性相当好。

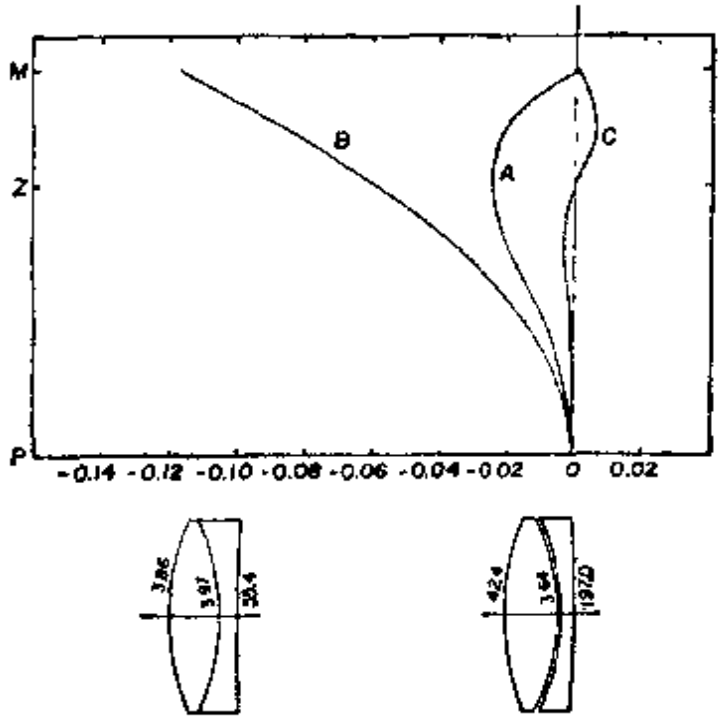


图69　窄空气间隙对球差的影响

(a)双胶合透镜　(b)加入窄空气间隔的影响　(c)最终解

遗憾的是虽然系统C的边缘球差和 0.7 带球差实际上已经减小到零，但是仍然保留有一定大小的居间带球差余量。

在不同高度上追迹几条附加的带光线，就可以作出这个系统的球差曲线（见图 69c）。不过可以看到，这些不可避免的球差余量比原来的胶合系统A的0.7带球差要小得多。

还可以用类似的步骤将镜片加厚，以减小带球差（只要在玻璃中出现大量的欠校正球差）。在照相物镜（如大孔径双高斯镜头）中是经常这样做的。

Ⅳ 复消色差物镜设计

A. 双胶合透镜

适当选择玻璃对，令它们的相对色散相等，就可以使双胶合透镜实现复消色差。第92页中提及的萤石和重钡冕玻璃就是其中一种可能的组合。另一个例子是由如下两种新的肖特玻璃构成的双透镜：

玻　璃	n_e	$\Delta n=(n_F-n_C)$	$V_e=\left(\frac{n_e-1}{n_F-n_C}\right)$	P_{F_e}
FK-52	1.48747	0.00594	82.07	0.4562
KzFS-2	1.56028	0.01036	54.08	0.4562

这里两个V值之差很大（27.99），使两个镜片弱，减小了带球差。

B. 复消色差三透镜组

在历史上曾经风行一时的复消色差望远镜物镜，就是泰勒（Taylor）在1892年发明的复消色差三透镜组[⊖]，又称为“摄影目视物镜”。这种三透镜组的薄透镜方案设计在第94页曾经叙述过，这里进一步为它加进厚度，确定适当的弯曲

⊖ H. D. Taylor, Br. Patent 17994, 1892.

形状以消球差。在第96页有这个薄系统的总曲率和玻璃数据。玻璃的折射率等数据规定要用到小数后第七位数（用现行肖特玻璃手册的内插公式算出）。这样高的精度在计算三级光谱数据时是必要的。当然，在实际系统中这样的精度是绝对达不到的。

下面是一种薄透镜的初始方案(焦距10.0)：

$$c_1=0.56\text{(假设)} \qquad r_1=1.79\text{(近似)}$$

$$c_a=1.0090432$$

$$c_2=c_1-c_a=-0.4490432 \qquad r_2=-2.23$$

$$c_b=-0.7574313$$

$$c_3=c_2-c_b=0.3083881 \qquad r_3=3.24$$

$$c_c=0.1631915$$

$$c_4=c_3-c_c=0.1451966 \qquad r_4=6.89$$

追迹通过这个透镜的近轴光线（各片厚度取为零）就得到图45中事先绘出的象距曲线。

这种复消色差三透镜组孔径的上限是 $f/8$，所以按照直径1.25作图，据此分别确定适当的厚度：0.3、0.13和0.18，示于图70a。下一步是逐面追迹e光通过这个厚透镜系统的近轴光线，并且同时修改各面曲率，使各镜片的近轴色差贡献恢复到原来薄透镜的数值。各面色差贡献由下面的公式表示：

$$L'_kC=yni(\Delta n/n-\Delta n'/n')/n'_ku'^2_k \qquad (37b)$$

可见，要使各片色差贡献不变，只需保持各面上的乘积 (yi) 不变。为此该面应取的曲率数值可通过解如下的方程组求得：

$$i=\frac{\text{薄透镜的}(yi)}{\text{实际的}\ y}, \qquad c=\frac{u+i}{y}$$

经过这样的处理之后，得到的厚透镜近轴方案如下：

c	d	n_e
0.56	0.30	1.4478604
−0.50963703		
0.34125624	0.13	1.6163841
0.15858307	0.18	1.7044410
$f'=10.4819$. $l'=9.5758$		

若用其它波长追迹近轴光线，只表现出对薄透镜系统很小的偏离。后者是在公式 (37b) 的推导过程中的近似假设所引起的。

下一步要用 $D-d$ 法令带光线消色差。取 (n_g-n_C) 作为 Δn值，因为现在是致力于令C、e和 g 光有公共焦点。作这样的消色差处理之后，第四面的曲率半径成为0.14697738，焦距缩短为 9.7209。而球差变成 +0.35096，必须令透镜向右弯曲以消除它。以 $c_1=0.6$ 重新设计，还加上三个波长的边缘光线，带光线和近轴光线的追迹，得到图 70a 的复消色差曲线。带球差和色球差都明显太大，因而在第一片之后加进窄空气间隔。这样会立刻使球差欠校正，所以回到前面的结构方案，但是这时加进空气间隙，再次用 $D-d$ 法确定末面半径，得到如下方案：

c	d	n_e
0.56	0.3	1.4478604
−0.50963703		
−0.50963703	0.026	(空气)
0.34125624	0.13	1.6163841
0.15896303	0.18	1.7044410
$f'=9.9959$. $l'=9.0037$		

这个方案的色球差曲线示于图 70b，整个状况得到显著改善。这大概是所能做到的最大限度的改进了。进一步增大空气间隔会带来相当大的过校正带球差余量，结果变坏而不是变好。

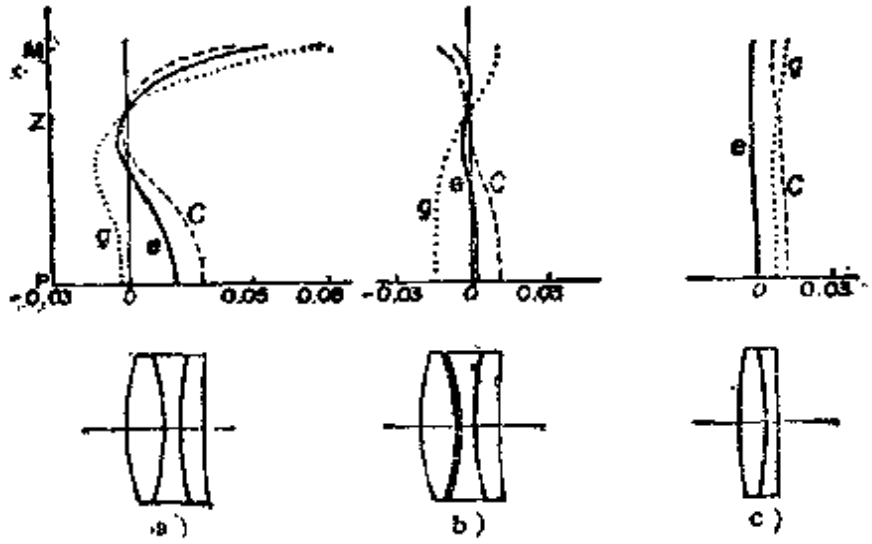


图70　复消色差三透镜组物镜

令这个复消色差系统和由普通玻璃构成的简单双透镜进行比较是有趣的。用通常的方法设计一个 $f/8$ 的双透镜，所用的玻璃是：

类　　别	n_C	n_e	n_g
(a) 冕牌玻璃	1.52036	1.52520	1.53415
(b) 火石玻璃	1.61218	1.62115	1.63887

所得的系统是：

c	d
0.2549982	0.2（冕牌玻璃）
−0.2557933	
0.00984734	0.1（火石玻璃）

色球差曲线示于图70c。显然，这个方案的带球差可以忽略，真正的缺点是二级光谱。然而为了校正后者而设计的三片式复消色差透镜却使带球差和色球差增大，以至令人怀疑最后生成的象是否真正得到改善。只当有办法消除大的色球差时（这是上述三片式复消色差透镜的特性），复消色差透镜才是有用的。

应当注意，上述解并不是消色差三透镜组唯一的设计方案。薄透镜解的三个镜片可以按任何次序排列，可以把空气间隙放在其它两个界面之间，再者还可以采用完全不同的玻璃组。对于认真从事设计这种透镜的人，建议他彻底地探讨一下上述各种不同的解的潜力。

第七章　斜　光　束

由轴外物点发出的光束包含子午光线和大量不在子午面上的空间光线。子午光线可以用前述一般计算方法追迹。每一条空间光线在物点和子午面相交，然后在象空间的对应点和子午面再次相交，此后就不再相交了。空间光线要用特殊的方法追迹，这将在第Ⅱ节讨论。这些方法比子午光线追迹复杂，在电子计算机出现之前很少采用，而现在已经是任何透镜设计者的常规追迹计算了。

Ⅰ　斜光束在球面上的通过

A. 彗差和象散

光束倾斜地通过球面折射时，会出现光束在透镜轴上的时候所没有的一些新的象差。为了了解其中的原因，考察图71。在图中画出了一个折射面和一个孔径光栏，后者让一个从轴外物点B发出的光锥进入光学系统。用方位角标志通过

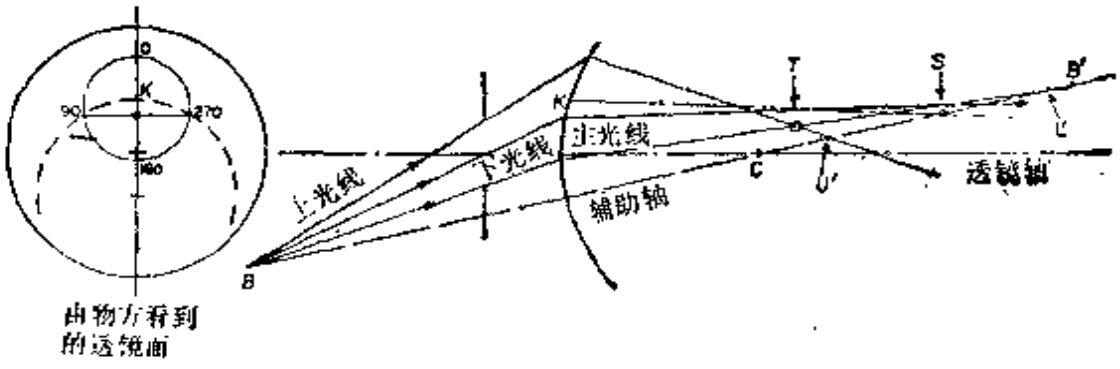


图71　彗差和象散的来源

孔径边缘的光线。这个角度从顶端起沿顺时针方向（从象空间观察）计算，即上光线为0°，下光线为180°，前、后弧矢光线分别为270°和90°，联接物点B和折射面曲率中心C的直线称为"辅助轴"。十分明显，光束相对于辅助轴有旋转对称性，正如轴上物点发出的光束对透镜轴有旋轴对称性一样。此外，由于这种对称性，由物点B发出，通过孔径光栏的每一条光线，在象空间必定和辅助轴相交。若从B点起追迹一条辅助轴的近轴光线，它必将在B'形成B的象。然而，由于折射面产生球差，其它光线和辅助轴的交点将会全部沿此轴向折射面移近，这个移动量近似正比于光线相对于辅助轴的入射高的平方。设上界限光线交辅助轴于U'，下界限光线交辅助轴于L'。显而易见，上、下光线并不在主光线上相交，而一般是在它的上方或下方相交，这个交点在上方或下方偏离主光线的高度称为子午彗差*。

在找寻90°和270°的两条弧矢光线和辅助轴的交点时，发现它们是属于以辅助轴为轴的空心光锥上的光线，这些光线全部走向辅助轴上的同一焦点。这个空心光锥的上光线通过折射面上的K点，在主光线上方稍微高一点的地方，因而这条光线的球差稍大于主光线的球差，在辅助轴上S处成象。图中S位于主光线下方，这表明有若干负的弧矢彗差，但没有前述的子午彗差那么大。实际上可以指出[1]，当孔径和倾斜度很小时，子午彗差是弧矢彗差的三倍，虽然作图时作了夸大，图中又没有准确表示出这个数量关系，但至少表明了

---

* 原文是"tangential coma"，直译为"切向彗差"。原文说明这是由于过去习惯称子午光线为切向光线（因为它们形成一条切向焦线）而得名。这里按中国的习惯译为"子午彗差"——译者注。

[1] A. E. Conrady, pp. 284, 742.

两种彗差是同号的。

由此可见，边缘带上上端和下端的光线交于焦点T，前端和后端的光线交于另一个焦点S。S和T的纵向距离称为象的象散。显然，不论彗差还是象散都是当光束倾斜于面折射时发生的。应当指出，透镜每一面都有不同的辅助轴，因而彗差和象散的比例逐面变化，若有足够多的自由度，是有可能在透镜系统中分别独立地校正好彗差和象散的。

B. 渐　　晕

许多透镜（尤其是轴向长度相当大的透镜），斜光束在其中通过时不可能不部分地受透镜两端的镜片的孔径遮挡。现以图72的三片型透镜为例。20°斜光束的上光线被后透镜

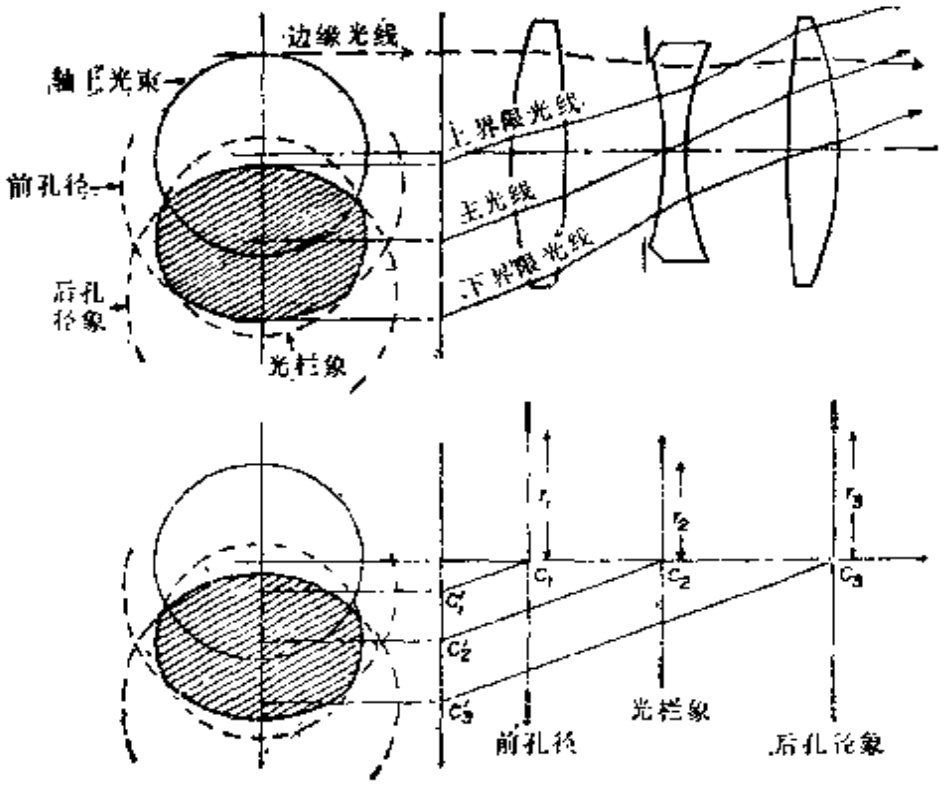


图72　渐晕图

镜框遮挡，下光线被前透镜镜框遮挡，使光束不能充满光栏，这种现象称为"产生渐晕"。斜光束在物空间的一个垂直于轴的平面上的投影形状如图所示。照相乳胶卷上各点的照度随该点和光轴的距离增大而下降，这种现象的原因之一就是渐晕。其它原因还有(a)$\cos^4$定律，(b)光束倾斜度很大时入瞳的畸变，(c)象的畸变。后面这些因素的影响作者在其它著作中已经探讨过[1]。

作透镜渐晕图时，用试追光线的方法找出上、下"界限"光线是容易的，不过还要确定上、下界限弧的半径。显然，下弧半径与前镜片孔径半径相等，上弧则是通过透镜看到的后透镜孔径的象。上弧半径与轴上入射光束半径之比等于后镜片孔径直径与轴上出射光束直径之比。

倾斜光束除了受和前后镜片孔径对应的圆限制之外，还受光栏限制，因而光栏象要和后镜片孔径象一同变换到物空间。为了确定光栏象的位置，再取一条平行于上、下限制光线而通过光栏中心的光线。将这条中间光线投影到渐晕图中，如图72所示。绕这条光线作一个圆，它的直径等于轴上入射光束直径(因为轴上光束必须完全充满光栏)。经过遮挡后余下的倾斜光束的面积用阴影线表示。"渐晕因子"就是倾斜光束的这个面积与轴上光束面积之比。这里的"面积"都是指光束在垂直于光轴的某一平面上的截面面积。这里假设光栏象和镜片孔径的象都是圆，而实际上二者更接近椭圆。不过把它们看成圆所引入的误差是很小的。

图72下半部分表示作渐晕图的另一种方法。首先分别由

---

[1] R. Kingslake, Illumination in optical images, 见 "Applied Optics and Optical Engineering "Vol. I, p.195, Academic Press, New York, 1965."

后孔径中心和光栏中心开始，从右到左追迹近轴光线，确定投影到物空间的后孔径象和光栏象的位置和大小。前孔径和这两个象的中心分别用C_1、C_2和C_3表示，计算出来的半径分别是r_1、r_2和r_3。现在可以用这三个圆代替透镜，令它们的中心按某一个既定的倾斜度投影到一个垂直的参考平面上，如图所示。知道了这些圆的中心位置和大小，直接作出渐晕图就是一件简单的事情了。当然这种方法不如前一种方法准确，但是简单得多，而且在大多数场合下已经足够准确。这种简单方法不适用于广角镜头或鱼眼镜头，因为这些镜头的光瞳有显著的畸变和倾斜。

C. 主 光 线

斜光束以一定的倾斜度进入透镜时，通常把它的上、下界限光线之间的中间光线看成是这个光束的主光线。实际上可变光栏或其它限制孔径应放在主光线和光轴的交点上，以保证当透镜收缩到关闭时，主光线是最后被遮挡的。这是十分重要的。但是如果由于机械结构上的原因而做不到，而且考虑到主光线和光轴的交点常随光束倾斜度而变，则最好是照顾倾斜度最大的光线。不过这仍然有可能因机械结构上的原因而做不到。

D. 入 瞳 和 出 瞳

孔径光栏的位置确定之后，光栏在物空间和象空间的近轴象分别被认为是入瞳和出瞳(和人眼相比拟)。它们分别是入射光束和出射光束的底面。对于靠近透镜轴的物点来说，这两个光瞳的位置和大小是固定的。当光束和光轴成相当大的角度时，光瞳产生畸变和移动，而当这个角度极大时，光

瞳甚至会倾斜而不垂直于透镜轴。实际上，如果入瞳没有这种倾斜，在物空间，对视场达±90°的鱼眼镜头来说在视场边缘就不会有光线进入。讨论透镜光瞳时若只考虑孔径光栏的近轴象的话，是不充分的。

Ⅱ 斜光束的子午光线追迹

由已知物点发出（若物体在无穷远处，则是按一定的光束倾斜角发出）的特定的子午光线，要用某些方便的光线参数来规定。这些参数可以是光线和透镜前顶点上的切面的交点高度A，也可以是光线相对于前镜片的截距L。若光线从左到右向上翘，在光轴上方进入透镜，则A是正的，L是负的。

不论采用怎样的光线参数，都要用适当的“起始公式”将给定的光线数据变换成（Q，U）值，以供光线追迹用。

1. 物体在近距离处

若物点用H和d_0值规定(图73)，则

$$\tan U=(A-H)/d_0 \quad 和 \quad Q=A\cos U$$

若光线用L值规定，则

$$\tan U=H/(L-d_0) \quad 和 \quad Q=L\sin U$$

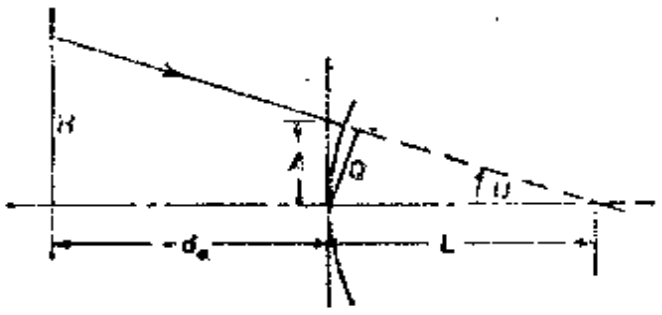


图 73 起始公式

2. 物体在远距离处

这时全部入射光线的倾斜角相同，都等于主光线倾斜角 U_{pr}，此时用前面第二条起始公式求Q。

3. 结束公式

追迹倾斜的光线通过透镜之后，一般希望知道它和近轴象平面的交点高度。这个高度由图74给出：

$$H'=(Q'-l'\sin U')/\cos U'$$

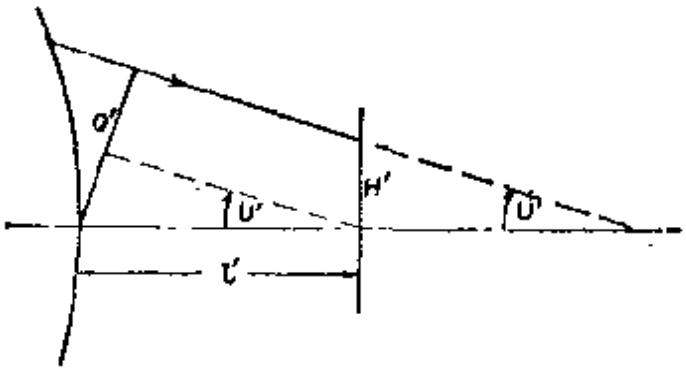


图 74 结束公式

4. 两条出射光线的交点

有时候希望知道追迹出来的两条出射光线交点的座标，这两条光线的 L' 或 Q'，以及倾斜角 U' 已知。计算公式如下(图75a)：

$$L'_{ab}=\frac{L'_a\tan U'_a-L'_b\tan U'_b}{\tan U'_a-\tan U'_b}\quad \text{其中}L'=Q'/\sin U'$$

$$H'_{ab}=(L'_a-L'_{ab})\tan U'_a=(L'_b-L'_{ab})\tan U'_b \qquad (61a)$$

A. 子午光线图

由既定物点开始，追迹斜光束一系列子午光线通过透镜之后，要用某种方法把结果用图线表示出来，以全面演示在象中存在的各种象差。这些象差包括球差，当然还有轴外象

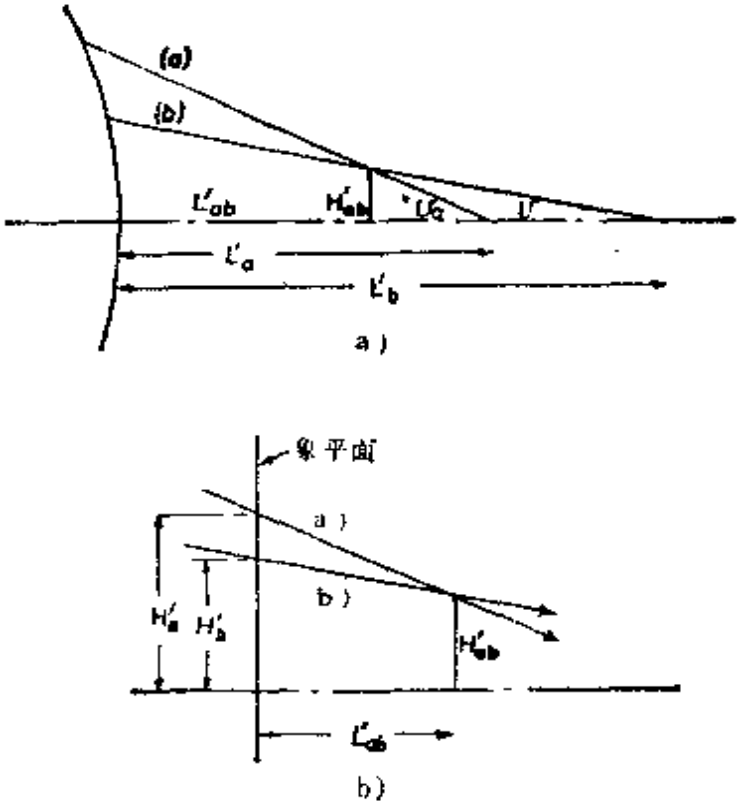


图 75　两光线交点的座标

差，如彗差和子午场曲。在这种图线中不反映象散，因为没有弧矢光线，后者不属于子午光束。如果要反映两种色差，就要追迹各色光的轴外子午光线。

通常的做法是，以光线在近轴象面上的截高 H' 作为纵座标，以某一适当的光线参数作为横座标作图。这个光线参数可以取光线在第一个透镜面上的 Q 值，或光线在前顶点的切面上的入射高 A，或光线相对于第一个透镜面的截距 L。有时候采用光线在近轴入瞳面或光栏上的高。然而，有充分理由说明，应当以光线在象空间的倾斜角 U' 的正切作为横座标。这样，完善象点对应一条直线，它的斜率表示从近轴象面到轴外象点的距离，其理由见图75b。图中有轴外光束的两条光线，它们在象面上的高分别是 H'_a、H'_b，出射倾斜角

分别是U'_a、U'_b。从象面到这两条光线的交点的纵向距离L'_{ab}，由如下等式给出：

$H'_{at}=H'_a-L'_{ab}\tan U'_a$ 和 $H'_{ab}=H'_b-L'_{ab}\tan U'_b$ 消去H'_{ab}之后得到

$$L'_{ab}=\frac{H'_a-H'_b}{\tan U'_a-\tan U'_b} \tag{61b}$$

如果把两条光线的数据记在$H'-\tan U'$关系图上，则联接以上两条光线点的直线的斜率直接表示成L'_{ab}。于是，如果光束中全部光线的L'_{ab}相同，则相应的全部光线点都落在一条直线上，下界限光线对应于它的左端，上界限光线对应于右端。主光线的点落在这两点之间的中点附近。象面平坦的完善透镜的图线是一条直线（图 76a）。象面内弯的完善透镜的图线是一条从左到右向下倾斜的直线（b）。初级彗差表现为一条抛物线，若彗差是正的，两端上弯（c），若彗差是

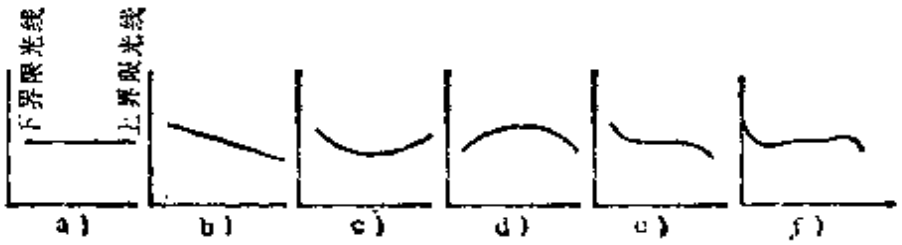


图 76 典型的$H-\tan U$曲线

(a) 完善透镜 (b)象面前弯 (c) 正彗差 (d) 负彗差
(e) 欠校正球差 (f) 带球差

负的，两端下弯（d）。初级球差表现为一条立方曲线，如果沿主光线的象在近轴象面上，则立方曲线的中部是水平的（e）。带球差表现为曲线有两处弯曲，它是初级球差的立方曲线和二级球差的五次方曲线的混合体（f）。当然，这些象差会以各种可以想象得到的方式混合出现，有经验的设计者

可以根据曲线形状迅速判断各种象差的出现情况。

Ⅲ 空间光线追迹

空间光线是这样的光线，它由轴外物点发出，在子午平面前方或后方进入透镜。应当注意，对每一条空间光线都存在另一条空间光线，后者好象是前者被放在子午平面上的平面镜所成的象。所以追迹一条空间光线实际上相当于追迹两条空间光线，一条在子午平面后方，另一条在子午平面前方，二者相对应。这两条空间光线在同一个对应点上相交(见图6)。

追迹空间光线时，用 X_0、Y_0、Z_0 表示光线上一个已知点，用 K、L、M 表示光线的方向余弦。当然，在物空间，点 X_0、Y_0、Z_0 会是原物点，还要用某种方式表示要追迹的特定入射光线的方向余弦。后者常常用入射光线和透镜前顶点上的切平面的交点来确定。知道了 X_0、Y_0、Z_0 和 K、L、M，就可以确定光线和后面的透镜面的交点 X，Y，Z，经过折射之后，得到一组新的方向余弦 K'、L'、M'，这样逐面计算。于是光线追迹分成两步：光线由已知点向下一面的传播，以及光线在下一面上的折射。

A. 换面公式

直线的方向余弦定义为直线上两点的 X、Y、Z 座标之差除以两点之间的距离，所以由图77可以知道：

$$K=\frac{X-X_0+d}{D},\quad L=\frac{Y-Y_0}{D},\quad M=\frac{Z-Z_0}{D}$$

其中 D 是在光线上从 X_0、Y_0、Z_0 点到入射点 X、Y、Z 的距离，d 是两面之间的轴上距离。由这些关系式可以看出：

$$X=KD+(X_0-d),\quad Y=LD+Y_0,\quad Z=MD+Z_0 \tag{62a}$$

下一个折射面的方程式是已知的。对于半径为 r 的球面，它是

$$X^2+Y^2+Z^2-2rX=0 \tag{62b}$$

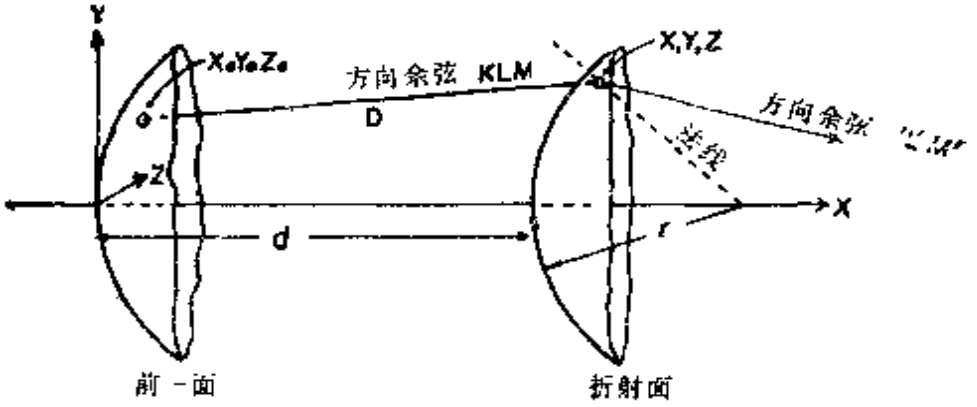


图 77　空间光线由一面到下一面的变换

将式 (62a) 代入(62b)，得到求D的方程式：

$$D^2-2rFD+rG=0$$

其中

$$F=K-\frac{K(X_0-d)+LY_0+MZ_0}{r}$$

$$G=\frac{(X_0-d)^2+Y_0^2+Z_0^2}{r}-2(X_0-d) \tag{63}$$

它的解是

$$D=r\left[F\pm\left(F^2-\frac{G}{r}\right)^{1/2}\right]$$

根号前不确定的符号表示光线和半径为 r 的整个球面有两个交点。因为只有一个解有用，所以要适当选择符号。记住 D 永远要取正值。知道 D 之后返回式 (62a)。计算入射点座标

X、Y和Z。对于平面，

$$D=G/2F=-(X_0-d)/K$$

B. 入 射 角

根据人们熟知的方向余弦的性质，两条相交直线的夹角由下面的等式给出：

$$\cos I=Kk+Ll+Mm$$

其中K、L、M是光线的方向余弦，k、l，m是入射点上的法线的方向余弦。对于球面，有

$$k=1-\frac{X}{r},\quad l=-\frac{Y}{r},\quad m=-\frac{Z}{r} \tag{64}$$

因此

$$\cos I=F-\frac{D}{r}$$

$$\cos I'=[1-(n/n')^2(1-\cos^2 I)]^{1/2} \tag{65}$$

对于平面，$\cos I=K$。

C. 折 射 方 程 式

推导折射方程式时，将先前图解光线追迹所用的图8复制到图78。在矢量三角形OAB中，OA是在入射光线方向上长度为n的矢量，OB是在折射光线方向上长度为n'的矢量，AB则是在法线方向上长度为$n'\cos I'-n\cos I$的矢量，因而可以建

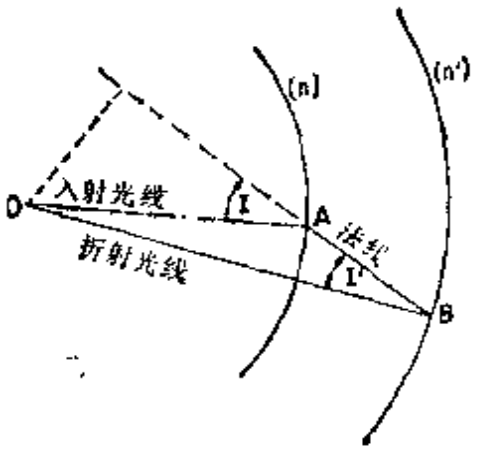


图 78　空间光线的折射

立起矢量方程式

$$n'\mathbf{R}'=n\mathbf{R}+(n'\cos I'-n\cos I)\mathbf{N}$$

其中$\mathbf{R}'$、R 和 N 是单位矢量。单位矢量的分量就是矢量的方向余弦，所以可以将这个矢量方程式分解成它的三个分量方程式：

$$\begin{aligned} n'K'&=nK+(n'\cos I'-n\cos I)k \\ n'L'&=nL+(n'\cos I'-n\cos I)l \\ n'M'&=nM+(n'\cos I'-n\cos I)m \end{aligned} \tag{66}$$

法线的方向余弦k、l和m由式（64）给出。因而式（66）变成

$$\begin{aligned} n'K'&=nK-J(X-r) \\ n'L'&=nL-JY \\ n'M'&=nM-JZ \end{aligned} \tag{67}$$

其中$J=(n'\cos I'-n\cos I)/r$。可以用$(K'^2+L'^2+M'^2)=1$来验证，说明上述推导正确无误。当在平面上折射时，上述方程式变成

$$K=\cos I,\quad K'=\cos I'$$

$$n'L'=nL,\quad n'M'=nM,\quad J=0$$

D. 往下一面变换

这种变换已经叙述过。方向余弦$K'L'M'$成为新的KLM，再顺次计算式(63)、(62)、(65)和(67)，确定新的入射点。

E. 起 始 公 式

1. 远距离物体

这时有平行光束入射于透镜，光束和透镜轴所成的角度

是U_{1r}，于是

$$K=\cos U_{1r},\quad L=-\sin U_{1r},\quad M=0$$

必须用某种方法确定特定的空间光线的入射点，以求出X、Y、Z。通常用光线在第一面顶点上的切平面上的交点来规定光线。这样就可以方便地把这个切平面看成第一个透镜面(两侧是空气)，并且用通常的方法，利用通用的变换公式实现由切平面到第一个折射面的过渡。

2. **近距离物体**

还是在第一个透镜面上作一个切平面，标出空间光线和这个切平面的交点的座标Y、Z。物点座标X_0、Y_0、Z_0已经知道，物体和前顶点之间的距离d也已经知道，于是

$$K=\frac{d}{D},\quad L=\frac{Y-Y_0}{D},\quad M=\frac{Z-Z_0}{D}$$

其中

$$D^2=d^2+(Y-Y_0)^2+(Z-Z_0)^2$$

F. 结束公式

对于空间光线来说，结束公式是多余的，因为可以用通常的变换公式令光线传到最后的象面上。由此直接给出光线和象平面的交点的座标Y'、Z'。这时d正是由透镜后顶点到象面的距离，即后截距。

G. 对应点位置

在某些场合下，要确定空间光线的对应点位置。如前面所叙述过的，对应点是空间光线通过子午面的点。对应点的Z座标是零，还要求出其它两个座标。由图79所示的方法，易见

$$L'_d=-Z'K'/M'\quad 和\quad H'_d=Y'-(Z'L'/M')$$

其中 $K'L'M'$ 是光线由透镜出射时的方向余弦；$Y'Z'$ 是光线和象面交点的座标；L'_d、H'_d 是所求的对应点相对于象平面中心点的座标和相对于透镜光轴的座标。

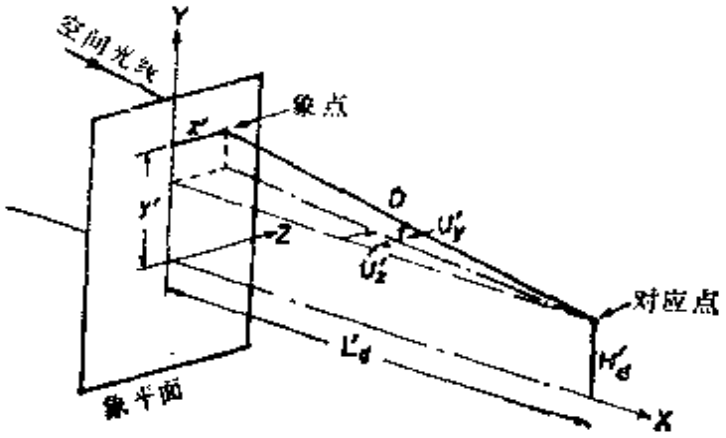


图 79　对应点计算

H. 空间光线追迹实例

追迹一条通过一个双胶合物镜（这是曾经多次引用过的透镜例子）的空间光线，以演示用前述公式组人工追迹空间光线时需要记下的数据项目。光线以3°向上倾斜射向透镜，通过子午平面后方距子午平面单位距离的一点，这个点和主光线在同一高度上。把第一个顶点上的切平面看成是一个折射面，在这个面上的起始数据是

$$X=0,\quad K=\cos(-3^\circ)=0.9986295$$
$$Y=0,\quad L=-\sin(-3^\circ)=0.0523360$$
$$Z=1,\quad M=0$$

用通常的方法将光线由切平面变换到第一个折射球面上。追迹结果列于表X。

表X　空间光线的人工追迹

	子午平面				象 平 面
r	∞	7.3895	−5.1784	−16.2225	∞
d	0	1.05	0.4	11.28584	
n	1	1.517	1.649	1	
$(n/n')^2$		0.4345390	0.8463106	2.719201	
F	0.9986295	0.8000638	0.9873926	0.9962001	
G	0.1353271	1.584704	0.9077069	22.627015	
D	0.0680706	0.8939223	0.4623396	11.968061	
X	0	0.0679773	−0.0895928	−0.0276675	0
Y	0	0.0035625	0.0342546	0.0491091	0.6289086
Z	1	1.0	0.9584830	0.9457557	−0.0033456
$\cos I$		0.9894178	0.9726889	0.9958924	
$\cos I'$		0.9954155	0.9769360	0.9887907	
J		0.0704550	−0.0261467	0.0402796	
K	0.9986295	0.9983305	0.9991040	0.9952011	
L	0.0523369	0.0343342	0.0321289	0.0510025	
M	0	−0.0464436	−0.0275280	−0.0834884	

Ⅳ　空间光线象差的图示

A. 弧 矢 光 线 图

弧矢光线通常指的是90°和270°的空间光线，它们都在包含主光线而且垂直于子午平面的平面上。在光线通过透镜的过程中，这个平面的取向不是不变的，而是在每个面上折射后都改变倾斜方向。弧矢光线和近轴象平面的交点相对于主光线和这个平面的交点会有垂直偏差和水平偏差。我们可以作出这两种偏差与某一个适当的光线参数相关的图线。这个参数通常取入射光线与透镜前顶点上的切平面的交点和子午

平面的距离z。图 80 是三片型照相物镜的一组典型的子午光线图和弧矢光线图⊖。子午光线图不对称，而两弧矢光线图是对称的。在子午平面前、后方相同距离处进入透镜的光线的垂直偏差是相等的。它们构成弧矢彗差。水平偏差则是反对称的，90°光线的水平偏差和 270° 光线的水平偏差大小相等而符号相反，它们表示弧矢场曲和弧矢轴外球差，和通常子午光线图中的子午场曲和子午轴外球差的影响完全一样。

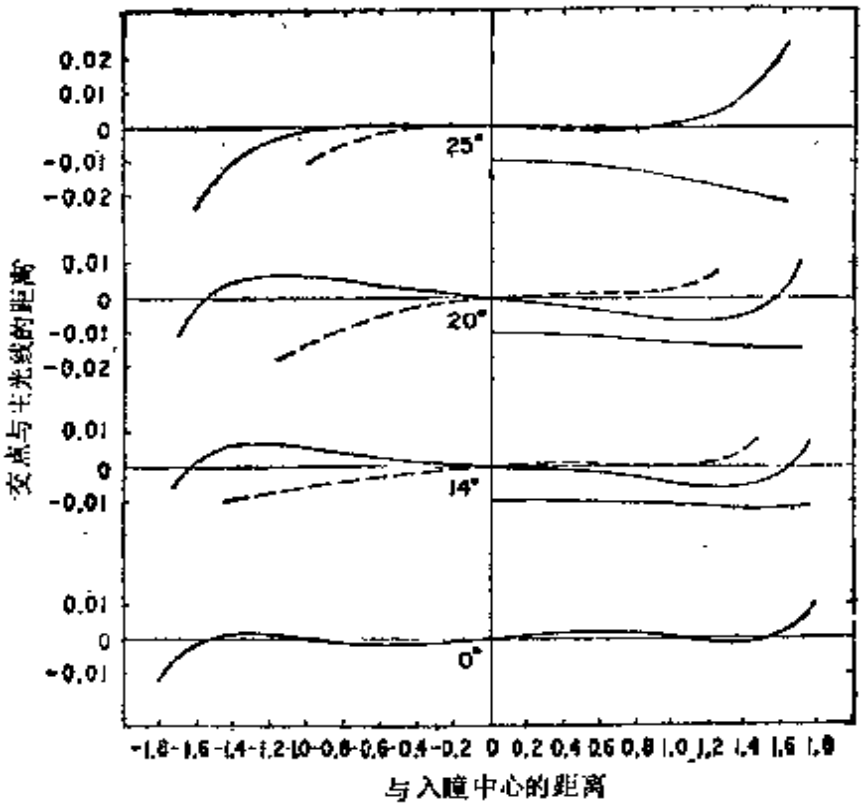


图 80　三片型透镜典型的光线图

B. 点　列　图

前面讨论过的子午光线和弧矢光线只考虑到经过一个十

⊖ C. Baur and C. Otzen, U.S. Patent 2, 966, 825, filed Feb, 1957.

孝形孔径通过透镜的光线。为了包括每一条可能的空间光线，要将透镜孔径划分成方格网，追迹通过这个方格网上的交叉点的每条光线。假设每条光线携带的光能相同，则这些光线和近轴焦平面的交点的集合，将会正确表现出当检验制成的透镜时所得到的象的形态。为了使得到的图象和实际象很近似，应追迹大量光线(如 100 条)。不过只需追迹子午面一侧的光线，因为子午面两侧的光线是对应相同的，只是在象面上要把两侧的光线的交点都作出来。这样作成的图象称为点列图。在能采用高速计算机作光线追迹之前自然是不会作这种图的。图 81 是一个$f/2.8$的三片型照相物镜典型的点列图。作这个图时，在透镜孔径两半边上追迹的空间光线不下380条。

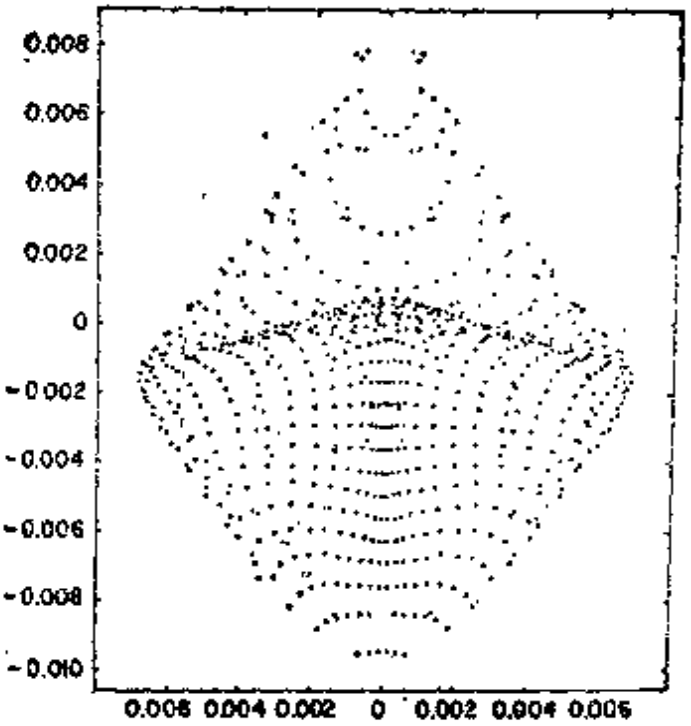


图 81　$f/2.8$三片型透镜典型的点列图
(14°轴外光束，$f'=10$)

C. 区域能量曲线

在点列图上作一系列半径逐个增加的圆，利用一个适当的计算机程序计算这些圆各自包含的光线数，就可以作出特定透镜倾斜度不同的几个光束的“区域能量”曲线。这里假定每条光线携带的光能相等。如果光线在透镜入瞳上是按方格网的分布入射的，则这种假定是合理的。若要反映颜色影响，就要追迹许多其它颜色的光线。对于各种波长的光，方格的大小决定于用于该透镜的接收器的光谱响应特性。

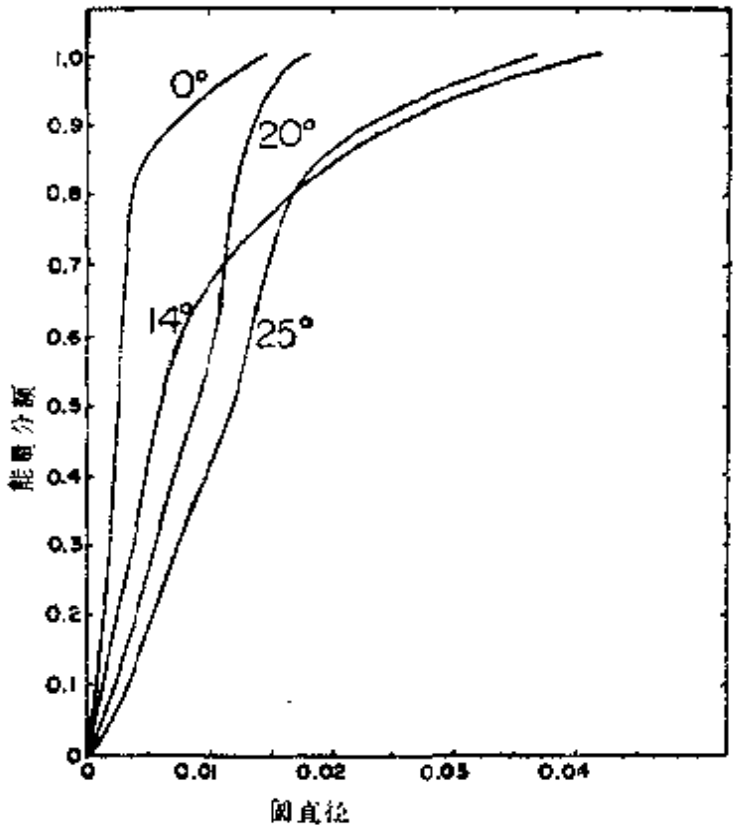


图 82　区域能量曲线

图82是上述 $f/2.8$ 三片型透镜的区域能量曲线。可见这样的一张曲线图全面地反映出透镜对于几种不同倾斜度的轴外光束的特性。这种图给设计者提供了大量有用的信息，尤

其是在比较不同的设计方案时更显得有用。一些设计者喜欢用 MTF 曲线，不过后者给出的曲线很多，其结果，给人带来的迷惑似乎多于帮助。

V　来自透镜某一带上的光线的分布

追迹通过透镜某一带上的光线族（不论是属于轴上光束还是轴外光束的），可以更好地了解透镜各种轴外象差的性质。以多次引用过的望远镜双胶合透镜为例，从中选出半径为一个单位长度的一带。若是在轴上，这个带的全部光线将交于一点而形成一个完善的焦点。但是只要光束稍微倾斜，这个带上的光线就会形成一系列复杂的迴线，如图 83 所示。同前述一样，上、下界限光线以 0° 和 180° 表示，二

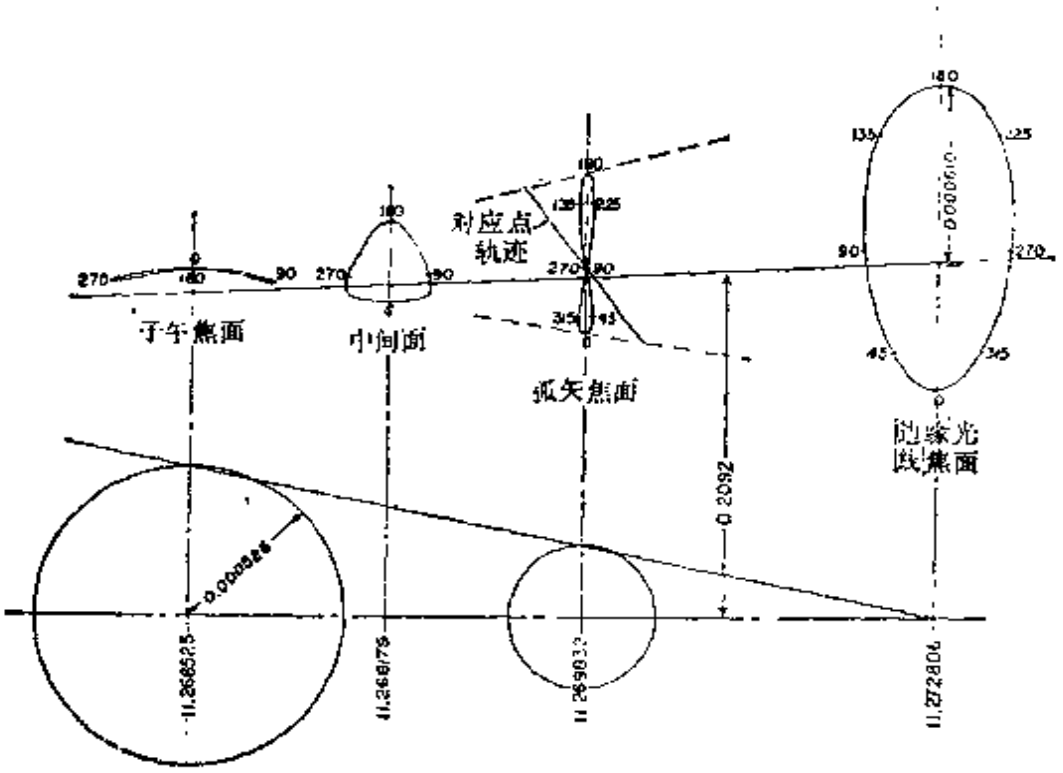


图 83　透镜一带上的光线分布

弧矢光线则以90°和270°表示。据此，子午焦点在0°和180°*光线的交点上，有子午彗差0.000084。弧矢焦点在90°和270°光线的交点上，有弧矢彗差0.000035，约为子午彗差的三分之一。可以证明，若没有高级象差，这个比率应当准确等于3:1。场曲表现在子午焦点和弧矢焦点不象这个带的轴上象那样在一个平面上。透镜的每一带都产生这样一系列图象。显然，如果所有各带一齐敞开，得到的象必定是十分复杂的。

注意，在图83中还给出了该带的对应点的轨迹。它被弧矢象点分成两部分，两端分别在上、下子午光线上。康拉第把这个对应点轨迹称为带的"特征焦线"。

* 原文误为90°——译者注。

第八章　彗差和正弦条件

I　光学正弦定理

光学正弦定理相当于边缘光线的拉格朗日定理，后者只适用于近轴光线。正弦定理给出一个关于通过透镜某一带的一对弧矢光线所形成的象高的表达式。这个表达式对于任意大小的带都适用，只是光束的倾斜度应很小。后一个限制实际上排除了彗差以外的一切象差，而彗差表示为特定带的象高与由拉格朗日定理确定的近轴象高之差。

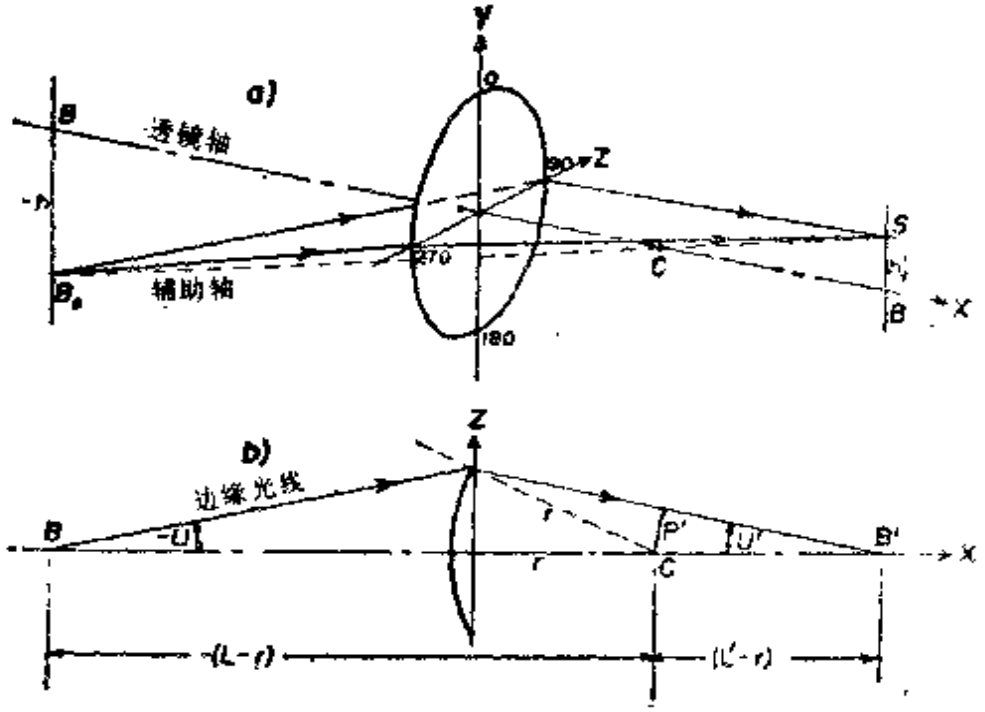


图84　正弦定理的推导
(a)斜视图　(b)平面图

为了推导光学正弦定理，让我们看透视图84a，图中有一对弧矢光线，通过一个折射面。再看图84b，图中有通过同一带的边缘光线的光路。按照惯例，入射和出射光线的倾斜角分别用U和U'表示。

在第153页曾经指出，弧矢光线对相交于通过物点和折射面曲率中心的辅助轴上。因而利用图84中的相似三角形可以得到

$$\frac{h'_s}{h}=\frac{CS}{CB_0}=\frac{L'-r}{L-r}=\left(\frac{P'}{\sin U'}\right)\left(\frac{\sin U}{P}\right)\quad\text{(参看图19a)}$$

$$=\frac{n\sin U}{n'\sin U'}$$

因此

$$h'_s n'\sin U'=hn\sin U \tag{68}$$

h'_s是特定带上的弧矢象（即90°和270°光线的交点）的高，而并非此带上任何其它光线的高，更不是子午光线的高。记住这一点是很重要的。

Ⅱ 阿贝正弦条件

阿贝把彗差看成是透镜各带的光线的象高差异所造成的结果，因此他领悟到，对于球差已经校正好的透镜（当时是显微物镜）来说，如果近轴倍率$m=nu/n'u'$和边缘倍率$M=n\sin U/n'\sin U'$相等，即

$$u/u'=\sin U/\sin U' \tag{69}$$

则在视场中心附近将没有彗差。上式称为阿贝正弦条件。

对于远处的物体，正弦条件取不同形式。如第60页中曾指出过的，对于远处的物体，拉格朗日公式是

$$h'=-(n/n')f'\tan U_{pr} \tag{23}$$

其中 f' 是沿近轴光线测量的，为从后主平面到后焦点的距离，即 $f'=y_1/u'_k$。对于边缘光线的焦距，可以写出类似的等式：

$$F'=Y_1/\sin U'_k \tag{70}$$

其中 F' 是沿边缘光线测量的，是从等效折射点到此边缘光线和透镜轴的交点的距离。因而对于球差已经校正好的透镜，当物体在远处时，阿贝正弦条件可简化成

$$F'=f'$$

这个关系式说明，这种透镜（阿贝称为“齐明透镜”）的等效折射面是一个以焦点为中心的半球的一部分。所以齐明透镜可能的最大孔径是 $f/0.5$，虽然后者实际上不可能达到。最大的实际孔径大约是 $f/0.65$，这时候出射光线的倾斜角为50°左右。

对用于近距离成象的齐明透镜（如显微镜物镜）没有相应的规则。必要时可以假定：在这种情况下，两个主平面是以轴上两个共轭点为中心的球面的一部分，还可以同样放心地假设，边缘光线沿着一条平行于透镜轴的直线从一个主“平面”移动到另一个主“平面”，正如在图23中关于近轴光线曾经指出过的那样。

若物空间或象空间的折射率不等于1.0，则 f 数的表达式应包含实际折射率：

$$f_{数}=\frac{\text{焦距}f'}{\text{入射孔径}2y}\left(\frac{n}{n'}\right)$$

于是，如果象空间充满折射率为1.5的介质，可能的最大相对孔径将是 $f/0.33$。为了得到大孔径的好处，接收器（胶卷或光电池）必须真正浸在光密介质中。与此类似，照相机在水下拍照时，透镜的有效孔径应除以1.33(水的折射率)。

A. 三种零球差情况下的彗差

在第116页中曾经指出，有三种球差为零的情况：(a)物体在折射面上；(b)物体在折射面的曲率中心；(c)物体在齐明点上。在这些场合下，都满足阿贝正弦条件，所以应该说它们都是齐明的。这是因为在上述三种情况下$\sin U/\sin U'$都是常数*：

(a) 物体在折射面上：$U=-I$，$U'=-I'$，因而$\sin U/\sin U'=n'/n$**；

(b) 物体在曲率中心：$U=U'$，因而$\sin U/\sin U'=1$；

(c) 物体在齐明点上：$I=U'$，$I'=U$，因而$\sin U/\sin U'=n/n'$***。

第五章第I B节讨论过的齐明单透镜的球差和彗差都得到校正的，称为齐明透镜是完全正确的。应当补充说明的是，这样的透镜会带来色差和象散。这是单正透镜固有的特性。

Ⅲ 对正弦条件的违反，OSC

显然，若知道了近轴倍率和边缘倍率，尽管透镜存在有某些球差，应该能够导出一些关于彗差大小的有用信息。情况如图85所示。图中B'表示当轴外光束倾斜度极小的时候，在透镜近轴象平面上的轴外象点，它的高h'由拉格朗日公式决定。点S表示透镜某一带所形成的弧矢象，它的高h'_s按照

---

* 这个常数（即下述的n'/n、1、n/n'）正好等于各特定情况下的u/u'值——译者注。

** 原文误为"$U=I$，$U'=I'$；因而$\sin U/\sin U'=n/n'$" ——译者注。

*** 原文误为"$\sin U/\sin U'=n'/n$。" ——译者注。

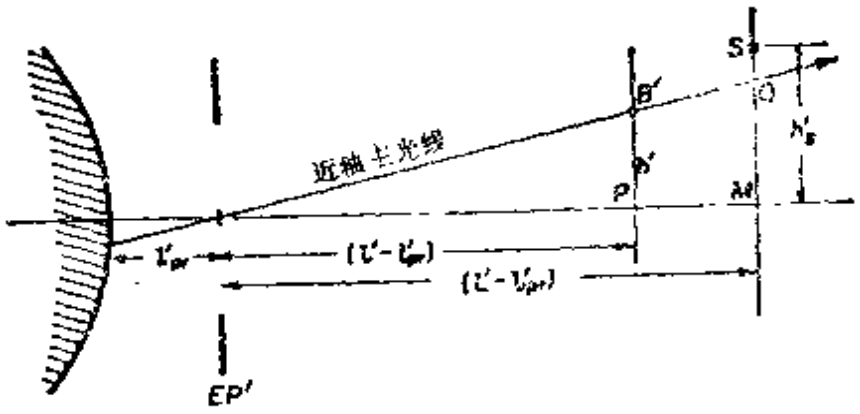


图85 对正弦条件的违反

正弦定理计算。假设 S 和边缘象 M 处于同一个焦平面上。这里假设物点光束倾斜度很小，主光线应当按近轴公式追迹，如图所示，它通过出瞳中心出射。

我们可以用边缘象面上的无量纲比率 QS/QM 表示弧矢彗差的大小，把它叫做“对正弦条件的违反程度”，或写成 OSC。因而有

$$OSC=\frac{QS}{QM}=\frac{SM-QM}{QM}=\frac{SM}{QM}-1$$

SM 的长度是 h'_s，由正弦定理给出；长度 QM 可以由近轴象高 h' 求得，

$$QM=h'\left(\frac{L'-l'_{pr}}{l'-l'_{pr}}\right)$$

因而

$$OSC=\frac{h'_s}{h'}\left(\frac{l'-l'_{pr}}{L'-l'_{pr}}\right)-1$$

对于近距离处的物体，分别用拉格朗日定理和正弦定理代入 h'、h'_s 值，得到

$$OSC=\frac{n'}{n}\frac{\sin U}{\sin U'}\left(\frac{l'-l'_{pr}}{L'-l'_{pr}}\right)-1$$

$$= \frac{M}{m}\left(\frac{l'-l'_{pr}}{L'-l'_{pr}}\right)-1 \qquad (71)$$

其中M和m分别是有限孔径的光线和近轴光线的象的倍率。

括号内的量包含了和透镜球差以及出瞳位置有关的数据，可以直接改写成如下形式：

$$\left(1-\frac{LA'}{L'-l'_{pr}}\right)$$

对于很远的物体，M/m可以用F'/f'代替。因此对于远处的物体，公式(71)变成

$$OSC=\frac{F'}{f'}\left(1-\frac{LA'}{L'-l'_{pr}}\right)-1 \qquad (72)$$

康拉第宣称⊖，对于望远镜、显微镜，OSC允许的最大公差是0.0025。允许这么大的OSC公差，是由于对这些仪器来说，最感兴趣的物体可以移到视场中心作细致的考察。对于照相物镜采用的公差要小得多。

A. 对既定的OSC求光栏位置

在OSC公式中出现出瞳位置(l'_{pr})，所以如果透镜有若干球差，沿轴移动光栏将会改变OSC。若球差已经校正好，则移动光栏不会影响彗差。改造等式(71)和(72)，就可以求得提供某一既定的OSC值的l'_{pr}。对于近处的物体，

$$l'_{pr}=L'-\frac{LA'}{(\Delta m/M)-(m\,OSC/M)}\ *$$

对于远处的物体，

⊖ A. E. Conrady, p.395.

* $\Delta m=M-m$——译者注。

$$l'_{pr}=L'-\frac{LA'}{\Delta F/F'-(f'OSC/F')}\ *$$

这两个公式在设计简单目镜和廉价照相机的风景镜头时是用得着的。

B. 各面的*OSC*贡献

用类似于确定各面的球差贡献的办法（见第112页），可以导出一个求各面 *OSC* 贡献值的公式。在这当中，需追迹一条边缘光线和一条近轴主光线。利用第112页的推导结果，现在有

$$(Snu_{pr})'_k-(Snu_{pr})_1=\Sigma(Q-Q')ni_{pr} \qquad (73)$$

由图86可知 $S'=(L'-l'_{pr})\sin U'$，对入射光线有类似的等式。令等式(73)除以拉格朗日不变量，并且代入 S 和 S' 的表达式，得到

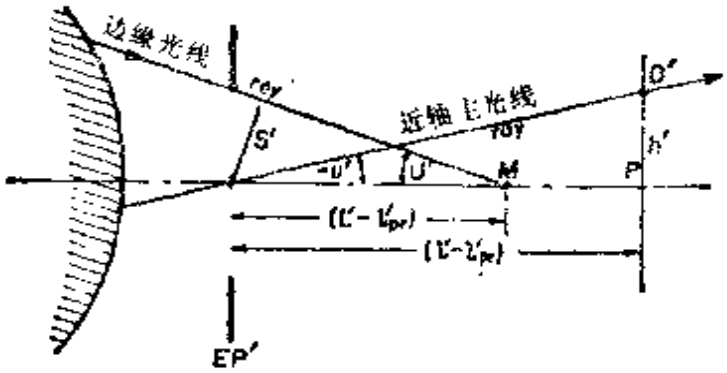


图86 *OSC*的面贡献

$$\left[\frac{(L'-l'_{pr})n'u'_{pr}\sin U'}{h'n'u'}\right]_k-\left[\frac{(L-l_{pr})nu_{pr}\sin U}{hnu}\right]_1$$

---

* $\Delta F=F'-f'$——译者注。

$$= \sum \frac{(Q-Q')ni_{pr}}{(h'n'u')_k} \qquad (74)$$

现在$h'/u'_{pr}=-(l'-l'_{pr})$，$h/u_{pr}=-(l-l_{pr})$。再由拉格朗日定理和正弦定理，可得

$$\left[\frac{\sin U'}{u'}\right]_k = \frac{hn\sin U}{h'_s n'}\left(\frac{h'n'}{hnu}\right) = \frac{\sin U_1}{u_1}\left(\frac{h'}{h'_s}\right)_k$$

将这些等式代入等式(74)，得到

$$-\left[\left(\frac{L'-l'_{pr}}{l'-l'_{pr}}\ \frac{h'}{h'_s}\right)_k \frac{\sin U_1}{u_1}\right]+\left[\frac{L-l_{pr}}{l-l_{pr}}\ \frac{\sin U}{u}\right]_1$$

$$= \sum \frac{(Q-Q')ni_{pr}}{(h'n'u')_k} \qquad (75)$$

由图85可知

$$\left(\frac{L'-l'_{pr}}{l'-l'_{pr}}\ \frac{h'}{h'_s}\right)_k = \frac{QM}{SM} = \frac{SM-QS}{SM} = 1-\frac{\mathrm{coma}'_s}{SM}$$

$$= 1-OSC \quad (\text{近似})$$

因而等式(75)变成

$$(OSC-1)+\left(\frac{L-l_{pr}}{l-l_{pr}}\right)_1 = -\frac{n_1}{\sin U_1}\sum \frac{(Q-Q')ni_{pr}}{(h'n'u')_k}$$

于是

$$OSC = \left[1-\frac{L-l_{pr}}{l-l_{pr}}\right]_1 + \frac{u_1}{\sin U_1}\sum \frac{(Q-Q')ni_{pr}}{(h'n'u')_k}$$

$$= \frac{-LA'}{(l-l_{pr})_1} + \frac{u_1}{\sin U_1}\sum \frac{(Q-Q')ni_{pr}}{(h'n'u')_k} \qquad (76)$$

应当指出，物方球差导至OSC贡献。对于远处的物体，连加号前面的因子$u_1/\sin U_1$变成y_1/Q_1。

例：为了演示上述各面贡献公式的应用，再次引用已经为我们熟知的望远镜双透镜，以$-5°$[$\tan(-5°)=-0.0874887$]

的倾斜角追迹一条主光线通过前方顶点，给出

$y_{p'}$	0	0.0605558	0.0821525	
$(nu)_{p'}$	−0.0874887	−0.0874887	−0.0890323	−0.0857457
$u_{p'}$	−0.0874887	−0.0576721	−0.0539916	
$i_{p'}=(y_{p'}c-u_{p'})$	0.0874887	0.0459782	0.0489275	
$l'_{p'}=-0.9580948$				

$$OSC=\frac{u'}{\sin U'}\left(\frac{l'-l'_{p'}}{L'-l'_{p'}}\right)-1=-0.000171$$

用OSC的面贡献公式计算时，从第32页取得边缘光线数据，得到下面的表：

$Q-Q'$	−0.017113	−0.022061	0.037258	
n	1	1.517	1.649	
$i_{p'}$	0.0874887	0.0459782	0.0489275	
常数	5.715023	5.715023	5.715023	
OSC贡献	−0.008559	−0.008794	0.017179	$\Sigma=-0.000173$

公式中的拉格朗日不变量$(h'n'u')=0.1749774$。直接计算和按各面贡献计算的结果是十分一致的。

C. 各级彗差

在有一定大小的孔径和视场的光束的彗差，可以分解成如下的幂级数：

$$\begin{aligned}\text{彗差}=&a_1Y^2H'+a_2Y^4H'+a_3Y^6H'+\cdots\\&+b_1Y^2H'^2+b_2Y^4H'^2+b_3Y^6H'^2+\cdots\\&+c_1Y^2H'^3+c_2Y^4H'^3+c_3Y^6H'^3+\cdots\\&+\cdots\end{aligned}$$

第一项 a_1Y^2H' 是初级项，它随孔径平方和倾斜度一次方变化。整个第一行的项包括在OSC中，因为 OSC 是适用于任何孔径而只限于小视场的。高级项表示大孔径大倾斜角的照相镜头的彗差情况。

D. 彗差的G和数

和初级球差类似，薄透镜的初级彗差也有一个G和数表达式[⊖]。初级彗差随孔径平方和象高一次方变化。物体的彗差（如果有的话）以通常的横向倍率传递到最后的象面，而初级球差（纵向量）则是以纵向倍率传递的。要注意，这个彗差G和数表达式只当光栏在薄透镜上时才是正确的，它是

$$\text{coma}'_s=\text{coma}_s(h'/h)+h'y^2\left(-\frac{1}{4}G_6cc_1+G_7cv_1+G_8c^2\right) \tag{77}$$

其中

$$G_6=2(n^2-1)/n \qquad G_7=(2n+1)(n-1)/2n=G_2/n$$
$$G_8=n(n-1)/2=G_1/n$$

同前面的做法一样，对于薄双透镜，假设两个镜片之间有一层无限薄的空气层，令它们的G和数直接相加，即

$$OSC=\text{coma}'_s/h'=y^2[(G\text{和数})_a+(G\text{和数})_b]$$

E. 球差和 *OSC*

现在应当清楚了，透镜的球差决定于光线和透镜轴的交点位置，而彗差则决定于光线在象上的倾斜角。如果透镜的形状做得使等价折射面过分平，则边缘焦距太长，OSC是

⊖ A. E. Conrady, p.324.

正的。薄透镜向左弯就会满足这个条件。类似地，如果透镜向右弯，OSC 将是负的。作反映透镜的球差和 OSC 随弯曲而变的图线，就会得到如图87那样的图。

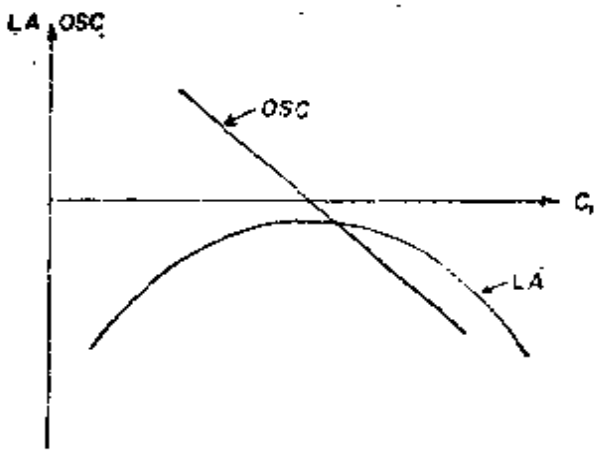


图87　单薄透镜弯曲影响的典型情况

应当指出，对于任何薄透镜来说，球差达到代数极大值时的弯曲状态，几乎也就是 OSC 等于零的弯曲状态。对于单薄透镜的初级象差，这是容易证明的，只要使得令 $\partial LA'_t/\partial c_1=0$ 的 c_1[等式(55)]和令 $\mathrm{coma}_p=0$ 的 c_1[等式(77)]比较即可。这样做会发现，对于各种折射率和物距，零彗差的 c_1 都是稍大于球差取极大值的 c_1 的。

当然，对于非齐明系统，是没有孔径限制的。例如抛物面反射镜对于远处的轴上物点的球差为零，但是各条光线的焦距是沿此光线测量的从镜面到象点的距离。这个焦距连续地随入射高增大而增大，它的象有大量正彗差。

第九章　齐明物镜设计

前面已经说过，阿贝把球差和*OSC*都校正好的透镜系统叫做齐明系统。以后我们用术语“齐明透镜”表示相对薄的，球差和*OSC*都校正好（因而满足阿贝正弦条件）的消色差透镜。已经知道，双胶合透镜有三个自由度，分别用来满足保证焦距和控制球差与色差的要求。若还要校正*OSC*，就要增加一个自由度，它可以用各种方法得到。现在来考察各种齐明透镜。

I　分离密接型

设计这种齐明透镜时，首先按色差校正要求用（c_a，c_b）公式确定两个镜片的光焦度，然后将它们分别弯曲，以校正球差和*OSC*。显然，这种透镜不能是胶合的。这种结构型式主要用于大尺寸的透镜。可以根据各面的赛德象差贡献作出一个薄透镜设计方案，但是加进一定的厚度后，原来的设想就会落空。

因为弯曲透镜对球差的影响最大，对*OSC*的影响小得多，而色差几乎不受影响，所以这样选择消色差双透镜的弯曲状态，使它对应于球差曲线的峰值（已知它是接近零*OSC*点的）。然后将两个镜片分别试行弯曲，利用双参数图，以两个弯曲参数c_1和c_3校正LA'和*OSC*。

现在用上述方法处理（看图65）。图中的消色差透镜（冕牌玻璃在前）的曲线在$c_1=0.15$处达到最大值。然后根据

$c_a=0.5090$算出$c_2=c_1-c_a=-0.3590$。先令$c_3=c_2$，并加进一个厚0.01的窄空气间隔。对于通光孔径为2.0和外径为2.2（$f/5$）的两个镜片的厚度，以分别取0.42和0.15为适宜。当然，每一次试验性修改之后所得到的系统都经过消色差处理（用D-d法修改末面半径）。这样得到的初始系统A有

$$LA'=0.1057,\quad OSC=0.00062$$

OSC公式中的l'_{pr}取零值，即假定光栏和末面重合。

下一步是作双参数图。为此试令两个镜片的弯曲各自改动0.01。在弯曲冕牌玻璃镜片时得到系统B，于是有，

$$LA'=0.1057,\quad OSC=-0.00270$$

将c_1恢复到原来的数值后，弯曲火石玻璃镜片得到系统C，于是有，

$$LA'=-0.1245,\quad OSC=0.00304$$

把上述数值记在图88上，图中横座标表示LA'，纵座标表示OSC。利用这个图就可以判断(假定所有象差都是线性的)。为了达到目标点(0,0)，必须将原方案作如下改动：

$$\Delta c_1=0.0172,\quad \Delta c_3=0.0212$$

作这些改动（取$c_a=0.5090$，并且用D-d法修改末面半径）之后，得到的D系统有

$$LA'=0.01522,\quad OSC=0.00010$$

此时彗差令人满意，但是球差仍然太大。

在原来的双参数图中，这个点太接近目标点（0,0），难以继续作图，所以将两个座标轴都放大5倍，在这个新座标上分别作两条平行于原座标上的二直线的直线。据此判断，系统应作如下修改：

$$\Delta c_1=0.0025,\quad \Delta c_3=0.0031$$

修改后得到的E系统，有

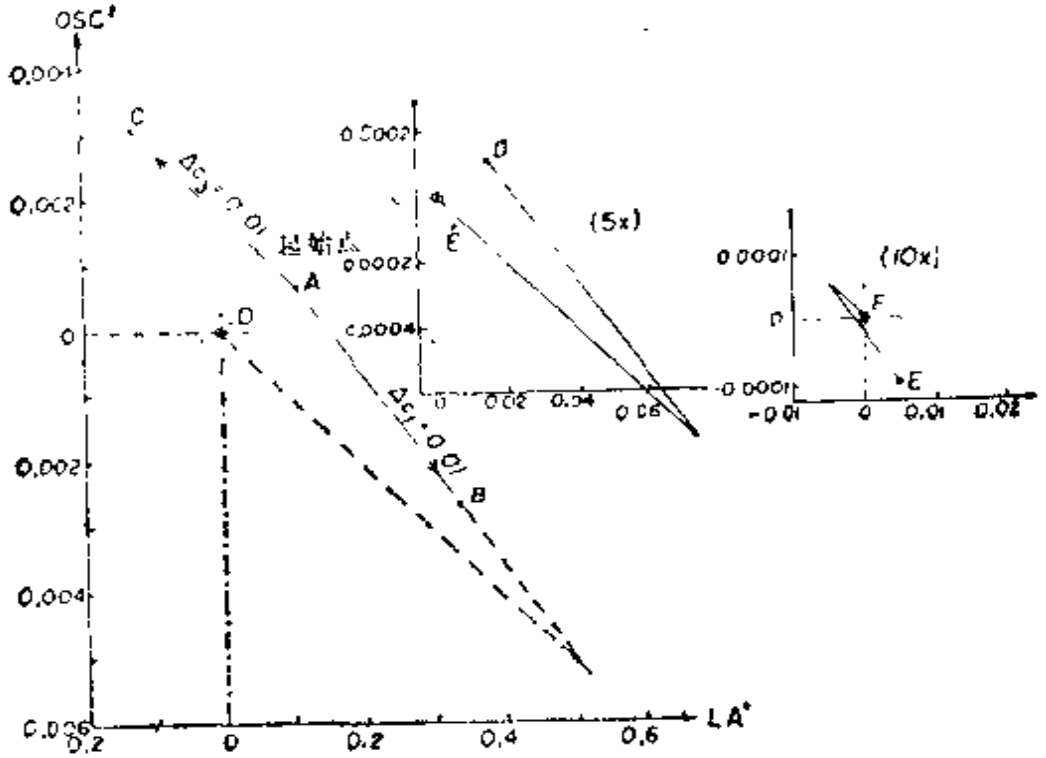


图88　用双参数图求解分离密接型齐明透镜

$$LA'=0.0052,\quad OSC=-0.00010$$

为了消除这些剩余象差，需作更大的图(再放大10倍)。作同样的处理后，求出

$$\Delta c_1=-0.00045,\quad \Delta c_3=-0.00020$$

修改后所得到的系统F有 $LA'=-0.00027$，$OSC=0$。带球差是$+0.0040$，是过校正型，和一般情况不同。正如在第146页中曾经指出的，这是从透镜中有窄空气间隔这个事实可以预料到的。

现将最后得到的这个系统(图89)的参数列于下面的表中：

c	d	n_D	V
0.16926	0.42	1.529	58.6
−0.33975	0.01	(空气)	
−0.33490	0.15	1.617	36.6
−0.06562			

这个方案的$f'=9.9302$，$l'=9.6058$，$Y=1.0$，外径$=2.2$，$LA'=-0.00027$，$LZA=+0.0040$，$OSC=0$。

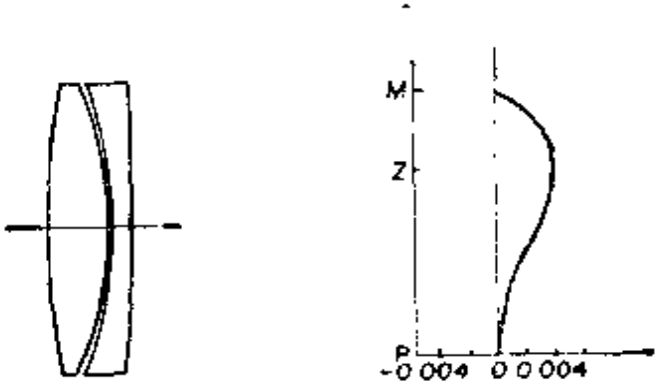


图89　分离密接型齐明透镜

注意如下事实是有意义的：这个透镜中的空气间隔取负镜片的形状，相当于一个正的玻璃镜片，产生欠校正球差。这种分离密接透镜要求装配十分小心，尤其是要注意两个镜片的共轴性。在大透镜中，最好使两个镜片分别装在各自的金属环中，旋转螺纹，保证准确地调整间隔，以实现最佳的定位。对于小透镜，空气间隔太窄，不便于使用隔圈，最好是将两个镜片安装在一个固定的金属凸缘的两侧，然后再用两个压圈将它们固定。

Ⅱ　平行空气间隔型

作为上述分离密接型的变型，可以令两个内侧半径相等，以减小一对样板的成本，同时，用改动空气间隔的办法来校正球差。如果彗差过大，则可通过弯曲整个透镜来校正。

和前次一样，从弯曲曲线的极大值点出发，即$c_1=0.15$和$c_a=0.5090$，所以$c_2=c_3=-0.3590$。在第Ⅰ节中，初始方案的空气间隔取0.01，有$LA'=0.10566$和$OSC=0.00062$

(图88中的方案A)。若令这个方案的空气间隔增大到 0.04，并且用通常的D-d 法修改末面半径，就得到方案 B，于是有

$$LA'=-0.01466,\quad OSC=0.00305$$

然后令整个透镜弯曲增加 0.01 (空气间隔保持 0.04)，得到 $LA'=-0.00646$和 $OSC=0.00201$(方案 C)。和以前一样，将这些数值记在以球差为横座标，OSC为纵座标的双参数图上(图90)。由图中显而易见，令弯曲再增加0.0198就会接近目标点。实际上，作这样的弯曲之后得 到 $LA'=0.00014$ 和 $OSC=0$(方案D，结构参数见下页表)。

这个有空气间隔的透镜的带球差严重过校正，所以最好将边缘球差取小的负值。因为前面通过空气间隔作试验性的改动时，已知 $\partial LA'/\partial$ (间隔) $=4.0$，所以现在可以试令空气间隔增加0.0001。这样得到的方案有如下数据 (外径$=$2.2)：$f'=10.1324$，$l'=9.7012$，$LA'=-0.00017$，$LZA=+0.00666$。$OSC=0$。要注意，现在的过校正带球差是分离密接型方案的 1.6 倍。这是通常都倾向于采用分离密接型的主要原因。不过，这里的平行空气间隔型的空气间隔比较

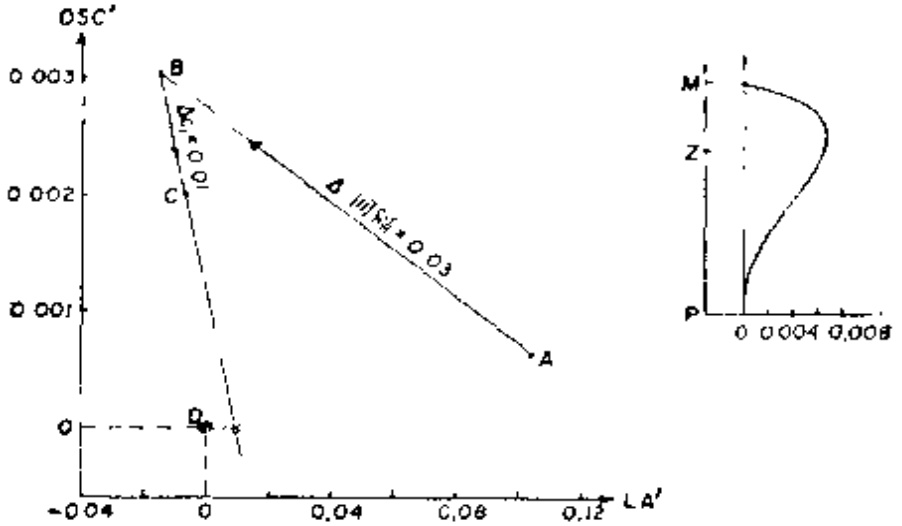


图90　平行空气间隔型齐明透镜的双参数图

宽，对透镜框设计有好处。

c	d	n	V
0.1798	0.42	1.523	58.6
−0.3292	0.0401		
−0.3292	0.15	1.617	36.6
−0.0553			

Ⅱ 齐明双胶合透镜

在第183页中曾经指出，双胶合透镜令 OSC 为零的弯曲状态几乎和球差取极大值的弯曲状态相同。于是，可以找到这样的两种玻璃，即在弯曲状态抛物线的顶点处，使球差曲线刚好达到零，这时的弯曲峰值也将十分接近齐明状态。

我们可以通过计算球差 G 和数，作出薄透镜弯曲变化曲线(如图65)，以寻找适当的玻璃对。这里基于这样的事实：实际厚透镜曲线十分接近图65那样的近似薄透镜曲线。在这方面，作不多的几次试算，就可以知道球差曲线随两种玻璃的 V 差值增大或 n 差值减小而整体地下移。

因为双胶合透镜只有三个自由度，要分别用于满足焦距、球差和OSC要求，显然应把玻璃选择放到最后，以保证满足基于 $D-d$ 法的消色差要求。在肖特玻璃手册中冕牌玻璃的品种比火石玻璃多，所以选定某种火石玻璃，然后试用几种冕牌玻璃，看色差情况如何。选用的火石玻璃是肖特的SF-19，$n_D=1.66662$, $V=33.08$。选三种现存的冕牌玻璃，对其中每一种都取近似值 $c_a=0.3755(f'=10)$，经过一系列试算，找出在 $f/5$ 处校正球差的 c_s。接着令整个透镜弯曲，经过几次试算，消除OSC。然后对边缘光线计算这个齐明透镜的 $(D-d)\Delta n$ 和；最后，用 $D-d$ 法确定冕牌玻璃 V 值应取多

少才能实现完全消色差。对三种冕牌玻璃的每一种重复上述过程，就能够在玻璃图上作出一条适用的玻璃轨迹线（图91）*，如果这条轨迹线正好通过某种实际存在的玻璃，就可以用它来完成设计。

上述三种玻璃的试算结果（见图91）列于下面的表中：

冕牌玻璃牌号	n_D	n_F-n_C	V_D	$\Sigma(D-d)\Delta n$	完全消色差所要求的冕牌玻璃的V值
SK-12	1.58305	0.00983	59.31	0.0000365	58.16
BaK-6	1.57436	0.01018	56.42	−0.0000906	59.23
SK-11	1.56376	0.00928	60.75	0.0000083	60.46

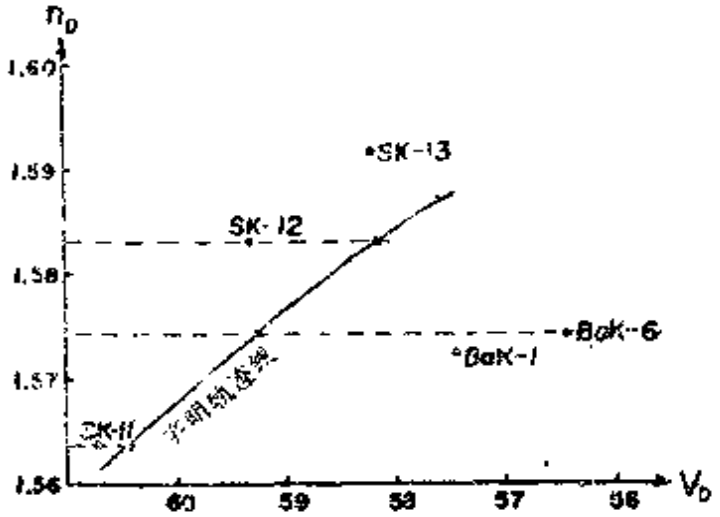


图91　双胶合齐明透镜的冕牌玻璃轨迹线
（火石玻璃选用SF-19）

即使不作玻璃图上的轨迹曲线，单纯由这个表的数据也可以看出，第三种玻璃SK-11可以和上述火石玻璃构成接近消色差的透镜。按照令$(D-d)\Delta n$和等于零的原则修改末面半径，最后得到如下设计方案：

* 原文误为图41——译者注。

c	d	玻 璃	n_D	V_D
0.1609	0.32	SK-11	1.56370	60.75
−0.2246				
−0.052351	0.15	SF-19	1.66662	33.08

这个方案有 $f'=10.3663$，$l'=10.1227$，$LA'=-0.00010$，$LZA=-0.00176$，$OSC=0.00060$（取外径=2.2）。采用这个方案必定可以产生很好的物镜。欠校正的带球差余量很小，只有第141页中的普通消色差透镜的40%。这是由于采用了折射率比较高的玻璃之故。对于既定的火石玻璃，若用低折射率的冕牌玻璃，带球差余量就会大，对于一些中折射率冕牌玻璃，带球差降到极小值，然后对高折射率冕牌玻璃它又会再度增大。显然，这里有两种相反的趋势：提高冕牌玻璃折射率会使第一面曲率半径增大，但是却使胶合面的折射率差减小，从而要求这个面的曲率增大。

Ⅳ 齐明三胶合透镜

另一种取得校正 OSC 所必须的自由度的方法，是令双胶合透镜的火石玻璃镜片分裂成两片，置于冕牌玻璃镜片两侧，构成一个三胶合透镜。当然，也可以改为分裂冕牌玻璃镜片，并作同样处理。但是一般来说分裂火石玻璃比较好。

康拉第㊀用球差和彗差的 G 和数对这种系统作过十分全面的研究。作这样的分析时，要用到各片的总曲率 c、弯曲参数 c_1 和物距的倒数 v。这个三胶合透镜有两个真正的自由度，以 x 和 y 表示，它们分别是前面的火石玻璃镜片的光焦度和整个透镜的弯曲，因而规定 $x=c_1-c_2=c_a$，$y=c_2$。

㊀ A. E. Conrady, p.557.

冕牌玻璃镜片和火石玻璃镜片的总光焦度由通常的(c_a, c_b)公式（见第89页）确定，这里分别用 Cr 和Fl 表示。于是三个薄镜的参数如下：

	透 镜 a	透 镜 b	透 镜 c
总曲率(c)	x	Cr	Fl$-x$
第一面曲率(c_1)	$y+x$	y	$y-$Cr
物距倒数(v)	$v_1=1/l_1$	$v_1+(n_a-1)x$	$v_1+(n_a-1)x+(n_b-1)$Cr

其中 $n_a=n_c$ 是火石玻璃的折射率，n_b是冕牌玻璃的折射率。作透镜截面图以选择适当的厚度时，应注意薄透镜值c_4等于 $x+y-$(Cr+Fl)。

作 G和数分析时，知道球差表达式是二次的，彗差表达式是线性的。因而问题有两个解。为了减小带球差余量，也是为了加工时在一个盘上安放尽可能多的镜片，选用最强面曲率半径比较长的解。

作为一个例子，设计一个低倍的三胶合式显微物镜，倍率5×，筒长160mm。这意味着焦距应为 26.67mm。数值孔径sin U'_4是0.125，故入射光线倾斜度是 sin $U_1=-0.025$。采用如下的普通玻璃：

(a) 火石玻璃 F-3， $n_e=1.61685$， $\Delta n=0.01659$，
$V_e=37.18$

(b) 冕牌玻璃 BaK-2， $n_e=1.54211$， $\Delta n=0.00905$，
$V_e=59.90$

$V_b-V_a=22.72$。(c_a,c_b)公式给出冕牌玻璃镜片和火石玻璃镜片的总光焦度分别是

$$\text{Cr}=0.1824,\quad \text{Fl}=-0.0995$$

康拉第的G和数分析给出如下近似解：

x	−0.038	−0.019
y	+0.158	+0.072
$c_1=x+y$	0.070	0.053
$c_2=y$	0.158	0.072
$c_3=y-Cr$	−0.0244	−0.1104
$c_4=x+y-(Cr+Fl)$	−0.0129	−0.0299（或根据D-d法取−0.03035）

第一解最强的曲面$c_3=0.158$，第二解最强的曲面$c_3=-0.1104$。所以用第二解继续做下去。半径近似为18.9、13.9、−9.1和−33.4，可以作出透镜图，半孔径是5.0，因为边缘光线的Y是$160\times0.025=4.0$。据此确定厚度，分别取1.0、3.5和1.0(图92)，单位都是毫米。

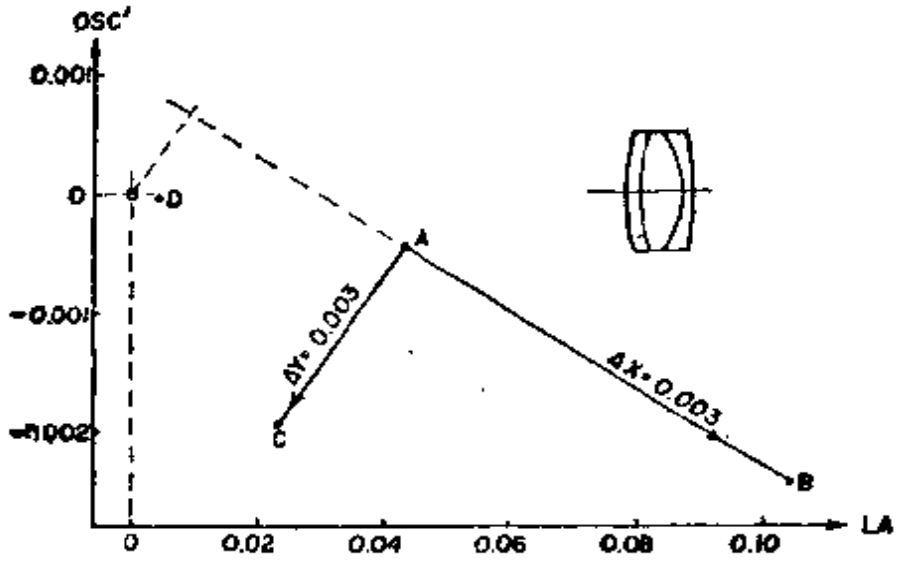


图92　三胶合齐明透镜的双参数图

首先按照$L_1=-160$，$\sin U_1=-0.025$追迹一条边缘光线，照例用D-d法修改末面半径。计算这条光线的LA'和OSC(方案A)。这时假设孔径光栏在后透镜面上，因而$OSC=(ML'/mL')-1$。然后令x和y作微小的试验性改变，作出以OSC为纵座标，LA'为横座标的双参数图。据此图可以判

断，为了使两种象差为零，只需令初始方案的 x 和 y 作很小的改动，即 $\Delta x=-0.0017$和 $\Delta y=+0.0014$。经过这些改动之后得到如下的解：

c	d	n_e
0.0527	1.0	1.61685
0.0734	3.5	1.54211
−0.1090	1.0	1.61685
$(D-d)$ −0.030667		

有 $L_1=-160$mm，$\sin U_1=-0.025$，$LA'=0.00042$mm，$LZA=-0.04688$mm，$OSC=-0.00002$，$l'=30.145$mm，$1/m=-4.927$，

$$NA=0.123$$

数值孔径稍小于要求的数值 0.125，为此可以按比率 0.123/0.125=0.984缩短焦距(即令全部半径按这个比率缩短)。带球差余量很小，远小于瑞利公差0.21mm，故可忽略。

V 有隐蔽消色差面的齐明透镜

“隐蔽”消色差面的概念是鲁道夫(Paul Rudolph)在十九世纪九十年代后期提出的[⊖]。这种面两侧的玻璃折射率相等，但色散率不同，所以可以用来控制透镜的色差。于是消色差可以放到最后来处理，原有的自由度可用于校正其它象差。

肖特玻璃手册中的一些可用的玻璃对见下页表。

两种玻璃的折射率无需严格相等。更何况购进的玻璃的折射率对玻璃表所列的数值的偏离会达到0.0001。

作为采用隐蔽面的例子，下面设计一个三胶合齐明透

⊖ P. Rudolph, U. S. Patent 576, 896, filed July 1896.

牌　号	n_D	n_F-n_C	V_D	V差
(1) SK-16	1.62031	0.01029	60.28	22.32
F-9	1.62030	0.01634	37.96	
(2) SK-5	1.58905	0.00962	61.23	20.26
LF-2	1.58908	0.01438	40.97	
(3) SSK-2	1.62218	0.01171	53.13	17.06
F-13	1.62222	0.01725	36.07	
(4) SK-7	1.60720	0.01021	59.47	10.23
BaF-5	1.60718	0.01233	49.24	

镜，它的第三面是隐蔽的。其余三个半径用来校正球差、彗差，以及保证焦距。最后一面的半径经常是按照焦距要求确定的。在下面的设计过程中，我们保证焦距10.0，孔径$Y=1.0(f/5)$，中心厚度取足够大，以保证冕牌玻璃镜片外径2.2，而且能在火石玻璃镜片中加进隐蔽面。冕牌玻璃镜片用K-5玻璃($n_D=1.5224$，$\Delta n=0.00876$，$V_D=59.63$)。火石玻璃镜片用表中第(3)组玻璃，按平均折射率1.6222作光线追迹。

采用如下的初始系统是合适的：

c	d	n_D
0.16	0.42	1.6224
−0.26		
(按f'解出)	0.35	1.6222

得出最后一面的曲率是−0.069605，有$LA'=0.01013$，$OSC=0$。现在令c_1改变0.01，得到$LA'=0.02059$和$OSC=-0.00096$。恢复到原来的方案后，令c_2改变0.01，得到$LA'=-0.00241$和$OSC=0.00016$。将这些数值记于图93的双参数图上，据此判断应该再令c_1改变0.0022。这样的设计，已完成了校正球差和彗差。

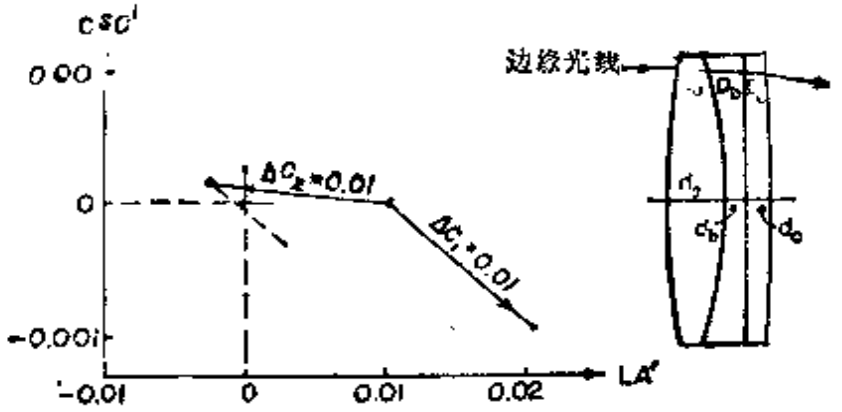


图93　有隐蔽面的三胶合齐明透镜的双参数图

现在要加进隐蔽面以消色差。为此计算边缘光线在两个镜片中的D值，并且把第二个镜片的轴上厚度适当地分成两部分，分别为0.15和0.20。将四个面的已知数据列出。已知前面的镜片的$(D-d)\Delta n$值，注意，其余两个镜片的$(D-d)\Delta n$值之和必须和它数值相等而符号相反。还知道后两个镜片的D值之和。通过解二元联立方程组，得知D_b应取0.2779594，D_c应取0.1650274。各面的Y值已知，从而最后确定c_s应当取0.0080508。到此设计完成，列在如下的表中，

c	d	n_D	V_D
0.1622	0.42	1.5224	59.63
−0.25	0.15	1.62222	36.07
0.008051	0.20	1.62218	53.13
−0.066105			

当焦距$f'=10.0$时，有$l'=9.6360$，$LA'=-0.00008$，$LZA=-0.00232$，$OSC=-0.00006$。

Ⅵ　配 合 原 则

如果要设计的齐明透镜孔径很大，以致不能只用一个双透镜时，就应连续采用两个消色差透镜。这样共有四个自由

度。两个组元之间的光焦度分配和二者之间的空气间隔是任意的。两个组元的弯曲用于校正球差和OSC。并且可以采用各种适当的玻璃对。由于两个组元各自消色差，所以纵向色差和横向色差同时自动地得到校正。

康拉第[1]曾经详细阐述过这种透镜设计方法，专门用于中倍率显微镜物镜中。适当选定前述两个任意量之后，从前到后通过系统追迹一条边缘光线，用D–d法求出r_3和r_6，然后追迹两条近轴光线，其中一条按照$l_1=L_1$和$u_1=\sin U_1$从左到右通过前组元，另一条以$u'_6=\sin U'_6$和$l'_6=L'_6$为初始数据从右到左通过后组元。现在如果能够找到这样的一对弯曲数值的两个组元，即使得这两条近轴光线在它们之间的空气间隔中重合，那么系统的球差和OSC就都得到校正。这就是配合原则的含义。

将两个组元试行弯曲时，对前组元不会发生什么问题，只是对后组元要注意，必须采用一致的初始数据。可以断然采用一个固定的L_4值（为此每次都适当选择两个透镜之间的空气间隔大小），但是对于U_4来说，不论取哪一个固定值，都不能和由前组元出射的光线的倾斜角U'_3完全一致。所以变成在空气间隔中要实现真实象差的匹配，而不是长度和角度的匹配。就长度而言，总是使$L_4=L'_3-d$，而要求$L_4=l'_3-d$。将这两个等式相减，就知道所选择的两个组元的弯曲应当满足

$$LA_4=LA'_3$$

为了使空气间隔中两条近轴光线的倾斜角相匹配，我们近似地使$\sin U_4=\sin U'_3$，而要求u_4也等于u'_3。将两者相除，

---

[1] A. E. Conrady, p.662.

得到

$$OSC_4 = OSC_3'$$

其中OSC定义为

$$OSC = (u/\sin U) - 1$$

这个 OSC 不包含通常的球差和出瞳位置校正因子，在本文中称为“未校正的OSC”。

作为配合原则的示例，下面设计一个数值孔径 0.25 的 10× 显微镜物镜（长共轭端的入射光线倾斜角是 −0.025）。假定物距 −170mm，就可以按照要求追迹某一条光线进入系统的前组元。要注意，显微镜物镜总是由长共轭端算到短共轭端的，这是因为长共轭距离固定而短共轭距离不固定的。于是长共轭端成了系统的“前方”。这和通常关于显微镜的说法不同，后者将短共轭端看作前方。这是唯一的一次例外，我们不计较这两种说法的差别。

首先要解决的问题是怎样确定两个任意自由度，即两个组元的光焦度分配以及二者之间的空气间隔大小。通常的做法是令近轴光线在每一个组元中受到相等的偏折，将后组元大致上放在前组元和它所成的象之间的中点上。这样，对于任何后组元弯曲状态，物距都是 20mm 左右，我们就取这个数值。近轴光线的总偏转角是0.25+0.025=0.275，所以每个组元要令近轴光线偏转0.1375，于是两个组元之间的光线倾斜角等于0.1125。在令后组元作各种试验性弯曲时，以它作为$\sin U_4$值。两个组元采用如下的普通玻璃：

(a) 冕牌玻璃：$n_e = 1.52520$，$n_F - n_C = 0.00893$，$V_e = 58.81$

(b) 火石玻璃：$n_e = 1.62115$，$n_F - n_C = 0.01686$，$V_e = 36.84$

并且有$V_a-V_b=21.97$。两个组元的薄透镜参数如下（见图94）：

物距/mm	象距/mm	焦距/mm	通光孔径/mm	c_a	c_b	应取厚度/mm
−170	37.77	30.99	8.5	0.1649	−0.0874	3.2.1.0
20.0	9.00	16.36	4.5	0.3116	−0.1650	2.0.0.8

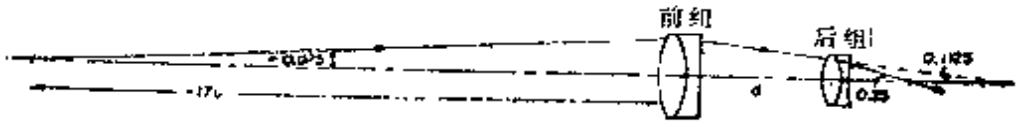


图94　李斯特（List）型显微镜物镜设计

两个组元几种弯曲状态（每种弯曲都用$D-d$法求末面曲率半径）的计算结果如下：

前　组　元

$L_1=l_1=-170.0$,　$\sin U_1=u_1=-0.025$

c_1	0	0.02	0.04	0.06	0.08
用$(D-d)$法确定c_3	−0.08273	−0.06254	−0.04130	−0.01870	+0.00559
L_3'	33.149	34.666	35.465	35.587	35.005
LA_3'	−0.1474	0.9529	1.3282	0.8596	−0.6049
未校正的OSC_3'	0.01164	0.03753	0.03727	0.01360	−0.03567

后　组　元

$L_4=20.00$,　$\sin U_4=0.1125$

c_4	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
用$(D-d)$法确定c_6	−0.11360	−0.05405	0.01450	0.09611	0.19249
$L_6'=l_6'$	7.3552	7.3700	7.2695	7.0888	6.8570
$\sin U_6'=u_6'$	0.25862	0.24769	0.23939	0.23258	0.22588
l_4	16.8706	20.2829	20.7971	20.4645	19.3870
LA_4	1.1294	−0.2829	−0.7971	−0.4545	0.6130
未校正的OSC_4	0.03222	−0.03055	−0.04323	−0.01363	0.05653

将以上两个组元的计算结果并列地作图(即图95)，其目的是选择 c_1 和 c_4，使 $LA'_3=LA_4$，$OSC'_3=OSC_4$。这就需在图中找寻和四条曲线相接的长方形，它对应的球差和彗差点在同一条水平线上。这样的长方形有四个，说明这些曲线代表二次式。这四个解列在下面的表中：

长方形	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
A(上)	0.032	−0.133	−0.050	0.045	−0.266	−0.119
B(中)	0.067	−0.098	−0.010	0.070	−0.242	−0.091
C(下)	0.081	−0.084	0.007	0.165	−0.147	0.037
D(长)	0.003	−0.162	−0.080	0.228	−0.084	0.147

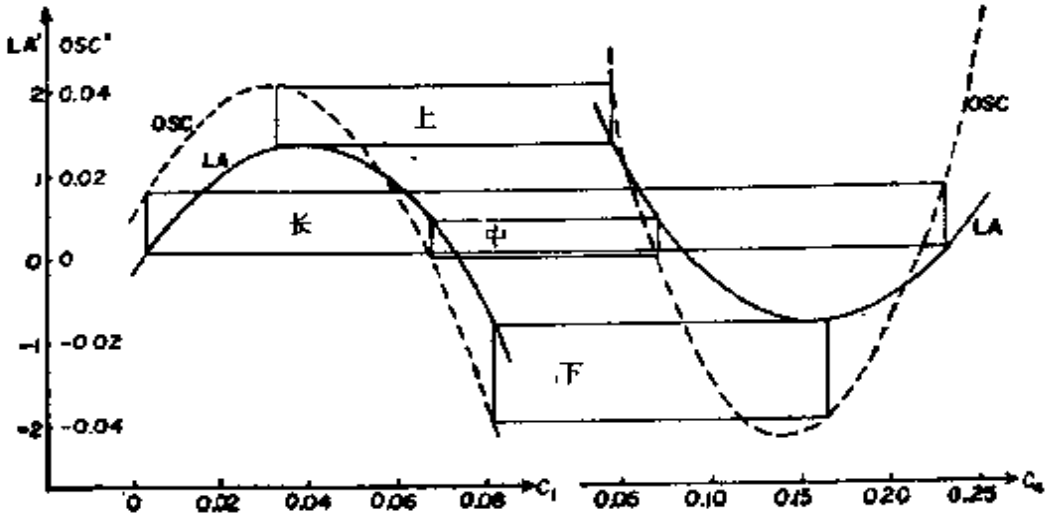


图95　配合原则

从各方面考虑，我们选用 C解把设计继续做下去。其它解的面都要强一些，而且 C解的两个组元都有一个差不多是等凸的冕牌玻璃镜片。于是得到如下初始方案：

c	d	n_e
0.081	3.2	1.52520
−0.08394	1.0	1.62115
0.00685	14.9603	(空气)
0.165	2.0	1.52520
−0.14654	0.8	1.62115
0.09730		

有 $l'_6=7.2095$，$LA'_6=0.01383$，$u'_6=0.2361$，$OSC'_6=-0.00297$。计算 OSC'_6 时，假定出瞳在 $(l'-L'_{6r})$ 约等于17.0的位置。这样，出瞳约在物镜后顶点以内10mm处。

虽然这个解接近要求，但仍然需要用双参数图改进两个象差。令c_1改动0.001，仍然维持D-d解和$L_4=20.0$，象差变成

$$LA'_6=-0.000829,\quad OSC'_6=-0.002404$$

令c_1恢复原值，c_4改动0.001，得到

$$LA'_6=0.001306,\quad OSC'_6=-0.003279$$

由作图得知应令原来的c_1改动0.001，c_4改动−0.01。这样得到

$$LA'_6=-0.000403,\quad OSC'_6=+0.000474$$

遗憾的是现在系统数值孔径是0.2381，而本来应取0.25，因而令全部曲率半径缩小4%，得到

$$LA'_6=0.001114,\quad OSC'_6=0.000221$$

再由双参数图确定应当再改变 $\Delta c_1=0.0005$和 $\Delta c_4=0.002$。这样修改之后得到如下最完善的解(图94是根据这些数据按比例作成的)，

c	d	n_e
0.08578	3.2	1.5252
−0.08576	1.0	1.62115
0.009152	13.8043	(空气)
0.16320	2.0	1.52520
−0.16080	0.8	1.62115
0.02602		

有 $l'_z=6.8925$，$u'_z=0.2500$，$LA'_z=0.000004$，$OSC'_z=-0.000095$，$LZA'_z=-0.00289$。当然，实际上还应当将两个组元作进一步的微小弯曲，以使两个冕牌玻璃镜片变成真正等凸的。这些改变量甚小，对象差没有明显的影响。

带球差公差是 $6\lambda/\sin^2 U'_m=0.053$，故上述物镜的带球差余量约为瑞利界限值之半。要改善这个数值，就应选用折射率比较高的火石玻璃，不过上述设计方案已经可以了。

第十章　斜光束象差

在第七章曾经提出了透镜斜光束象差的问题，详细讨论了彗差的来源和计算。本章继续探讨这个问题，给出其它斜光束象差（象散、场曲、畸变和横向色差）的计算方法。

I　象散和柯丁顿公式

窄光束倾斜地入射到折射面，会产生象散，点光源被小的透镜孔径所成的象变成一对焦线，图96给出了这个光束一系列截面的形状。其中一条焦线（弧矢焦线）沿视场径向指向透镜轴，另一条焦线（子午焦线）在视场切向上。两者都垂直于主光线。只要追迹出主光线，这两条焦线的位置就可

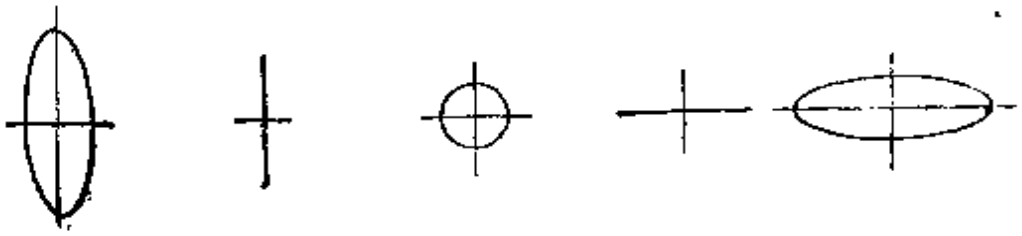


图 96　象散焦线

以计算出来。第一面形成的象散性的象成为第二面的物，这样逐面地通过系统。焦线位置由两个柯丁顿㊀(Coddington)公式求出。下面推导这两个公式。

㊀ H. Coddington, "A treatise on the Reflexion and Refraction of Light", p.66, Simpkin and Marshall, London, 1829.

A. 子 午 象

在图 97 中，BP 是入射主光线，B 是子午物点，和入射点P相距 t，它的长度沿主光线测量，按照惯例，若物点在

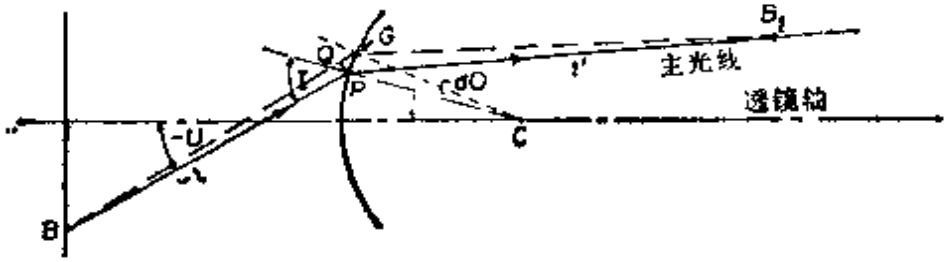


图 97 子午焦点

面的左方就取负值。BG是子午面上邻近主光线的一条光线，这两条光线十分靠近，以致实际上可以把短弧 $PG=rd\theta$ 看成是折射面的切线。

中心角 $\theta=U+I$，因而

$$d\theta=dU+dI \tag{78}$$

短线段PQ垂直于入射光线，它的长度按下面的等式计算：

$$PQ=tdU=PG\cos I=r\cos Id\theta$$

但是根据等式(78)，有$dU=d\theta-dI$，因而 $PQ=t(d\theta-dI)=r\cos Id\theta$，于是得到

$$dI=\left\{1-\frac{r\cos I}{t}\right\}d\theta \tag{78a}$$

对子折射光线也有相应的等式：

$$dI'=\left\{1-\frac{r\cos I'}{t'}\right\}d\theta \tag{78b}$$

微分折射定律*，得到

$$n\cos IdI=n'\cos I'dI' \tag{78c}$$

---

* 原文误为近轴光线的折射定律——译者注。

将等式(78a)和(78b)代入等式(78c)，得到

$$\frac{n'\cos^2 I'_{pr}}{t'} - \frac{n\cos^2 I_{pr}}{t} = \frac{n'\cos I'_{pr} - n\cos I_{pr}}{r} * \qquad (79)$$

当物点在透镜轴上时，$I'_{pr}=I_{pr}=0$，这个等式右边蜕化成折射面的光焦度$(n'-n)/r$。等式(79)右边的量可以看成是折射面对于主光线的“斜光焦度”。斜光焦度永远稍大于轴上光焦度。这里提供了一种方便的验算方法。

B. 弧 矢 象

另一条焦线在弧矢象点B_s上。这是由紧靠主光线的一对弧矢（空间）光线所形成的近轴型象。如在第153页中所述，一对弧矢光线所形成的点的象，必定在联接物点和透镜面曲率中心的辅助轴上。利用弧矢光线这个特性，能够推导出确定弧矢焦线位置的第二个柯丁顿公式。

在图98中，作出了主光线、弧矢物点B和弧矢象点B_s，还有联接B、C和B_s的辅助轴。因为任意三角形ABC的面积等于$\frac{1}{2}ab\sin C$，并且现在$\triangle BPB_s$等于$\triangle BPC$加$\triangle PCB_s$，所以有

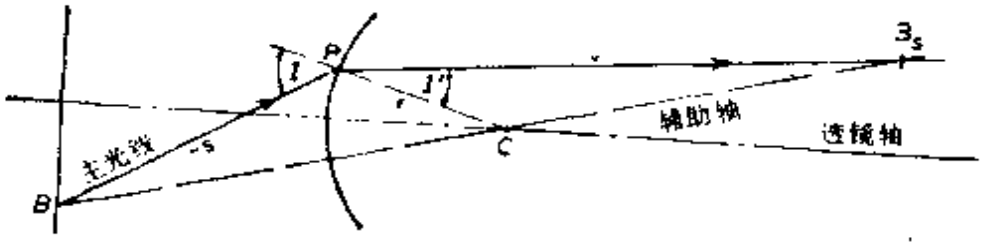


图 98　弧矢焦点

* 足标pr表示主光线的参数——译者注。

$$-\frac{1}{2}ss'\sin(180-I+I')=-\frac{1}{2}sr\sin(180-I)+\frac{1}{2}s'r\sin I'$$

于是

$$-ss'\sin(I-I')=-sr\sin I+s'r\sin I'$$

展开$\sin(I-I')$并乘以$(n'/ss'r)$，得到

$$-\frac{n'\sin I\cos I'}{r}-\frac{n'\cos I\sin I'}{r}=-\frac{n'\sin I}{s'}+\frac{n'\sin I'}{s}$$

根据折射定律，$n'\sin I'$永远可以用$n\sin I$代替。这样取代之后，消去$\sin I$，给出

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'\cos I'_{,r}-n\cos I_{,r}}{r} \tag{80}$$

右边的项是折射面的斜光焦度，在子午象公式(79)中已经出现过。因而子午焦点公式和弧矢焦点公式之间的差别仅在于子午焦点公式中出现$\cos^2$项。

康拉第㊀也曾经用焦点光程相等的方法直接导出这两个公式。不过这里纯几何方法的推导比较容易而且可靠。

C. 象 散 计 算

用上述两个公式计算透镜象散时，首先按照要求的倾斜度追迹主光线。再算出由物点到入射点之间的距离s、t(沿主光线测量)的初始值（见C，5节）。

1. 斜光焦度

以后用

$$\phi=c(n'\cos I'-n\cos I)$$

表示曲率为c的球面的斜光焦度。如果折射面是非球面，就

㊀ A. E. Conrady, p.588.

要按照如下公式计算入射点上的弧矢面曲率和子午面曲率：

$$c_s=\sin(U+I)/Y,\quad c_t=(d^2X/dY^2)\cos^3(U+I)$$

二阶导数 d^2X/dY^2 从非球面方程中求得。其余数据取自主光线在折射面上的参数。弧矢面曲率和子午面曲率差别很大是常有的事，甚至会符号相反。

2　斜间隔

第三步是按照如下公式计算两个相邻面之间沿主光线测量的斜间隔：

$$D=(d+X_2-X_1)/\cos U_1'$$

其中主光线在各面上的参数 X 按照下面的公式计算：

$$X=\frac{1-\cos(U+I)}{c}$$

或者用

$$X=G\sin(U+I)$$

计算更好。

3．弧矢光线

再在每一面上用如下公式追迹弧矢邻近光线：

$$s'=\frac{n'}{(n/s)+\phi}$$

换面公式是 $s_2=s_1'-D$。

4．子午光线

追迹子午邻近光线的公式是

$$t'=\frac{n'\cos^2 I'}{[(n\cos^2 I)/t]+\phi}$$

换面公式是 $t_2=t_1'-D$。只要处处把 $n\cos^2 I$ 和 $n'\cos^2 I'$ 看成是玻璃的实际折射率，子午光线追迹过程就可以和弧矢光线一样。

5. 起始公式

若物体在无限远处，s 和 t 的起始值都是无穷大。若物体和透镜前顶点相距B(在左方为负)，则需计算(见图99a)下式：

$$s=t=(B-X_{pr})/\cos U_{pr}=(Y_{pr}-H_0)/\sin U_p,$$

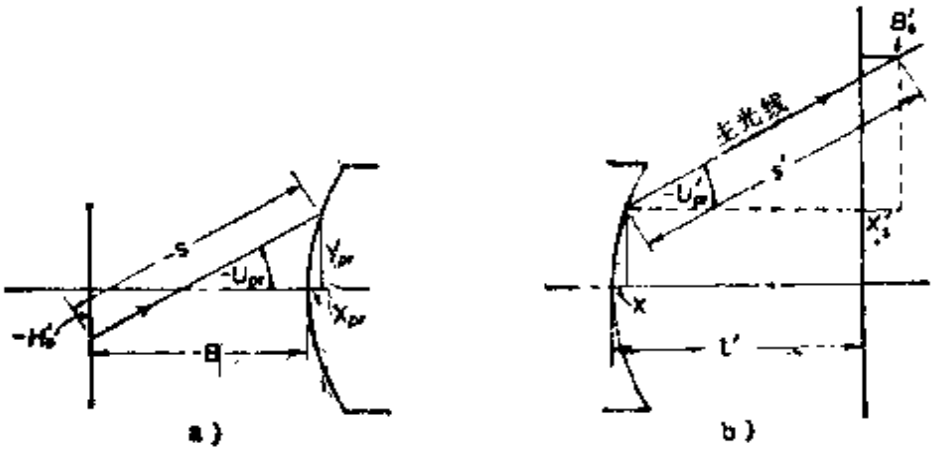


图 99

(a) 起始公式　(b) 结束公式

6. 结束公式

追迹了弧矢、子午邻近光线之后，通常希望知道弧矢、子午焦线相对于近轴象平面的轴向距离。这些量由下面的公式给出（见图99b）：

$$X_s'=s'\cos U_{pr}'+X-l'$$
$$X_t'=t'\cos U_{pr}'+X-l' \qquad (81)$$

其中X是主光线在透镜末面上对应的矢高。

例：作为上述公式的应用例子，追迹通过一个双胶合透镜（参看第32页，这些数据已经多次被引用过）的主光线。这条主光线以$-3°$的角度入射于前顶点。计算表格的形式（按照使用小型袖珍计算器计算的要求）见表Ⅱ。结束公式给出 $X_s'=-0.02674$ 和 $X_t'=-0.05641$，子午焦线与近轴焦平面之距离约为弧矢焦线的两倍，二者都在焦平面内侧。

表XI　沿主光线计算象散

c	0.1353271	−0.1931098	−0.0616427
d	1.05	0.4	
n	1.517	1.649	
	−3° 主光线的追迹		
Q	0	0.0362246	0.0491463
Q'	0	0.0362270	0.0491086
I	3.00000	1.57608	1.67722
I'	1.97708	1.44989	2.76642
U	−3.0	−1.97708	−1.85089	−2.94009
	余　弦　表		
$\cos I$	0.9986295	0.9996217	0.9995716
$\cos I'$	0.9994047	0.9996798	0.9988346
$\cos U$	0.9994047	0.9994783	0.9986837
	面的斜光焦度		
ϕ	0.0700274	−0.0254994	0.0400344
	斜　间　隔		
X	0	−0.0001268	−0.0000745
D	1.050499	0.4002611	
	弧矢光线		
s	∞	20.612450	33.884695
s'	21.662949	34.284956	11.274028
	子午光线		
$n\cos^2 I$	0.9972609	1.5158524	1.6475874
$n'\cos^2 I'$	1.6151944	1.6479443	0.9976705
t	∞	20.586666	33.836812
t'	21.637165	34.237073	11.244328

D. 求象散象的图解法

在已经追迹出来的主光线上确定弧矢焦点的位置是容易的，因为这个象点在通过物点和折射面曲率中心的辅助轴上。

T.史密斯㊀(T. Smith)认为是托马斯·杨发现求子午象点的类似方法的。杨作折射光线的方法是先作两个圆心在面曲率中心上的辅助圆，半径分别是 rn/n' 和 rn'/n（图100）。令入射光线延长，交第二个辅助圆于E，然后过 E和曲率中心 C 联线，交第一个辅助圆于 E'；由 P 至 E' 作的直线就是折射光线。

为了确定入射光线上某一点B 的子午象，由 C向入射光线和折射光线作垂直线，分别交于D 和 D'。DD' 和 EE' 的交点是 O 点。发现DD'垂直于EE'。用作图法求B 的子午象位置时，以O点代替C点，由B到O作直线，它和折射光线的

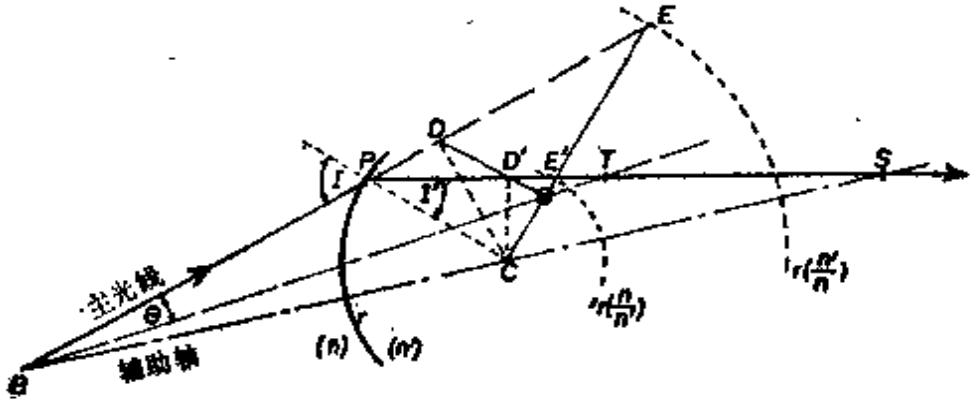


图 100　杨求弧矢焦点和子午焦点的方法
($n=1$, $n'=1.7$)

交点就是子午象，而由 B 到曲率中心 C 作的直线决定弧矢象点。

证明上述论断是困难的。最好假定三角形BDO中的角 θ 和三角形 BPT 中的角 θ 相等。利用这两个三角形的几何关系就可以推导出通常的子午象柯丁顿公式。

㊀ T. Smith, The contributions of Thomas Young to geometrical optics, Proc. Phys. Soc. 62B, 619(1949).

E. 三种球差为零的场合的象散

在第116页中曾经指出，当物体在(a)面上、(b)面曲率中心上或(c)齐明点上时，单个球面不产生球差。在第176页中还指出，这三个点的OSC也等于零。

利用柯丁顿公式很容易说明，若光束倾斜度小，在情况(a)和(c)时，象散贡献将为零。但当物点在曲率中心时，象散贡献就大，而且表现特殊。例如正透镜的凸前面产生正象散，而我们原来是预料这时候会产生一个前弯的象面的。这个结果往往有重要意义，说明了许多反常现象，例如惠更斯(Huygens)目镜平的子午象面的产生等。

F 倾斜面产生的象散

如果透镜面倾斜一个给定的角度，就可以用第37页所述的方法追迹主光线，用通常的柯丁顿公式确定主光线上两个象散象的位置。只是由于不对称，透镜轴上方15°（假定）的象散和透镜轴下方15°的象散不相等，要作出象面，就要按正、负入射倾斜角追迹几条主光线。

作为例子，引用后面第299页的普洛塔(Protar)镜头的方案，算出几条倾斜度不同的主光线的数据。然后假设末面顺时针方向倾斜0.10°（6分），即$\alpha=0.1$。比较图101中末面倾斜前后的象面曲线，面倾斜的影响就一目了然。简单地说，它使象面沿反时针方向倾斜，其中子午象面的倾斜和变形比弧矢象面的大。例如，对于特定的视场角（17.2°），求出子午象面倾斜了35.2分，弧矢象面倾斜了13.3分，二者都大大超过就会引起麻烦的象面倾斜量。实际上一般倾斜5分就能觉察到。对于优良的透镜，通常尽力将偶然的面倾斜限

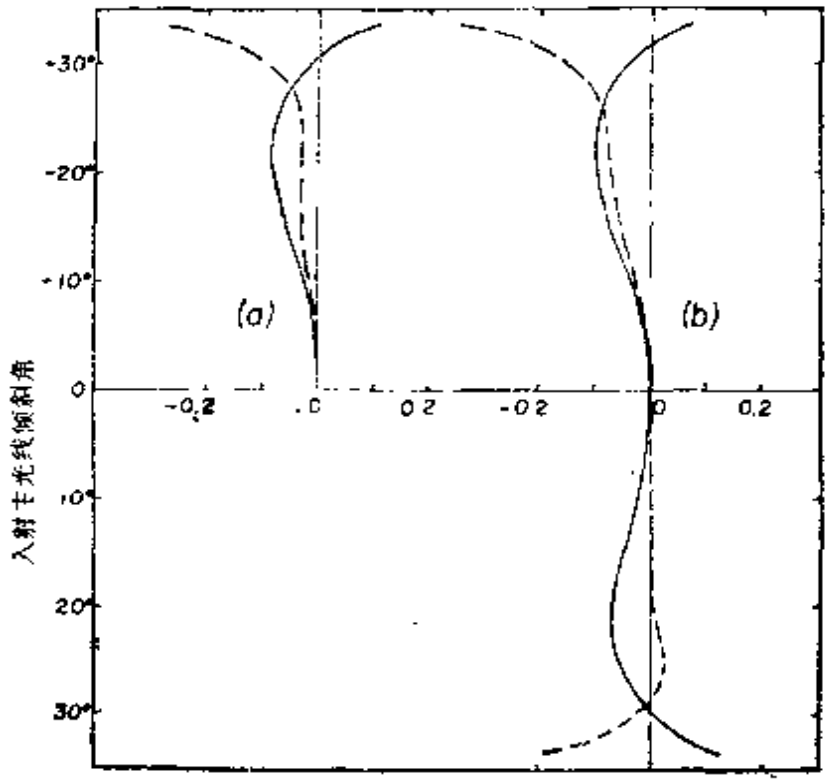


图 101　普洛塔镜头的象面
(a)中心对正　(b)末面顺时钟倾斜6分

制在 1 分以内。面倾斜对象面的破坏要比其它加工误差大，装配透镜时不惜一切代价防止面倾斜是很重要的。

I　匹兹伐定理

经过很简单的考虑就可以知道，正透镜应当有向前弯曲的象面。平的物体上的轴外点比轴上点离透镜远些，因而它的象也应当比轴上象离透镜近些，于是立刻可知象面是向前弯曲的。

这种固有的象面弯曲的准确大小，可以通过下述论证求得。假设将一个小光栏放在折射球面的中心C上（图102），就会使轴外光束沿辅助轴的折射情况和轴上光束一样，自动

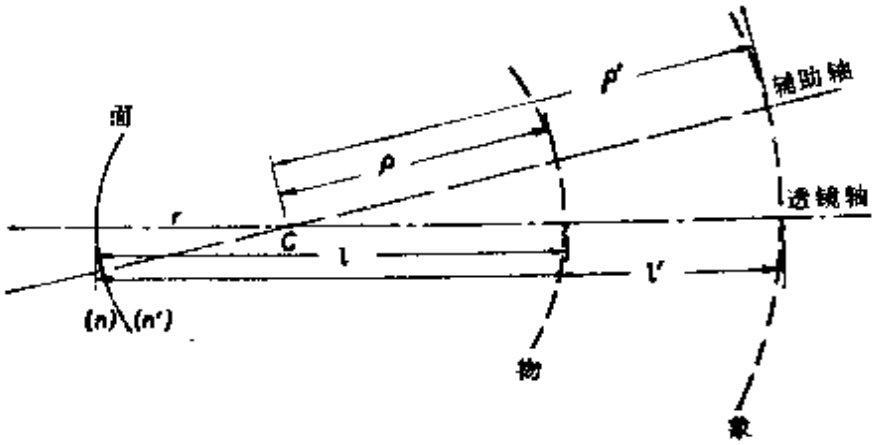


图 102　西兹伐定理

消除彗差和象散。若光栏足够小，球差同时消除，就只剩下我们试图计算的基本象面弯曲。

显然，在这种条件下，如果物体的形状是中心在C的球面，则它的象必定也是中心在C的球面。若物和象的曲率半径分别以ρ和ρ'表示，则

$$\rho=l-r,\quad \rho'=l'-r$$

对于一个面，$n'/l'-n/l=(n'-n)/r$，所以容易证明

$$\frac{1}{n'\rho'}-\frac{1}{n\rho}=\frac{n'-n}{nn'r}$$

现在可以对透镜每一面写出这个表达式并且相加（这种做法只当假定因某种原因，全部象散都已经消除才是正确的）。对于有k个面的透镜，有

$$\frac{1}{n_k'\rho_k'}-\frac{1}{n_1\rho_1}=\sum\frac{n'-n}{nn'r}$$

这个等式表示了象面曲率半径和物面曲率半径的关系（若没有象散）。自然，$\rho_1=\infty$的物平面的象面曲率半径由下面的公式给出：

$$\frac{1}{\rho_k'}=n_k'\sum\frac{n'-n}{nn'r}\qquad(82)$$

应当注意，正的ρ对应的象面有负的矢高，即是向前弯曲的。于是物平面的弯曲的象的矢高（没有象散时）由下面的公式给出：

$$X'_{tz}=-\frac{1}{2}h'^2_k n'_k\sum\frac{n'-n}{nn'r} \tag{83}$$

这就是著名的匹兹伐(Petzval)定理，我们将会多次引用它。因为设计平视场无象散透镜的唯一办法就是减小匹兹伐和，所以匹兹伐定理支配了平象场照相镜头的设计全过程。

上述几个等式中的连加号内的量称为匹兹伐和，象面曲率半径就是匹兹伐和的倒数。另一个有用的量是匹兹伐比值，它是匹兹伐半径与透镜焦距之比，由下面的等式给出：

$$\rho'/f'=1/f'\Sigma$$

其中Σ是匹兹伐和。应注意这里的倒数关系。长焦距透镜的匹兹伐和小，而短焦距的强透镜的匹兹伐和大。

A. 匹兹伐和与象散的关系

可以证明[1]，倾斜角很小的时候，子午象散（由匹兹伐面到子午焦线的纵向距离）是相应的弧矢象散*的三倍。因此只要能令透镜的象散等于零，两条焦线将重合于匹兹伐面上，否则在一般情况下二者不重合。不同的倾斜角所对应的子午焦点的轨迹称为透镜的子午象面，类似的还有弧矢象面。最简单的透镜的匹兹伐面是向内弯曲的，所以往往可以用来校平子午象面，为此有意引入过校正象散，使弧矢象处于匹兹伐面和子午象之间。然而，设计无象散的平场“消象

[1] A. E. Conrady, p. 739.

* 注意这里的“象散”与通常定义的（子午象面与弧矢象面之距）不同——译者注。

散透镜"时，必须大大地减小匹兹伐和。

如果因为使用要求而必须设计一个象面向前弯曲的透镜，就可以轻易地消除象散而令匹兹伐和调整到给出必要的象面弯曲状态；反之，如果象面必须向后弯，就难以避免过量的过校正象散。值得注意的是，在某些类型的透镜中，如果匹兹伐和太小，在中间视场角上，两个象散面之间的距离就会变得太大。

B. 减小匹兹伐和的方法

使匹兹伐和减小的方法主要有四种，在各种照相物镜中都采用了其中一种或一种以上的方法。

1. 厚弯月形透镜

如果单透镜的两个曲率半径数值相等而符号相反，则匹兹伐和为零，而透镜光焦度则正比于厚度。在这种透镜中的胶合面对匹兹伐和影响甚微。这个性质已被应用于许多对称镜头中，例如达哥(Dagor)镜头和奥多斯蒂马特(Orthostigmat)镜头中。

2. 分离薄透镜

在包含几个互相远离的薄镜片的系统中，匹兹伐和等于

$$\mathrm{Ptz}=\Sigma\phi/n \qquad (84)$$

其中 ϕ 是镜片的光焦度。如果系统中的负光焦度和正光焦度相等，匹兹伐和就可以随意变小。这个特点在许多双分离型透镜中得到了应用 （见第259页）。

3. 平场镜

有这样一种有趣的特殊做法，即将一片负透镜放在靠近象面的地方。这个镜片对焦距或象差没有影响或影响很小，但是它的整个光焦度却在匹兹伐和中起了作用(见第229页)。

反之，如果在象平面上加一个正透镜作为场镜，就会对匹兹伐和起很坏的影响。因此在有好几个中间象的长潜望镜中，几乎不可能减小匹兹伐和。不过采用摄影型的透镜作为场镜往往会使匹兹伐和显著减小。

应当注意，在有长的中间空气间隔的透镜中，若两组元都是正的（例如匹兹伐肖象镜头），匹兹伐和会大。这是因为后组元部分地起了正场镜作用。反之，若后组元是负的（如远摄镜头），匹兹伐和会小，而在超远摄镜头中，它还会变成负的，需要有若干欠校正的象散和它相消。

4. 新消色差透镜组合

控制匹兹伐和的第四种方法是采用低色散、高折射率的冕牌玻璃和高色散、低折射率的火石玻璃组合。这正和望远镜双透镜及其它普通消色差透镜所用的玻璃对选择方式相反。所以这种透镜称为“新消色差透镜”，现已被普洛塔镜头（第 294 页）等摄影物镜采用了。

Ⅲ 畸 变

畸变是一种独特的象差。它不影响清晰度，而仅仅表现为象点远离或趋近透镜轴的径向移动。畸变的计算方法是，确定主光线和象面的交点高度，使它和用近轴公式算出的理想拉格朗日（高斯）象高比较。因而

$$\text{畸变} = H'_{,r} - h'$$

远距离物体的 h' 按照$(f\tan U_{,r})$计算，近距离的物体则按照(Hm)计算，其中 m 是象的倍率。

畸变可以展开成H'的幂级数，即

$$\text{畸变} = aH'^3 + bH'^5 + cH'^7 + \cdots$$

不过畸变大到需要引用第一项（立方项）以后的项的透镜是

很少的。由于是立方关系，畸变一出现就会迅速增大，正畸变（鞍形畸变）使正方形的象的四角向外伸张，负畸变（桶形畸变）则使它们向内收缩。

畸变大小通常用画面角上象高的百分比表示。图 103 是有中等鞍形畸变的两种典型情况（分别为 4 %和10%）。图

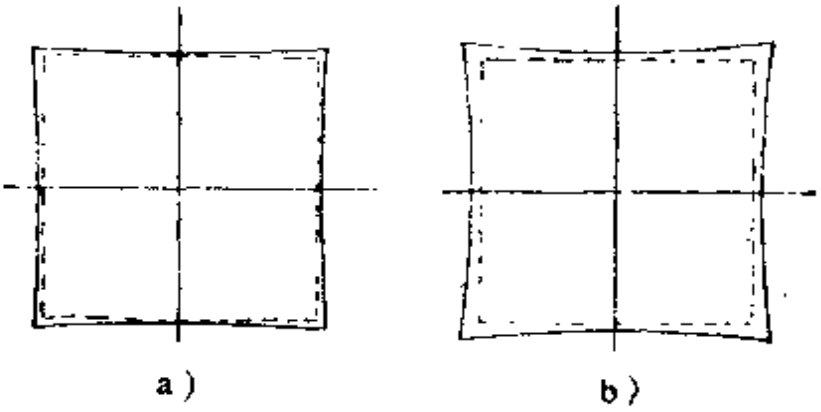


图 103 鞍形畸变

(a) 4% d=0.55mm r=565mm
(b) 10% d=1.38mm r=226mm

中所示的象本来应该是边长50mm的正方形。图下方说明中的 d 是这个正方形各边中点因畸变而产生的横向移动。r 是象各边的曲率半径，当然这些边本来应当是直的。由图中可见，4%是刚刚能觉察的畸变，而10%是肯定不能容许的。所以通常畸变公差取 1 %左右，因为少数观察者能觉察出这样小的畸变。对于特殊用途，如航空测量和地图复制工作，极小的畸变都是不能容许的，在设计制造用于这些场合的透镜时，必须对完全消除畸变给予最大的注意。

A. 畸 变 的 测 量

畸变是沿透镜面变化的，难以确定实际象高与之比较的理想高斯象高。有一种测量方法是，拍摄一排在远处的物体

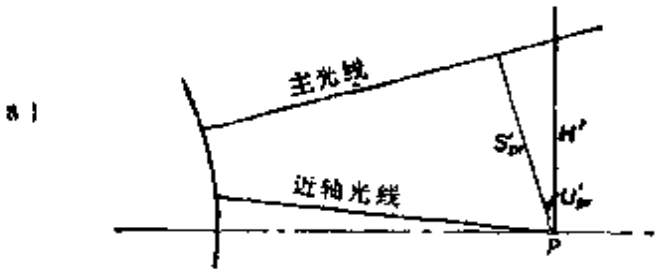
的象（各个物体的位置对透镜轴的偏离角度已知），然后测量胶卷上的象高。因为焦距等于象高与张角正切之比，于是可以作出焦距与物体位置的关系曲线。使这条曲线外推到物体张角为零，以确定所谓“轴上焦距”，令所有其它焦距和这个焦距比较。若透镜用于近距离物体，则以物高代替张角和以倍率代替焦距。对一系列物体位置进行测量，从而求出系数 a、b、c…。

B. 畸变贡献公式

推导各透镜面的畸变贡献表达式时，再次利用第 113 页上的球差贡献公式，只是以主光线代替边缘光线。因而等式（50）变成

$$(S'n'u')_k-(Snu)_1=\Sigma ni(Q-Q')$$

其中大写字母表示追迹主光线所得到的数据。图104a说明在



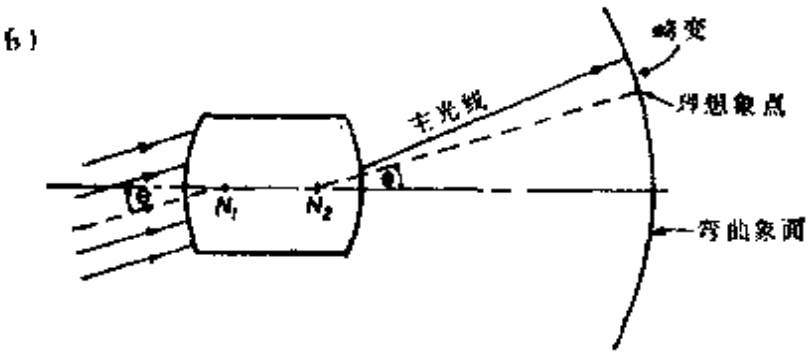


图 104　畸变图

最后的象上有 $S'_{pr}=H'_{pr}\cos U'_{pr}$，在物方亦有类似等式。若透镜有 k 个面，则

$$H'=H\left\{\frac{nu\cos U}{n'_k u'_k\cos U'_k}\right\}+\sum\frac{ni(Q-Q')}{n'_k u'_k\cos U'_k}$$

对于远处的物体，这个表达式的第一项简化成

$$-f'(\sin U/\cos U'_k)_{pr}$$

将这个公式和畸变联系起来。注意到 $\mathrm{Dist}=H'-h'$，其中 h' 是拉格朗日象高，等于 $-f'\tan U_1$，因而

$$\text{畸变}=h'_{\mathrm{Lagr.}}\left(\frac{\cos U_1}{\cos U'_k}-1\right)_{pr}+\sum\frac{ni(Q-Q')_{pr}}{n'_k u'_k\cos U'_{k,pr}}\ ^{*}\qquad(85)$$

注意这公式两部分的大小是差不多的，第一项是由主光线进入和离开透镜时的倾斜角之差引起的，第二项是由各透镜面的贡献产生的。

为了验证这个公式的准确性，取第32页曾被多次引用过的双胶合透镜数据，追迹一条以 $-8°$ 入射于前焦点的主光线，构成一个几乎是完善的远心系统（见表Ⅶ）。直接计算象高与计算各面贡献之和的结果符合得很好。对于畸变本身首先计算

$$h'_{\mathrm{Lagr.}}\left(\frac{\cos U_1}{\cos U'_k}-1\right)=-0.0163489$$

令它和各面贡献之和相加，得出畸变是 -0.0618321，再次良好符合。主光线倾斜角的改变提供了畸变的四分之一，其余来自透镜各面。

不过要指出，连加号内的量其实并不是各面贡献的全部。各透镜面的确提供了一个量，以供叠加，但是此外它还

* 足标 pr 表示是主光线的量，$h'_{\mathrm{Lagr.}}$ 是拉格朗日象高——译者注。

表Ⅷ　畸变贡献的计算

c	0.1353271	−0.1931098	−0.0616427	
d		1.05	0.4	
n		1.517	1.649	
		近轴光线		
ϕ	0.0699641	−0.0254905	0.0400061	
$-d/n$		−0.6921558	−0.2425713	$l'=11.285857$
y	1	0.9515740	0.9494865	$f'=12.00002$
nu	0	0.0699641	0.0457080	0.0833332
n	0	0.0461200	0.0277186	0.0833332
$(yc-u)=i$	0.1353271	−0.2298783	−0.0856927	
		8°主光线$L_1=-11.76$		
Q	1.6527600	1.7050560	1.7263990	
Q'	1.6947263	1.7117212	1.7233187	
U $-S$		−0.56367	−2.10291	0.50119
		畸变贡献		
$(Q-Q')_i$	−0.0419663	−0.0066652	0.0030803	
n_i	0.1353271	−0.3487254	−0.1413073	
$1/u'\cos U'$	12.000478	12.000478	12.000478	
乘　积	−0.0681528	0.0278930	−0.0052234	$\Sigma=-0.0454832$
		因此$H'=1.6701438-0.0454832=1.6246606$		

对畸变表达式第一项中的出射光线倾斜角有贡献。因此刚才的说法只有理论上的意义。

C. 象面弯曲时的畸变

如果透镜设计成象面是弯曲的，畸变的意义就必须明确地加以规定。按照通常的做法，畸变定义为理想象点至主光

线交点的径向距离，但是现在理想象用通过后节点，并且倾斜角与通过前节点的对应光线的倾斜角相等的光线的交点表示（见图104b）。于是

$$\text{畸变}=[(Y_2-Y_1)^2+(X_2-X_1)^2]^{1/2}$$

其中足标2表示追迹得到的主光线的参数，足标1表示通过两个节点的理想光线参数。

Ⅳ 横向色差

和畸变类似，横向色差也是通过求出主光线在象平面上的交点的高度来计算的，只不过现在要比较的是不同波长的两条主光线。这两种波长的光最常用的是氢的 C、F 线，当然，必要时也可以规定采用其它谱线。于是

$$\text{横向色差}=H'_F-H'_C$$

横向色差可以展开成幂级数，不过现在有一次项，这在畸变展开式中是没有的：

$$\text{横向色差}=aH'+bH'^3+cH'^5+\cdots$$

有人认为只有第一项才表示横向色差，所有其它项只不过是畸变的色变化。不管怎样看，总之，横向色差使得透镜轴外的象点色彩模糊。当然，在视场中心不论畸变还是横向色差都将消失。

A. 初级横向色差

前述级数的第一项表示初级横向色差，可以用类似于计算OSC的方法计算，不同的是现在是追迹 C、F 光的近轴光线，而不是追迹最亮光线的边缘光线和近轴光线。于是在公式(71)中以 F 光的近轴光线参数代替原来的边缘光线参数，以 C光的近轴光线参数代替原来的近轴光线参数，得到

$$\text{CDM}=\frac{\text{横向色差}}{\text{象高}}=\frac{u'_C}{u'_F}\left(\frac{l'_C-l'_{p'}}{l'_F-l'_{p'}}\right)-1\ \text{（对近处物体）}$$

$$=\frac{\Delta f'}{f'}-\frac{\Delta l'}{l'-l'_{p'}}\ \text{（对远处物体）}\quad (86)$$

其中$\Delta f'=f'_F-f'_C$，$\Delta l'=l'_F-l'_C$。后者是通常的近轴纵向色差。CDM是“倍率色差”的缩写，和*OSC*完全相似。

在对称透镜或其它任何光瞳和主平面重合的透镜中，$l'-l'_{p'}=f'$，等式(86)第二部分变成

$$\text{CDM}=(\Delta f'-\Delta l')/f' \quad (87)$$

这个等式的分子正好是C、F光的后主平面之间的距离。因此如果这两个主平面重合，就不会有初级横向色差。在设计的前期，计算初级横向色差往往是一种方便的计算方法。当然，到设计的后期，就必须追迹真正的F、C光主光线，计算它们在焦平面上的高度差。

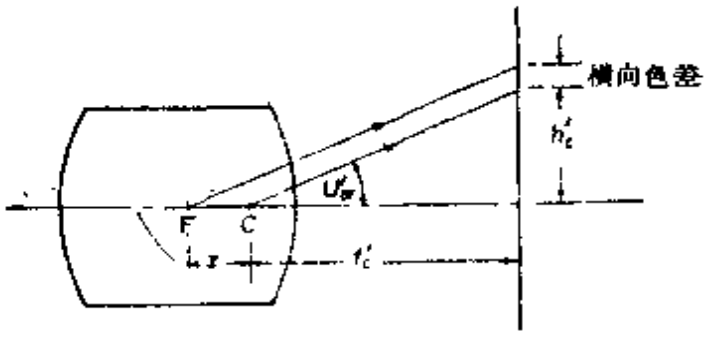


图 105　初级横向色差与 z 的关系

前面的关系式的意义可从图 105 中了解。在图中作出了C光和F光的主光线，它们以小的倾斜度分别从各自的主点出射，落到象面上。显然，

$$\text{初级横向色差}=z\tan U'_{p'}=z(h'/f')$$

因而

$$\text{CDM}=\text{横向色差}/h'=z/f'$$

B. $(D-d)$法在斜光束中的应用

费德⊖曾经指出，康拉第的$(D-d)$法可以应用于通过透镜的斜光束。他指出，如果将光束的每条光线计算$\Sigma D\Delta n$，而主光线计算$\Sigma d\Delta n$，就可以用纵座标表示$\Sigma(D-d)\Delta n$，用横座标表示$\sin U'$，作关系图线。这图线的纵座标表示各带的纵向色差，斜率表示该带的横向色差。

图106是一个$f/2.8$三片式镜头（曾在图81中作过它的点列图）0°和20°光束的图线，其中$\Delta n=(n_F-n_C)$。轴上光束的图线不是直线，表明有色球差（图107用通常的方式表达这一点）；20°光束的曲线在主光线点上的倾斜(见图106)表示有约为−0.0018的横向色差。真正由光线追迹求出的横向色差是$H'_F-H'_C=-0.00168$。考虑到准确确定主光线点上的切线的困难，应该说这是符合得很好的了。

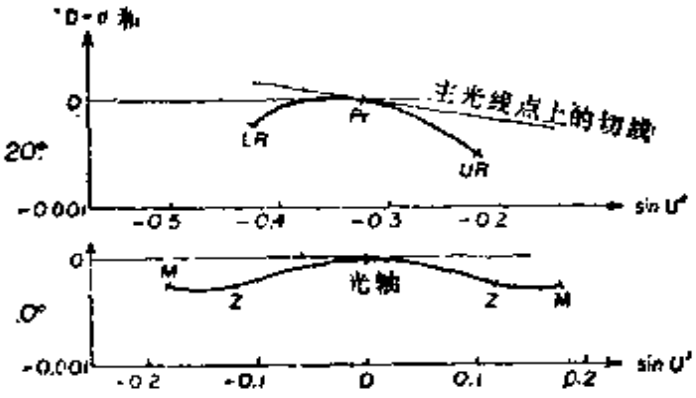


图 106　$(D-d)$法应用在通过三片式镜头的轴上光束和斜光束

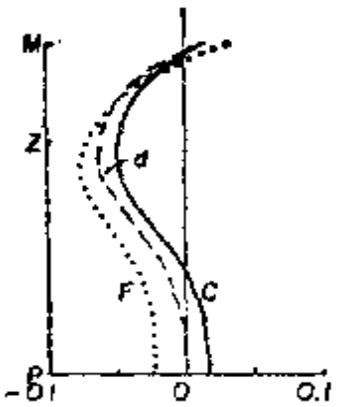


图 107　$f/2.8$三片式物镜的色球差

⊖ D. P. Feder, Conrady's chromatic condition, J. Res. Nat. Bur. Std. 52, 47(1954): res. paper 2471.

V 对称原理

全对称系统是系统（包括物和象）的一半和另一半相等的系统，因而系统的前半部绕光栏中心旋转180°，就和后半部重合。

这种全对称系统有几种有趣和有用的性质，即完全没有畸变和横向色差，在透镜的某一带上没有彗差。这是三种横向象差，前半部组元对这三种象差的贡献和后半部组元的贡献大小相等而符号相反。两个半部还各自产生大小相等的纵向象差，只是符号相同，因而是相加而不是相消。

横向象差相消的原因可以从图108a中得到了解。从光栏中心发出的，任何一条任何波长的主光线，沿两边的路径到达物面和象面，分别在光轴下方和上方在相同的高度上和这两个面相交，在整个视场上倍率准确为—1.0。因而畸变和

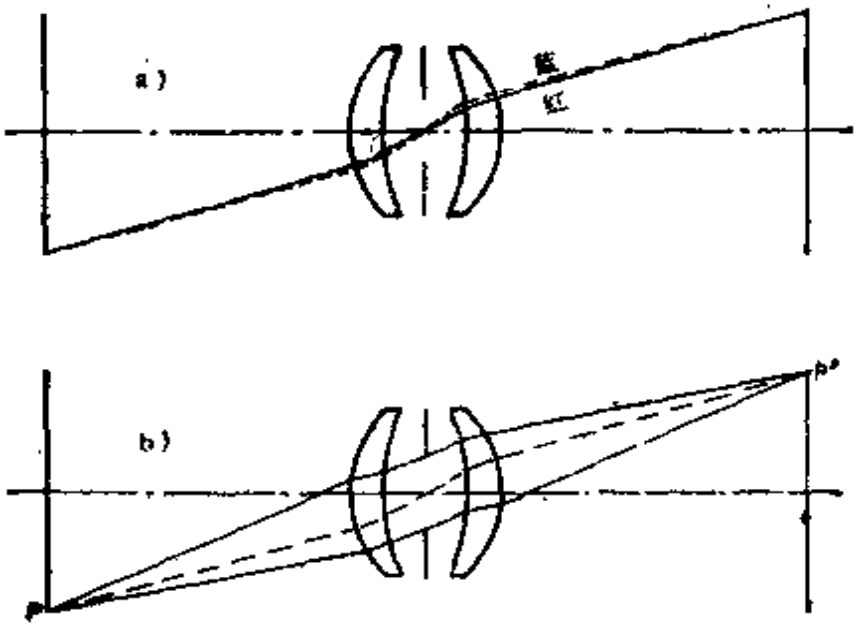


图 108 全对称系统的横向象差
(a)畸变和横向色差 (b)彗差

横向色差自动消失。为了演示彗差消失，沿两边的路径，追迹光栏上这样的一对上、下斜光线，它们应相交于P、P'点(图108b)。然后再通过光栏中心，以适当的倾斜角追迹一条主光线，使它通过P点。由于对称性，它还准确通过P'点。因而透镜这一带没有彗差，虽然对透镜其它带是不能下这样的结论的。应当指出，如果在透镜的各半部有彗差，光栏上的主光线就不会平行于原先作好的一对平行的上、下倾斜光线。

如果透镜对称但是两个共轭距离不相等，则只有对一切倾斜角，入瞳和出瞳（主光线的入射部分和出射部分分别在其上与光轴相交）位置固定不变时，畸变才是校正好的。同样，如果对一切波长的光，入瞳和出瞳位置固定不变，横向色差就消失。这两个条件常称为布乌-苏通(Bow-Sutton)条件。对于彗差则没有相应的结论，只是发现彗差一般会因对称而大为减小，即使共轭距离不相等。应当注意的是，如果畸变和横向色差需要在很宽的倍率范围上校正好（例如复制地图用的镜头），则设计者必须着眼于校正主光线的球差和色差，而不是着眼于初级象，必要时应缩小透镜孔径以保证象质。当然，缩小透镜孔径对主光线象差没有影响。

Ⅵ 赛德象差的计算

在一些设计工作中，用七个初级（赛德）象差来表示各面或薄镜片的象差贡献是有好处的。它的好处是能够指出各种象差来自系统何处，而且计算迅速，以致可以不必作实际光线追迹而在短时间内作出一个近似设计方案来。

计算面贡献时，首先从物到象追迹一条通常的近轴光线，和一条通过光栏中心的近轴主光线。近轴光线的入射参

数值 $(y,\ u)$ 和近轴主光线的入射参数值$(y_{pr},\ u_{pr})$必须和真实透镜所要求的数值对应，即 y 等于第一面上真正的 Y，u_{pr} 等于初级象差所要求的视场角的$\tan U_{pr}$。采用上述符号，拉格朗日不变量可以写成

$$hnu=n(y_{pr}u-u_{pr}y)$$

A. 面 贡 献

康拉第[1]和费德[2]都给出了快速计算赛德象差的面贡献公式。我们按顺序计算下面的公式，注意u'_0 和h'_0 的足标0是表示最后象的量，其它符号表示的都是计算所针对的面的量。追迹近轴光线和近轴主光线，再用通常的关系式$(i=yc-u)$计算入射角，其中 c 是面曲率半径。于是有

$$K=yn\left(\frac{n}{n'}-1\right)(i-u')/2u'^2_0$$

$$SC=Ki^2,\quad CC=Kii_{pr}u'_0,\quad AC=Ki^2_{pr}$$

$$PC=-\frac{1}{2}h'^2_0c\left(\frac{n'-n}{nn'}\right)$$

$$DC=(PC+AC)(u'_0i_{pr}/i)=CC_{pr}+\frac{1}{2}h'_0(u'^2_{pr}-u^2_{pr}) \quad (88)$$

$$L=yn\left(\frac{\Delta n}{n}-\frac{\Delta n'}{n'}\right)/u'^2_0$$

$$L_{cs}C=Li,\quad T_{cs}C=Li_{pr}u'_0$$

这里按照惯例 c 是面曲率；在象差方面，SC 是纵向球差贡献，CC是弧矢彗差，AC是弧矢象散（由匹兹伐面至弧矢焦

---

[1] A. E. Conrady, pp. 314, 761.

[2] D. P. Feder, Optical calculations with automatic computing machinery, J. Opt. Soc. Am. 41, 633(1951).

线之距离），PC 是匹兹伐面的矢高，DC 是畸变；$L_{ch}C$ 和 $T_{ch}C$ 分别是透镜面对纵向色差和横向色差的贡献。两个畸变贡献表达式中，第一个表达式人工计算方便，但是当物体在曲率中心时失效，因为这时$AC=-PC$，DC 变成不确定的。第二个表达式要计算主光线的 CC 值，因此建议编一个计算CC的子程序，相继用近轴光线数据和主光线数据计算。

B. 薄透镜贡献

对某些薄透镜初始方案来说，把它简化成一列被有限空气间隔相间的薄透镜是方便的。为此用公式组(26)追迹前述两条近轴光线，列出每个薄透镜的 $Q=(y_{1r}/y)$ 值。计算分两部分：首先假设光栏在薄透镜上，计算各薄透镜的贡献，然后按照真实光栏位置修正各贡献值。第二步是利用各面的 Q 值。

第一步的计算公式是：

$$
\begin{aligned}
SC&=-\frac{y^4}{u_0'^2}\sum(G_1c^3-G_2c^2c_1+G_3c^2v_1+G_4cc_1^2\\
&\qquad -G_5cc_1v_1+G_6cv_1^2)\\
CC&=-y^2h_0'\sum\left(\frac{1}{4}G_5cc_1-G_7cv_1-G_8c^2\right)\\
AC&=-\frac{1}{2}h_0'^2\sum(1/f)\\
PC&=-\frac{1}{2}h_0'^2\sum(1/n_jf)\\
DC&=0,\quad T_{ch}C=0\\
L_{ch}C&=-\frac{y^2}{u_0'^2}\sum\left(\frac{1}{Vf}\right)
\end{aligned}
\tag{89}
$$

只当薄透镜是复合组元（例如薄双胶合透镜或薄三合透镜）时，这些表达式才需要叠加，对单个薄透镜则不必。

第二步利用已经算出的 Q 因子（$Q=y_{rr}/y$），按照光栏的准确位置计算真正的象差贡献（用星号标记），计算公式如下：

$$\begin{aligned}
&SC^{*}=SC,\ PC^{*}=PC,\ L_{oA}C^{*}=L_{oA}C\\
&CC^{*}=CC+SC(Qu_0')\\
&AC^{*}=AC+CC(2Q/u_0')+SCQ^2\\
&DC^{*}=(PC+3AC)Qu_0'+3CCQ^2+SC(Q^3u_0')\\
&T_{oA}C^{*}=L_{cA}C(Qu_0')
\end{aligned}\tag{90}$$

这些表达式通常称为光栏移动公式。

C. 非 球 面 修 正

计算各面赛德贡献值时若遇到非球面，就首先按照顶点曲率半径为 c 的球面计算贡献值，然后加上一组和非球面性有关的修正项。

设非球面取如下形式：

$$X=\frac{1}{2}cS^2+j_4S^4+j_6S^6+\cdots$$

其中 $S^2=x^2+y^2$，各 j 值是非球面系数。于是

$$\begin{aligned}
&\text{令}SC\text{加上}4j_4\left(\frac{n-n'}{u_0'^2}-\right)y^4\\
&\text{令}CC\text{加上}4j_4\left(\frac{n-n'}{u_0'^2}-\right)y^3y_{rr}\\
&\text{令}AC\text{加上}4j_4\left(\frac{n-n'}{u_0'^2}-\right)y^2y_{rr}^2,
\end{aligned}\tag{91}$$

令DC加上$4j_4\left(\frac{n-n'}{u_0'^2}\right)yy_{pr}^3$

应当注意，在初级象差中只出现系数j_4，因为高次非球面项只影响高级象差。而且，若光栏在非球面上时，y_{pr}将为零，受非球面性影响的只有球差。

D. 象平面上的薄透镜

场镜或平场片就是这种情况的例子。这时候不能用前述薄透镜贡献公式，因为光栏和象面不能处于同一个平面上。所以必须回到面贡献公式，并且按照$y=0$的情况让这些贡献值相加。这样做就会发现，处于象平面上的薄透镜有

$$SC=CC=AC=0,\ L_{ch}C=T_{ch}C=0$$

匹兹伐矢高PC仍然取原来的值$-\frac{1}{2}h_0'^2/f'N$，其中N是玻璃折射率。计算畸变时要当心，它应该是

$$DC=\frac{1}{2}h_0'^2u_0'\left(\frac{y_{pr}}{Nf'u_1}\right)\left[\frac{1}{r_1}+\frac{N}{r_2}-\frac{1}{l_{pr1}}\right]$$

f'是薄透镜的焦距。畸变贡献除了和薄透镜的焦距、折射率有关之外，还和它的形状有关。

第十一章　光栏位置是自由度的透镜

显然，光栏从斜光束中选取哪一部分光线，排除哪一部分光线，是随光栏位置而异的。因此当光栏沿轴移动（当然也可以向一侧移动，但是这里不考虑这种情况）时，某些原来用到的光线会被排除，而另外一些原来被排除的光线又被包括在成象光束中。于是除非透镜是完善的，否则光栏的纵向移动将会改变透镜全部斜光束象差。这对轴上象差是没有影响的——如果光栏孔径随着光栏移动而作必要的改变以保证F数不变的话。

1　H'-L 图

为了便于研究光栏移动的效果，按照既定的光束倾斜角追迹一系列子午光线通过透镜，并且以各光线与透镜轴的交点和透镜第一面顶点的距离L作为横座标，以此光线在近轴象平面上的截高H'作为纵座标作关系图线。这图线（图109）和第160页讨论过的子午光线图类似，不同的只是现在横座标

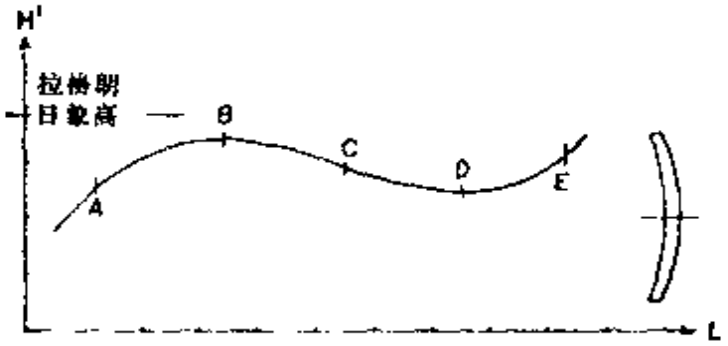


图109　弯月形透镜的典型H'-L图线

符号反过来，使得光束的上界限光线在图线左端，下界限光线在右端。令光栏放在某一个位置就是选取这图线的一段而截除其它部分。通过光栏中心的光线自然就是用到的光束的主光线。

这图线告诉我们许多关于象上的象差和光栏沿轴移动时象差如何改变的信息：

1. 畸变

图线上的主光线点从上方或下方偏离拉格朗日象高的高度差是畸变大小的直接度量。

2. 子午场曲

图线在主光线点处的切线的斜率是子午象面的矢高 X'_s（通常用柯丁顿公式确定）的度量。若切线从左到右往上翘，说明子午象面向前弯曲，因为上界限光线在近轴象平面上的交点低于下界限光线。若主光线点处的切线是水平的，说明于午象面是平的。

3. 彗差

图线在主光线点处的曲率是透镜出现子午彗差的标志。若图线被利用部分的两端高于主光线点，说明有正彗差。在拐点处彗差为零，在这个局部的一点上图线是直线。

4. 球差

球差的出现表现为图线取立方（S形）曲线的形状。当欠校正时，联接图线被利用部分两端的直线，与主光线点上的切线相比，发现从左到右向上翘得更高*。

所有这些现象在图109的典型H'-L图线中都得到演示。若主光线在A，子午象面将强烈地向前弯曲。若在B，象面平

* 或向下倾斜程度小些——译者注。

坦，但是有强的负彗差。若在C，彗差为零，但是这时象面向后弯曲。若在D，象面再次变平，只是这时彗差为正，而在E则象面再次强烈地向前弯曲。整个图形是S形的，说明有相当大的欠校正球差。

因此我们得出一个重要结论：若出现球差，就可以用适当选择光栏位置的办法消除彗差。其实这个结论是隐含在第177页的OSC公式中的。此外，若有足够大的彗差或球差(或二者都大)，就可以用适当选择光栏位置的办法校平子午象面。若用初级（赛德)象差表示，这个结论和第228页的光栏移动公式是一致的。

I 简单的风景透镜

令单透镜弯曲成各种形状，作各自的20°H'-L图线，如图110所示，将会帮助我们解决一些问题。曲线(a)，透镜取强弯月形，凹向前方(平行光从前方进入)。有大量欠校正球差，因而图线是S形立方曲线，包含极大值点、拐点、极小值点的曲线部分（这是我们所感兴趣的部分）靠近透镜。在这些图线中，横座标值都是从前主点算起的。焦距都是10.0，厚度0.15，折射率1.523。

曲线(b)，透镜取弱弯月形，球差很小，没有极大值和极小值。曲线(c)，是平凸透镜，图线从左到右向上翘。这时没有彗差，球差很小，这时的图线实际上是一条直线。和其它图线对应的透镜是凸向前方的弯月形透镜。这时令人感兴趣的区域移到透镜后方，仍然是在透镜凹面一侧。注意，所有图线在$L=0$处的斜率大致相同。这证实了已经为人们熟知的事实：任何光栏在镜框上的薄透镜向前弯曲的象面弯曲量是固定不变的，而与透镜结构无关。

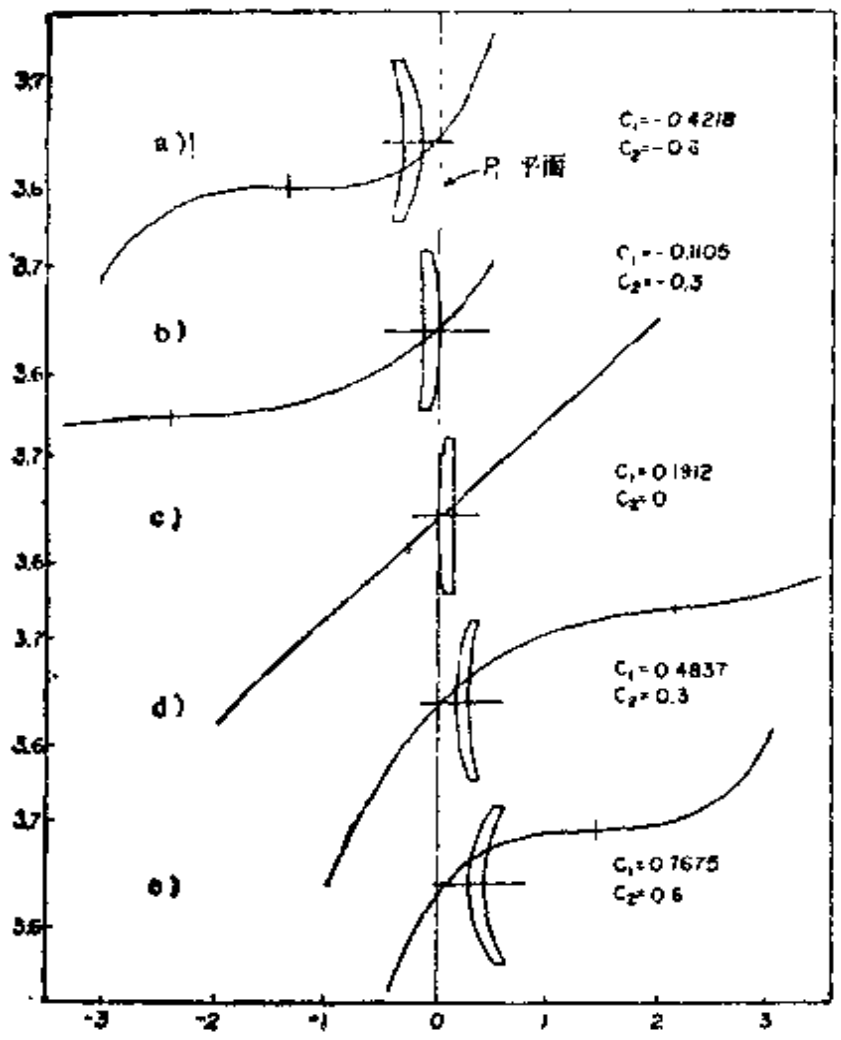


图110　弯月形透镜的弯曲(20°)

由于简单弯月形透镜只有两个自由度，透镜弯曲和光栏位置，自然只能校正两种象差。这两种象差总是选彗差和子午场曲。轴上象差（球差和色差）可以用缩小透镜孔径的办法把它减小到必要的程度，一般取$f/15$，虽然某些短焦距照相机可以开放到$f/11$。其它象差（横向色差、畸变、匹兹伐和）则只好容许存在，在这样简单的透镜中是无法校正的。厚度和折射率的改变对象差影响很小。

因此，设计风景透镜时，必须选用H'-L图线在拐点处

是水平线的弯曲状态。这样可以保证绘制H'-L曲线时在所选定的视场角上彗差得到校正，而且子午象面平坦。当然，对于倾斜度不同的其它光束，象面是会向前或向后弯曲的。

A. 简单的栏后风景透镜

为了满足上述规定的条件，栏后风景透镜第一面的曲率用图110诸例作内插求得应取−0.28左右。这里所用的厚度和折射率的选择余地很小。按照焦距10.0求出第二面的曲率，得到图111的25°H'-L曲线。它表明光栏必须在透镜前

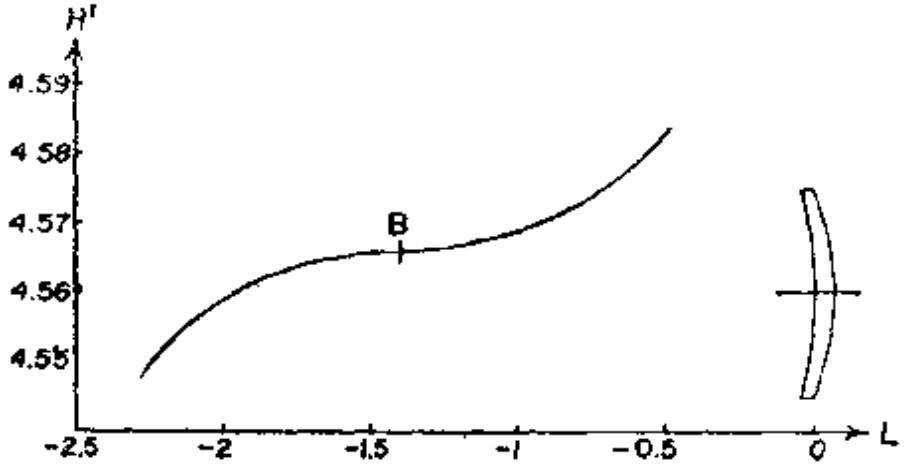


图111 无彗差平视场(25°)的栏后弯月形透镜的H'-L图线

方1.40处的B点。对于$f/15$，光栏直径为0.667。为了容纳30°以内的视场，透镜直径应当取1.80左右。实际上由于象散大，这种透镜用于离轴25°左右以外的视场是不大可能的。这个透镜的参数是：

c	d	n
−0.28 −0.4645	0.15	1.523

有$f'=10.0003$，$l'=10.1445$，$LA'(f'/15)=-0.2725$，匹兹伐和$=0.0634$。象散（见图112）是：

视场/度	X_t'	X_s'	畸变/%
30	−0.584	0.044	−3.34
20	−0.260	0.003	−1.41

如果采用$H'-L$曲线比较平坦的方案，球差将稍微减小，子午象面将向前弯曲。这样会减小象散，但是弧矢象面本来已经严重向前弯曲，这样校平透镜会使弧矢象面向前弯曲得更加厉害。因而上述设计方案几乎是这种简单透镜能达到的最佳状态了。

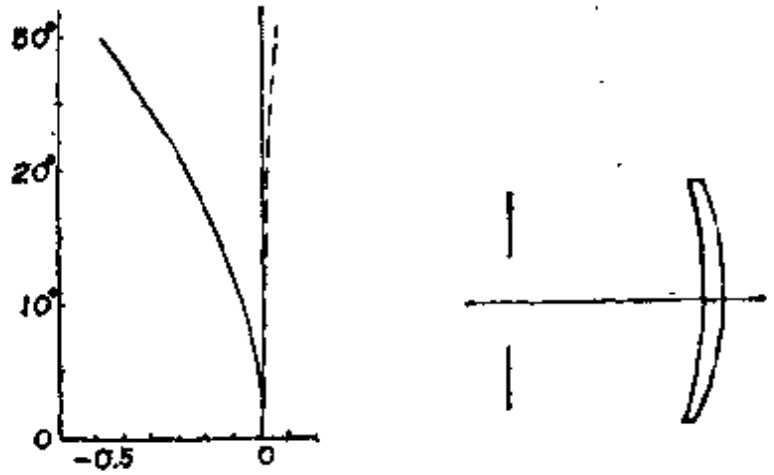


图112　简单的栏后弯月形透镜的象散

B. 简单的栏前风景透镜

十分凑巧，图110的透镜(e)有一个水平拐点满足风景透镜的要求，其结构参数是：

c	d	n
0.7675 0.60	0.15	1.523

有$f'=9.99918$，$l'=9.60387$，$LA'(f/15)=-0.4729$，光栏距离$=0.8641$，光栏直径$=0.5830$，匹兹伐和$=0.0575$。场曲和畸变是：

视场/度	X_t'	X_s'	畸变/%
30	−0.603	+0.074	+3.50
20	−0.246	+0.005	+1.41

透镜直径应当取1.6左右(图113)。注意这个透镜的两个面比前述栏后弯月形透镜强得多，象差余量一般要大些，尤其是球差比后置弯月形透镜大得多。尽管如此，通常还是选用栏前风景透镜，因为在焦距相同的条件下，用栏前风景透镜可以使照相机的外形尺寸小些，而且大的栏前透镜起了有效的遮挡作用，能阻止尘埃进入快门机构。为了减小球差，往往用比较平的透镜，但由此造成的向前弯曲的象面必须用一个圆柱形的弯曲片门来部分抵销。这种补偿并不十分好，因为圆柱面不能和球面弯曲的象面配合得很好。

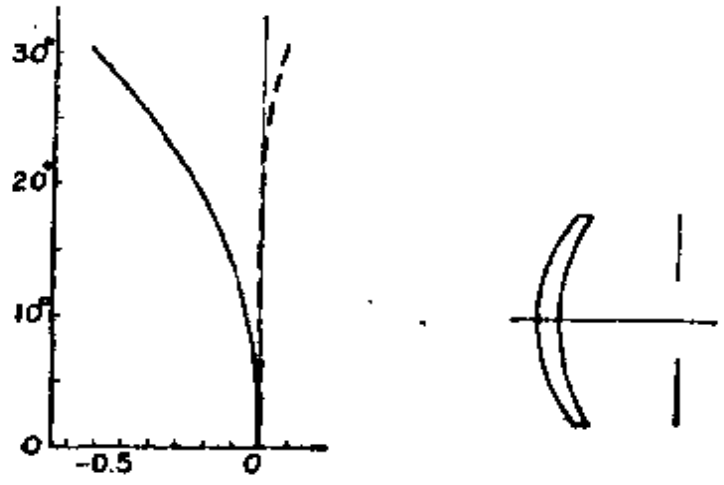


图113 栏前弯月形透镜的象散

注意如下现象是有意义的：简单风景透镜保留的球差和色差余量会使景深显著增大。胶卷相对于透镜的位置准确调整好之后，在从6英尺（假定）到无穷远的范围内，任何距离的物体都有某些特定波长和某些特定带的光线在胶卷上

清晰成象。同时其它波长和其它带的光线则有不同程度的离焦。因此得到的将是叠置在整个景深范围内不同距离的物体稍为模糊的象上的一个清晰的象。如果曝光量取偏小值，就可以得到很满意的照片，而且照相机不需要设置调焦机构。

Ⅱ 潜望型透镜

在照相技术发展过程中，很早就凭经验发现，将两个相同的风景镜头对称地放在中心光栏两侧，能消除畸变和横向色差，此时得到的象要比用单个弯月形透镜所能得到的好。这种透镜称为“潜望型”透镜。

设计对称透镜的后半部时，假设在光栏所在的间隔中光线是平行的，这时自然可以忽略彗差，因为由于对称性它会自动得到校正。所以只需考虑子午场曲。如果透镜的弯曲等于或强于风景透镜，就可以借助 H'-L 曲线选择光栏位置以校平子午象面，而如果它的弯曲弱于风景透镜，则无法用光栏位置校平象面。而且，弯曲越深，光栏越靠近透镜，就能得到更紧凑的系统。

让我们采用先前的设计方案中的厚度和折射率，试作一个 $c_1=-0.8$ 的栏后弯月形透镜，其结构参数如下：

c	d	n
-0.8 -0.95198	0.15	1.523

有 $f'=9.99975$，$l'=10.41182$，光束倾斜度20°时的 H'-L 曲线示于图114。这条曲线说明，若光栏放在距离透镜第一面 -0.85 或 -0.23 的位置，透镜的子午象面将是平的。我们自然是选用比较近的位置，并且令两个相同的透镜放在中央光

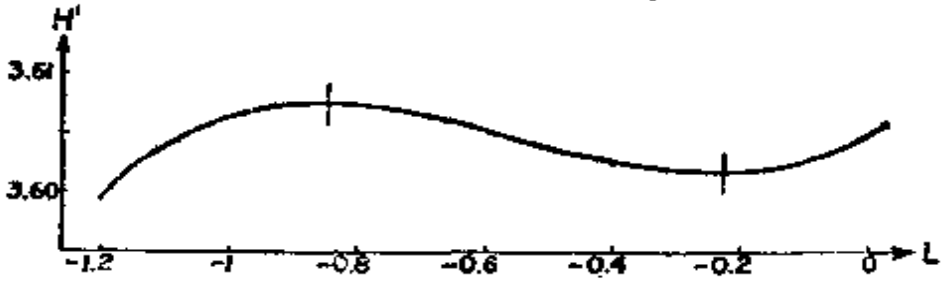


图114　潜望型透镜后组元的H'-L曲线(20°)

栏两侧。这样，焦距缩短为5.3874，所以将整个系统按照焦距10缩放。得到的系统示于图115a，其结构参数如下：

c	d	n
0.51287	0.278	1.523
0.431	0.427	
−0.431	0.427	
−0.51287	0.278	1.523

有$f'=10.00414$，$l'=9.32841$，光栏直径$(f/15)=0.620$，$LA'(f/15)=-0.2959$，匹兹伐和$=0.0562$。

视场/度	X'_t	X'_s	畸变/%
19.8	−0.231	+0.019	+0.04

这里球差和场曲是按照平行光从左端进入系统的情况计算的，但是这个系统却是按照光栏中的光线是平行光线的假设来设计的。这个系统对远处的物体的象差和后半部本身单独使用时的象差如此接近，的确令人惊讶。显然，子午象面稍微偏后了一些，因而要稍微减小中间空气间隔以校平子午象面。再者，缩放时镜片不必要地变厚了，所以回头用薄许多的镜片重新设计这个系统是有好处的。

将这个设计方案和原先斯太因海尔 (Steinheil) 的潜望镜头比较是有趣的，后者的结构属于同一类型。根据冯·罗

尔（von Rohr）提供的资料⊖，这种镜头的数据是：

c	d	n
0.5645	0.1316	1.5233
0.4749	0.6484	
−0.4749	0.6484	
−0.5645	0.1318	1.5233

有$f'=10$，$l'=9.2035$，光栏直径$(f/15)=0.627$，$LA'(f/15)=-0.355$，匹兹伐和$=0.0615$。

视场/度	X_t'	X_s'	畸变/%
23.4	−0.364	−0.010	+0.07

这种透镜示于图115b。

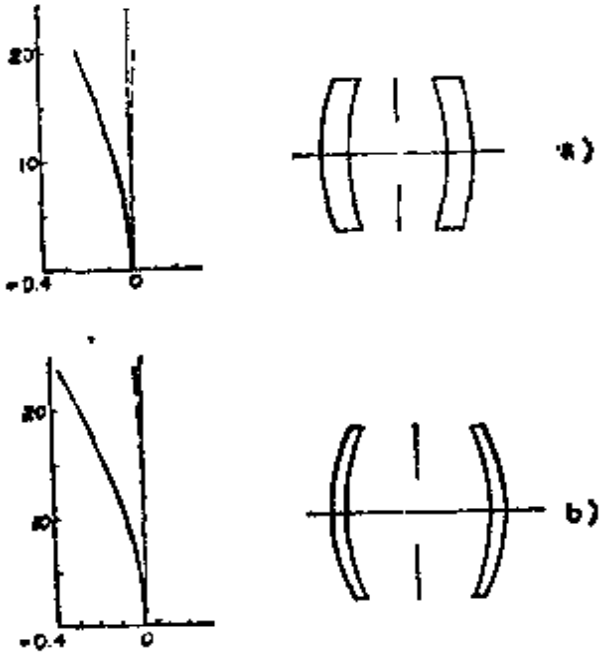


图115　两种潜望镜头方案

⊖ M. von Rohr, "Theorie und Geschichte des photographischen Objektics", p.288. Springer, Berlin, 1899.

Ⅳ 消色差风景透镜

A. 切瓦列尔（Chevalier）型透镜

这种型式的透镜采用一个火石玻璃在前的消色差双透镜，取微弱的弯月形，光栏在前方，凹面向着远处的物体。

现作为例子，选用下列玻璃：

(a)肖特F-10，$n_d=1.62360$，$V=36.75$，$\Delta n=0.01697$

(b)肖特BK-13，$n_d=1.52122$，$V=62.72$，$\Delta n=0.00831$

对于焦距为10时，算出

$$c_a=-0.2269,\quad c_b=+0.4634$$

假设以等凹火石玻璃镜片为初始方案，规定适当的厚度（实际上这里取得太厚），用（$D-d$）法求末面半径，算出焦距是10.515。按照焦距10缩放之后得到

c	d	n
−0.1189	0.28	1.62360
0.1189	0.56	1.52122
−0.3424		

有$f'=10.00$，$l'=10.4510$，$LA'(f/15)=-0.162$，匹兹伐和$=0.0667$。

下一步是按照 −20° 追迹一组斜光线通过透镜上半部，找出彗差为零的光栏位置(见图116)。计算给出

L	H'
0	3.579278
−1.0	3.566382
−2.0	3.577830
−3.0	3.576493

图线拐点在 $L=-1.67$处，取 S 形，子午象面显然是向后弯

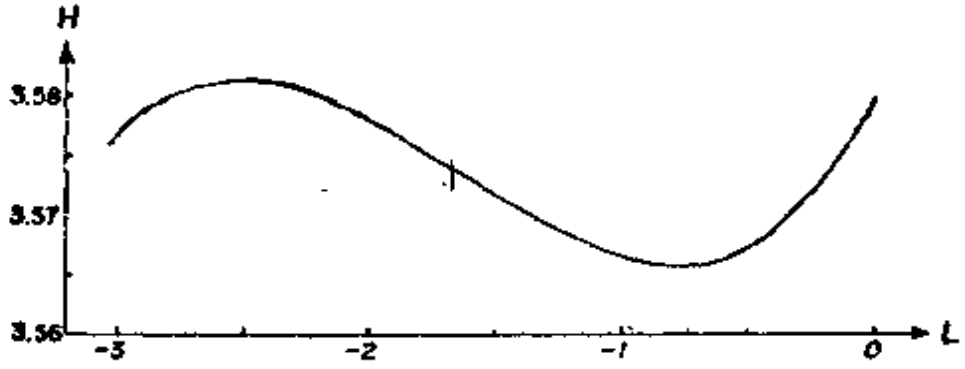


图116　切瓦列尔消色差透镜的$H'-L$曲线(20°)

曲的。对几个光束倾斜角用柯丁顿公式追迹，得到如下结果(见图117)：

视场/度	X'_t	X'_s	畸变/%
30	−0.341	1.325	−4.18
20	−0.134	0.394	−1.84
10	−0.043	0.079	−0.46

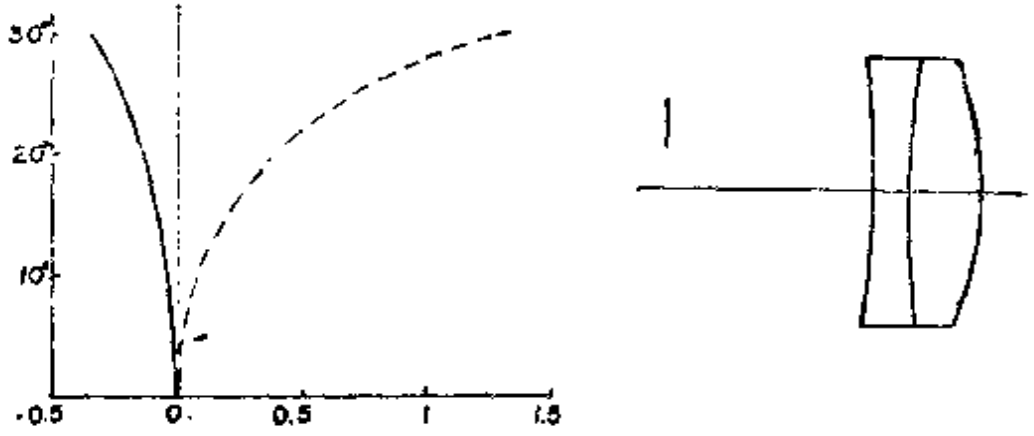


图117　切瓦列尔消色差透镜的象散

遗憾的是这种型式的透镜不可能在消除彗差的同时校平子午象面、凹的第一面和中间的色散面都贡献过校正象散，二者大小差不多。令透镜弯曲只不过是增大其中一面的贡献而减

小另一面的贡献而已。采用现代钡冕玻璃和折射率相同的火石玻璃的组合，可以构成在单色象差方面和简单风景透镜相似的消色差透镜，中间面只是个隐蔽面。另一种解决办法是减弱胶合面，使透镜偏离严格的消色差条件，不过这种透镜成本高于单透镜，因此，这样做很难说是合理的。

B. 格鲁布（Grubb）型透镜

1857年托马斯·格鲁布(Thomas Grubb)⊖制成一种他称为阿普兰那特镜头（Aplanat）的透镜。它是一个冕牌玻璃在前的弯月形消色差透镜。球差主要是由强的胶合面校正的，其后果是要容许彗差或场曲存在，因为二者不能同时校正。格鲁布透镜后来发展成“快速里克梯里尼（Rapid Rectilinear)”透镜，这将在本章第V，A节讨论。

C. 采用“新消色差透镜”的风景透镜

“旧”切瓦列尔消色差透镜的胶合面在光束倾斜度大时产生过校正象散。自然，如果采用折射率高于火石玻璃折射率的冕牌玻璃(构成“新消色差透镜”)，它就会起相反的作用。而且这种折射率组合还有减小匹兹伐和的作用，不过会造成球差显著增大的后果。

新消色差透镜的设计方法完全不同于旧消色差透镜，因为现在是把消色差放到最后做，而按照匹兹伐和以及焦距的要求求出外侧的半径。对于我们选择的玻璃对的折射率，要存在各种不同的色散率与其组合，以供在设计之末作消色差处理时选用。满足这个要求的一对典型的折射率是：

⊖ T. Grubb, Brit. Patent 2574/1857.

(a)火石玻璃：1.5348（存在的V值45.7至48.7）

(b)冕牌玻璃：1.6156（存在的V值54.9至58.8）

首先设想以匹兹伐和0.03（焦距10英寸）为目标。我们还要估计一个适当的中间面曲率半径和透镜厚度。据此得出初始系统：

c	d	n
−0.551	0.1	1.5348
0.164		
−0.5687	0.4	1.6156

有 $f'=9.9998$，$l'=10.8865$，匹兹伐和=0.030。厚度取得大有助于减小匹兹伐和而不必用很强的镜片。

绘制 H'-L 图时，采用的光束倾斜角比过去的大，因为新消色差透镜要容纳异常大的视场。图118有 −25° 的 H'-L曲线。我们看到它的拐点在 $L=-0.326$ 处。象散性场曲也示于该图中。

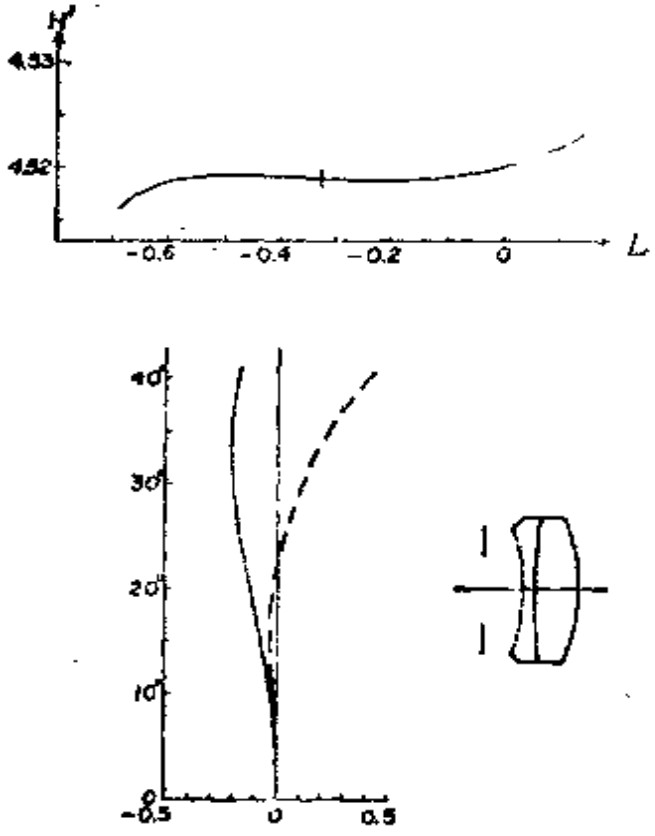


图118 新消色差透镜的试验方案

显然，会聚的中间面应当更强些以令象面向前弯曲，而且匹兹伐和也要小些。因而下一次就以 $c_2=0.25$，匹兹伐和=0.027为目标。作这样的改动之后，得

到如下参数（见图119）：

c	d	n
−0.5777	0.1	1.5348
0.25	0.4	1.6156
−0.57795		

有 $f'=9.99996$，$l'=10.91516$，西兹伐和$=0.027$，$LA'(f/15)=-0.50$，光栏位置$=-0.102$。象面情况是：

视场/度	X_T	X	畸变/%
40	−0.075	0.869	−9.23
30	−0.207	0.027	−4.56
20	−0.130	−0.083	−2.04
10	−0.041	−0.041	−0.46

假设这个方案可以接受，那么最后一步是选定实际玻璃以消色差。用（$D-d$）法试算，得知如下玻璃对很好：

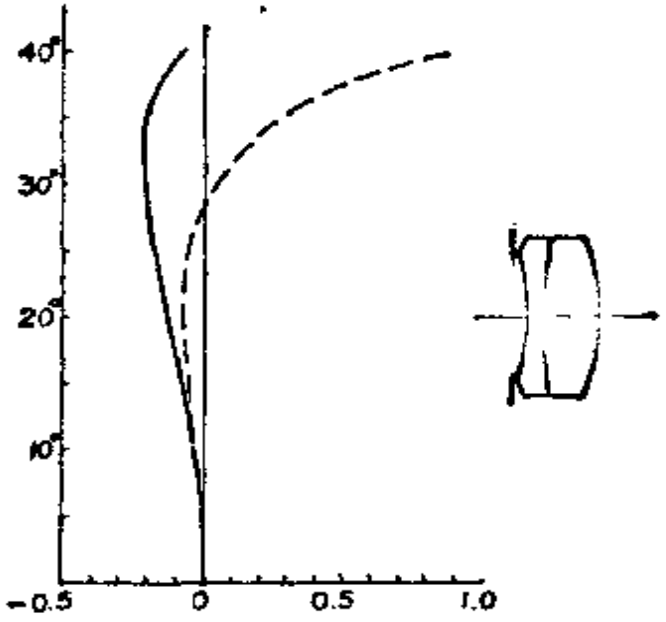


图119　新消色差透镜的象散（第二方案）

(a) LLF-8, $n_e=1.53530$, $\Delta n=0.01158$, $V=46.23$

(b) SK-4, $n_e=1.61521$, $\Delta n=0.01046$, $V=58.82$

上述两个方案哪一个好些，也许还不明显，对于如±22°那样的窄视场，图118的透镜比较好，而对于如±33°那样的宽视场，显然是图119的透镜比较好。从这里可以看到，怎样将设计方案作微小改动就会使大视场角上的子午象面有如此大的差异是很有意义的。

球差大无疑是新消色差透镜的缺点。这个缺点被保尔·鲁道夫(Paul Rudolph)在其普洛塔镜头的设计方案中克服了，这将在第十二章讨论。

V 消色差双透镜

A. 快速雷克梯里尼镜头

快速雷克梯里尼镜头（又称阿普兰那特镜头）曾经是最流行的照相镜头。这种透镜是对称的，后半部校正球差，象面是平的。为了使结构紧凑，后组元要有大量正彗差。这意味着球差和弯曲的关系图线要上移到零线上方，比通常的望远物镜高得多。为了做到这一点，旧的冕牌-火石玻璃对的V差要小，但是希望折射率差大。恰当的V差值决定于要求的孔径和视场大小。对于普通的$f/6$或$f/8$孔径透镜，约为7.0的V差就可以满足要求。比这个值小的V差可以用于设计$f/16$孔径的广角透镜，比这个值大的V差可以构成比较长的大孔径透镜，适用于肖像摄影。这三种方案都已经被不同的厂家采用了。起初采用两种火石玻璃，但是大约在1890年以后，普遍用普通的冕牌玻璃和轻钡火石玻璃配对。

我们选用如下的玻璃对来说明设计方法：

(a) LF-1, $n_e=1.57628$, $\Delta n=n_F-n_C=0.01343$, $V=$

42.91

(b) F-1, $n_e=1.63003$, $\Delta n=n_F-n_C=0.01756$, $V=$ 35.87

$V_a-V_b=7.04$。设计后组元时，沿用在设计望远镜双透镜中阐述过的方法，只不过由于透镜取强弯月形，开头的G和分析没有多大用处，可省略掉。

采用这两种玻璃，按照焦距10，由(c_a, c_b)公式给出：

$$c_a=1.0577,\quad c_b=-0.8089$$

假设c_1约为c_a的一半，取负号，作透镜图，令它的直径约等于焦距的十分之一，就可以设定冕牌玻璃镜片的厚度为0.3，火石玻璃镜片的厚度为0.1。

作几次弯曲变动，每次用$(D-d)$法对$f/16$光线实现全消色差，得到图120中的图线，这是在左边解附近球差和c_1的关系曲线，有正彗差。有负彗差的右边解无用，因为它要求光栏在透镜后方，以校平象面。因为这是照相镜头，需要有小量过校正球差以抵销欠校正带球差，所以试以$c_1=-0.5$继续做下去。这个透镜的焦距为10.806，$LA'_m=+0.026$，$LZA=-0.0178$。为了找出校平子午场曲的光栏位置，对一系列L值作20°的H'-L图线，即图121b，极小点落在$L=-0.2$处，L是从光栏到第一面（凹面）的距离。

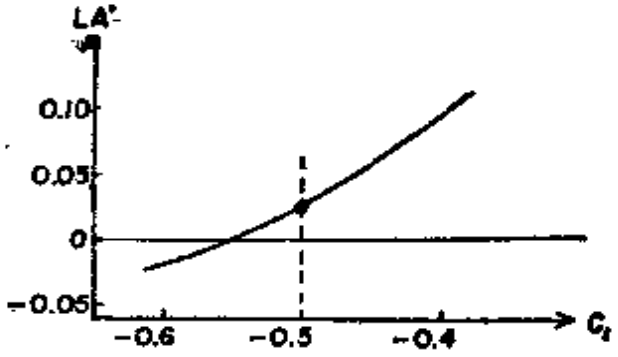


图120 快速蕾克梯里尼镜头后组元的弯曲曲线

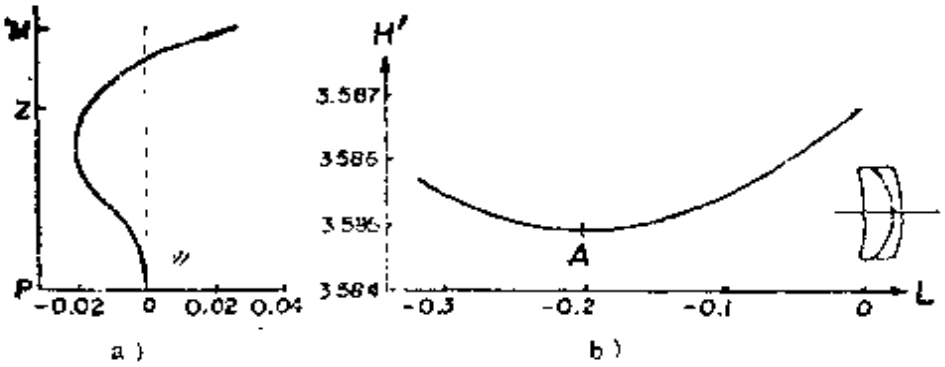


图121　快速雷克梯里尼镜头后组的象差
(a)球差　(b)光束倾斜角20°时的H'-L曲线

现在令两个这样的透镜放在一个中央光栏两侧，算出焦距是5.6676。最好按照焦距10.0直接将它缩放，得到如下结构参数(见图122a)：

c	d	n
0.3974		
0.8828	0.1764	1.63003
0.2834	0.5293	1.57628
	0.3529	
	0.3529	
−0.2834	0.5293	1.57628
−0.8828	0.1764	1.63003
−0.3974		

有f'=10.00，l'=9.0658，透镜直径=1.8，匹兹伐和=0.0630。对于$f/8$，无穷远轴上光线有LA'=0.0350，还知道$f/8$的光栏直径应当是1.110。$f/11.3$带光线给出LZA=−0.0108，这使我们能够作出图122b中的球差曲线。

为了作出象面曲线，增加两条主光线，它们在光栏空间上的倾斜角分别是28°和12°。沿这三条主光线追迹，得到弧矢象面和子午象面如下：

外部角度/度	在光栏上的角度/度	X_4'	Y'	畸变/%
24.4	28	−0.3411	0.2050	0.09
17.5	20	−0.2013	0.0044	0.04
10.6	12	−0.0789	−0.0196	0.01

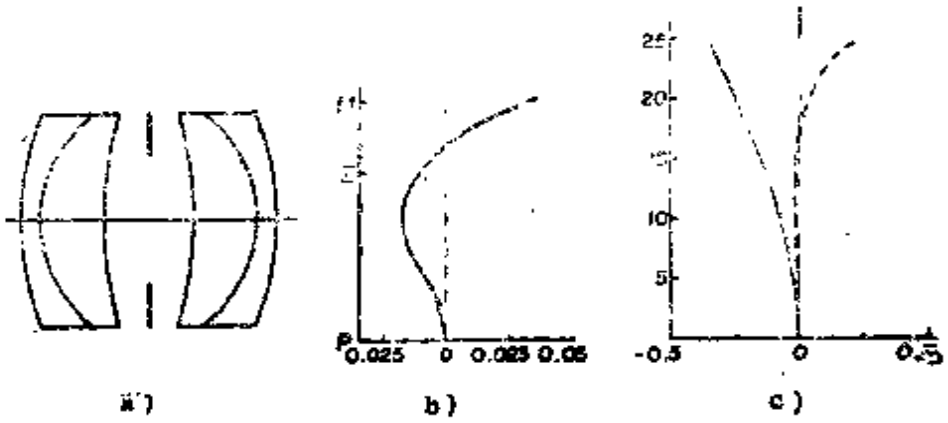


图122 快速雷克梯里尼镜头的最终设计方案

两个象面绘于图122c，和后半部系统十分相似。这种透镜不论球差还是象散都对物距变动十分稳定。这是它被广泛采用的原因之一。

B. 火石玻璃在前的对称消色差双透镜

自然还有一种和快速雷克梯里尼镜头并列的系统，它的后组是一个球差校正好的火石玻璃在前的消色差透镜。设计这样的透镜时，可以采用和快速雷克梯里尼镜头相同的玻璃对，按照$f/16$作球差和弯曲的关系曲线，自然是采用左边解，彗差是正的（图123）。对于图中每一点，透镜末面半径都是用$(D-d)$法按照严格消色差要求确定的。按照焦距10缩放各面曲率，[12]和前次一样，仍然规定厚度为0.1和0.3。

我们记得，在设计望远镜物镜时，火石玻璃在前的双透镜的左边解的带球差比冕牌玻璃在前的双透镜的左边解小得

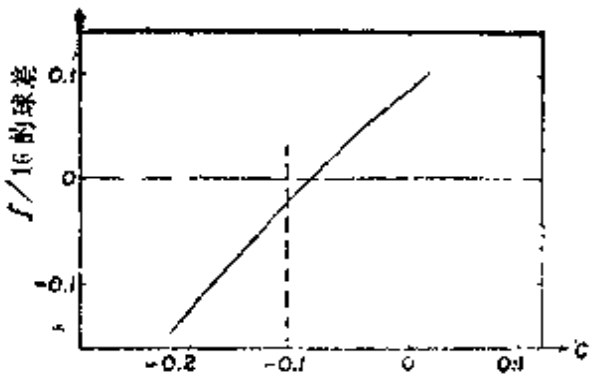


图123 火石玻璃在前的双透镜的球差和弯曲的关系

多。所以打算将这个方案设计成一个孔径为$f/4.5$的"肖像"镜头，它的视场要比快速雷克斯里尼镜头小一点。于是新镜头的后半部要以$f/9$工作。图123表示的是$f/16$的象差，我们必须选欠校正球差余量小的弯曲（如选$c_1=-0.11$）。这样就得到如下的后半部系统：

c	d	n
-0.11	0.1	1.63083
0.69		
$(D-d)-0.3469$	0.3	1.57628

有$f'=10.0542$，$l'=10.3008$，匹兹伐和$=0.0706$，$LA'(f/9)=-0.0336$，$LA'(f/11.4)=-0.0365$，$LA'(f/16)=-0.0254$。$f/9$处的象差余量有意取负的，因为已经知道将两个相似的组元放在中央光栏两侧会使球差向过校正方向变化。自然，末面半径照例用$(D-d)$法确定。

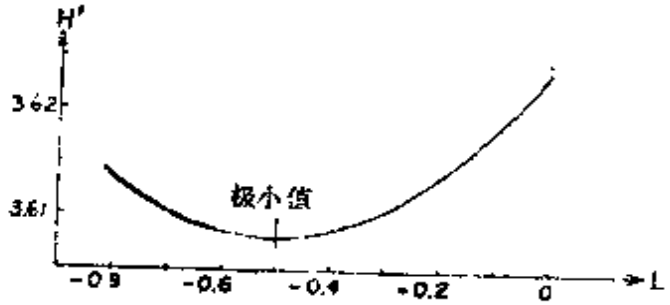


图124 火石玻璃在前的双透镜后组元的H'-L图线(20°)

为了确定光栏位置，按照光束倾斜角$-20°$追迹几条光线，作出H'-L曲线，如图124所示。曲线最小值落在$L=-0.50$处，在这里子午象面是平的。令两个这样的透镜放在

中央光栏两侧，并且按照 $f'=10$ 缩放之后得到如下结构数据(见图125)：

c	d	n
0.19450		
−0.38462	0.5382	1.57628
0.06132	0.1794	1.63003
	0.8970	
	0.8970	
−0.06132	0.1794	1.63003
0.38462	0.5382	1.57628
−0.19450		

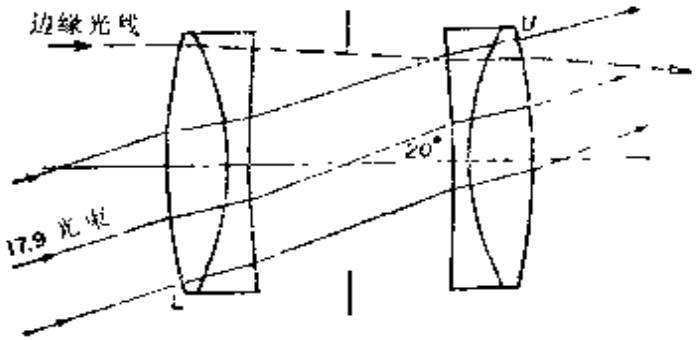


图125 已设计完成的$f/4.5$对称肖像镜头

有$f'=10.0$，$l'=8.4796$，匹兹伐和$=0.0787$，$LA'(f/4\ 5)=+0.0181$，$LA'(f/5.6)=-0.0069$。于是有

物空间中的角度	光栏上的角度	X_1	X_7	畸变/%
24.956	28	−0.496	+0.543	+0.21
17.925	20	−0.294	−0.021	+0.10
10.798	12	−0.115	−0.055	+0.03

作出这个系统的象面和象差图，并且使它和快速雷克斯亚尼镜头相应的数据作一个有趣的比较(见图 126图)。从这个比较中就会明白要把上述火石玻璃在前的对称消色差透镜用来做肖像镜头的原因了。

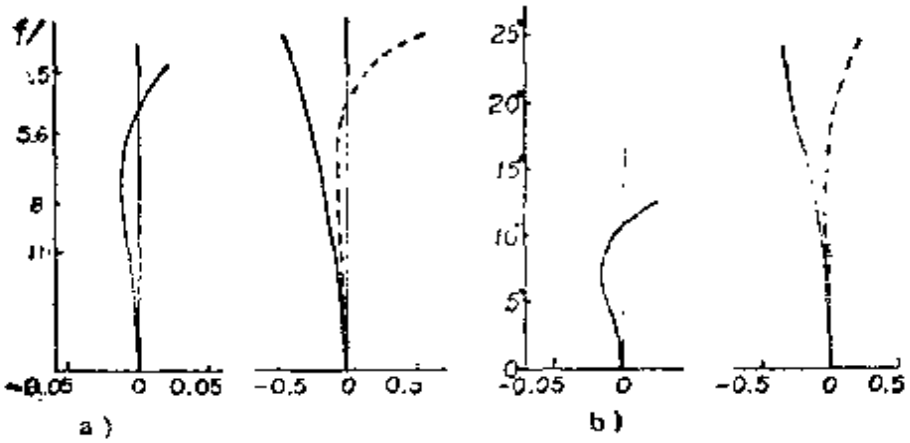


图126 (a)火石玻璃在前的透镜和(b)冕牌玻璃在前的透镜(RR)的比较
($f'=10$时的球差和象散曲线)

作为最后的校验，按照 17.925° 的光束倾斜角追迹一组光线，和已经追迹过的20°主光线一起，作出 (H-tan$U$) 曲线，即 图 127。这条曲线的两端表示通过光栏上，下顶点的

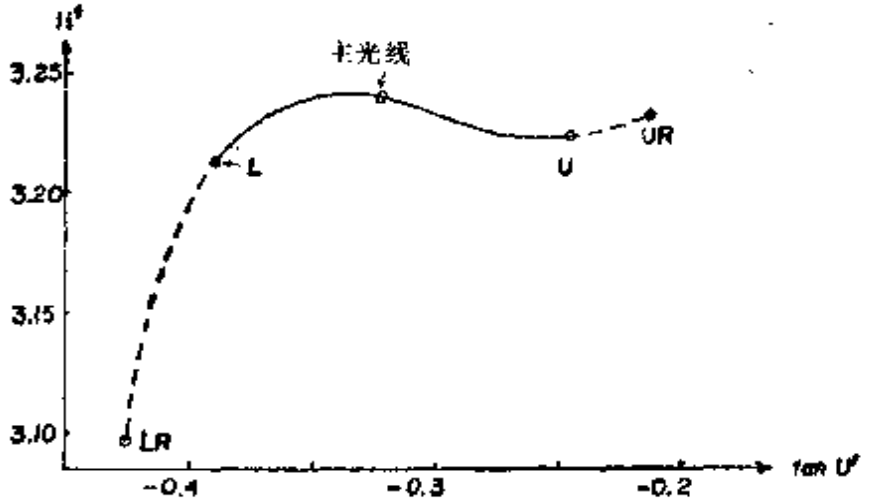


图127 最后得到的系统的子午光线图（视场角17.9°）

光线。可以看到，下光线很坏，应该遮挡掉。通常在这类透镜中令各面的通光孔径等于轴上边缘光线的入射孔径，后者现在是 $Y=1.1111$。这个限制截除了许多下部光线，使真正

的下界限光线在图中的L点。同时还使孔径上部减小了一点，上界限光线在U点。

自然，这个透镜还有小量的负彗差，它的大小是

$$\mathrm{Coma}_t = \frac{1}{2}(H'_U + H'_L) - H'_P = -0.0182$$

假定弧矢彗差是子午彗差的三分之一，相应的OSC是−0.00096，小到可以忽略，更何况这种类型的透镜看来不会用于宽至17.9°的视场角。

虽然把这个透镜看成肖像镜头，但是实际上很少这样用，而是很适宜作为一倍（或接近一倍）的传象透镜用在望远镜中，这时彗差自动消除。

C. 长望远传象透镜

在许多望远镜或潜望镜结构型式中，在物镜和目镜之间放进一个一倍或接近一倍的正象系统，用这种办法得到正象。这个正象镜常由两个相同的双透镜对称地放在中央光栏两侧构成。这两个双透镜是校正了球差的。光栏位置选在使象平面平坦处，和快速雷克梯里尼镜头完全一样，不同的只是现在需要的是长系统而不是短系统。正如在设计快速雷克梯里尼镜头时曾经指出过的，后透镜彗差越大，为取得平象面要求光栏作的移动量越小，从而传象距离越短。于是，为了长距离传象，就要用彗差很小的消球差透镜。所以选用这样的方案：它的球差和弯曲的关系曲线只有一小部分在横座标轴上方，而且这个正象镜所用的后组元要有正彗差，以使平象场的光栏位置在透镜前方。

参看第183页的正常双胶合透镜的弯曲曲线，我们知道左边解有正彗差，适宜做望远镜传象镜后组。如同设计快速雷

克梯里尼镜头那样，追迹几条通过透镜上半部的互相平行的斜光线(现在光束倾斜角以取4°为适宜)，找出平象场的光栏位置。火石玻璃在前透镜的左边解比冕牌玻璃在前的左边解优越得多，因为前者的带球差只有后者的三分之一左右，这里就取前者。这个透镜H'和L的关系曲线示于图128，极小值在$L=-3.2$处。这就是光栏位置。算出光栏在这个位置时，光束倾斜角4°的象散是$X'_s=-0.0117$，$X'_t=+0.0006$，达到平子午象面要求。因此将两个这样的透镜装在中央光栏两侧，就能构成一个完美的传象镜(图129)。

若要求更长距离的传象，球差曲线还应降低些。这时可以用在第189页讨论过的左边解作为后组。这样，光栏位置在透

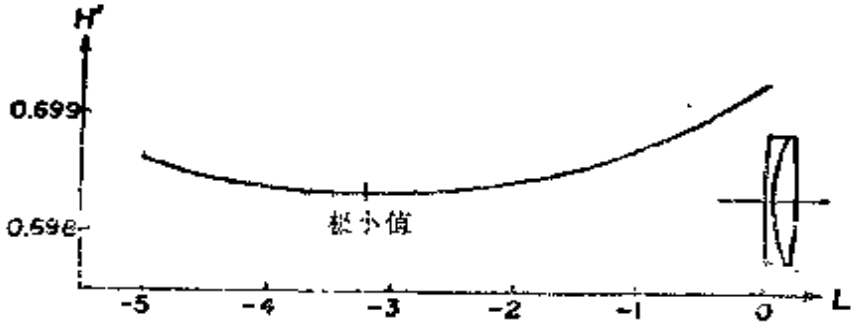


图128　火石玻璃在前的望远镜物镜的H'-L曲线（倾斜角4°）

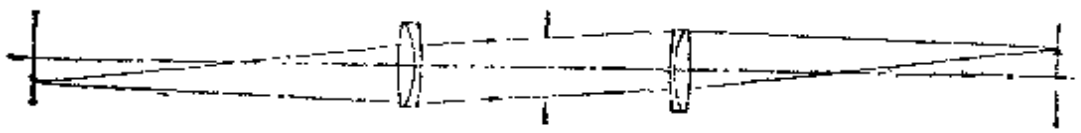


图129　两个火石玻璃在前的物镜构成的望远镜传象系统（光栏位于平场位置）

镜前方9.2处(按照很小的光束倾斜角2°计算)，接近前焦点，使系统变成是象方远心的。两个这样的系统的组合构成一个1:1的远焦远心传象组。它用于轮廓投影仪中，工作距离比较长，或者用于管道镜中，这时候可以用到依次排列的四个

传象镜，而不必在中间实象上加场镜。

潜艇上的潜望镜中的主传象镜是由一对高度校正好的齐明物镜组成的，二者之间的距离等于它们的焦距的二、三倍，视场角小于1°。这时只要子午象面是平的，象散就可以忽略。如通常那样，彗差由于对称性而得到校正。

D. 罗斯 (Ross) "同心"透镜

可以将两个深度弯曲的新消色差透镜放在中央光栏两侧，构成一个对称物镜，罗斯"同心"透镜就是这种结构的一个典型的例子。它是施莱德 (Schroeder) 在1889年取得的专利。根据冯·罗尔[Θ]的报导，其后半部结构如下（按照焦距10缩放之后）：

c	d	n	V
	0.194	(空气)	
−1.94125			
	0.020	1.5366	48.69
0			
	0.071	1.6040	55.31
−1.78368			

有 $f'=10$，$l'=10.5961$，$L_{pr}=+0.6166$，匹兹伐和 $=-0.00618$。玻璃假定是轻火石玻璃 №26 和重钡冕玻璃 №20（按照1886年肖特玻璃手册）。追迹倾斜角−20°的光束上的一组子午光线，作出H'-L曲线，示于图130。显然，平子午象面的光栏位置应当在$L=-0.237$(A点)附近，但是罗尔提供的数据是在B点，这里$L=-0.194$，象面稍微向后弯曲。（附带说明，对一个真正的同心透镜作的测景的结果在各方面都

Θ M. von Rohr, "Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs," p.234, Springer, Berlin, 1899. 另外见U. S. Patent 404, 506.

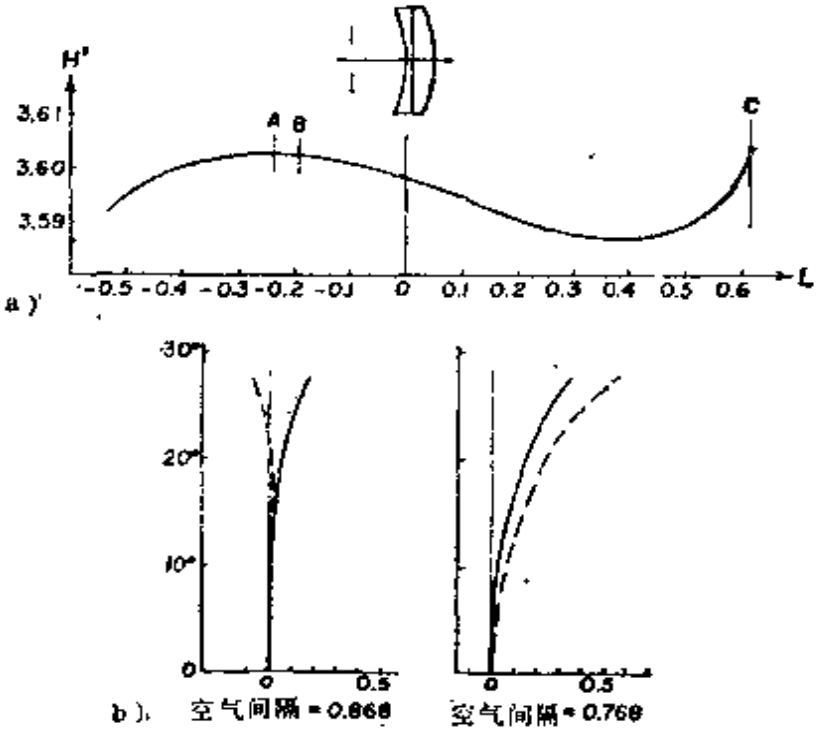


图130 罗斯同心透镜

(a) 后半部的H'-L曲线(20°)

(b) 全透镜的象散

和这些数据不一致)。前主点在C点。

将两个这样的透镜组合起来,并且按照焦距10缩放之后,算出$f/15$的球差是-0.65,所以不能用于超过$f/20$左右的孔径。取适当的空气间隔,作出象面曲线,示于图130。同图还有按照冯·罗尔的空气间隔数据作的象面曲线。弧矢象面向后弯曲,这是不常见的。这自然是由负的匹兹伐和所造成的。中央空气间隔的微小变动对两个象面的影响如此之大是值得注意的。

第十二章　光栏固定的对称双消象散透镜

I　达戈镜头设计

在快速雷克梯里尼镜头出现之后的25年间，设计家试图减小它的匹兹伐和，并消除象散（后者限制了雷克梯里尼镜头在边缘视场的性能），但是都未能成功。最后，1892年德国设计家冯·霍格㊀(von Höegh)提出了三点有效的建议：(1)在快速雷克梯里尼镜头的火石玻璃镜片中加进一个凸向光栏的会聚面，使半部系统由双透镜变成三合透镜；(2)由里到外，距离光栏越远的镜片的折射率要越高；(3)两外侧的面的曲率半径要大致相等，并且使透镜充分加厚以得到必要的焦距和匹兹伐和。他用这种方法创造了著名的"哥茨(Goerz)双消象散镜头"㊁，后来改称达戈(Dagor)镜头，它的消象散视场相当宽（当相对孔径为 $f/6.3$）。当然，对称性自动消除了三种横向象差，在两半部中留给设计者校正的只有球差、色差和象散。

作为设计这种透镜的例子，首先选择这样的三种折射率（1.517、1.547和1.617），当然还有其它数值可供选用而同样令人满意。具有这些折射率而有不同色散率的玻璃要很多，因而在设计之末可以从玻璃手册中选用适当的玻璃来

㊀ C. P. Goerz and E. von Höegh, U. S. Patent 528, 155, filed Feb. 1893.

㊁ 什瓦尔贝格 (R. Schwalberg) 曾对达戈镜头的发明作过热心的报导，见Pop. Phot. 70, 58(1972).

使透镜消色差。焦距为10.0时，可以令半部系统取半径－1、－0.5、＋2和以－1作为设计的出发点，用比例作图法确定厚度分别为0.14、0.06和0.19。这几个厚度实际上稍微小了一点，不过最好令透镜尽可能薄些，以减小大视场角时的渐晕。光栏位置将不作为自由度（因为我们可以校正全部象差而不必调整光栏位置），所以使光栏尽可能靠近透镜，例如距离透镜0.125。

我们这样利用后组元的四个半径：按照焦距要求求出r_4之后，改动r_1以达到期待的匹兹伐和。内部的两个面对匹兹伐和贡献甚小。我们发现这种透镜匹兹伐和的适当值是0.018左右（当焦距为10）。改动r_2使边缘球差和0.7带的带球差大小大致相等而符号相反，并且选择适当的r_3以使以30°角通过光栏中心的主光线的子午象面是平的。

利用上述试验性的初始数据，确定为了达到期待的焦距和匹兹伐和，c_1必须取－0.78，c_4必须取－0.7748。于是初始系统如下：

c	d	n
	0.125	(空气)
−0.78		
	0.14	1.517
−2.00		
	0.06	1.547
0.50		
	0.19	1.617
−0.7748		

有$f'=10.0$，$l'=11.057$，匹兹伐和$=0.0182$，$f/12.5$的光栏直径$=0.8$，LA' $(f/12.5)=0.160$，LZA $(f/17.7)=-0.150$，30°的$X_1'=-0.076$。图131中有这个透镜按比例作

的图。意外地，球差尚好，可以接受。只是30°子午象面的向内弯曲超出允许的程度，因而稍微减小c_3，它的适当值是0.486。这样$X_t'=-0.0056$，$X_s'=-0.0686$。按照其它倾斜角再追迹几条主光线，作出系统后半部的象面曲线，如图131。

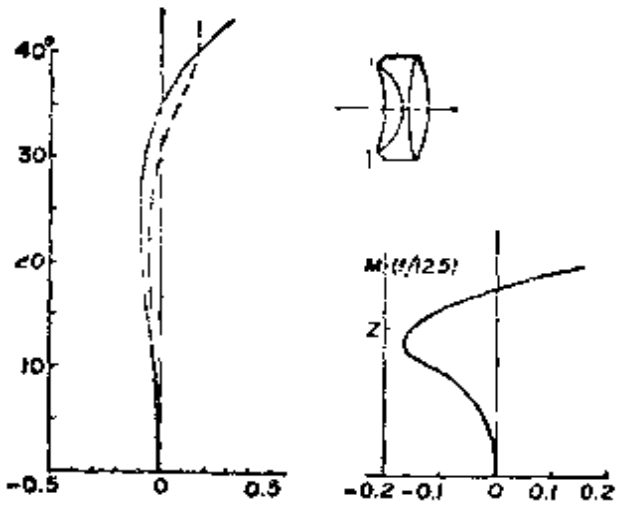


图131　达戈镜头后半部的象差($f'=10$)

把这个看成是满意的后组，令两个这样的透镜装在一起，缩放成总焦距等于10.0。给出如下的前半部：

c	d	n
0.4464		
	0.3304	1.617
−0.2795		
	0.1043	1.547
1.1502		
	0.2434	1.517
0.4486		
	0.2173 (对称)	

有$f'=10.0$，$l'=9.2260$，匹兹伐和$=0.0211$，$f/6.8$的光栏直径$=1.276$，$LA'(f/6.8)=0.0001$，$LZA(f/9.6)=-0.1130$。球差过校正程度比半部系统小得多，可以采用将强面稍微再弯一点的办法改动。要注意，它的带球差大于相应的

快速雷克梯里尼镜头。这是达戈型镜头最大的问题。象面图在图132中。我们看到它和半部系统没有大的差别，有小量畸变（30°时约为0.13%），但可以忽略。

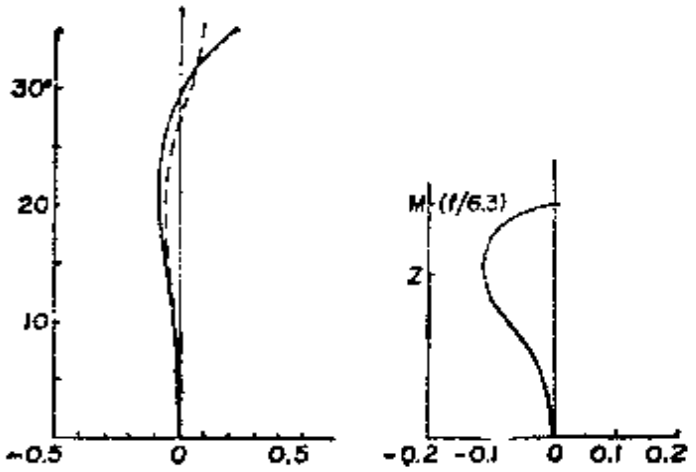


图132　整个达戈镜头的象差（$f'=10$）

设计的最后一步是选择玻璃以消色差。回头作通过后半部的边缘光线追迹，计算三个镜片各自的 $(D-d)$ 值。孔径 $f/12.5$ 时它们分别是 -0.27299，$+0.50191$ 和 -0.25560。我们的任务是找出折射率和原设计方案相近的三种玻璃，它们的 Δn 值应当使 $\Sigma(D-d)\Delta n=0$。从肖特玻璃手册中很容易查出，如下玻璃组可以构成消色差组：

(a) KF—3：$n_e=1.51678$，$\Delta n=0.00950$，$V_e=54.40$

(b) KF—1：$n_e=1.54294$，$\Delta n=0.01079$，$V_e=50.65$

(c) SK—6：$n_e=1.61635$，$\Delta n=0.01100$，$V_e=56.08$

这些折射率接近原设计要求，但不准确相等，因而必须用实际玻璃的准确折射率数据重复上述全过程，以求得最后方案。

Ⅱ　有空气间隔的双分离型透镜设计

这是指有四个互相分离的镜片的对称系统，如图133所示。这种结构是冯·霍格[⊖]发明的，称为“哥茨B型双消象

⊖ C. P. Goerz and E. von Höegh, U. S. Patent 635, 472, filed July 1898.

散镜头”，后来又改称赛洛(Celor)镜头。后半部的双分离消色差透镜有五个自由度，即两个光焦度，两个弯曲和一个空气间隔，可以用来取得期待的焦距和校正四种象差：匹兹伐和、球差、纵向色差和象散。若将两个这样的透镜对称地装在中央光栏两侧，则还可以校正三种横向象差：彗差、畸变和横向色差。光栏位置不作为自由度，因为已经有足够的变量而不必利用它。不过这个透镜通常是用于远距离物体的，所以可能不得不稍微偏离全对称，以消除彗差余量。

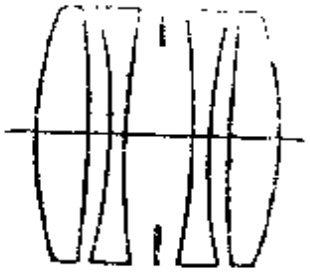


图133　分离型物镜

首先确定后组元两个镜片的光焦度和间隔，以求达到期待的透镜光焦度、色差和匹兹伐和值，这样会节省许多时间。这时系统按薄透镜处理，使用了第226页的赛德贡献公式。设计薄透镜时要求解下列三个关于 ϕ_a、ϕ_b 和 d 的方程式：

$$\Sigma y\phi = y_a\phi_a + y_b\phi_b = \Phi y_a \quad \text{（光焦度）} \tag{92}$$

$$\Sigma \frac{y^2\phi}{V} = \left(\frac{y_a^2}{V_a}\right)\phi_a + \left(\frac{y_b^2}{V_b}\right)\phi_b = -L'_{ah}u'^2_0 \quad \text{（纵向色差）} \tag{93}$$

$$\Sigma \frac{\phi}{n} = \left(\frac{1}{n_a}\right)\phi_a + \left(\frac{1}{n_b}\right)\phi_b = \mathrm{Ptz} \quad \text{（匹兹伐和）} \tag{94}$$

利用式(92)将 y_b 表示成 y_a 的函数，$y_b = y_a(\Phi - \phi_a)/\phi_b$，代入式(93)给出

$$\frac{y_a^2\phi_a}{V_a} + \frac{y_a^2(\Phi-\phi_a)^2}{\phi_b V_b} = -L'_{ah}u'^2_0 \tag{95}$$

又根据式(94)得到

$$\phi_b = n_b(\mathrm{Ptz} - \phi_a/n_a) \tag{96}$$

代入式(95)得到 ϕ_a 的二次方程：

$$\phi_a^2[V_a-V_b n_b/n_a]+\phi_a[\mathrm{Ptz}\,n_b V_b-2\Phi V_a$$
$$-L'_{oh}\Phi^2 V_a V_b n_b/n_a]+\Phi^2 V_a[1+L'_{oh}\mathrm{Ptz}\,n_b V_b]=0 \quad (97)$$

因而由式(97)求出 ϕ_a，由式(96)求出 ϕ_b，最后用如下公式计算间隔 d：

$$d=(\phi_a+\phi_b-\Phi)/\phi_a\phi_b \quad (98)$$

作为设计这种透镜的例子，我们首先按照焦距1.0，色差伐和 0.030 和纵向色差为零的要求解出后组元。选择玻璃时要当心，若 V 差太大，负透镜会太弱而不能校正其它象差。下面是一组适当的玻璃：

(a)钡火石玻璃：$n_D=1.6053$，$n_F=1.61518$
$n_C=1.60130$，$V=43.61$

(b)重钡冕玻璃：$n_D=1.6109$，$n_F=1.61843$
$n_C=1.60775$，$V=57.20$

V 差=13.59。上述代数解给出

$$\phi_a=-0.4958,\quad \phi_b=0.5458$$

因为 $\phi=c/(n-1)$，可以算出

$$c_a=-0.8191,\quad c_b=0.8934,\quad d=0.1848$$

至此薄透镜光焦度和间隔设计完毕。

现在我们自然可以着手确定后半部系统两个薄镜片的弯曲状态以校正球差和象散，但是最好在这样做之前，先加进厚度并且令两个组元组合起来。要确定厚度先要决定作成的透镜的相对孔径，后者取 $f/6$ 较恰当。这样后组元孔径是 $f/12$左右，直径取1.0是恰当的。于是两个镜片的厚度将是 0.06（火石玻璃镜片）和0.20（冕牌玻璃镜片）。

初始弯曲状态这样选定：火石玻璃透镜总曲率的40%给后组元负镜片的第一面，冕牌玻璃镜片总曲率的25%给后组

元正镜片的第一面。不过由于有一定厚度，必须令每一个厚镜片按照它的理想薄透镜光焦度缩放，还要调整空气间隔以保持相邻主点之间的理想间隔。最后令光栏距离火石玻璃镜片0.12，得到的整个透镜的数据如下：

c	d	r
$c_1=-c_8=0.6788$		(1.473)
	0.2	
$c_2=-c_7=-0.2263$		(−4.418)
	0.0756	
$c_3=-c_6=-0.4893$		(−2.043)
	0.06	
$c_4=-c_5=0.3262$		(3.065)
	0.12	
	(光栏)	

这个透镜的形状按比例画在图 133 中。焦距5.6496，匹兹伐和（对于 $f'=10$）0.04039。取 $Y_1=0.3323$，追迹 F、C 光的 $f/8.5$ 光线，求得带色差 0.03312。匹兹伐和增大是由于透镜有一定厚度造成的。

现在要令匹兹伐和和色差恢复原值，为此改动两个冕牌玻璃镜片的光焦度和两个外侧空气间隔，维持对光栏的对称性而让焦距变动。自然，改动火石玻璃镜片也是同样易行的，但是必须用固定一种的办法，否则不能取得满意的结果。这时使用双参数图会很方便。令带色差作为纵座标，$f'=10$ 时的匹兹伐和作为横座标，起始点是（0.0331，0.0404），目标点是（0，0.034）。试令两个外侧的空气间隔改变0.05，给出色差=−0.0016，匹兹伐和=0.0368，然后令两个火石玻璃镜片两面减弱 2 %，得到色差=0.0133，匹兹伐和=0.0331。图 134 告诉我们，应该令初始空气间隔

增加 0.061，令冕牌玻璃透镜面减弱1.24%。这种改动使色差变成零，匹兹伐和＝0.0339。

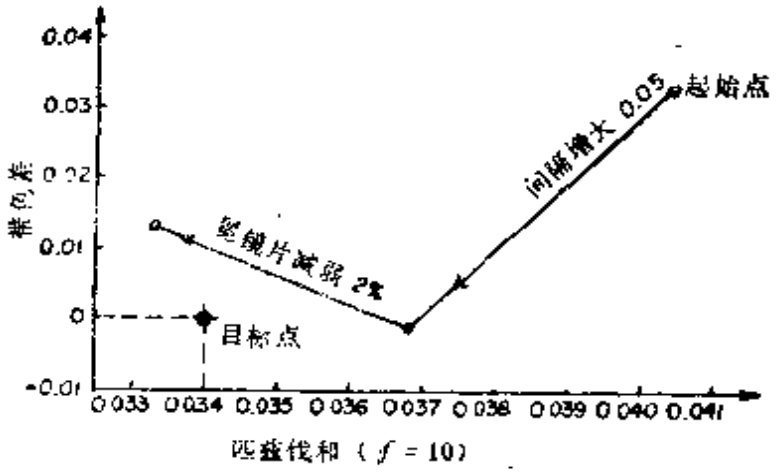


图134　色差和匹兹伐和的双参数图

这时算出

LA'＝边缘球差＝0.1335，22°的X_s'＝0.1088

LZA＝带球差＝0.0429，22°的X_t'＝0.4216

我们要求边缘球差和带球差大小相等而符号相反，即$LA'+LZA=0$，还希望$X_t'=0$以实现平的子午象面。我们用同时弯曲两个冕牌玻璃镜片和两个火石玻璃镜片（参数保持对称性）的办法来实现这个要求。在图 135 的双参数图中，我们

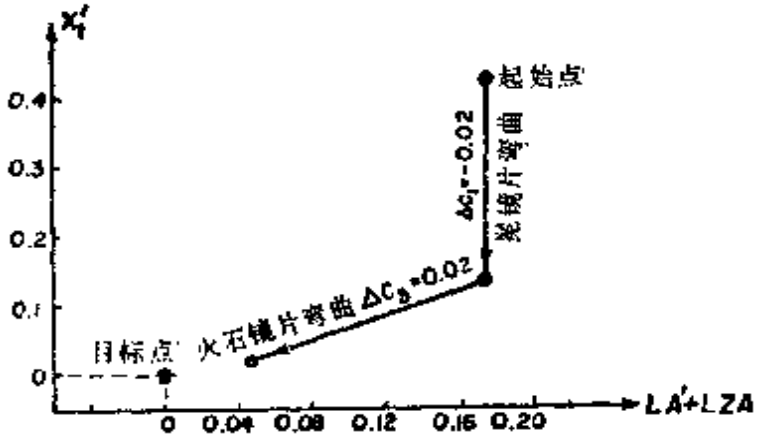


图135　球差和场曲的双参数图

看到在起始点处 $X_t'=0.4216$，$LA'+LZA=0.1764$。目标点是(0,0)。将冕牌玻璃镜片弯曲$\Delta c_1=-0.02$，使它更加接近等凸形，给出 $X_t'=0.1344$和 $LA'+LZA=0.1742$。再将火石玻璃镜片弯曲 $\Delta c_3=+0.02$，使它更加接近等凹形，有 $X_t'=0.0254$，$LA'+LZA=0.0494$。这图线说明，应当取 $\Delta c_1=-0.0190$,$\Delta c_3=+0.0282$。作这些改动之后得出 $X_t'=-0.0043$，$LA'+LZA=0.0022$，都是可以接受的了。现在 $f'=10$ 的匹兹伐和是 0.0341，带色差−0.0010，二者都几乎不受我们施于透镜的微小弯曲所影响。

至此，对称系统的结构如下：

c	d
$c_1=-c_8=0.6514$	
	0.20
$c_2=-c_7=-0.2425$	
	0.1366
$c_3=-c_5=-0.4611$	
	0.06
$c_4=-c_3=0.3544$	
	0.12
(光栏)	

四个纵向象差处于期待值上。现在必须考察横向象差，看它们被透镜对称性消除得怎样。

追迹 C、D 和 F 光的 22° 主光线，求得畸变是0.474%，横向色差0.000362。二者都是正的，所以可以用令小量光焦度由前方向后方转移的办法立即同时得到改善。将前面的冕牌玻璃镜片两面都减弱 2%，而后面的冕牌玻璃镜片两面都增强 2 %，会使畸变减至0.190%，横向色差减至−0.00017，现在二者都是可以接受的了。只是这些改动对其它象差校正

稍有影响，现在有

焦距＝5.4122

带色差＝－0.00022

匹兹伐和＝0.0341（当 $f'=10$）

$$LA'+LZA=-0.0158$$

$$X_s'=0,\quad X_t'=0.0304$$

因为最后的改动使球差和场曲稍有变化，我们回到图 135，用 $\Delta c_1=-0.0034$ 和 $\Delta c_3=-0.0027$ 令它恢复原状。这样系统变成：

c	d	n_D
0.6350		
	0.2	1.6109
−0.2411		
	0.1366	
−0.4638		
	0.06	1.6053
0.3517		
	0.12	
	0.12	
−0.3517		
	0.06	1.6053
0.4638		
	0.1366	
0.2608		
	0.2	1.6109
−0.6610		

有焦距＝5.4212，带色差＝0.00011，匹兹伐和（$f'=10$）＝0.0342，$LA'+LZA=-0.0022$；对于22°，$X_s'=-0.0088$，$X_t'=-0.0005$，畸变＝0.189%，横向色差＝－0.00017，$f/6$ 时光栏直径＝0.7896。现在只有彗差尚未知道，需要了

解。

计算彗差最容易的办法是追迹几条斜光线，对两、三个光束倾斜角作子午光线图，观察这图线，看它是否取抛物线形状，虽然一般来说它是混合有立方曲线的形态（因为有斜光束球差存在），以及由内弯或外弯的子午场曲引起的总倾斜。如果抛物线形状不很明显，彗差量就不大，和其它不可避免地要出现的象差余量相比，可能是可以忽略的。然而，如果彗差占主要地位，就必须将它减小，为此将两个冕牌玻璃镜片向同一方向弯曲，而不是如先前校正球差和场曲那样对称于光栏弯曲。

在本例中，子午光线族是按照三个光束倾斜角10°、16°和22°追迹的，如图 136 所示。横座标是光线的 A 值，即每条光线在第一面的切面上的入射高。图中曲线的两个端点要由全透镜的前、后通光孔径决定。通常这种短焦透镜是按照

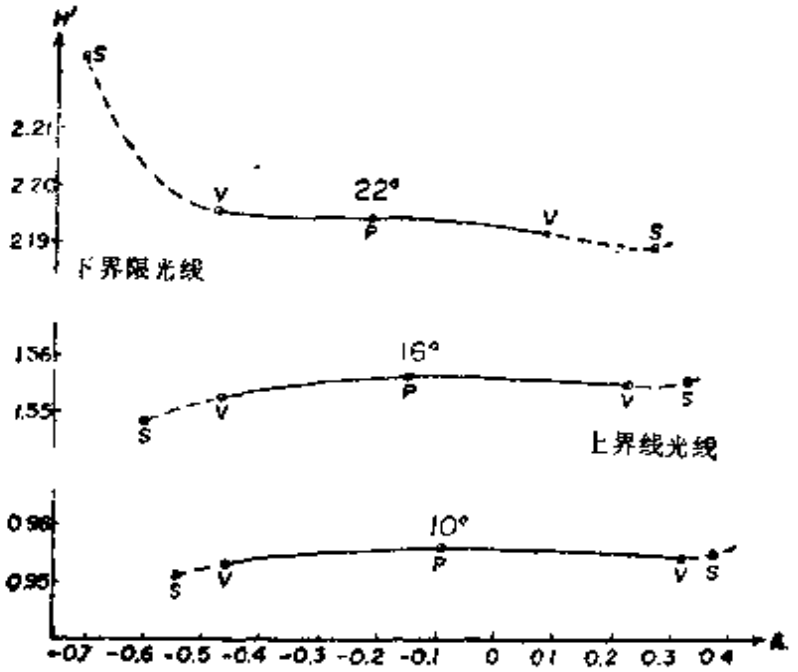


图136　分离型透镜的子午光线图($f'=5.42$)

轴上边缘光线的初始孔径（在本例是 $f/6$ 即0.904）来决定八个面的通光孔径的。倾斜度不同的光束的界限光线用试算的办法确定，它们是：下界限光线交第一面于−0.452的高度，上界限光线交第八面于+0.452的高度。这些界限光线在图136中以 V 表示，光路见图137。如果没有拦光，上、下光线就只受光栏限制，它们在图136中以 S 表示。可以清楚地看到，出现拦光大有好处，尤其是对22°的下光线；如果没有这种拦光，高级彗差将会造成不良的不对称光晕。

从图中一眼看出，有少量负彗差余量，需将前、后冕牌玻璃透镜作少量负弯曲以消除它。发现−0.005的 Δc 已经足以使这三条曲线变直。为了精益求精，再作极微小的弯曲以消除 LA' 和 X_t' 余量，即令 $\Delta c_1 = -0.0005$ 和 $\Delta c_3 = -0.0025$。最后按照焦距10缩放，得到如下结构：

c	d	n_D
0.34138		
	0.369	1.6109
−0.13373		
	0.252	
−0.25288		
	0.111	1.6053
0.18937		
	0.221	
	0.221	
−0.18937		
	0.111	1.6053
0.25288		
	0.252	
0.13357		
	0.369	1.6109
−0.36091		

有焦距$f'=10.0$，$l'=9.1734$，匹兹伐和$(f'=10)=0.0342$，$LA'(f/6)=0.0143$，$LZA(f/8.5)=-0.0193$；对于22°，$X_s'=-0.0155$，$X_t'=0$，畸变=0.218%，横向色差=−0.0004；带色差=0.0001。最后得到的这个系统的象差示于图137。有趣的是光焦度和弯曲经过这样一系列的改动之后，第(2)个和第(7)个半径几乎相等。将这两个正镜片中的一个或者二者一同作微小弯曲以使它们相等，在加工经济性方面是会有明显好处的。

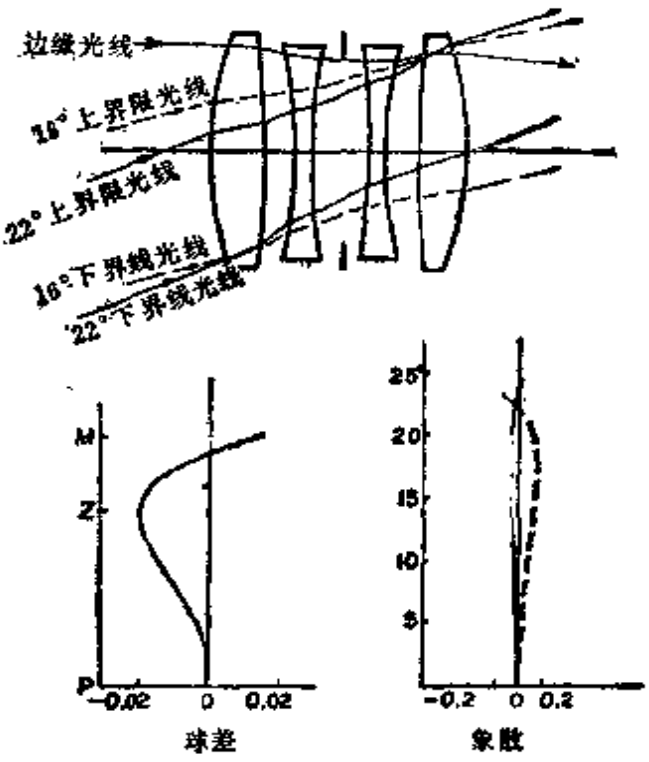


图137 $f/5$的分离型物镜

这种分离型物镜性能极佳，可以做到$f/3.5$左右，不过视场限于离轴22°至24°以内。

Ⅱ 双高斯型物镜

数学家高斯曾经指出，望远物镜可以用两个弯月形镜片构成，好处是这样的系统没有色球差。不过这种装置有一系列缺点，因而在大型望远镜中并没有得到应用。克拉克(Alvan G. Clark)试图采用这种系统而未能成功，但是他很有见识地认为，两个这样的物镜对称地装在中央光栏两侧，会构成一个很好的照相镜头。他这种想法在1888年得到

了专利⊖，并且鲍许·罗姆 (Bausch and Lomb)公司在1890至1898年间曾经出售一种采用这种结构型式的镜头，称为克拉克镜头。同一结构型式还用于罗斯·霍莫赛恩特立克 (Ross Homocentric)、布什·欧姆那 (Busch Omnar) 和迈耶·阿里斯托斯梯格梅特 (Meyer Aristostigmat) 等镜头中。柯达公司在它的广角厄克塔 (Wide Field Ektar) 镜头中则采用了一种非对称结构。

克拉克提出的这种方案适用于小孔径大视场物镜，设计方法和前一节刚才阐述过的分离型镜头的设计十分相似。不过选用的两种玻璃在 V-n 图上的距离要比上次更远一点，下面是其中的一组：

(a)重火石玻璃：$n_D=1.6170, V=36.60$，$n_F=1.62904$，$n_C=1.61218$

(b)重钡冕玻璃：$n_D=1.6109, V=57.20$，$n_F=1.61813$，$n_C=1.60775$

用这两种玻璃，由第260页的公式可以解出后组元两个镜片的光焦度，这当中假设 L'_{on} 为零，西兹伐和比较小，取 0.028（焦距10）。两个镜片的光焦度比上一次小得多，空气间隔则大得多：

$$\phi_a=-0.2937,\quad c_a=-0.4760$$
$$\phi_b=0.3376,\quad c_b=0.5526$$
$$d=0.5657$$

因为两个镜片是弯月形的，我们可以令 $c_1=1.9c_a$ 和 $c_3=-0.17c_b$ 作为起始状态。对于孔径为 $f/16$ 的半部系统，可以试将火石玻璃镜片（直径0.9）的厚度取为0.1，冕牌玻璃镜

⊖ A. G. Clark, U. S. Patent 399, 499, filed Oct. 1888.

片（直径1.9）厚度取0.3（实际上它比实际需要的厚一点，取0.23更好）。和前一节的做法一样，加进厚度之后令每一个镜片按照它原来的光焦度缩放，并且算出必要的空气间隔，以使两镜片相邻主面之间的间隔恢复原值。光栏以放在负镜片前方0.15处为合适。

用两个这样的半部系统组成整个透镜，焦距等于6.255，带色差—0.00398，匹兹伐和（对于焦距10）0.0249。和上次一样，现在着手用改变两个外侧空气间隔和两个正镜片光焦度（经常保持对称性）的办法校正色差和匹兹伐和。所用的双参数图见图138。

这图说明，应该令两个冕牌玻璃镜片加强1.47%，两个外侧空气间隔减小0.0466。作这样的改动之后，得到如下的前半部系统(后半部相同)：

c	d	n_D
0.6491		
	0.3	1.6109
0.0952		
	0.1860	
0.4141		
	0.10	1.6170
0.9044		
	0.15	

有焦距$f'=6.0810$，孔径$=f/8$，带色差$=0.00015$，匹兹伐和（焦距10）$=0.0279$。我们认为这样的余量已经满足要求，进而对称地弯曲各镜片，以校正球差和子午场曲。这两种象差现在是：

$f/8$球差$=-0.0652$

$f/11.3$带球差$=-0.0311$

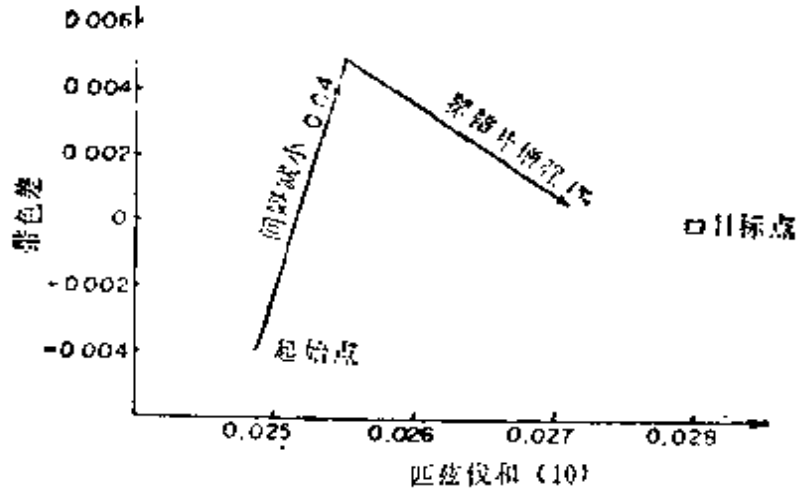


图138　色差和匹兹伐和的双参数图

$$LA'+LZA=-0.0963$$

$$(32^\circ)X_s'=0.1538,\quad X_t'=0.0937$$

分别弯曲冕牌玻璃镜片和火石玻璃镜片的结果示于图139的双参数图中，经过几次试探性计算之后，知道应该令前

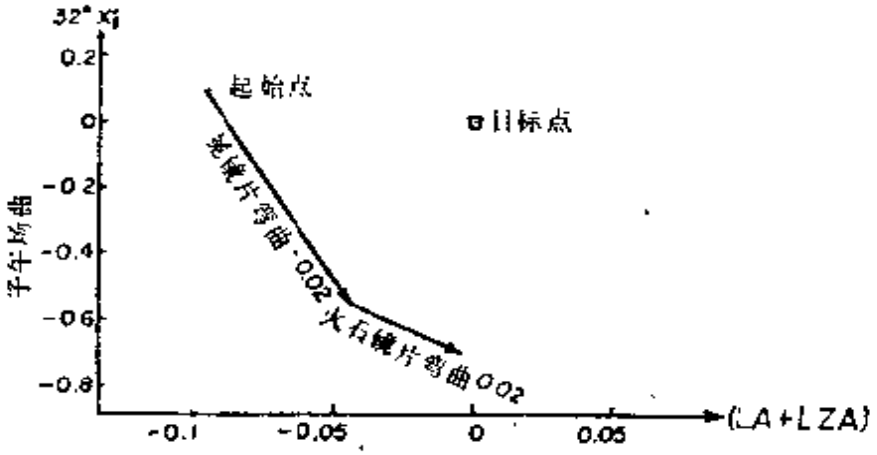


图139　球差和场曲的双参数图

冕牌玻璃镜片弯曲0.0128，前火石玻璃镜片弯曲0.0627以同时消除球差和子午场曲。经过这样的改动之后，得到：

$$\text{焦距}=5.8951,\quad LA'=-0.0020,\quad LZA=-0.0003$$

$$X_s'=0.1196,\quad X_t'=-0.0049$$

满足要求。但是我们发现上述弯曲破坏了原先的匹兹伐和和色差的校正，现在匹兹伐和=0.0271，带色差=—0.0067（焦距10）。透镜形状的任何改变都会影响全部象差，这是弯月形镜片的特点，这种令人遗憾的特点使高斯型透镜的设计比规格相当的分离型透镜的设计要困难和费时间得多。

为了消除匹兹伐和和色差余量，回到图138。这图说明应该令空气间隔再减少0.037，令冕牌玻璃镜片加强0.191%。这些改动反过来又破坏了球差和场曲的校正，因而要再次作微小弯曲，如此返复进行直到四个象差都得到校正为止。得到的系统如下：

c	d	n_D
0.8733		
	0.3	1.6109
0.1183		
	0.145	空气
0.4768		
	0.1	1.6170
0.9671		
	0.15 (对称)	

有焦距=5.9394，匹兹伐和（焦距10）=0.0278；对于32°，X_s'=0.0674，X_t'=—0.0134；LA'=—0.0015，LZA=0.0000，带色差=—0.0008。

最后使畸变和横向色差得到校正：

32°畸变=1.28%，32°横向色差=0.0014

这是用如下方法实现的：将前面的冕牌玻璃镜片的光焦度的3%转移到后面的冕牌玻璃镜片，得到0.70%的畸变和—0.0001的横向色差。但是这样做破坏了所有其它象差的校

正，因而要回到原先的双参数图，重复全部设计过程一、二次。最后按照焦距10.0缩放，得到如下系统：

c	d	n_D
0.38609		
	0.5083	1.6109
0.06787		
	0.2355	
0.28732		
	0.1694	1.6170
0.57670		
	0.2542	
	0.2542	
−0.57670		
	0.1694	1.6170
−0.28732		
	0.2355	
−0.07201		
	0.5083	1.6109
−0.40990		

有焦距$f'=10.0$，$l'=8.9971$，匹兹伐和（焦距10）=0.00279，带色差=0.00030，$LA'(f/8)=0.00046$，$LZA(f/11)=0.00225$，光栏直径$(f/8)=0.5149$。并且，

视场/度	X_s'	X_t'	畸变/%	横向色差
32	0.0617	−0.1303	0.660	−0.00034
25	−0.0529	0.0566	0.266	−0.00086
15	−0.0456	0.0239	0.065	−0.00064

这个透镜的外形图和象差曲线见图140。我们看到，和常见的情况不同，带球差是过校正的，此外冕牌玻璃镜片过分的厚。图141中的子午光线图说明彗差可忽略，但是过校正的斜光束球差相当大，它随着光束倾斜度增大而增大。这是所

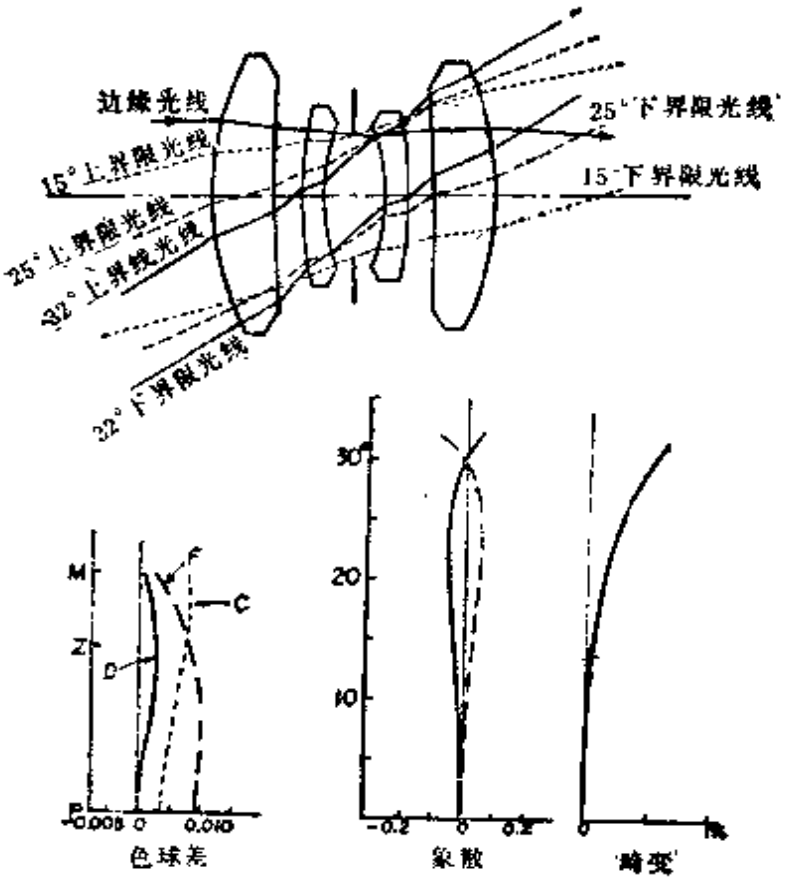


图140　f/8的高斯物镜

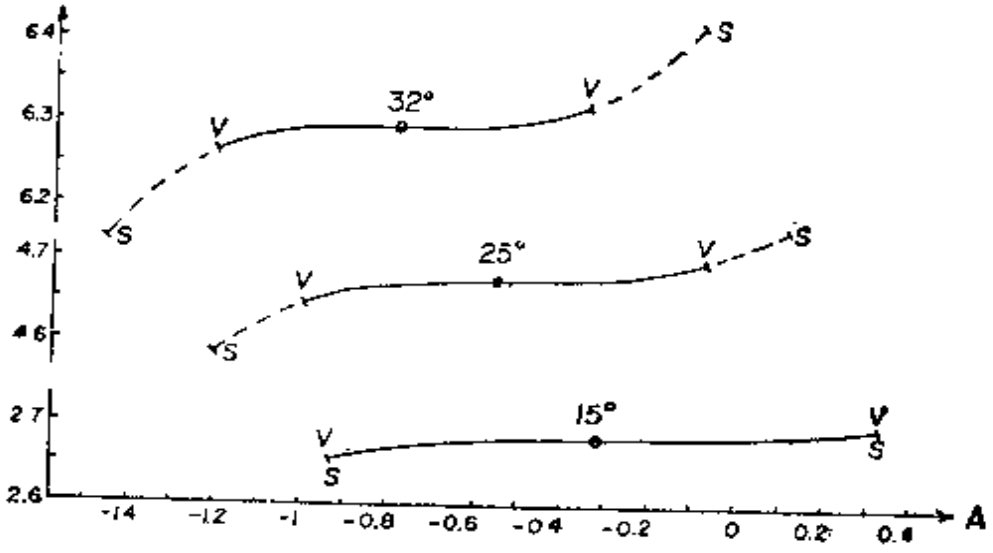


图141　f/8高斯物镜的子午光线图

有弯月形透镜的共同特点。

为了完成全部设计，还要确定应该拦光多少，以截除图141的曲线的两个端部。我们的做法是规定允许曲线对主光线点的最大偏离是 ±0.025，截除超过这个界限的部分。在图140的透镜图中作出了有拦光时通过的光线。在子午光线图上，界限光线用 V 表示，未经拦光时刚好充满光栏的边光用 S 表示。我们看到，15°光束没有被遮拦。因此这个透镜各面的通光孔径应当是：

面序号	通光孔径
1	1.061
2	0.890
3	0.603
4	0.520
光栏	0.515
5	0.310
6	0.596
7	0.859
8	1.023

设计到此完成。

如果要使孔径大于 $f/8$，就要相当地加厚负镜片，并且在其中加进消色差面。$f/2$ 的“奥匹克”（Opic）镜头属于这种类型，李㊀(H. W. Lee)阐述过他的设计方法。

㊀ H. W. Lee, The Taylor-Hobson $F/2$ anastigmat, Trans. Opt. Soc. 25, 240(1924).

第十三章　不对称的摄影物镜

I　匹兹伐肖像镜头

这种历史悠久的镜头是第一个并非凭经验用几个镜片拼凑成的，而是循序设计出来的照相物镜。它由两个相隔很远的薄消色差透镜组成，光栏在中间[1]。这种镜头球差和彗差得到很好的校正，只是由于匹兹伐和没有校正，视场角被象散限制在离轴12°至15°以内。还有一种匹兹伐镜头的变型，它主要用在16mm和8mm电影放映机中。此外，如果在紧靠象平面的地方加一个平场镜，这种镜头就变成名副其实的消象散透镜，已被用来构成空中侦察用的长焦距镜头。

最初的匹兹伐镜头设计方案（1839年提出）的前组是一个普通的$f/5$望远镜双透镜。可能是匹兹伐曾经试图把两个相同的透镜对称地放在中央光栏两侧，以将孔径扩大到$f/3.5$，供当时慢速的达盖尔型干版照相用，只是因为象差不好，他不得不令后组元的两个镜片分离，分别弯曲，以校正球差和彗差。后来，1860年，达尔迈耶[2]（J.H.Dallmeyer）令后组两个镜片位置对调，使冕牌玻璃镜片在前面，从而得到一个在视场中部象质优于匹兹伐方案的镜头，但是不可避免的未校正好的象散很大，以至两种方案实质上没有什么区

[1] M von Rohr, "Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs," p.250, Springer, Berlin, 1899.

[2] J.H.Dallmayer, Brit. Patent 2502/1866, U.S.Patent 65, 729.

别。1878年冯·伏格特兰德⊖(F. von Voigtländer)发现适当弯曲达尔迈耶型结构的前组元就可以令后组元也胶合起来，正是这样的结构如今作为大孔径的小放映镜头使用。

A. 匹兹伐方案

设计匹兹伐肖像镜头通常是将两个直径相同的双透镜之间的中点附近放置光栏。如果前面的双透镜取通常那种有等凸冕牌玻璃镜片的双胶合透镜结构，上述光栏位置会令前组元的子午象面稍微后弯，为了校正它，要求后组元是比前组稍微弱一点的正组元。我们发现，为了校正球差、*OSC*和校平子午象面，必须选用*V*差相当大的玻璃组，按照匹兹伐所用的折射率为1.51和1.57，*V*差至少要18。本例采用如下的肖特玻璃：

(a) 冕牌玻璃，K-1，$n_e=1.51173$，$n_F-n_C=0.00824$，$V_e=62.10$

(b) 火石玻璃，LF-6，$n_e=1.57046$，$n_F-n_C=0.01325$，$V_e=43.05$

*V*差是19.05。

1. 前组元

前组元采用焦距为10的薄透镜，通光孔径为1.8，当系统的实际焦距确定之后，这个孔径可能要重新调整。由薄透镜公式确定前组元两个镜片的总曲率$c_a=0.63706$和$c_b=-0.30618$。令冕牌玻璃镜片取等凸形，从而得到如下的前组元结构参数：

⊖ F. von Voigtländer, Brit. Patent 4756/1878.

c	d	n
0.31853		
−0.31853	0.4	1.51173
$(l'-d)$ 0.086680	0.12	1.57046

设空气间隔为 2.6，令10°主光线在$L_{pr}=2.054$处入射，在两个透镜之间的中点上和光轴相交。

2. 匹兹伐后组元

匹兹伐型结构的后组元的设计从如下人为设定的方案开始：

c	d	n
0.25		
0.6	0.12	1.57046
0.55	0.025516	
$(l'-d)$ −0.017292	0.4	1.51173

有焦距$f'=6.1898$，$l'=3.9286$，LA' $(f/3.44)=0.0005$，$OSC(f/3.44)=0.001944$。这里的焦距和象差数据都是对全系统计算出来的。后组元两个镜片之间的间隔要适当选择，使两个镜片在直径1.8的边缘上相交。在设计过程中，对每一个中间方案这个间隔都要重算，以保持边缘接触条件。

校正球差和彗差最好的方法是令后组两个镜片分别弯曲，并且作双参数图，即图142。这个图的数据是：

(a) 初始方案：$LA'=0.000449$，$OSC=0.001944$

(b) 令火石玻璃镜片弯曲0.02：$LA'=0.024885$，$OSC=0.004688$

(c) 由B开始令冕牌玻璃镜片弯曲0.02：$LA'=0.010455$，$OSC=0.001965$

用通常的方法外推，由于图线异常的直，很快就达到齐明状

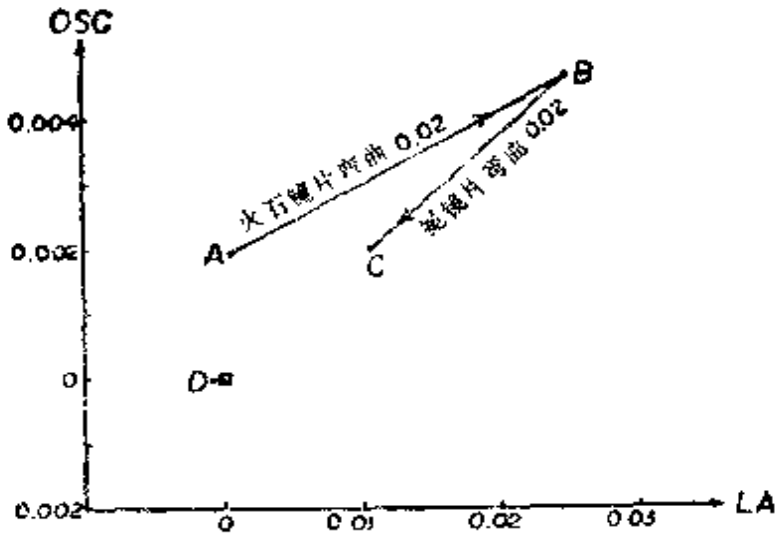


图142 匹兹伐肖像镜头后组元的双参数图（$f'=6.2$）

态（方案D）：

c	d	n
0.27	0.12	1.57046
0.62	0.018802	
0.5841	0.40	1.51173
$(D-d)$ 0.0220382		

有 $f'=6.2206$，$l'=3.9233$，$LA'(f/3.46)=-0.0009$，$OSC(f/3.46)=-0.00003$。沿 10° 主光线计算的象面有 $X_s'=-0.0597$，$X_t'=-0.0123$。

为了令象面向后弯曲，要减弱整个后组元。通过几次试算，知道c_c应当减小0.025，经过再次校正球差、色差和OSC之后，得到如下方案（E）：

c	d	n
0.27	0.12	1.57046
0.595	0.023168	
0.5495	0.40	1.51173
$(D-d)$ 0.0287696		

有 $f'=6.4012$，$l'=4.0408$，$LA'(f/3.56)=0.0030$，$LZA(f/5)=-0.0021$，$OSC(f/3.56)=-0.00002$，$Ptz(10)=0.0811$。还有

视场/度	X_t'	X_s'	畸变/%
15	−0.1034	0.1551	0.32
10	−0.0571	0.0007	0.11

这些象差绘于图143。

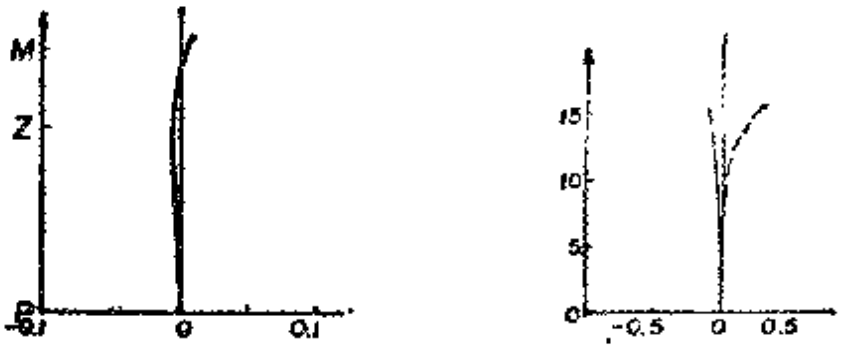


图143 E方案的象差($f'=6.4$)

最后，作倾斜度为10°的子午光线图，以检验上述系统，见图144a。横座标是各光线在光栏上的高，图中还算出了轴上边缘光线在光栏上的高。然而由于第一面和最后一面的拦光（假定通光孔径为1.8），图线只有一部分是有效的。经过拦光后的上、下光线用VV表示，通过光栏上、下端的界限光线用SS表示。应当特别注意，曲线中部是直而且水平的，因为OSC得到很好的校正，而且10°子午象面平坦。只是由于在后空气间隔中入射角极大，曲线上端陡峭地上升，而且由于同样的原因，15°子午象面向后弯曲得更厉害。

改善这两点最好的方法是增大后组元两个镜片之间的空气间隔。我们试将空气间隔取0.15，然后重复整个设计过

释。用同样的方法，如通常那样作图，得到后组元的最终解（前组元和中间空气间隔和原来一样）：

c	d	n
0.25	0.12	1.57046
0.54	0.15	
0.468	0.40	1.51173
$(D-d)$ 0.0028107		

有$f'=6.6685$，$l'=4.2468$，$LA'(f/3.70)=0.0012$，$LZA(f/5.2)=-0.0031$，$OSC(f/3.70)=0.00001$，$Ptz(10)=0.0804$。并且

视场/度	X_t'	X_s'	畸变/%	横向色差
15	−0.1105	0.0157	−0.95	
10	−0.0553	−0.0002	−0.28	−0.00049

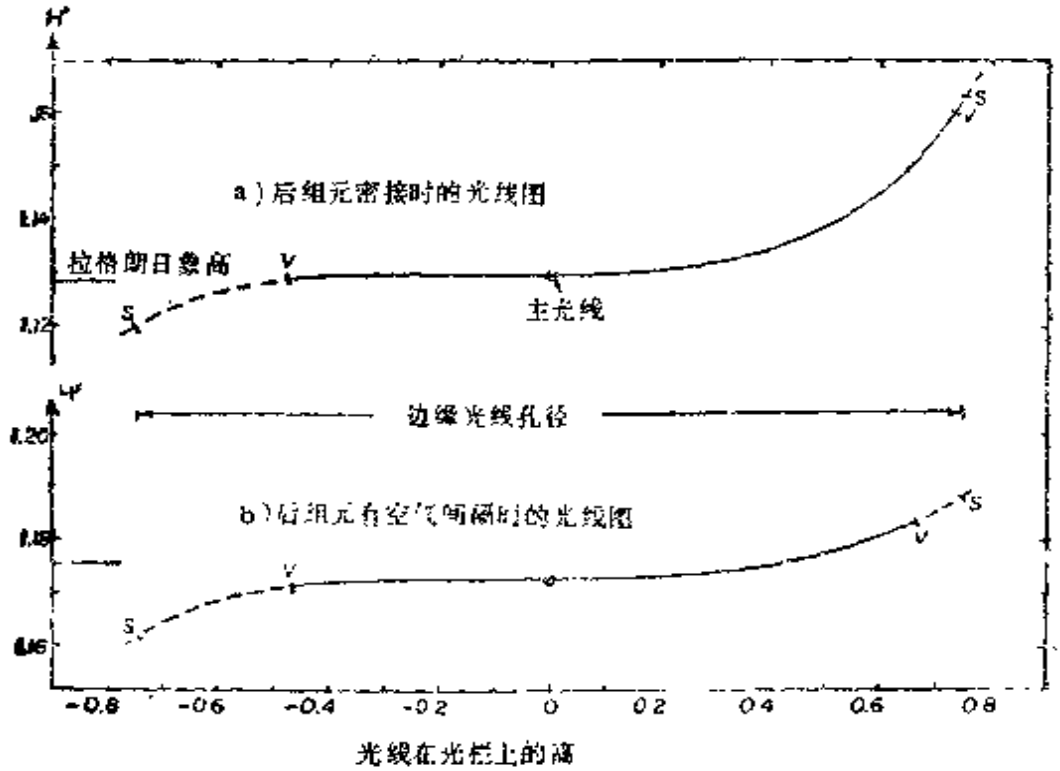


图144　匹兹伐物镜的光线图（10°光束）

图144b是这个透镜的10°子午光线图（比例和原来一样）。可以看到，这个方案比原来的方案好得多。事实上1840年以后几乎所有匹兹伐肖像镜头后组元的两个镜片之间都有大的空气间隔。图145是这个系统的截面图和象差图。

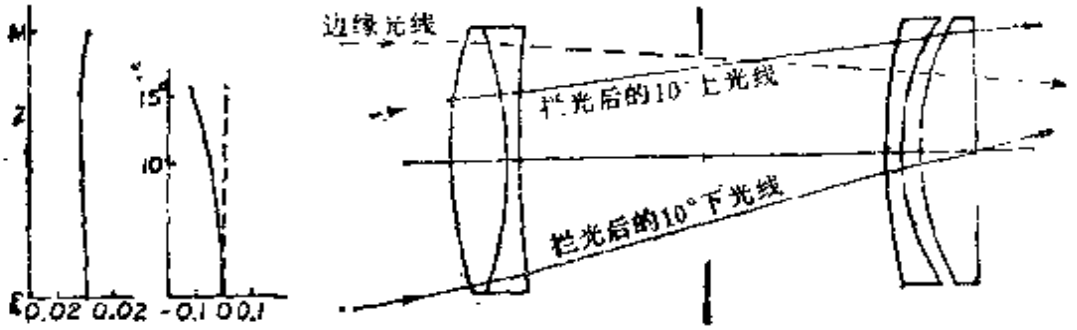


图145　作成的匹兹伐镜头

B. 达尔迈耶方案

设计达尔迈耶型镜头可以这样开始：将刚才方案的后组调转过来，用$(D-d)$法求出最后一面的曲率半径，然后追迹必要的光线加以评价。将冕牌玻璃镜片取薄一点（因为在原来的方案中显得太厚了），这时球差显著地欠校正，OSC过校正，于是作双参数图，用适当弯曲后组元两个镜片的方法校正这两种象差。这个双参数图示于图146，它使我们得到如下的后部系统：

	c	d	n
	0.0722	0.35	1.51173
	−0.3930	0.15	
	−0.4600	0.12	1.57046
$(D-d)$	−0.1408571		

有焦距$f'=6.9991$，$l'=4.3100$，$LA'(f/3.89)=-0.0125$，$OSC=-0.00006$；对于10°，$X_t'=-0.0703$，$X_t'=$

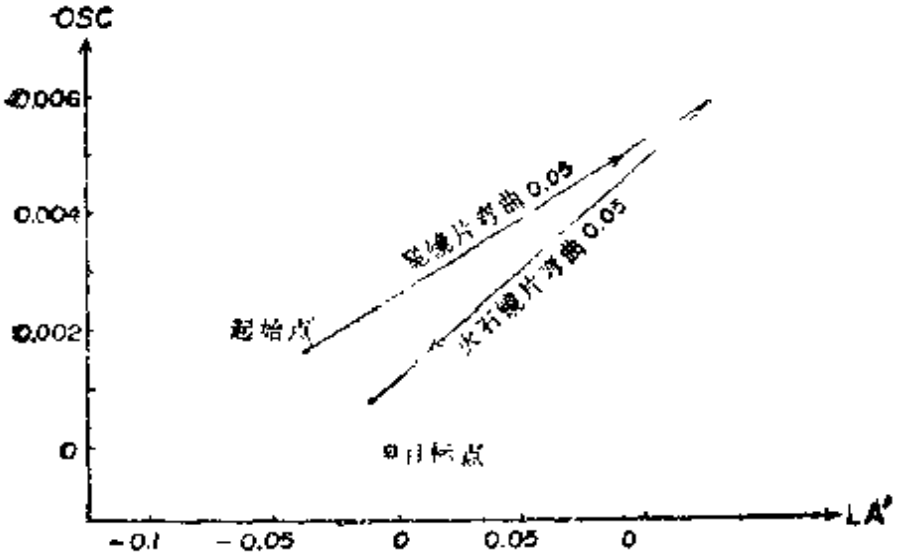


图146　达尔迈耶镜头的双参数图

-0.0423。

为了校正向前弯曲的子午象面，令第三片减弱0.1，这样会使全系统相对孔径减小，所以同时要令前面的通光孔径由1.8增大到2.0。这时要用$(D-d)$法重新计算c_3以消色差。这时发现可以利用原来的双参数图。经过试算几次之后，即给出如下的后组元：

c	d	n
-0.0741	0.35	1.51173
-0.4393	0.15	
-0.5283	0.12	1.57046
$(D-d)$ -0.2880611		

有$f'=7.3340$，$l'=4.6524$，$LA'\ (f/3.67)=0.0018$，$OSC=0$；对于10°，$X_s'=-0.0481$，$X_t'=0.0358$。显然，我们在减弱后组元方面做得太过分了，需作折衷处理，重新计算。最后得到全系统如下：

c	d	n
0.31853	0.40	1.51173
−0.31853	0.12	1.57046
$(D-d)$ 0.0847414	2.6	
0	0.35	1.51173
−0.411	0.15	
−0.4884	0.12	1.57046
$(D-d)$ −3.2114208		

有焦距$f'=7.1831$，$l'=4.4796$，$LA'(f'/3.59)=-0.0014$，$LZA(f/5.1)=-0.0136$，$OSC(f/3.59)=-0.00007$，Ptz(10)=0.0774，并且有

视场/度	X_s'	X_t'	畸变/%	倾向色差
15	−0.1278	0.0359	1.54	
10	−0.0599	−0.0049	0.18	0.000692

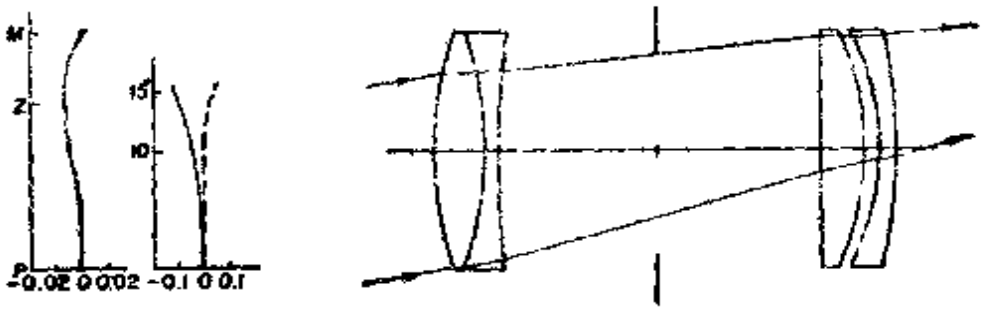


图147　达尔迈耶型肖像镜头

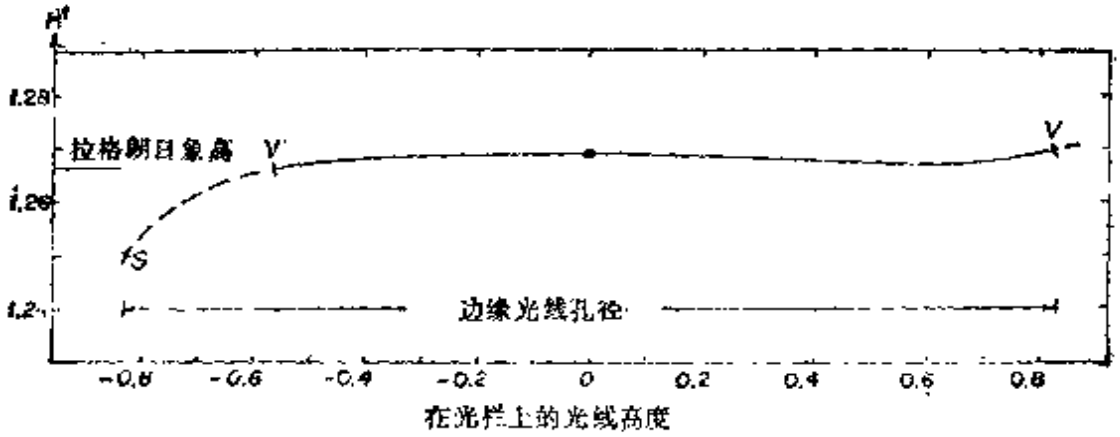


图148　达尔迈耶肖像镜头的光线图(10°)

这个透镜的截面图见图147，图中还有象差曲线。子午光线图示于图148，它要比前面比较好的那个匹兹伐方案的子午光线图平坦。只是过大的象散抵销了这个小小的改进。带球差虽然还是小的，但却已是匹兹伐型方案的四倍左右。

Ⅱ 远摄镜头设计

远摄镜头是一种从镜头前顶点到焦面的“总长度”小于焦距的镜头，它用于镜头长度需严格限制的场合。

大多数远摄物镜由一个在前方的正消色差透镜和一个在后方的负消色差透镜组成。给定焦距F、总长度kF和两个透镜之间的间隔d，就可以算出两个透镜的光焦度（图149）。因子k称为远摄率，一般等于0.80左右。

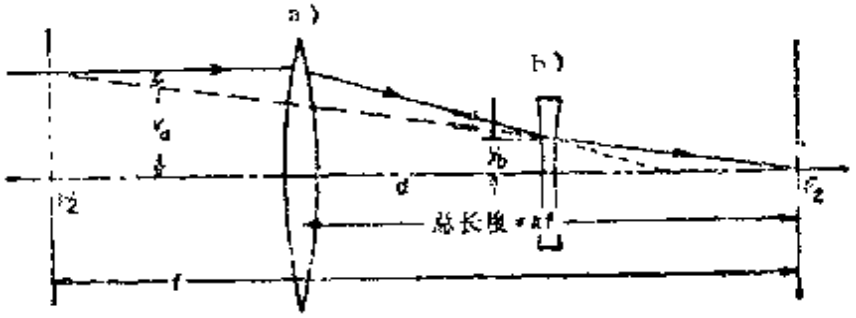


图149 远摄镜头的薄透镜结构（物体在远处）

按薄透镜处理，比率

$$\frac{y_b}{y_a}=\frac{f_a-d}{f_a}=\frac{kF-d}{F}$$

于是

$$f_a=\frac{Fd}{F(1-k)+d}$$

对于透镜(b)，有$l=f_a-d$，$l'=kF-d$。因而

$$\frac{1}{f_b}=\frac{1}{kF-d}-\frac{1}{f_a-d}$$

于是

$$f_b=\frac{(f_a-d)(kF-d)}{f_a-kF}$$

例如，若$F=10.0$，$k=0.8$，就可以作出如图150的两个组元的焦距和间隔d的关系曲线。显然，随着间隔增大，前、后透镜都变弱。实际上，当负的后组元位于正的前组元和焦平面之间的中点上时，后组元光焦度达到极小值。不过随着间隔增大，透镜直径必须增大，以减小渐晕。

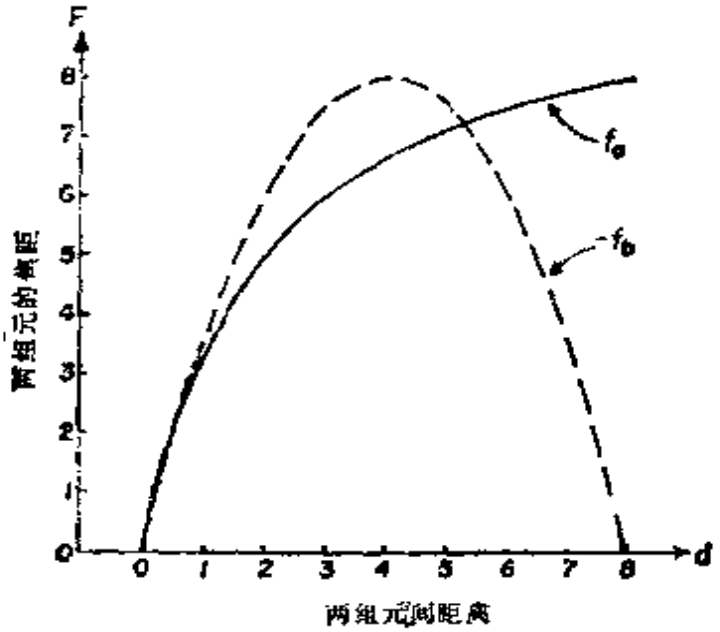


图150　透镜光焦度和间隔的关系

我们在设计中令薄透镜间隔d等于3.0。这就要求正的前组元焦距$f_a=6.0$、负的后组元焦距$f_b=-7.5$。两种色差将在设计之末用选择适当的玻璃色散的办法来控制，所以要选用在现存玻璃中各种不同的色散率可以组合的折射率。因而冕牌玻璃折射率选1.524，对于这个折射率有V值51至65的

玻璃；火石玻璃折射率选用1.614，对应有37至61的V值。

开始时让我们假定所选用的玻璃是K-3和F-3

(a) K-3; $n_e=1.52031$, $\Delta n=n_F-n_C=0.00879$,
$V_e=59.19$

(b) F-3; $n_e=1.61685$, $\Delta n=n_F-n_C=0.01659$,
$V_e=37.18$

V差$=22.01$。于是前组元的$c_a=0.8615$，后组元的$c_c=-0.6892$。可以假定前组元的冕牌玻璃镜片是等凸的，而后组元的冕牌玻璃镜片是等凹的。按照通光孔径1.8（即相对孔径$f/5.6$），选择适当的厚度，再设半视场角10°。对每一个方案都按照规定的焦距+6.0或−7.5分别确定前组元和后组元的末面半径，按照相邻主点之间的距离为3.0的要求确定中间空气间隔的大小。假设光栏在空气间隔中间。所得的初始系统如下：

c	d	n
0.4308	0.50	1.524
−0.4308	0.15	1.614
(按f'要求) 0.04155	2.517648	
−0.3446	0.15	1.524
0.3446	0.50	1.614
(按f'要求)−0.023990		

有$f'=10.0$，$l'=4.5205$，$LA'(f/5.6)=0.3022$，$OSC(f/5.6)=-0.0260$；对于10°：畸变$=2.04\%$，$X_t'=-0.0218$。现在着手改动后组元以校正畸变和子午场曲。为此在双参数图上改动c_4、c_5，当然，与此同时求出相应的c_6和空气间隔d_3'，以始终保持满足薄透镜远摄条件。发现逐渐改动c_4时图线会往回弯曲，而相应于c_5的图线是很直的（见图151）。

如下的方案接近目标点（畸变=0.5，$X_t'=0$）：

	c	d	n
(不变)	0.4308	0.50	1.524
	−0.4308	0.15	1.614
	0.04155	3.058468	
	−0.7446	0.15	1.524
	0.4100	0.50	1.614
	−0.310175		

有$f'=10$，$l'=3.8945$，$LA'(f/5.6)=0.6093$，$OSC(f/5.6)=-0.0161$；对于10°：畸变=0.580%，$X_t'=0.0022$。这些改动导致出现相当大的过校正球差，而OSC稍微减小一点。

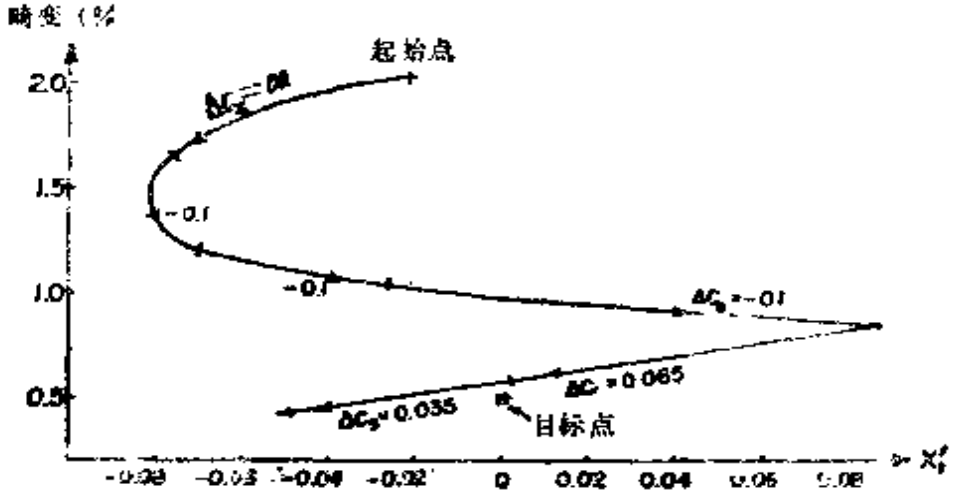


图151　畸变和场曲的双参数图

现在转向前组元作改动c_1、c_2，以校正球差和OSC的双参数图（图152）。最接近目标点（$LA'=0.02$，$OSC=0$）的方案如下：

c	d	n
0.4228	0.50	1.524
−0.2888	0.15	1.614
0.0551473	3.062479	
−0.7446	0.15	1.524
0.4100	0.50	1.614
−0.310175		

（不变）

有$f'=10$，$l'=3.8945$，$LA'(f/5.6)=0.1017$，$OSC(f/5.6)=-0.00003$；对于10°：畸变$=0.878\%$，$X_s'=-0.3247$。

至此已经很清楚，这种透镜上述每一个结构参数的改动

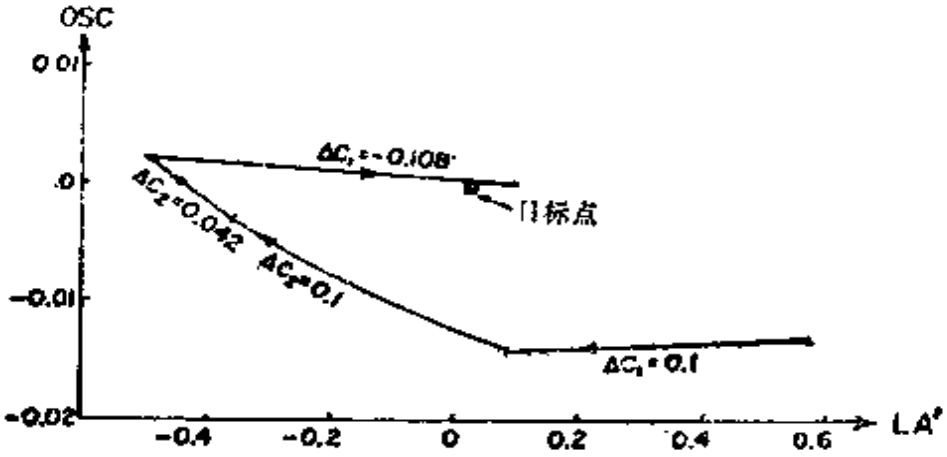


图152　球差和OSC的双参数图

都影响每一种象差，因而往返于上述两个双参数图之间返复修改各结构参数是徒劳无益的，因此我们转而求助于解一个有四个未知数的联立线性方程组，每一个方程式的形式如下：

$$\Delta ab=\Sigma(\partial ab/\partial var)\Delta var$$

其中ab表示象差，var表示透镜可变参数（见第十六章第Ⅰ节）。

顺次令各变数改动一个小量（例如0.1），算出它对四

个象差的影响，从而求得如下16个系数 (∂ab/∂var)

象差	c_1	c_2	c_3	c_4
LA'	−5.488	−3.180	−0.6211	0.1416
OSC	0.01886	0.11985	−0.03421	−0.00590
畸变/%	−3.704	2.357	2.030	−4.021
X_t'	2.807	−2.439	−1.121	−1.274

按照如下的象差变化要求解上述四元联立方程组：

$\Delta LA' = -0.08$ (变成+0.02)

$\Delta OSC = 0$ (已校正)

Δ畸变 = −0.38 (变成+0.5)

$\Delta X_t' = +0.32$ (变成零)

得到方程组的解是：

$\Delta c_1 = 0.0438$ $\Delta c_2 = -0.0333$

$\Delta c_4 = -0.0906$, $\Delta c_5 = -0.0111$

按照这些量修改透镜结构参数，并且如前述那样按照两个焦距值和薄透镜间隔值确定c_3、c_6和d_3'，得到如下结构参数：

	c	d	n
	0.4666	0.50	1.524
	−0.3221	0.15	1.614
(f)	0.092643	3.12194	
	−0.8352	0.15	1.524
	0.3989	0.50	1.614
(f)	−0.372419		

有 $f' = 10$, $l' = 3.74711$, $LA'(f/5.6) = 0.0248$, $OSC(f/5.6) = 0.00026$；对于10°，畸变 = 0.534%，$X_t' = 0.0307$。这些象差差不多都已经校正好，不过最终的系统是由方程组的第二个解（方程的系数相同）给出的：

	c	d	n
	0.4664	0.50	1.524
	−0.3208	0.13	1.614
(f)	0.0926424	3.11078	
	−0.8273	0.1	1.524
	0.4983	0.5	1.614
(f)	−0.3660454		

有$f'=10.0$，$l'=3.7618$，$LA'(f/5.6)=0.0211$，$LZA(f/8)=-0.0108$，$OSC(f/5.6)=-0.00001$；对于10°：畸变$=0.50\%$，$X_s'=-0.0012$，$X_s'=0.0261$。

下一步是追迹倾斜角10°的光束的一系列斜光线，作子午光线图以确定最佳光栏位置（图153）。这个图的横座标取各光线在第一面上的Q值，这样比较方便。曲线下端过分下弯，所以令光栏由原先的中点位置向前移动，使它距离第三面为0.5。刚好和光栏边缘接触的上、下界限光线用SS表示。若令第一面孔径按照$f/5.6$的轴上入射光束直径取值，即1.786，下界限光线就在V_1处。这图线表明，可以放心让

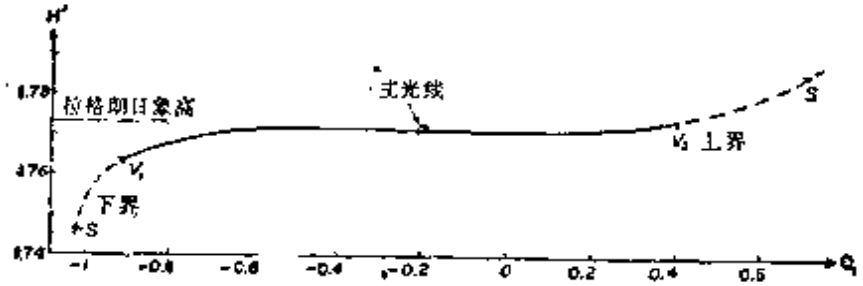


图153　远摄镜头的子午光线图（倾斜角10°）

后孔径增大到1.94，使上界限光线在V_2处。这图线还说明有小量过校正斜光束球差，对于这种镜头来说这是正常的。现在主光线有起始值$Q_1=-0.2$(10°光束)，或$L_{pr}=1.1518$。保持L_{pr}值不变，补充追迹7°和12°的主光线，得到如下的轴外象差：

象面/度	X_s'	X_t'	畸变/%
12	0.0018	−0.1611	0.28
10	0.0322	−0.0241	0.47
7	0.0189	0.0193	0.35

其结果示于图154。

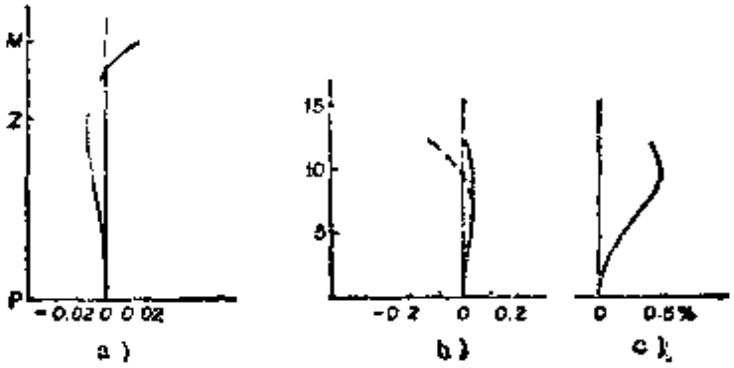


图154 远摄镜头的象差
(a) 球差 (b) 象散 (c) 畸变

现在镜头的形状见图155。远摄率为81.7%。这种结构可以用在35mm照相机焦距120mm或更长的镜头上。孔径可以稍微再大一点（尤其是当视场角小于10°时）。

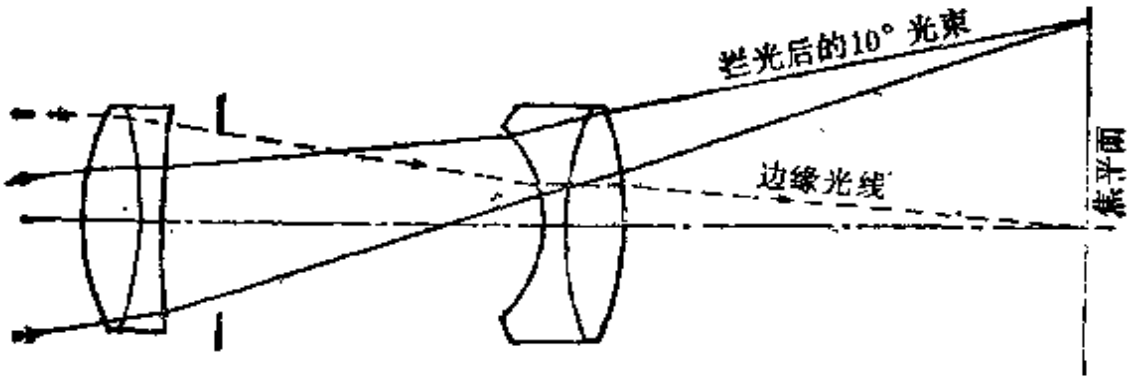


图155 最终的远摄镜头方案
图中有$f/5.6$的边缘光线和10°的界限光线

为了最后完成设计，还要选择实际玻璃以消色差。在下面的表中列出了沿边缘光线四个镜片中的$(D-d)$值，以及

第一组玻璃的 $(D-d)\ \Delta n$积：

镜　片	a	b	c	d	
$D-d$	−0.314961	0.156459	0.073780	−0.045341	
玻璃牌号	BK-8	F-3	KF-7	F-3	
$n_F-n_c=\Delta n$	0.00818	0.01659	0.01021	0.01659	
$(D-d)\Delta n$	−0.0025764	0.0025957	0.0007533	−0.0007622	
	0.0000193		0.0000011		$\Sigma=0.0000204$

以与n_e的误差大小相等的量值调整这些玻璃的C、F光，列出折射率，追迹C、F光的10°主光线，得横向色差$H_F'-H_C'=-0.006525$，这个数值太大。横向色差和后组元的纵向色差同号，而和前组元的纵向色差反号，所以显然后组元的$\Sigma(D-d)\Delta n$要更取正一点，而前组元的$\Sigma(D-d)\Delta n$则要更取负一点。

第二组玻璃的计算结果如下：

镜　片	a	b	c	d	
玻璃牌号	BaLK-3	F-3	K-4	BaF-5	
n_e	1.52040	1.61685	1.52110	1.61022	
V	60.58	37.19	57.58	49.49	
Δn	0.00859	0.01659	0.00905	0.01233	
$(D-d)\Delta n$	−0.0027055	0.0025957	0.0008677	−0.0006591	
	−0.0001098		0.0001086		$\Sigma=-0.0000012$

现在横向色差是+0.00088，小得多了。用肖特玻璃进一步改善已经不可能，所以认为设计已告完成。当然，还要用所选用的玻璃的实际折射率重复上述最后阶段的工作，方法是按照真实折射率追迹一条近轴光线，调整各面的曲率以令各面后面的光线倾斜角保持原值。这时候出现的微小象差余量可以用再次解四个联立方程式的办法消除。这当中假定前述16个改变率系数仍然有效。

当然，最初选择玻璃时并无诀窍，用其它玻璃而做出更好的设计方案是可能的。

Ⅲ 普洛塔镜头

1890年蔡司的保尔·鲁道夫⊖产生一种设想：给新消色差风景透镜加一个前组元以校正球差，这个前组元和快速雷克梯里尼镜头的前组元相似，不过光焦度很小。他的想法是前组元中的强胶合面可以用来校正球差，而对场曲影响很小（因为主光线几乎垂直于这个面）。后组元中的胶合面用于校平象面，如同新消色差风景透镜的做法那样。

这样，还有四个曲率半径待定。第四、第六个曲率半径可以用来满足匹兹伐和及焦距要求（和设计新消色差透镜的做法相同），余下的第一、第三个曲率半径用来校正彗差和畸变。最后用选择玻璃的办法控制两种色差。

现在作一个设计例子。首先选择适当的折射率。对镜片(*a*)和(*d*)可以设$n_e=1.6135$。我们在肖特玻璃手册中查出许多n_e接近这个数值的玻璃，它们的$V_e=(n_e-1)/(n_F-n_C)$在37.2和59.1之间。对于镜片(*b*)和(*c*)，可以类似地选$n_e=1.5146$，和它相匹配的V_e在51.2和63.6之间。适当规定各片厚度：前组元0.25和0.4；后组元0.1和0.4。中间间隔取0.4，光栏在中点上。不要把光栏看成自由度，因为自由度已经足够多，当然，中间间隔最好小一点，以减小渐晕。

第一次试算时可以选$c_1=0.5$；$c_2=1.2$和$c_5=0.5$。按照令前组元远焦的要求算出c_3，然后用试探法确定c_4、c_6，以

⊖ M. von Rohr, "Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs," p.364, Springer, Berlin, 1899.

使焦距等于10，匹兹伐和等于0.025。这样得到如下第一个方案：

方 案 A

c	d	n
0.5		
1.2	0.25	1.6135
0.417646	0.4	1.5146
	0.2	
−0.628156	0.2	
0.5	0.1	1.5146
−0.572960	0.4	1.6135

有焦距$f'=10$，$l'=9.8120$，Ptz=0.025，外径=1.5。图157中示出了这个透镜的截面图。由无穷远出发追迹$f/8$的边缘光线，以及以−20°倾斜角通过光栏中心的主光线，求得如下的初始象差：

$$LA'(f/8)=-0.09026,\quad \left.\begin{matrix}X_s'=-0.0610\\ X_t'=+0.0169\end{matrix}\right\}\text{当}U_{p'}=-17.90^\circ$$

因为r_2的主要作用是控制球差，r_5的主要作用是校平象

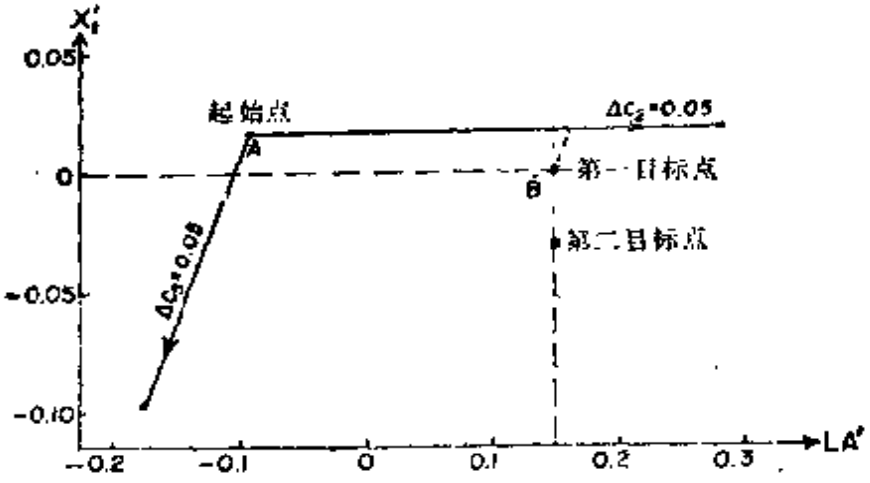


图156 球差和场曲的双参数图

面，下一步就是分别令c_2、c_5单独改变0.05，作双参数图，校正球差和子午场曲。设这两种象差的期待值是$LA'=+0.15$，$X_t'=0$。图156中的双参数图说明，应当令原来的方案A作如下改动：

1) $\Delta c_2=0.034$，原来的$c_2=1.2$，故新的$c_2=1.234$

2) $\Delta c_5=0.009$，原来的$c_5=0.5$，故新的$c_5=0.509$

作这样的修改之后得到方案B（厚度和折射率保持原值）：

方 案 B

c	d
0.5	0.25
1.234	0.4
0.410355	0.2
−0.637781	0.2
0.509	0.1
−0.579493	0.4

有$f'=10$，Ptz=0.025，$LA'(f/8)=0.1361$，$LZA(f/11)=-0.0724$；对于17.91°，$X_s'=-0.0668$，$X_t'=-0.0023$。

在令LA'、X_t'进一步改变之前，必须首先判断目标点是否已经选在最佳处。当然，带球差已经差不多好了，所以保持目标点中的球差+0.15不变。但是要想知道场曲的要求，就要再追迹几条倾斜角更大的主光线作象散曲线。由这些主光线得出如下的表：

物空间视场角/度	光栏上的视场角/度	X_s'	X_t'	畸变/%
−35.00	−40	+0.17590	+0.24096	−2.62
−26.62	−30	−0.05159	+0.10503	−1.25
−17.91	−20	−0.06677	−0.00230	−0.51

场曲曲线见图157。由图中一下就看出，目标点的子午场曲X_s'取-0.03会好得多。此后就取这个数值。

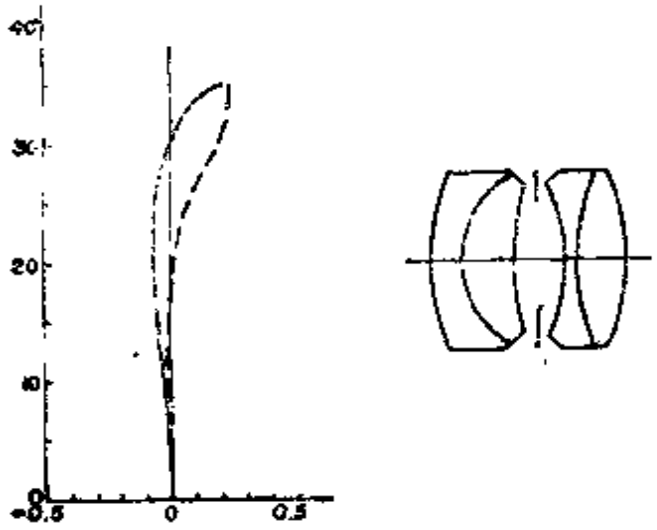


图157　普洛塔镜头方案B的象散

下一步着手校正彗差和畸变。方案B的OSC是-0.00399（$f/8$），彗差和畸变显然都过分大。现在自由变量是c_1和前组元光焦度。令近轴光线取$y=1$，则前组元光焦度直接由u_3'给定，这个角度的任何期待值都可以由解出适当的c_3来实现。首先假设OSC和畸变都要取零，作第二个双参数图（图158），改动c_1和u_3'。这个图说明应当令系统作如下改动：

1)　$\Delta c_1=0.1227$，原来的$c_1=0.5$，故应试令$c_1=0.6227$

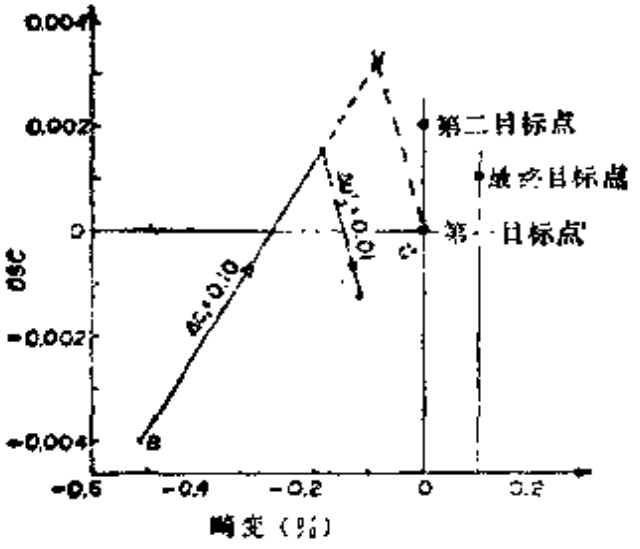


图158　彗差和畸变的双参数图

2) $\Delta u_3'=0.0117$，原来的u_3'是零，故应试令$u_3'=0.0117$

作这样的改动之后透镜变成如下的方案C：

方 案 C

c	d	n
0.6227	0.25	1.6135
1.234	0.4	1.5146
0.570553	0.2	
	0.2	
−0.473543	0.1	1.5146
0.509	0.4	1.6135
−0.453187		

有 $f'=10$，Ptz=0.025，前组元光焦度 $=+0.0117$，$OSC(f/8)=-0.000402$，畸变(18°)=−0.017%。

暂时假定畸变的目标值为零是恰当的，但对于彗差要进一步研究。为此，追迹以−17.23°入射于透镜上的一组光线，作光线在光栏上的入射高和在近轴象平面上的高度H'的关系曲线，即图159。它说明出现若干负的初级彗差，并且由于有正的高级彗差，曲线两端上翘。因为曲线两端可能因拦光而被截除，所以以$OSC(f/8)$等于+0.002(而不是零)为目标比较好。以后在双参数图中就以它作为OSC的目标点。

方案C的球差是+0.0908，场曲$X_t'=+0.1531$。用新目标点，参照第一个双参数图，得到如下的改变量：

1) $\Delta c_2=+0.026$，原来的$c_2=1.234$，故应试令$c_2=1.260$

2) $\Delta c_6=+0.0916$，原来的$c_6=0.509$，故应试令$c_6=0.6006$

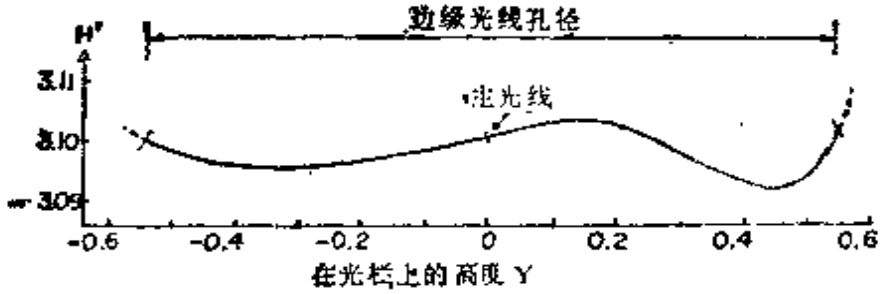


图159　方案C的子午光线图(17°)

作这样的改动之后，得到方案D，

方　案　D

c
0.6227
1.260
0.564736
−0.466835
0.6005
−0.435009

有$f'=10$，Ptz=0.025，前组元光焦度=0.0117，$LA'(f/8)=0.1422$；对于17.24°：$X_s'=-0.0704$，$X_t'=-0.0331$。

这个方案的球差和场曲值已经可以接受。不过我们发现现在$f/8$的OSC变成−0.00313,17°的畸变变成−0.009%。可以利用第二个双参数图消除这些象差余量，然后再回到第一个双参数图校正球差和场曲，这样返复几次，直到全部四个象差都及格为止。最后得到方案E，

方　案　E

c	d	n_e
0.6445	0.25	1.6135
1.2466	0.4	1.5146
0.628369	0.2	
	0.2	
−0.383337	0.1	1.5146
0.5856		
−0.395628	0.4	1.6135

有$f'=10$,Ptz=0.025,前组元光焦度=0,$LA'(f/8)=0.1529$,$LZA(f/11)=-0.0487$,$OSC(f/8)=0.00204$。象散和畸变如下：

物空间中的视场角/度	光栏上的视场角/度	X_t'	X_s'	畸变/%
−33.63	−40	+0.08847	−0.27048	−0.676
−29.62	−35	−0.02411	−0.07838	−0.311
−25.54	−30	−0.07381	−0.03227	−0.119
−21.39	−25	−0.08298	−0.03218	−0.028
−17.18	−20	−0.06921	−0.03188	+0.007

这些象差绘成曲线示于图160，图中还有17°子午光线

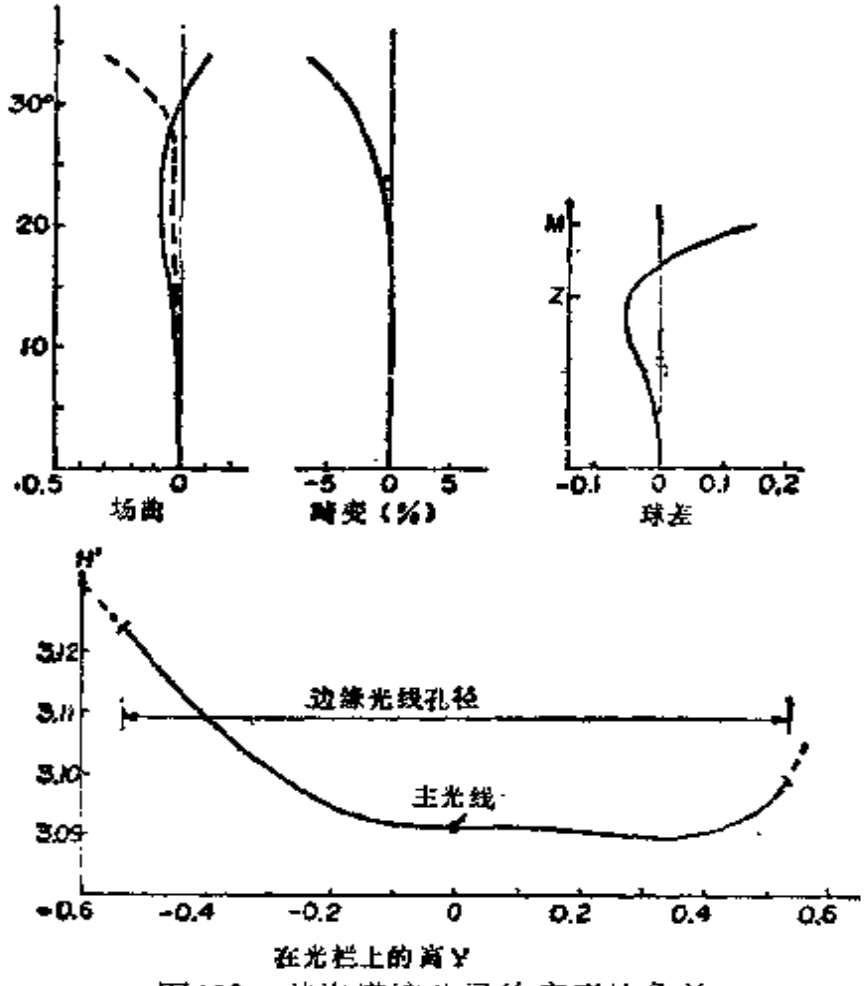


图160　普洛塔镜头最终方案的象差

图，供了解彗差。从这些曲线可以知道，应当以约+0.2%的畸变(17°)，约+0.001的 $OSC(f/8)$ 为目标值。在此后进一步的修改中应当采用这些数值。场曲和球差刚好合适。

下一步是选择玻璃以校正两种色差，我们起初试图分别校正两个组元的 $(D-d)\Delta n$ 和，这是正规的薄透镜处理方法。为此，采用每种适当的玻璃的实际 $\Delta n=n_F-n_C$，忽略了玻璃手册所列的这些玻璃的折射率与至今我们所假定的折射率数值不严格相等的事实。得到如下结果：

镜片	玻璃	n_e	Δn	$D-d$ ($f/8$光线)	$(D-d)\Delta n$	和
1	SK-8	1.61377	0.01095	0.108126	0.00118398	+0.00003299
2	K-1	1.51173	0.00824	−0.139663	−0.00115099	
3	KF-8	1.51354	0.01004	0.151056	0.00151660	−0.00012649
4	SK-3	1.61128	0.01034	−0.158906	−0.00164309	
					总　和	−0.00009350

找不到适当的玻璃可以使后组的 $(D-d)\Delta n$ 和减小。

计算17.18°的横向色差时，分别给 F、C 光折射率加上一个相同的算术偏差值，它等于我们已为 e 光折射率假定的偏差。得到的结果如下：

镜片	玻璃	名义折射率 n_e	n_c	n_F	H_c'	H_e'	H_F'
1	SK-8	1.6135	1.60758	1.61853			
2	K-1	1.5146	1.51012	1.51836			
3	KF-8	1.5146	1.50920	1.51924	3.090647	3.091227	3.091733
4	SK-3	1.6135	1.60789	1.61823			

由这些数据得到 $H_F'-H_C'=+0.001086$。任何透镜的横向色差和后组元的纵向色差同号，而和前组元的纵向色差反

号。因此，为了同时改善纵向色差和横向色差，必须令前组元的 $(D-d)\Delta n$ 和变正一点。为此要令透镜 (1) 用一种V数比较小的玻璃或令透镜 (2) 用一种V数比较大的玻璃。查阅玻璃手册发现，只能选用 BK-1 代替镜片(2)的 K-1 玻璃，其它全部适用的玻璃的折射率都和我们计算象差时所设的e光折射率相差太远。这种玻璃 $\Delta n=0.00805$，它使前组元的$\Sigma(D-d)\Delta n$值等于$+0.00005953$，全系统的$\Sigma(D-d)\Delta n$值是-0.00006696，横向色差。$H_F'-H_C'=+0.000790$。在没有其它更适合的玻璃可供使用的情况下，我们只好接受这样的象差余量。

当然，最后一步是用实际的折射率 n_e 重复上述设计过程，并且调整通光孔径以实现必要的拦光。

Ⅳ 天塞镜头设计

天塞⊖ (Tessar) 镜头和普洛塔镜头相似的地方是后组元也是一个新消色差双胶合透镜，只是现在前组元变成一个有空气间隔的双透镜，而不是胶合的旧消色差透镜。普洛塔镜头的前组元的胶合面很强，使带球差大，而天塞镜头中的分离双透镜产生的带球差很小，以至 $f/4.5$ 或更大的孔径完全可能。从另一方面来看，天塞镜头又可以看成是后透镜内部有一个强的会聚面的三透镜组；这个界面有三个作用：减小带球差，减小过校正轴外球差，使中间视场角的弧矢场曲和子午场曲接近。

1. 玻璃选择

通常第一、第四个镜片用重钡冕玻璃，第二片用中火石玻

⊖ P. Rudolph. U. S. Patent 721, 240, filed July 1902.

璃，第三片用轻火石玻璃。于是可以取如下的一组初始数值：

镜 片	玻璃牌号	n	$\Delta n=n_F-n_C$	$V_e=(n_e-1)/\Delta n$
a	SK-3	1.61128	0.01034	59.12
b	LF-1	1.57628	0.01343	42.91
c	KF-8	1.51354	0.01004	51.15
d	SK-3	1.61128	0.01034	59.12

2. 自由度

由于后组元的胶合面是重要的表面，最好规定一个特定值。这里设它是0.45，在整个设计过程中保持不变。因为没有对称性的帮助，我们必须适当选择已有的自由度来校正七种象差中的每一种，以及保持焦距不变。这无疑会使设计工作变得繁重了。如果是用袖珍计算器来做的话，更是这样。

前组元有两个光焦度，两个弯曲，一个空气间隔。第二个空气间隔保持不变，以减小渐晕，后组元则只有两个外侧界面曲率待定。因而共有七个自由度，可供校正六种象差，以及保持焦距不变。因而必须用选择玻璃的办法校正第七种象差。

利用各个自由度的方式可以试一试。本章将用如下方式分配自由度：

(a) 镜片(a)的光焦度和镜片(d) 的玻璃色散率用于控制两种色差。

(b) 镜片(b)的光焦度按照保证前组元光焦度等于-0.05（焦距-20）的要求确定，供校正畸变用。

(c) 末面曲率c_7按照总焦距等于10的要求确定。

(d) 调整前面的空气间隔，使匹兹伐和等于0.025。

(e) 适当选择c_5以校正球差。

(f) 余下镜片(a)和(b)的弯曲用来校正 OSC 和子午场曲X_s'。

初始系统A人为地选定如下：

c	d	n_e
0.4	0.4	1.61128
0	0.3518(Ptz)	
−0.2	0.18	1.57628
(u_4')0.406391	0.37	
	0.13	
−0.05	0.18	1.61954
0.45	0.62	1.61128
(u_7')−0.247928		

有$f'=10$，Ptz=0.025。

3. 色差校正

假定这是一个合理的初始系统，然后追迹e光的$f/4.5$边缘光线，算出各镜片的$(D-d)\Delta n$贡献如下：

镜　片	(a)	(b)	(c)	(d)
$(D-d)\Delta n$	−0.00266942	0.00404225	0.00270365	−0.00387980
	0.00137283		−0.00117615	
	$\Sigma=0.00019668$			

自然可以调整前后组元，使它们各自的$(D-d)\Delta n$和值为零。但是发现这样做的话，横向色差$H_F'-H_C'$（通过追迹17°主光线算出）是大的正值。因为横向色差和后组元的纵向色差同号，所以必须令后组元取相当大的负$(D-d)\Delta n$和，而令前组元取等量的正$(D-d)\Delta n$和。因而我们为镜片(d)选用色散率比较大（即V值比较小）的玻璃，以增大后组元的负$(D-d)\Delta n$和。这种玻璃是SK-8，它的$n_e=1.61377$，$\Delta n=n_F-n_C=0.01095$，$V_e=56.05$。折射率的微小改变要求系统作小小的调整，于是得到方案B。

c	d	n_e
0.4	0.4	1.61128
0	0.3421	(空气)
−0.2	0.18	1.57628
0.4051805		
	0.37 0.13	(空气)
−0.05		
0.45	0.18	1.51354
−0.2444831	0.62	1.61377

有$f'=10$，$l'=8.851896$，Ptz=0.025。$f/4.5$的轴上边缘光线给出$LA'=+0.30981$和如下的$(D-d)\Delta n$值，

镜　片	(a)	(b)	(c)	(d)
$(D-d)\Delta n$	−0.00266942	0.00405667	0.00272259	−0.00411584
	0.00138725		−0.00139325	
	$\Sigma=-0.00000600$			

从纵向色差来看，这个$(D-d)\Delta n$和令人十分满意。下一步要检查横向色差。通过追迹17°的F、C主光线，知道横向色差是+0.000179，也是可以接受的，于是现在两种色差都已经控制好。幸亏色差随弯曲变化很慢，至使我们以后至力于弯曲三个组元以校正球差、彗差和场曲时，不会对色差校正产生大影响。

4. 球差校正

因为镜片(a)和(b)大致上处于球差最小的状态，企图令它们弯曲来校正球差是徒劳的。因而只好以弯曲后组元（即改动c_6）来控制球差。此后每一个方案都这样做（用多次试算的方法）。我们人为地要求LA'等于+0.098左右，这会使带球差余量大约是它的一半，当镜头孔径缩小时（这是通

常使用中最常遇到的情况），象质会很好。然后用双参数图改变c_1和c_2以校正OSC和X_1'（图161）。目标点是这两种象差都等于零。

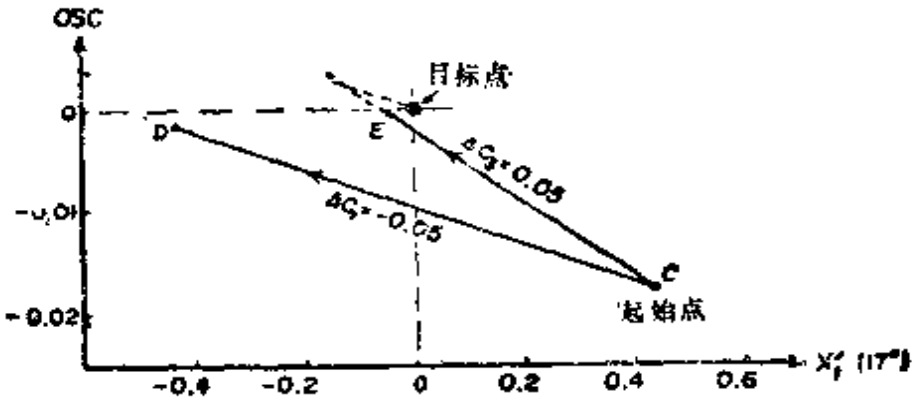


图161　反映天塞镜头前二镜片弯曲影响的双参数图
（每次预先校正好匹兹伐和和球差）

调整c_6校正球差之后得到如下的系统C₂

c	d	n_e
0.4	0.4	1.61128
0	0.2949	
−0.2	0.18	1.57628
0.3968783		
	0.37	
	0.13	
−0.080		
0.45	0.18	1.61354
−0.2632677	0.62	1.61377

有焦距$f'=10$，$l'=9.035900$，$Ptz=0.02499$，$LA'=0.09724$，$OSC=-0.01778$。追迹以20°通过光栏中心的主光线，它以17.3070°从透镜前方出射，象面如下：

角度：17.31°，X_1'：0.0716，X_1'：0.4337，畸变：0.213%

这个畸变小到可以忽略，说明我们选$u_1'=-0.05$大致上是恰

当的，以后就按照这个数值做下去。然而负的OSC太大，子午象面向后弯得太过分了。

5. 彗差和场曲的校正

为了作双参数图，试令系统C改动 $\Delta c_1=-0.05$（得到方案D），然后令各量恢复原值，返回方案C，令 c_3 改变0.05，得到方案E。这些改动示于图161。用通常处理双参数图的方法，作几次小调整，最后达到方案F：

c	d	n_e
0.4126	0.40	1.61128
0.013442	0.2927	
−0.1366	0.18	1.57628
0.464462		
	0.37	
	0.13	
−0.0571		
0.45	0.18	1.51354
−0.247748	0.62	1.61377

有焦距 $f'=10$，$l'=8.9344$，$LA'(f/4.5)=0.0958$，$LZA(f/6.4)=-0.0258$，$OSC(f/4.5)=0$，Ptz=0.0250。还有

视场角/度	X_t'	X_t'	畸变/%
20.74	0.1607	0.1303	−1.42
25.61	0.0102	0.0871	−0.92
21.42	−0.0458	0.0305	−0.56
17.19	−0.0537	−0.0020	−0.32

象差曲线见图162。为了检查彗差，追迹一系列平行于17.19°主光线的斜光线，作子午光线图（图163）。我们看到，曲线两端下弯，但是中部平直。这表明有负的高级彗差。它不能

用故意引入正的OSC的办法作有效的校正。校正它的有效得多的办法是造成一定的拦光。如果按照$f/4.5$的轴上入射光束直径限制各面通光半径，图163的曲线将从VV处开始被截除，这就几乎消除了全部高级彗差，而象的照度并没有严重减小。图164中的透镜的孔径是按这样的原则确定的，图中有倾斜光束的界限光线VV的光路图。

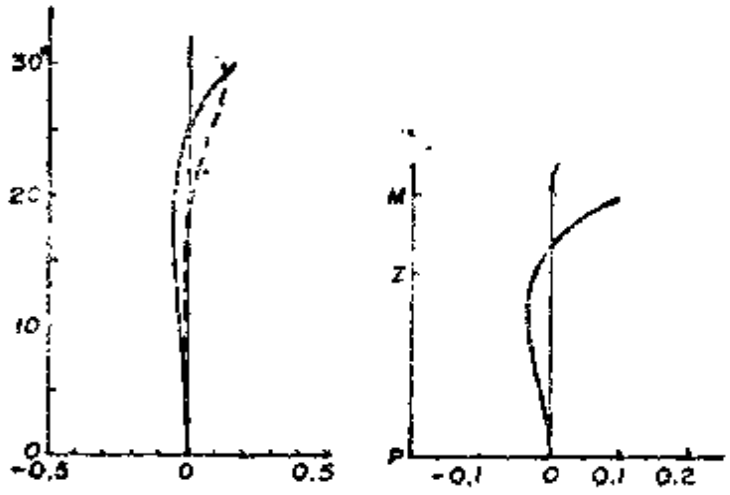


图162　系统F的象差

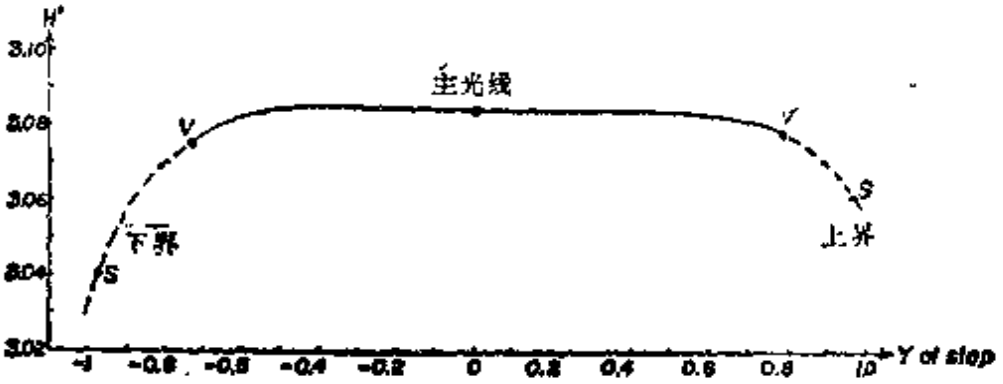


图163　天塞镜头系统F的子午光线图

光线SS通过光栏上、下端，VV表示经拦光后的界限光线

示于图162的有象散的两个象面的交点太高，并且象面稍微后弯，因而返回图161的双参数图。在$OSC=0$和$X'=$

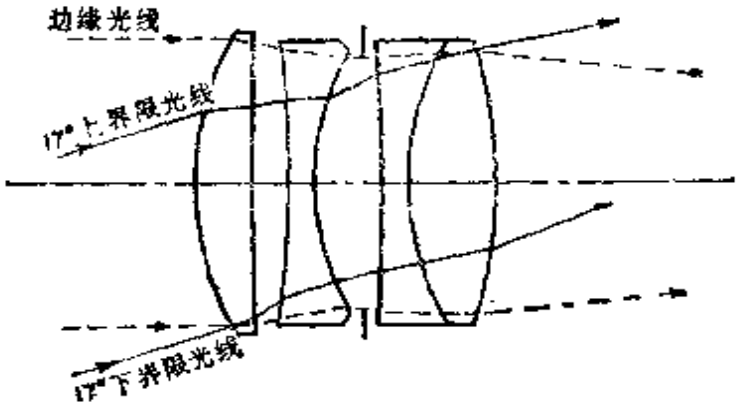


图164　系统 F的拦光情况（17° 光束）

−0.04的地方作一个新的目标点，它恰巧和方案E 很靠近。令c_1、c_3稍加调整（当然每次都用c_5校正球差，用 d_4' 校正匹兹伐和），得到如下的解G_2

c	d	n
0.4065	0.40	1.61128
0.0069273	0.3019	
−0.1421	0.18	1.57628
0.4596089		
	0.37	
	0.13	
−0.0579		
0.45	0.18	1.51354
−0.2486575	0.62	1.61377

有$f'=10, l'=8.925977$, Ptz=0.025, $LA'(f/4.5)=0.1029$, $LZA(f/6.4)=-0.0216$, $OSC(f/4.5)=0$, $\Sigma(D-d)\Delta n=-0.00001096$, 横向色差$H_F'-H_C'(17°)=-0.00031$。还有：

视场/度	X_t'	X_s'	畸变/%
29.64	0.1224	−0.0283	−1.18
25.55	−0.0148	−0.0064	−0.77
21.38	−0.0619	−0.0257	−0.47
17.16	−0.0635	−0.0430	−0.27

象面和象差曲线见图165。

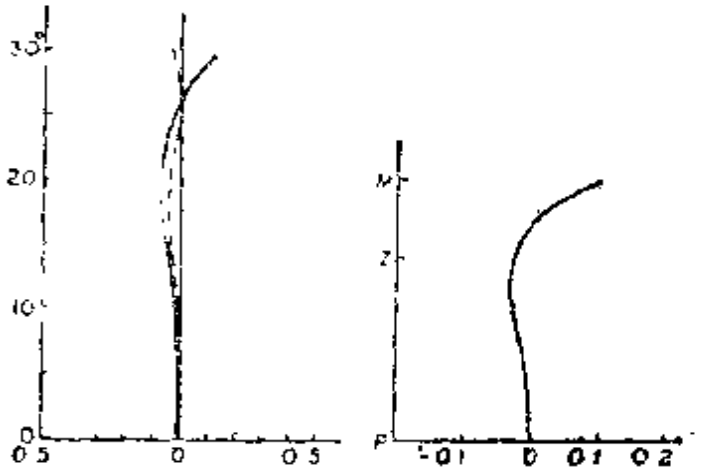


图165　天塞镜头G方案的象差

现在要来考察改动胶合面c_6的影响。这个面曾经人为地规定为0.45。下一步，我们以$c_6=0.325$重复整个设计过程。得到的镜头肯定和前一方案不同：

c	d	n
0.328	0.4	1.61128
−0.0757715	0.347	
−0.24	0.18	1.57628
0.3564288		
	0.37	
	0.13	
−0.135		
0.325	0.18	1.51354
−0.3216593	0.62	1.61377

有$f'=10, l'=9.20712, LA'(f/4.5)=0.08714, LZA(f/6.4)=-0.03475, OSC(f/4.5)=0, \Sigma(D-d)\Delta n=-0.0000707$，横向色差$(17^\circ)=-0.00121$。还有

视场/度	X_s'	X_t'	畸变/%
25.41	0.0408	−0.3985	+0.12
21.38	−0.0244	0.0198	−0.04
17.22	−0.0413	0.0167	−0.06

这些象差示于图 166。视场比前一方案稍小，但是象差情况令人十分满意。要注意，两种色差都是负的。为了校正它们，要令后组元的冕牌玻璃镜片的玻璃V数增大一点，即用SK-1玻璃，它的$n_e=1.61282$，$V_e=56.74$，或者用SK-19玻璃，它的$n_e=1.61597$，$V_e=57.51$。

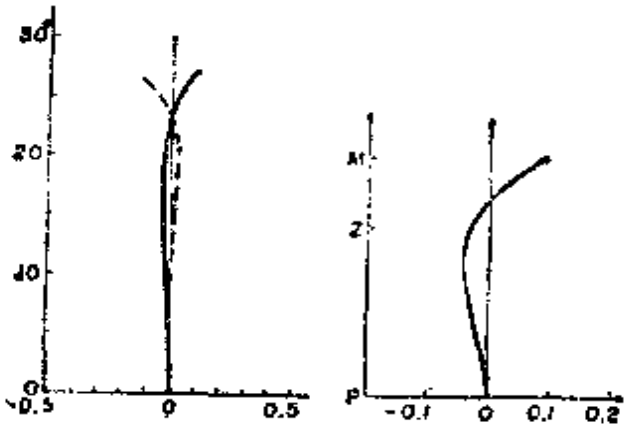


图166　第二个天塞系统的象差

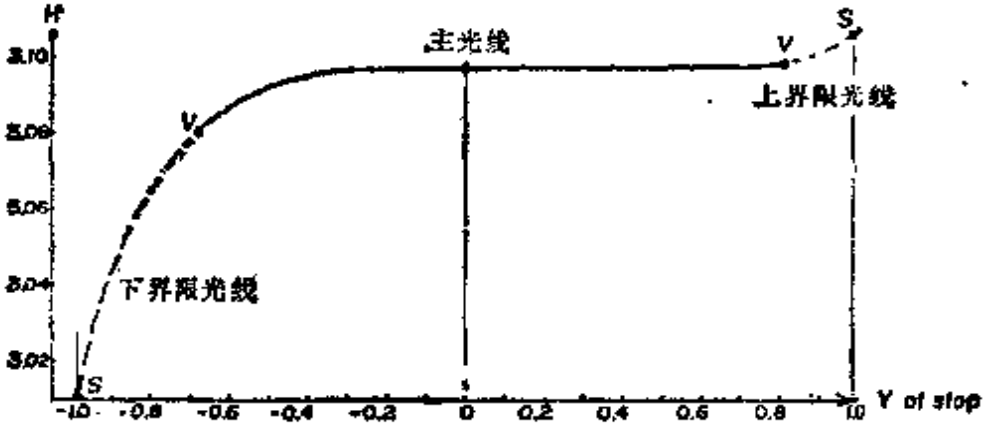


图167　$c_6=0.325$ 的天塞系统的子午光线图(17°)

需要研究的主要是图 167 所示的子午光线图，应当令它

和图163中前一系统的子午光线图比较。一比较就可看出，c_5 由0.325变到0.45的结果是曲线下端上移，并且压低了上端。也就是说，c_5 的增大在已有的负高级彗差之外又引入了若干欠校正的轴外球差，使透镜总的象质得到改善。曲线下端需要比上端截除得更多，当然这决定于边缘光线孔径，显然是不能将它切除掉的。

改善天塞镜头最好的办法是提高折射率，最好是所有各片的折射率都高于1.6。改变厚度能否取得重大改进呢？这是令人怀疑的。

V 库克（COOKE）三透镜组镜头

英国设计家H.丹尼斯·泰勒（H. Dennis Taylor）于1893年提出了这种镜头⊖。他的想法很简单：如果物镜是由光焦度大小相等而且折射率相同的一个正透镜和一个负透镜组成，匹兹伐和将等于零。此时只要令两个透镜之间的间隔取适当大小，这个系统就可以具有任何期待的光焦度。然而他立刻发现，这种排列的极端不对称性会导致不能容许的横向色差和畸变量，于是他令正镜片分裂成两片，使负镜片放在它们之间，从而构成了著名的三透镜组镜头（图168）。他也曾经试图采取另一种排列方式，即令负镜片分裂成两片而令正镜片

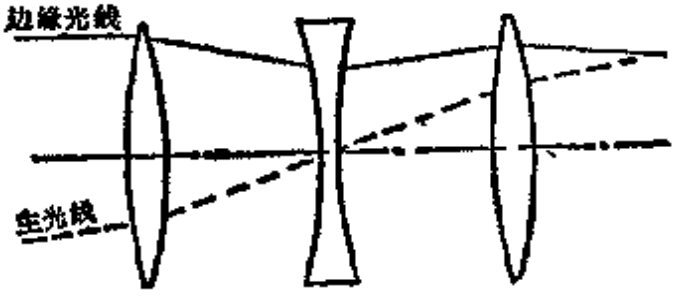


图168 库克三透镜组镜头

⊖ H. D. Taylor, Optical designing as an art, Trans. Opt. Soc. 24, 143(1923)；又见 Brit. Patents 22607/1893, 15107/1895.

放在它们之间。但是这种方案远远没有前一种著名的结构方案受欢迎。

设计三透镜组物镜是困难的，因为任何一个面的改动都影响每种象差，而如果没有一个根据赛德象差要求做出的薄透镜初始设计，三透镜组的设计就更无法进行。我们给每种初级象差余量规定明确的期待值，作出薄透镜初始方案，然后用光线追迹法确定整个厚透镜系统的实际象差。如果某个象差过大，就令它的初级部分指标改变，然后再重复整个初始方案的设计过程。下文例子中所采用的薄透镜象差余量指标是经过次数不多的这样的选择之后确定的，最后得到的厚透镜系统令人满意。当然，如果要设计的镜头在某一个重要方面如孔径、视场或玻璃选择等不同于下文例子的话，就要取另一组赛德象差余量指标，但需通过试算确定。

A. 求薄透镜的光焦度和间隔的初始方案

如果将光栏放在系统内负的薄透镜上，就可以求出三个镜片适当的光焦度和间隔，以提供规定的总焦距和初级纵向色差、初级横向色差、匹兹伐和，还要满足一个最后用来控制畸变的条件。后者可以是两个间隔之比、两个外侧镜片的光焦度之比、镜片 a、b 的组合的光焦度与全系统光焦度之比，或其它类似的指标。因而我们有五个变量（三个光焦度和两个间隔）用来满足五个条件，余下的三个弯曲用来校正三个其余的象差：球差、彗差和象散。不这样把象差适当地分成两组（一组只和光焦度、间隔有关，另一组不但和光焦度、间隔有关，而且和弯曲有关），整个设计工作将会无比复杂而几乎无法完成。

薄透镜初始方案设计的第一部分可以用几种方法来做。

这里所用的是K. 施瓦尔茨希尔德（K. Schwarzschild）在1904年前后提出的方法。这种方法利用了第 227 页中表达薄镜片对全系统光焦度、色差和匹兹伐和的贡献公式。现将这些公式顺次列出如下：

$$(y_a)\phi_a+(y_b)\phi_b+(y_c)\phi_c=(u'_0-u_a)=y_a\Phi$$

若$u_a=0$（光焦度）

$$(y_a^2/V_a)\phi_a+(y_b^2/V_b)\phi_b+(y_c^2/V_c)\phi_c=-L'_{ch}u'^2_0$$

（色差）

$$(1/n_a)\phi_a+(1/n_b)\phi_b+(1/n_c)\phi_c=\mathrm{Ptz}$$（匹兹伐和）

这是关于三个镜片的光焦度的三个线性方程。一旦知道了三个近轴光线高y_a、y_b和y_c，就很容易解出这三个光焦度。若已知焦距和F数，第一个光线高y_a就可知道，而y_b和y_c则需通过试算，使它们满足其余两个条件——校正横向色差和两个间隔之比$S_1/S_2=K$。后两个光线高的初始值取$y_b=0.8y_a$和$y_c=0.9y_a$是适当的。

作为例子，我们着手设计一个焦距 10.0，孔径$f/4.5$，视场±20°的物镜。假设$K=1$，采用如下的玻璃：

(a,c) SK−16，$n_D=1.62031$，$n_F-n_C=0.01029$，

$V=60.28$

(b) F-4，$n_D=1.61644$，$n_F-n_C=0.01684$，$V=36.61$

在初始方案设计中，我们以如下的一组薄透镜象差余量作为目标值，希望加上适当厚度之后会得到一个校正良好的系统：

$f'=10$	匹兹伐和=0.035
$y_a=1.111111$	色差=−0.02
$u_a=0$	横向色差=0
$u'_0=0.111111$	球差=−0.08

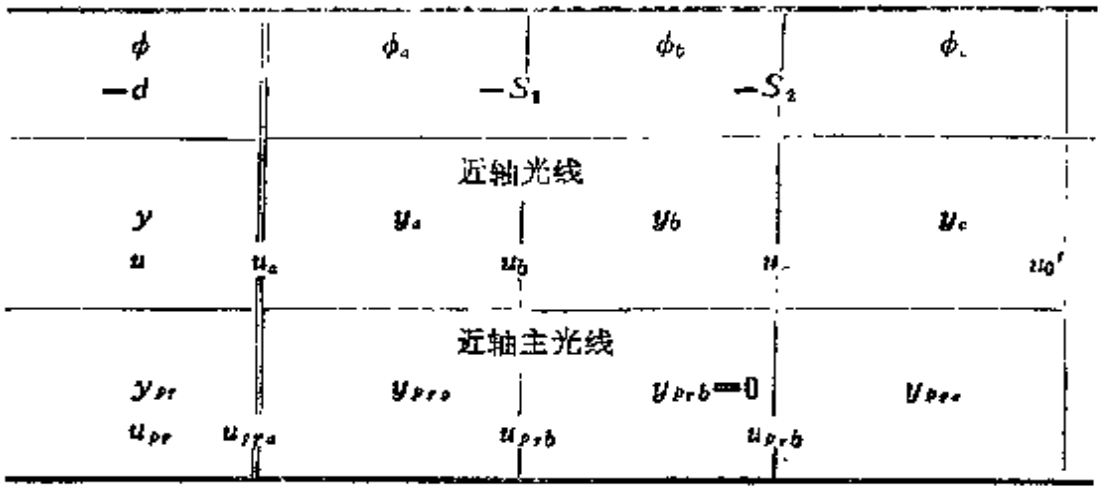
$u_{pr,a}=-0.364$ $(\tan 20^\circ)$　　弧矢彗差$=+0.0025$

$K=S_1/S_2=1.0$　　象散$=-0.09$

取$y_a=1.111111$，$y_b=0.888888$，$y_c=0.999999$。解三个光焦度的施瓦尔茨希尔德方程，得到

$\phi_a=0.192227$，$\phi_b=-0.291104$，$\phi_c=0.156285$

近轴光线和通过负透镜中心的近轴主光线有如下参数值：



根据这个表可知，对于近轴光线有：

$$u_a=0,\quad u_b=u_a+y_a\phi_a,\quad u_c=u_b+y_b\phi_b$$

$$S_1=(y_a-y_b)/u_b,\quad S_2=(y_b-y_c)/u_c$$

代入本例的已知数值之后得到

$$u_a=0,\quad u_b=0.2135856,\quad u_c=-0.0451736$$

$$S_1=1.040436,\quad S_2=2.459647$$

于是$K=S_1/S_2=0.423002$。这时发现K几乎和y_b有线性关系，经过两次试算之后得到$\partial K/\partial y_b=-46.0$。因此保持原先的$y_a=1.111111$和$y_c=0.999999$，令$y_b=0.876380$，就得到

$\phi_a=0.153234$，　$\phi_b=-0.296588$，　$\phi_c=0.200775$

$u_b=0.1702602$，　$u_c=-0.0896636$

$S_1=1.378661$，　$S_2=1.378709$，　$K=0.999965$

这可以说是完满的了。然后回到薄透镜追迹表，可以知道对

于近轴主光线有

$$y_{pra}=\frac{S_1u_{pra}}{1-S_1\phi_a}=-0.636244$$

$$y_{prb}=0,\quad y_{prc}=-y_{pra}/K=+0.636266$$

于是可以用如下关系式确定各片的横向色差贡献：

$$T_{ch}C=-yy_p\,\phi/Vu_0'$$

得到

$T_{ch}C_a=0.0161736$，$T_{ch}C_b=0$，$T_{ch}C_c=-0.0190729$

总和$=-0.002899$。为了校正它，要改动y_c，重复全过程。

省略掉中间几步，直接写出如下的最终解：

$y_a=1.111111$，$y_b=0.861555$，$y_c=0.962510$

$\phi_a=0.1684127$，$\phi_b=-0.3050578$，$\phi_c=0.1940862$

$u_b=0.1871252$，$u_c=-0.0756989$

$S_1=1.333632$，$S_2=1.333639$，$K=0.999995$

根据$u_{pra}=-0.364$，求出

$y_{pra}=-0.6260542$，$y_{prb}=0$，$y_{prc}=0.6260573$

于是

$T_{ch}C_a=0.0174910$，$T_{ch}C_b=0$，$T_{ch}C_c=-0.0174616$

因此薄透镜横向色差是$+0.0000294$，可以接受。

B. 薄透镜弯曲状态的初始设计

上述三个薄镜片的弯曲状态分别由 c_1、c_3 和 c_5规定。因为假定光栏是和镜片 (b) 接触的，所以这个镜片的象散贡献和它的弯曲状态无关。因此我们采取如下的做法：令镜片(a)取一个任意设定的弯曲值，然后用第227页的公式算出它的AC^*，按照$-\frac{1}{2}h_0'^2\phi_b$算出镜片(b)的AC，然后按照总象散

等于规定值−0.09的要求，算出镜片 (c) 的弯曲值。这样做过之后，转向镜片 (b)，令它弯曲到给出期待的弧矢彗差0.0025。这样做绝不会影响象散。最后，知道了镜片 (b)、(c) 的弯曲值，就能够算出三个镜片的球差贡献，在球差和 c_1 值的关系图上记下一点。用不同的 c_1 值重复这个过程几次，就能作出曲线，找出具有期待的薄透镜初级球差值的最终解。

薄镜片对三种象差的贡献由第227页的公式给出，在其中球差和彗差的公式中出现 G 和数。这些贡献值是弯曲参数 c_1、c_3 和 c_5 的二次式：

镜片 a

$$SC^{\bullet} = -23.227833c_1^2 + 11.968981c_1 - 2.011823$$

$$CC^{\bullet} = 1.454188c_1^2 - 1.361274c_1 + 0.292417$$

$$AC^{\bullet} = -7.374247c_1^2 + 10.006298c_1 - 3.442718$$

镜片 b

$$SC^{\bullet} = 15.229687c_3^2 + 4.686647c_3 + 1.436793$$

$$CC^{\bullet} = 0.667069c_3 + 0.095270$$

$$AC^{\bullet} = 2.020947$$

镜片 c

$$SC^{\bullet} = -15.073642c_5^2 + 5.519113c_5 - 0.937665$$

$$CC^{\bullet} = -1.089393c_5^2 - 0.130340c_5 + 0.030780$$

$$AC^{\bullet} = -6.377286c_5^2 - 3.861014c_5 - 0.528703$$

汇集这些等式，发现当给定 c_1 时，就可以首先从如下的二次方程式中解出 c_5：

$$c_5^2 + 0.6054322c_5 + (1.15633c_1^2 - 1.569053c_1 + 0.2917344) = 0$$

在它的两个解之中只有一个有用；另一个解表示一个反常的

镜片，它向左极度弯曲，产生非常大的带球差余量。

知道了c_1和c_5，就可以按照彗差校正要求，用下面的公式求出c_3：

$$c_3=-2.179967c_1^2+2.040679c_1+1.633104c_5^2$$
$$+0.1953917c_5-0.6235753$$

最后，三个参数c_1、c_3和c_5全部知道之后，就可以按照如下的公式计算球差：

$$LA'=-23.227833c_1^2+11.968981c_1+15.229687c_5^2$$
$$+4.686647c_5-15.073642c_5^2+5.519113c_5-1.512695$$

取一系列c_1值，算出如下数据：

c_1	c_3	c_5	初级球差
0.2	−0.306020	−0.042985	−0.311751
0.25	−0.238049	0.043543	−0.019077
0.3	−0.168838	0.105388	0.044583
0.35	−0.100863	0.152719	0.004574
0.4	−0.060233	0.189738	−0.164065

可见三个镜片是一齐向右弯的。图169是球差总和和c_1的关系曲线，可以从中找出期待的c_1值，它对应的球差余量是−0.08。显然有两个解：

$$c_1=0.2314,\qquad c_1=0.3780$$

我们只用左边的解。因为右边的解各面弯曲得比较深，使带球差比较大。根据左边解得到如下薄透镜曲率：

$$c_1=0.2314,\ c_3=-0.264746,\ c_5=0.015190$$
$$c_2=-0.040098,\ c_4=0.230124,\ c_6=-0.297695$$

C. 实际象差的计算

根据透镜截面图选择适当的厚度后，缩放各镜片，使它

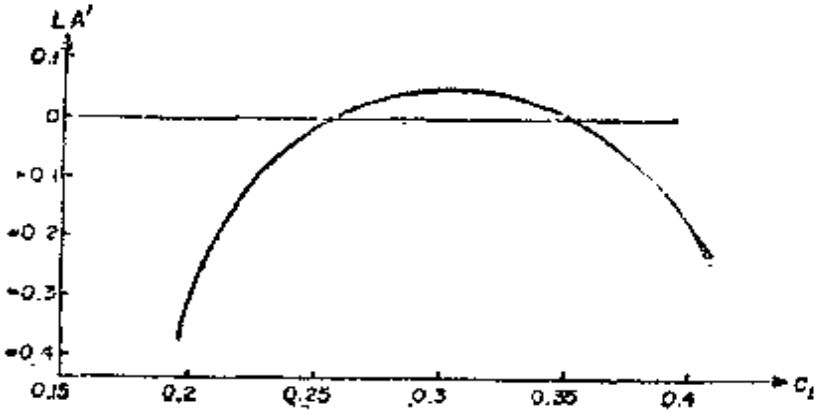


图169 初级球差和c_1的关系(已分别用c_5、c_3校正场曲和彗差)

们的光焦度准确地恢复到原来要求的薄透镜光焦度，并且求出使相邻主面之间的间隔等于薄透镜间隔的空气间隔之后，得到如下厚透镜系统：

c	d	n_D
0.2326236	0.4	1.62031
−0.04031	1.051018	
−0.2617092	0.25	1.61644
0.227485	0.986946	
0.0152285	0.45	1.62031
−0.2984403		

有$f'=10.00$，$l'=8.649082$，$LA'(f/4.5)=0.01267$，$LZA(f/6.3)=-0.01051$，$OSC(f/4.5)=-0.001302$，Ptz=0.03801。

视场/度	X_t'	X_s'	畸变/%	横向色差
24	−0.0386	−0.4338	1.98	0.00196
20	−0.0639	−0.0798	1.09	0.00055
14	−0.0488	+0.0192	0.42	−0.00021

显然横向色差已经差不多校正好。图170给出了色球差曲线，它说明球差和色差差不多都已经校正好。图中还给出

了两个象散性象面的曲线，从中可以看到，若令薄透镜弧矢象面向正方向稍微移动一点会更好。

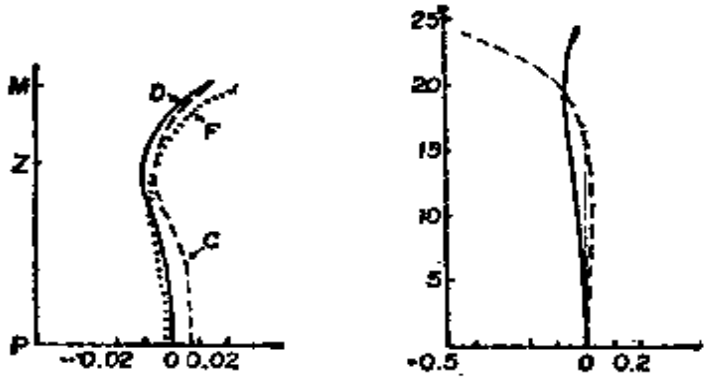


图170　最终的三透镜组镜头的象差($f/4.5$)

为了考察彗差，我们作倾斜度不同的三个光束的一系列斜光线的 H' 与 Q_1 的关系曲线，示于图 171。每条曲线上的 VV 表示经受拦光后的界限光线，它们以初始边缘孔径高

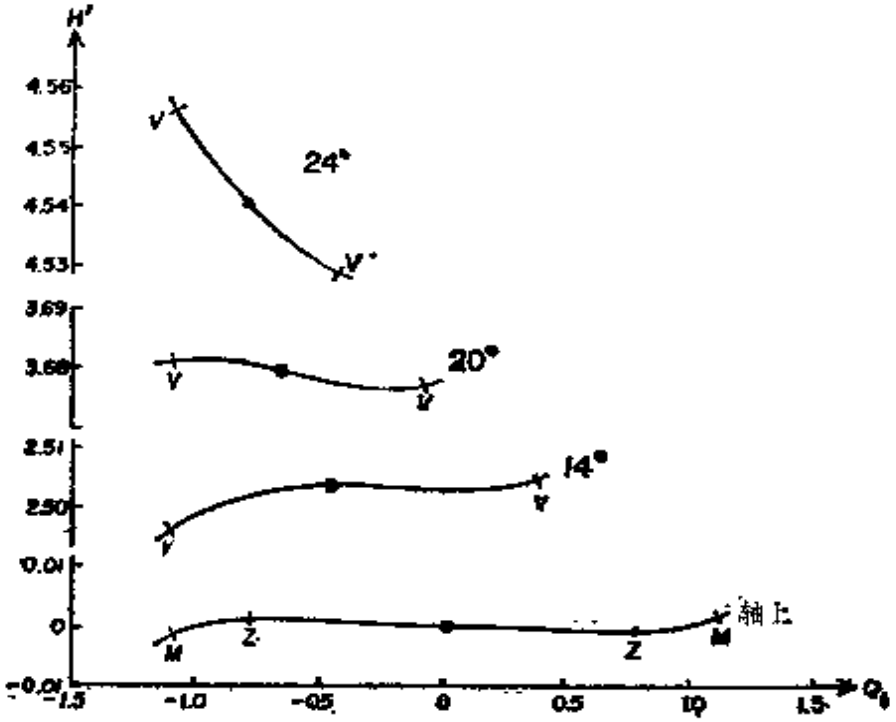


图171　三透镜组镜头的子午光线图

1.1111进入和离开透镜（假设透镜的前后孔径限制在这个数值上），见图172.当光束倾斜角增大时，拦光增加，曲线上端（右边）变短。在每条曲线上标出了计算象散所用的主光线。在主光线点处曲线的倾斜度，表示相应的光束倾斜角的X'_i。为了改善畸变，可以用不同的K值（如0.9或1.1）重复上述设计过程。

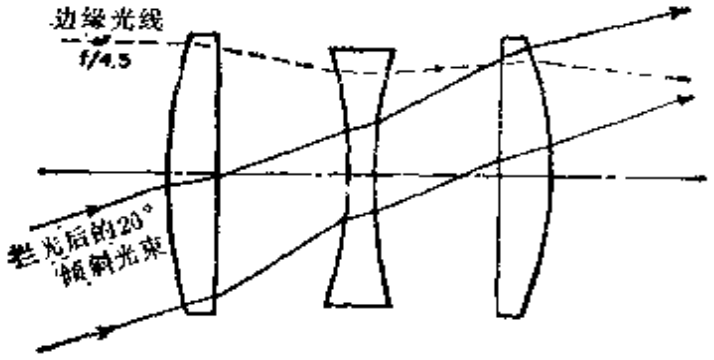


图172　最终的三透镜组镜头设计方案
（图中有f/4.5的边缘光线和20°光束的界限光线）

总的看来，这是一个很好的方案，在采用这些普通玻璃的三透镜组镜头中是有代表性的。对于大孔径——例如f/2.8的优质镜头，极需要采用折射率高许多的玻璃，如镧冕玻璃和重火石玻璃。在专利文献中可以找到许多运用于各种孔径和视场角的三透镜组方案。

第十四章　反射系统和折反射系统

曲面反射镜（凹的或凸的）经常用于成象系统（单独使用或者和透镜组合）。过去大多数大型天文望远镜采用凹反射镜产生初级象，然后用第二个凹反射镜［格里哥里（Gregorian）系统］或凸反射镜［卡萨格林（Cassegrain）系统］传送和放大这个初级象，虽然小型望远镜的物镜一般是采用消色差透镜的。显微物镜偶尔会采用很小的非球面或球面反射镜系统。单个反射镜单独使用时一般必须是非球面的，以校正球差，但是组合两个或更多的反射镜（有时还有一些透镜），就有可能只用球面来实现良好的象差校正。维拉㊀（Villa）和加夫里洛夫㊁（Gavrilov）曾经作过反射系统和折反射系统的综述。

I　反射镜和透镜的比较

反射镜在许多方面比透镜优越，这主要表现在：

1）反射镜可以做成任意大小和用任何材料（甚至用金属）制造，只要这种材料是可以高度抛光的。生产供应的优质光学玻璃块直径不会大于20英寸左右，所以任何尺寸大于这个数字的光学系统必定是反射系统。通常将反射镜和透镜

㊀ J. Villa, Catadioptric lenses, Spectra 1, 57 (Mar.-Apr.), 48 (May.-June) (1968).

㊁ D. V. Gavrilov, Optical systems using meniscus lens mirrors, Sov. J Opt Technol. (Engl. transl.), 34, 392(May-June 1967).

组合使用，以校正象差。这种系统称为“折反射系统”。

2) 反射镜没有任何色差，因而必要时反射镜可以用可见光对焦而使用在任何紫外或红外波长区域中。而且反射镜不会象透镜那样表现出有选择性的光谱吸收特性，不过要注意，镀在远紫外区反射良好的反射镀层是困难的*。

3) 反射镜的曲率只有光焦度相同的透镜的四分之一，因而反射镜相对孔径可以大但不会带来过分大的象差余量。凹反射镜的匹兹伐和是负的。

4) 相继使用几个反射镜往往可以使系统对折而变得十分紧凑。

另一方面，反射镜也有许多不及透镜的地方：

1) 一般入射光束都会受到遮挡，从而导致光损失和衍射象的影响更坏。造成这种遮挡的可能是第二个反射镜或象接收器。如果视场角大，这种遮挡有可能使全部入射光都被截除掉。

2) 因为全部光焦度集中在一个反射镜面上，它的形状必须准确地符合要求，即使是由重力作用或温度变化造成的微小形变也会导致成象质量严重变坏。透镜的扭曲只会引起象差微小的改变，而反射镜的扭曲会改变象的位置，而且使象质剧烈变化。安装巨型反射镜要做到不引起任何扭曲形变是很困难的。

3) 反射系统的视场角一般很小。这可以用增加一个或多个透镜的办法来增大视场，但反射镜的许多优点会因此而丧失。

---

* 实际上反射镜也有一定的光谱吸收特性，只是现存的各种反射镜层所用的光谱区域要比普通玻璃透镜宽得多——译者注。

4) 令人遗憾的是在大多数反射系统中，来自物体的光可能会不经过反射镜而直接落到象上。如果是在日光下使用的话，在系统中必须设置适当的挡板将这些光遮挡掉。在天文仪器中是不需要设挡板的，因为在夜间整个天空亮度很低。

Ⅰ 反射系统的光线追迹

若光学系统中有球面反射镜，就很容易按照如下的做法，将标准光线追迹方法加以改造，以适应这种系统。各面按照与光线相遇的次序排列。按照通常的符号规则，曲率中心在面的右方时，曲率半径看成是正的。当光线从左到右行进，间隔d、折射率n和色散Δn作为正量记下，否则若光线从右到左行进则是负的。按照使最后的成象光线从左到右行进的原则决定系统布置的取向，于是象空间的折射率是正的。因此在某些情况下要把物空间折射率看成是负的，若这样做有困难，可以在系统前面插入一个假想的平面反射镜，使入射光线方向反转。

作为例子，让我们追迹一条近轴光线和一条$f/1$边缘光线通过一个伽博（Gabor）系统（见表Ⅷ）。这个系统有一个负的聚光镜（在前部），一个凹面反射镜和一个正平场镜，光由无穷远处发出，从右到左进入系统。要注意，作近轴追迹时，乘积nu的符号不但和n的符号有关，而且和u的符号有关。

Ⅱ 单反射镜系统

A. 球面反射镜

物点在曲率中心的球面反射镜是完善的光学系统，没有

表题　折反射系统的光线追迹

			(反射镜)			
c	0.20	0.149	0.1	0.6079	0	
d		−0.35	−4.0	5.286	0.6	
n −1.0		−1.545	−1.0	1.0	1.545	
			近轴光线			
ϕ	−0.1090000	0.0779350	0.2	0.3313066	0	
$-d/n$		−0.2265372	−4.0	−5.286	−0.3883495	
y	2.0	2.049385	2.282510	0.177515	0.000026	
nu	0	−0.2180000	−0.0582812	0.3982208	0.4570327	0.4570327
			边缘光线($f/1$)			
Q	2.188	2.298947	2.587155	0.1870214	0.0004700	
Q'	2.241198	2.289509	2.463413	0.1945020	0.0004302	
I	25.9509	9.4244	10.6206	−18.4768	−18.8679	
I'	16.4535	14.6544	−10.6206	−11.8382	−29.9757	
$\sin U'$	0	0.1650029	0.0744115	0.4306454	0.3233869	0.4996328
U'	0	9.4974	4.2674	25.5085	18.8679	29.9757

近轴 $l'=0.000057$　　$f'=4.376054$

边缘 $L'=0.000861$　　$F'=4.379217$

$LA'=0.000804$

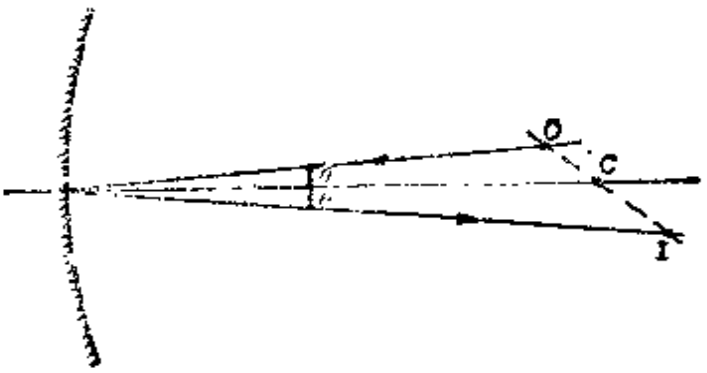


图173 联接物与象的直线通过球面反射镜的曲率中心

任何象差。若物点离开曲率中心，近轴象点就在联接物点和曲率中心的直线上沿相反方向移动（图 173）。由于孔径光栏在反射镜上，系统是对称的，所以物体只作小量移动时不会出现彗差，不过会产生若干象散，弧矢象在拉格朗日象点上和近轴象面重合，子午象面则有若干后弯。

注意，单个球面反射镜的焦距准确等于曲率半径之半，主点和反射镜顶点重合，节点和曲率中心重合。因为互相叠合的物空间和象空间的折射率数值相等而符号相反，所以两个焦距的符号相同，而从主点到节点的距离则等于焦距的两倍。这个结论对于有奇数个反射系统或折反射系统的都能适用。当反射镜个数为偶数，而系统两外侧的折射率符号又相同，则透镜系统原来的规则适用。

当球面反射镜用于远处的物体时，在焦点上会出现欠校正球差和过校正OSC。这些象差的大小可以从图 174 的光路中求出。这里有

$$\sin 2I = Y/(r-L'),\quad \sin I = Y/r$$

因此

$$\frac{Y}{r-L'} = 2\left(\frac{Y}{r}\right)\left[1-\left(\frac{Y}{r}\right)^2\right]^{1/2}$$

由此得到

$$L' = r - r^2/2(r^2-Y^2)^{1/2},\quad F' = r - L'$$

对半径为20，焦距 $f'=10$ 的反射镜算出几个点的数据，列于下面的表中：

Y	L'	$LA'=L'-l'$	$F'=r-L'$	OSC	孔　径
0.1	9.999875	−0.000125	10.000125	0.000025	$f/50$
0.2	9.999500	−0.000500	10.000500	0.000100	$f/25$
0.5	9.996874	−0.003126	10.003126	0.000625	$f/10$
1.0	9.987477	−0.012523	10.012523	0.002508	$f/5$
2.0	9.949622	−0.050378	10.050378	0.010127	$f/2.5$

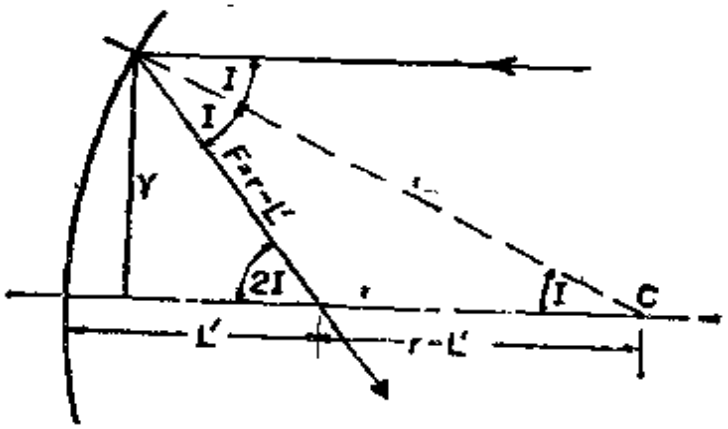


图174　球面反射镜的球差

这当中标准的 OSC 公式简化成 $(F'/L'-1)$，这是因为 $l'_{F'}=0$，$l'=f'$。应当注意，当孔径小于 $f/6$ 左右的数值时，球差纯粹是初级的，而 $f/5$ 的 OSC 已经达到康拉第的望远物镜公差 0.0025。当相对孔径小于 $f/10$，单个球面反射镜往往和抛物面反射镜一样好，而球面反射镜加工成本要低得多，这是显然的。

B．抛物面反射镜

为了确定没有球差的凹反射镜的准确形状，我们考察从无限远处的轴上物点发出，到达反射镜的平面波面（图175）。

在图中，入射平面波面是PP，在波面轴上部分经过距离$X+f'$的期间，波面边缘部分经过距离F'，因此

$$F'=X+f$$
$$=[Y^2+(f'-X)^2]^{1/2}$$

于是

$$Y^2=4f'X$$

这显然是顶点半径等于$2f'$的抛物线方程。

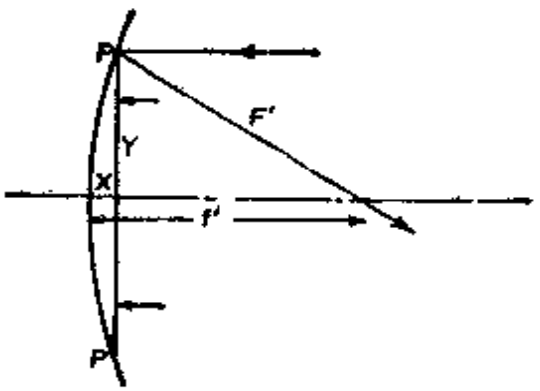


图175　平面波PP在抛物面反射镜上的反射

抛物面反射镜的这种性质在几百年前已经被人们所知道，大多数反射望远镜的初级反射镜都取这种形状。但是这种反射镜却苦于OSC大。边缘光线的焦距F'等于$[Y^2+(f'-X)^2]^{1/2}$，它随着Y增大而增大，与球面反射镜为远距离处的物体成象的情况一样。和张角为U_{pr}的物体相对应的彗差按下面的公式给出：

$$(F'-f')\tan U_{pr}=\{[4f'X+(f'-X)^2]^{1/2}-f'\}\tan U_{pr}$$
$$=X\tan U_{pr}$$

如果反射镜孔径小，可以写成$X=Y^2/2r$，弧矢彗差就变得很简单，

$$\text{coma}_s=h'/16(f\text{数})^2 \quad \text{或} \quad OSC=1/16(f\text{数})^2$$

可以由第227页的初级彗差表达式推导出同样的结果。例如在帕洛马(Palomar)望远镜的主焦点上（它的f数是3.3），在仅仅离轴20mm的点上，弧矢彗差就达到0.115mm。我们将会看到，不论是球面还是抛物面的反射镜，这个OSC是相同的，只是球差大不相同。

如果不想让象接收器阻挡光束，可以用所谓离轴抛物面

(图176)。制造这种反射镜唯一可行的方法是制造一个轴对称的大反射镜，然后按需要在它上面切割出多个离轴反射镜。这种反射镜用在瓦兹沃什（Wadsworth）反射式单色仪上，还作为纹影反射镜用于风洞中。

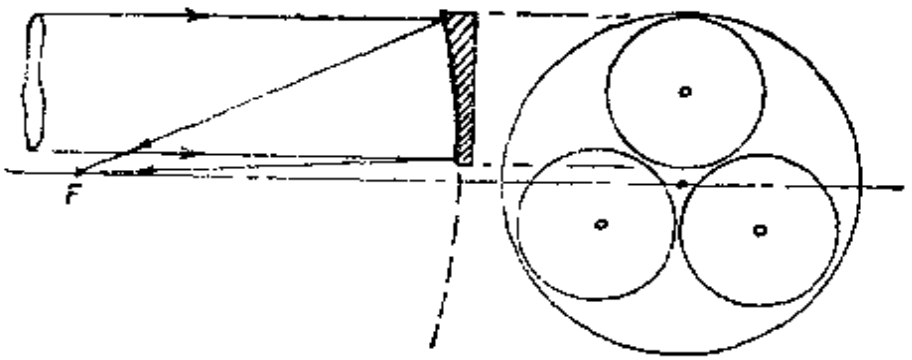


图176　从一个大抛物面镜上切割出三个离轴抛物面镜

C. 椭球面反射镜

前面说过（第42页），圆锥截线的方程式是：

$$X=cY^2/\{1+[1-c^2Y^2(1-e^2)]^{1/2}\}$$

其中 c 是顶点曲率，e 是偏心率。对于椭圆，e 在0（圆）和1（抛物线）之间。若 a 和 b 分别是椭圆的长、短半轴，则

$$e=[(a^2-b^2)/a^2]^{1/2}, \quad a=1/c(1-e^2)$$

$$b=1/c(1-e^2)^{1/2}=(a/c)^{1/2}$$

若用两个半轴表示，则顶点曲率 $c=a/b^2$。

凹椭球面反射镜具有有趣的双“焦点”光学性质，即在一个焦点上的物点成象于另一个焦点上而没有象差。两个“焦距”（即从反射镜顶点到两个焦点的距离）是

$$f_1=a(1-e), \quad f_2=a(1+e)$$

因此

$$e=(f_2-f_1)/(f_2+f_1), \quad a=\frac{1}{2}(f_1+f_2), \quad b=(f_1f_2)^{1/2}$$

任何一条从一个焦点发出，经过椭圆上一点到达另一个焦点的光线的光程相等，但各光路上的倍率等于两部分光程之比，因而这个倍率在曲线上逐点地显著变化。这就导致离轴物点有严重的彗差。

如果椭圆按它的顶点处于长的一侧的中点旋转，就得到一个扁球面，“圆锥常数”$1-e^2$大于1.0。不过这种情况很少遇到，因为扁球面在边缘处比球面更强，所以球差更坏。

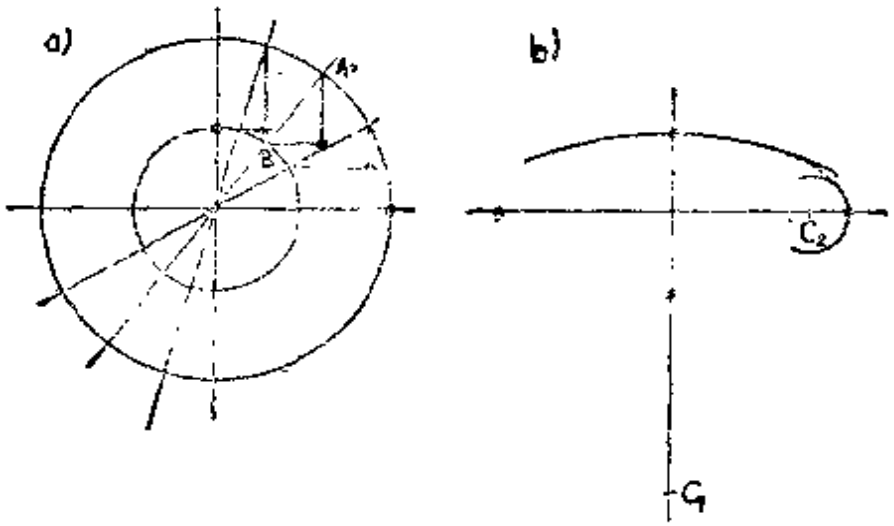


图177　椭圆作图法

作椭圆时，如图177a，先在长、短轴上作两个辅助圆*，然后随意作通过中心点的横截线。设这条横截线分别和两个圆交于A和B，则通过A点的垂直线和通过B点的水平线的交点就是椭圆上的点。作几条这样的横截线，就得到足够多的点，用曲线板联成椭圆。还有一种比较简单但是精度比较差的方法，是算出顶点半径b^2/a和a^2/b，分别以b^2/a和a^2/b为半径作通过各半轴端点的弧，如图177b所示。这些弧几乎相

* 即以长、短轴的交点（中心点）为心，分别以长、短轴为直径作圆——译者注。

接，二者之间不大的间隙很容易用曲线板联上。最好的办法可能是将两种方法结合起来用。

D. 双曲面反射镜

双曲面反射镜的偏心率大于1.0，因而圆锥常数$1-e^2$是负的。双曲线有两个分支，双曲面反射镜通常是由双曲线绕它的纵轴旋转而成的，只用了其中一个分支。它可以是凸反射镜或凹反射镜。若是凸的，任何指向内"焦点"的光线经过反射之后将通过外"焦点"，两个焦距是

$$f_1=a(1-e), \qquad f_2=a(1+e)$$

其中a是沿轴从反射镜顶点到整个双曲面中心点的距离（见图178）。双曲线两个分支的顶点之间的距离自然是$2a$。顶点

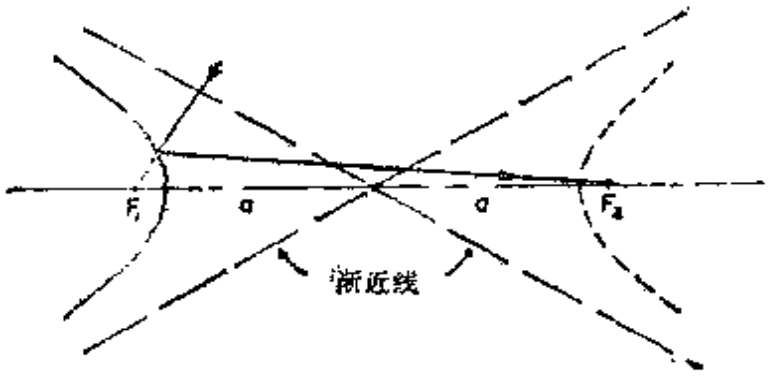


图178 凸双曲面反射镜

(a=38, r=−12.8, e=1.156, f_1=−5.93, f_2=81.93)

半径$a(1-e^2)$，所以f_1和f_2满足一般反射镜的共轭关系

$$1/f_1+1/f_2=2/r$$

卡萨格林望远镜采用了一个凸双曲面反射镜，而里奇-赫利梯因（Ritchey-Chrétien）装置则采用了一个凹双曲面反射镜。

Ⅳ 单反射镜的折反射系统

F.E.罗斯（F.E.Ross）于1935年⊖提出，在抛物面反射镜的成象光束中加进一个光焦度接近零，有空气间隙的双透镜，就可以消除它的彗差。为了减小这个双透镜的尺寸，使它适当地靠近象。因为透镜是零光焦度的薄消色差透镜，两个镜片可以用同一种玻璃。罗斯发现不可能使三种象差（球差、彗差和场曲）都得到校正，因而在校正彗差和场曲方面作努力，而容许球差出现。不过，用大大地增加透镜光焦度的方法，可以设计出一个校正球差和彗差的齐明透镜，但是象面肯定是向前弯的。下面给出这两种系统的例子。

A. 平场的罗斯校正镜

假设有一个抛物面反射镜，顶点半径为200，焦距为100，当然球差为零，$f/3.33$的边缘光线的焦距是100.5625。因而当光栏在反射镜上（所以$l'_{s'}=0$）时，反射镜的OSC等于0.005625。追迹0.50的主光线进入反射镜，算出$X'_1=0$，$X'_2=-0.00762$。匹兹伐和是-0.01，得到$X'_{Pt}=+0.00381$。在光束倾斜角这样小的情况下，子午场曲准确等于弧矢场曲的三倍。

接着设计一个罗斯校正镜。将它放在距离抛物面反射镜为90的地方。为了避免在0.5°视场上有渐晕，校正镜直径要取5.0左右。三条光线的初始数据如下：

边缘光线：$U=8.57831°$，$Q=1.49161$

⊖ F. E. Ross, Lens systems for correcting coma of mirrors, Astrophys. J. 81. 156(1935).

近轴光线： $u=0.15$， $y=1.50$

主 光 线： $U_{pr}=-0.5°$， $Q_{pr}=0.7853882$

我们从如下的方案开始（用 K-3 玻璃，$n_e=1.52031$，$V_e=59.2$）：

c	d	n
0	0.3	1.52031
0.1	0.089228	
0.07	0.65	1.52031
$(D-d)$ −0.036683		

有 $f'=97.5837$， $l'=9.17044$， $LA'=-0.06648$， $OSC=0.00221$， $Ptz=-0.00771$；对于 0.5°，$X'_t=-0.00024$，$X'_t=-0.00636$，畸变 $=+0.09\%$。第一面是平面。这是人为选定的，始终保持不变。中间空气间隔要按照两个镜片在直径 4.8处接触的条件通过计算确定。末面半径用$(D-d)$法按照完全消色差的要求算出。玻璃色散不必知道，因为两个镜片采用相同的材料。

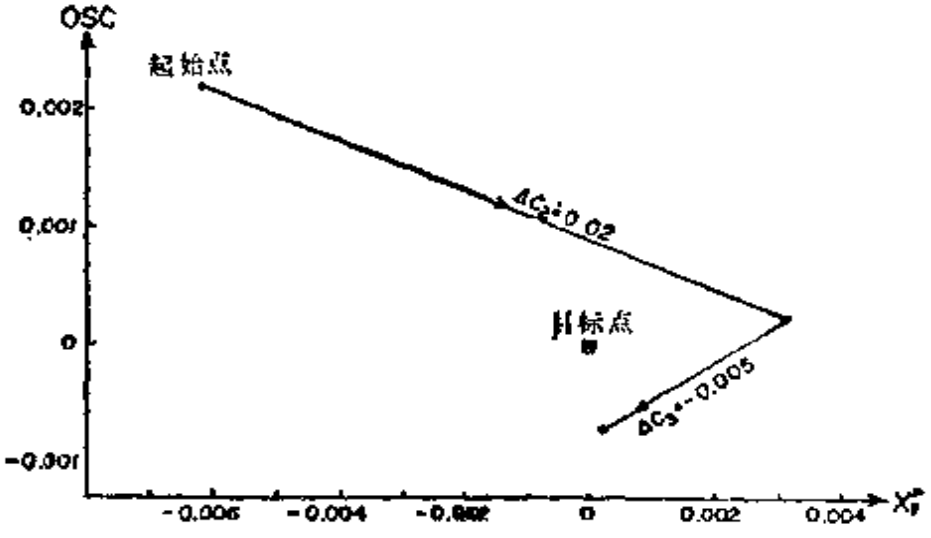


图179 平场罗斯校正镜的双参数图

自然，用来校正彗差和校平子午象面的两个变数是 c_2 和 c_3。将它们作微小的改动，作出如图 179 的双参数图，试探性地计算几次之后，就得到如下的最后系统：

c	d	n
0	0.3	1.52031
0.1169	0.148348	
0.0670	0.65	1.52031
$(D-d)$ −0.0676113		

有 $f'=97.4760$，$l'=9.18666$，$LA'=-0.11509$，$OSC=-0.00001$，Ptz$=-0.00736$；对于0.5°，$X'_t=+0.00153$，$X'_t=-0.00056$，畸变$=+0.19\%$。图 180 给出了轴上和倾斜光线通过这个系统的光路。

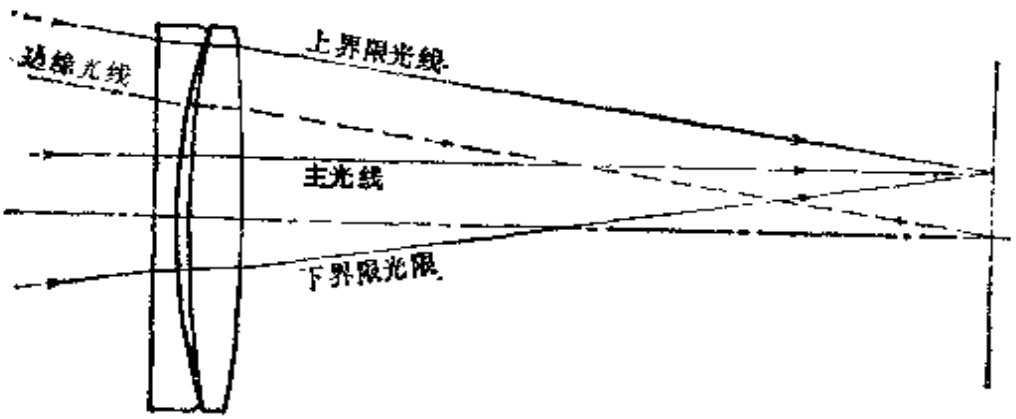


图180　通过罗斯校正镜的光路

上述数据说明弧矢象面稍微后弯，令负镜片采用比较高的折射率可能会使它得到校正。但是这个可能性未曾认真探讨过。当然，主要问题是球差余量大，只能用非球面解决。近来人们在致力于用三片或更多片透镜来全部校正三种象差。

B. 齐明抛物面校正镜

相当地增强两个镜片，可以校正球差和*OSC*，设计成一个齐明校正镜，只是要付出象面相当地向前弯的代价。正镜片的厚度要增大，中间空气间隔应保持在差不多固定的值上，因为两个相邻面是差不多相同的。

利用如下的初始方案：

c	d	n
−0.1	0.3	1.52031
0.1	0.1	
0.1	1.1	1.52031
$(D-d)$ −0.1095215		

有 $f'=97.5847$，$l'=9.33076$，$LA'=-0.02649$，$OSC=0.00037$，$\mathrm{Ptz}=-0.00674$；对于0.5°；$X'_1=-0.0139$，

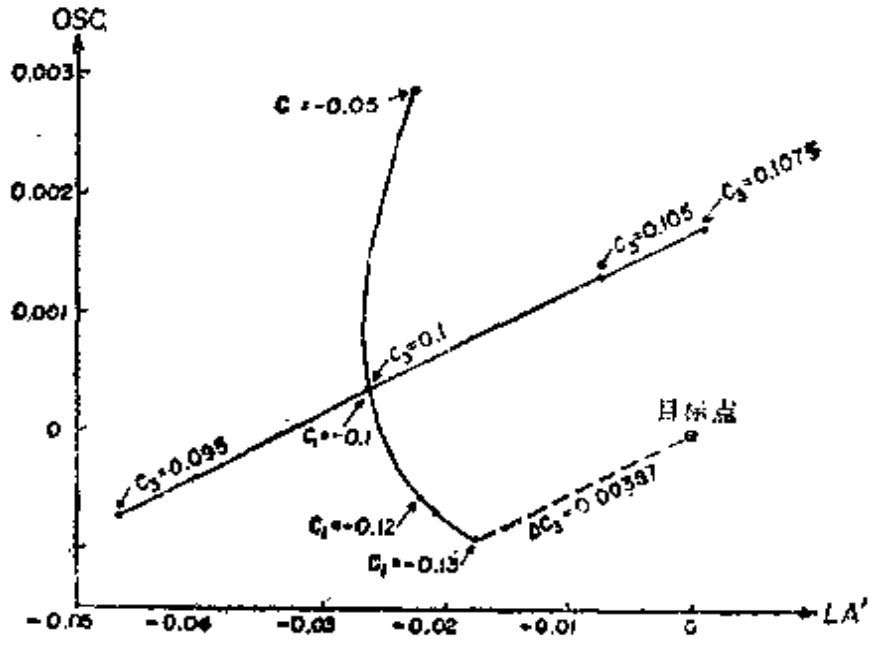


图181　齐明抛物线校正镜的双参数图

$X'_t=-0.0469$，畸变$=-0.12\%$。现在令第二个面的曲率人为地固定在0.1，而改动其余曲率c_1和c_3，并作双参数图（图181）。反映c_1变动的效果的图线必定是弯曲的，这不奇怪，因为改动c_1表示弯曲和光焦度都改变，而改动c_3单纯是弯曲改变。经过几次试算之后得到如下最终方案：

c	d	n
−0.13	0.3	1.52031
0.1	0.1	
0.10387	1.1	1.52031
$(D-d)$ −0.1322362		

有$f'=98.7691$，$l'=9.58664$，$LA'=0.00001$，$OSC=0.00002$，Ptz$=-0.00791$；对于0.5°，$X'_t=-0.0196$，$X'_t=-0.0654$，畸变$=-0.21\%$。这个系统若做成大尺寸的就会很重，而且前弯的子午场曲约等于反射镜本身的场曲的九倍，这当然是令人讨厌的。当然可以试令c_2取其它值，但是结果差不多。

C. 曼金反射镜

1876年法国工程师曼金⊖（Mangin）建议用比较容易制造的球面反射镜代替探照灯中的抛物面反射镜，并且令一片薄的弯月形负镜片和反射镜密接以校正球差（图182）。这种系统的设计

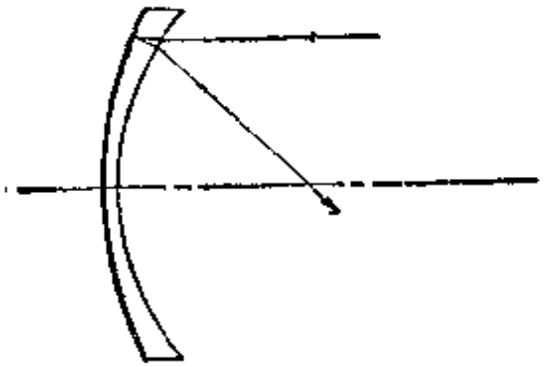


图182 典型的曼金反射镜

⊖ A. Mangin, Mémorial de l'officier du génie (Paris) 25(2), 109, 211(1876).

方法很简单，因为只有一个自由度，也就是镜片的外侧曲率半径，而反射镜的曲率半径已经由系统的焦距决定了。用K-4玻璃（$n_e=1.52111$，$V=57.64$），经过几次试算，得到如下方案：

c	d	n
0.0981	0.3	1.52111
(反射镜) 0.06544		

有$f'=10.0155$，$l'=9.82028$，$LA'(f/3)=0.00001$，$LZA(f/4.2)=-0.00008$，$OSC(f/8)=0.00307$。OSC小于焦距和孔径相同的抛物面反射镜之半，但是F光和C光之间的色差是0.0564，带球差则是可以忽略的。因而下一步是令系统消色差。

如果用由如下玻璃构成的消色差透镜（火石玻璃镜片靠近反射镜一侧）：

1) F-4：$n_D=1.61164$，$n_e=1.62058$，$n_F=1.62848$

2) K-4：$n_D=1.51620$，$n_e=1.52111$，$n_F=1.52524$

代替上述简单的负透镜，则可以用如下中间界面为平面的方案作为设计的起点（火石镜片与反射镜邻接）：

c	d	n
0.1	0.2	1.52111
0	0.3	1.62058
(反射镜) 0.062		

有$f'=9.8332$，$l'=9.62178$，$LA'(f/3)=-0.02094$，带色差$F-C=-0.03326$。

作双参数图同时校正球差和带色差，分别令c_1、c_2变动0.01。得到的图线说明应当令$c_1=0.1021$，$c_2=0.01625$。这

是一个很大的改进，因为修改后的 $LA'=-0.00705$，带色差 $L'_{\lambda}=-0.00560$。再作微小调整后得到如下最终系统：

c	d	n
0.10636		
	0.2	1.52111
0.01489		
	0.3	1.62058
(反射镜) 0.062		

有 $f'=10.8324$，$l'=10.52127$，$LA'=-0.00007$，$OSC=0.00215$，带色差$=0.00002$。再追迹一些其它的光线，作出图 183 的色球差曲线。由图中可见，象差余量很小，主要的象差余量是二级光谱。这对于负消色差透镜来说是典型的。这种系统如果尺寸做得小的话，是实用的。若是大系统，则还是用抛物面反射镜好。

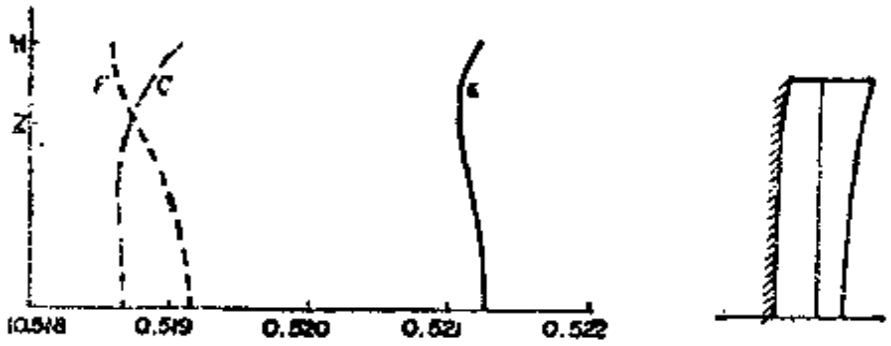


图183　曼金反射镜的色球差

D. 保威尔斯-马克苏托夫系统

第二次世界大战时，保威尔斯[1] (Bouwers) 和马克苏托夫[2] (Maksutov) 各自独立地提出用同心折反射系统来

[1] A. Bouwers, "Achievements in Optics," Elsevier, New York, 1946.

[2] D. D. Maksutov, New catadioptric meniscus systems, J. Opt. Soc. Am., 34, 270(1944).

适应大视场角的要求。这种系统由一个球面反射镜和一个厚校正板组成，三个面有一个公共中心C在光栏中心。这样的系统没有彗差和象散，象在一个球面上，这个球面的中心也是C。校正板可以在光栏前方，也可以在后方，可以很薄而强烈地弯曲，或厚而弯曲较弱（图184）。不论第一面的半径取任何值，都可以调整厚度达到消除边缘球差的目的，只是带球差余量会随厚度而变。

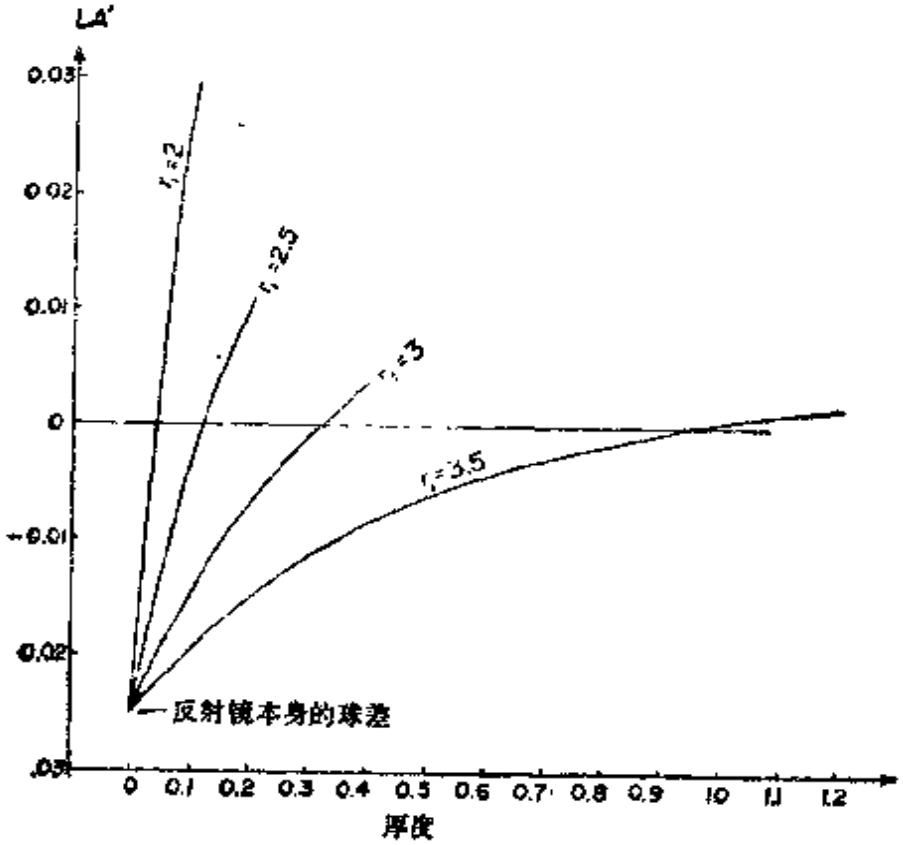


图184　边缘球差和校正板厚度的关系曲线
（r_1取不同值，反射镜半径＝10）

理论上说这个同心系统的视场角是不受限制的，但是实际上接收面造成的拦光随着视场增大而增大，甚至会没有光进入系统。为了减轻这种效果，相对孔径要随视场增大而增大，除非采用另一种办法，即接收器取窄条的形状，并令它

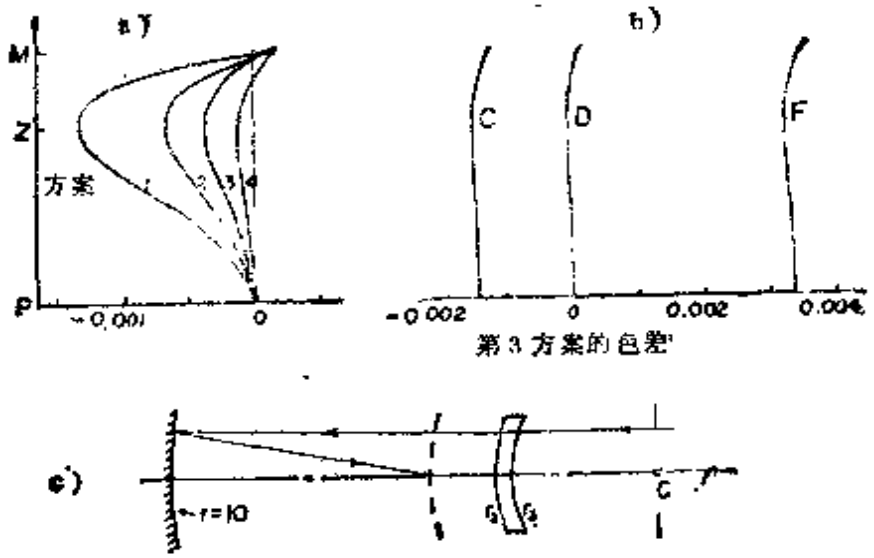


图185 保威尔斯-马克苏托夫系统

(a) 四种r_1对应的球差
(b) 第三种方案的色差
(c) 第三种方案的光路图

通过孔径中心。

图185a给出了四种马克苏托夫校正板的带球差，反射镜半径为10.0，每种方案的 $f/2.5$ 边缘球差都用适当的校正板厚度来校正。四种方案如下：

方 案	r_1	厚 度	r_2	焦 距	后 截 距
1	2.0	0.040	2.04	4.9172	5.0828
2	2.5	0.121	2.621	4.8463	5.1537
3	3.0	0.320	3.32	4.7386	5.2614
4	3.5	0.950	4.45	4.5260	5.4740

第三种方案的色差图示于图185b，图185c为系统截面图。

保威尔斯-马克苏托夫系统的色差必定是大的，而且会很严重。为此可用将校正板消色差的办法来消除它，但是这么一来系统不再是同心的，视场角马上变成有限的了。不过，如果只需要窄视场，将校正板消色差是一种令人十分满

意的办法。

E. 伽博镜头

1941年全息图的发明者丹尼斯·伽博⊖ (Dennis Gabor) 取得了一种折反射系统的专利权。这种系统和保威尔斯-马克苏托夫系统相似，但是不是同心的，而且紧凑得多，视场窄而相对孔径大。实际上伽博本人提供的例子并不是消色差的，而下面的例子则是消色差的。

显然，如果没有平场镜，当前面负的校正镜的 $(D-d)\Delta n$ 和为零时，系统显然是消色差的。因而在消色差方面的唯一要求是在校正镜内边缘光线的长度 D 应等于它的轴上厚度。为了实现这个条件，尽可能让镜片厚一些，并且采用折射率适当高的玻璃（如钡冕玻璃）是有好处的。和球面反射镜配用时，前面的半径用来校正球差，第二个半径用 $D-d$ 法确定。将光栏放在前面的面上，象面后弯，匹兹伐和是负的。经过几次较容易的试算之后，得到如下的系统：

c	d	n_e
0.25		
	0.4	1.61282
0.2347439		
	8.0	(空气)
(反射镜) 0.06		

有 $f'=8.0383$，$l'=8.59345$，$LA'(f/1.6)=0.00925$，$LZA(f/2.3)=-0.00420$，$OSC(f/1.6)=0.00327$，匹兹伐和 $=-0.1258$。1°倾斜角的视场有：

$X'_t=0.00104$，$X'_t=0.00064$；畸变 $=-0.012\%$

正如伽博在他的专利中所指出的：在靠近象面的地方加

⊖ D. Gabor, Brit. Patent 544, 694. filed Jan. 1941.

进一个正平场镜，负的匹兹伐和就可以容易地得到消除。这个平场镜可以按照方便的原则取平凸形，当然也可以令它稍微弯曲以校平子午象面。下面是带有这种平场镜的伽博系统的一种可行的初始方案：

c	d	n_e	玻　璃
(同　前) 0.25	0.4	1.61282	SK-1
0.2347439	8.0		
(反射镜) 0.06	8.0		
(平场镜) 0.37162	0.1	1.51173	K-1
0			

有 $f'=7.2231$，$l'=0.46712$，$LA'(f/1.6)=-0.00651$，$OSC(f/1.6)=-0.00348$，对于1°，$X'_t=0.00008$，$X'_s=0.00024$，畸变=0.025%。平场镜带来小量负的 $(D-d)\Delta n$ 和，容易通过微小改动校正镜的第二面半径来消除。第一面也稍微加强一点以消除平场镜带来的过校正球差余量。最后得到如下的系统：

c	d	n_e
0.251	0.4	1.61282
0.2348373	8.0	
(反射镜) 0.06	8.0	
0.37264	0.1	1.51173
0		

有 $f'=7.1775$，$l'=0.49554$，$LA'(f/1.6)=0.00501$，$LZA(f/2.3)=-0.00219$，$OSC(f/1.6)=-0.00468$，Ptz=0；对于1°，$X'_t=0.00009$，$X'_s=0.00028$，畸变=0.025%。

为了了解彗差的情况，要作1°光束的子午光线图，见图

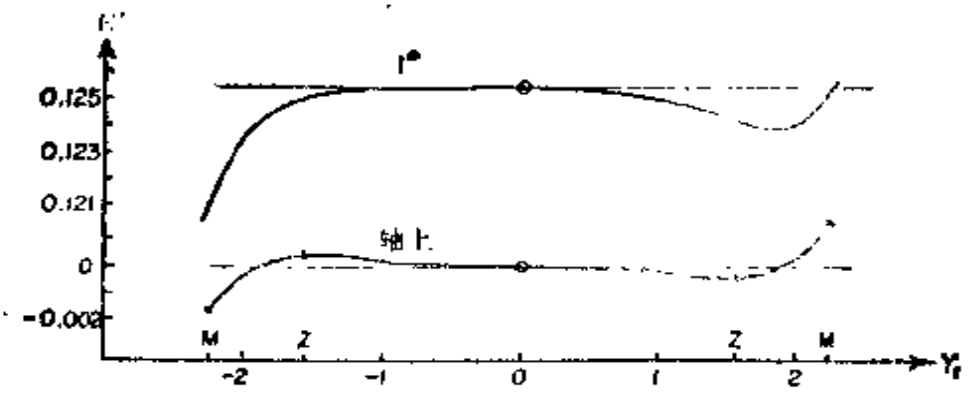


图186　伽博镜头的子午光线图（间隔8.0）

186。图中还有轴上光束相应的图线。显然，负彗差太大，可以用令校正镜沿轴移动的办法消除。这样做对其它象差影响很小，故可以作大的移动，例如间隔由8.0变到6.0。这样做会使球差稍微过校正，所以要减弱第一面，并且重新计算$(D-d)\Delta n$和。经过这些改动之后，得到如下结果：

c	d	n_e
0.246	0.4	1.61282
0.2303761	6.0	
(反射镜) 0.08	8.0	
0.37264	0.1	1.51173
0		

有$f'=7.2492$，$l'=0.49128$，$LA'(f/1.6)=0.00314$，$LZA(f/2.3)=-0.00299$，$OSC(f/1.6)=-0.00163$。Ptz=0.000204；对于1°：$X'_t=0.00003$，$X'_s=0.00009$，畸变=0.026%。俩片中的$(D-d)\Delta n$和是±0.0000343。最后，作1°子午光线图以完成对系统的全部分析工作（图187）。和原先的方案比较，它的改进是显著的。

虽然这个系统已经得到了良好校正，但在结构方面还要作些处理，使成象光线不被校正镜阻挡。图188是一种可行

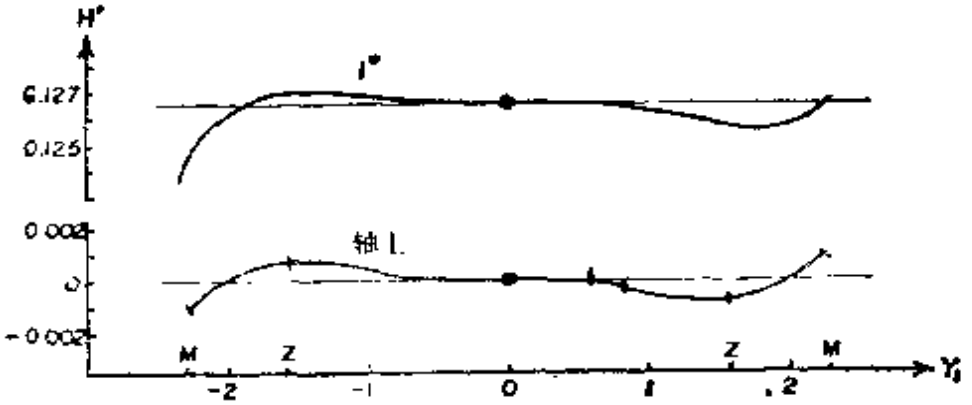


图187　间隔6.0的伽博镜头的子午光线图

的安置方式，它在校正镜中间开孔，不过如果孔径大（如f/1.6），这个孔要很大。为此可以用一个平面反射镜将光束向一侧反射出去，或者往回反射回来穿过凹面反射镜的中部。

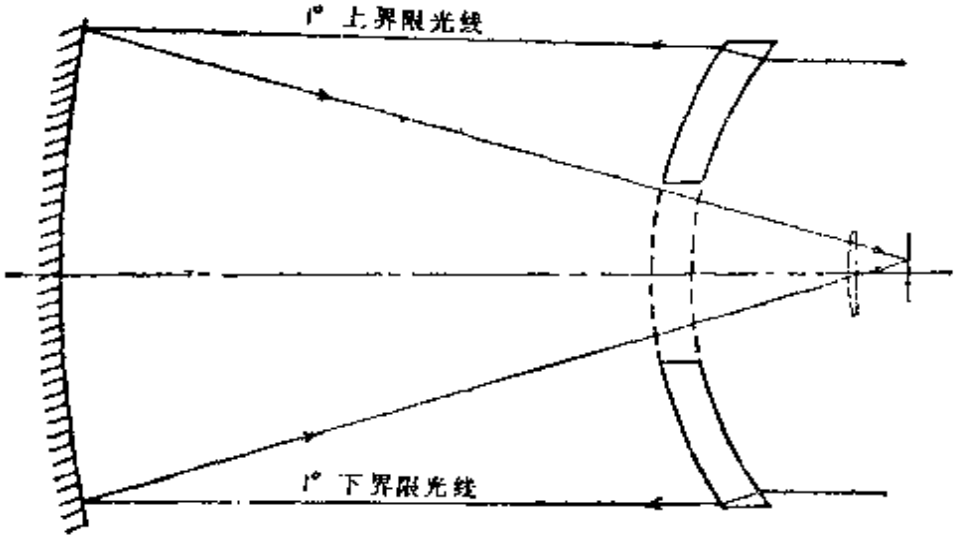


图188　f/1.6 伽博系统的最终方案(±1°)

伽博系统的不寻常之处是六个自由度（五个半径和一个空气间隔）中的每一个，几乎都专门用来校正特定一种象差。第一面控制球差，第二面控制色差；场镜光焦度决定匹兹伐和，它的弯曲则控制场曲；最后，中间空气间隔用来改变彗差。反射镜半径自然是决定焦距。其余两个象差（横向

色差和畸变）在视场如此小的情况下通常是可以忽略的。如果横向色差要求严格，就必须令场镜消色差，还要用 c_2 进一步调整色差校正状态。伽博系统的孔径可以大，但是视场角小。

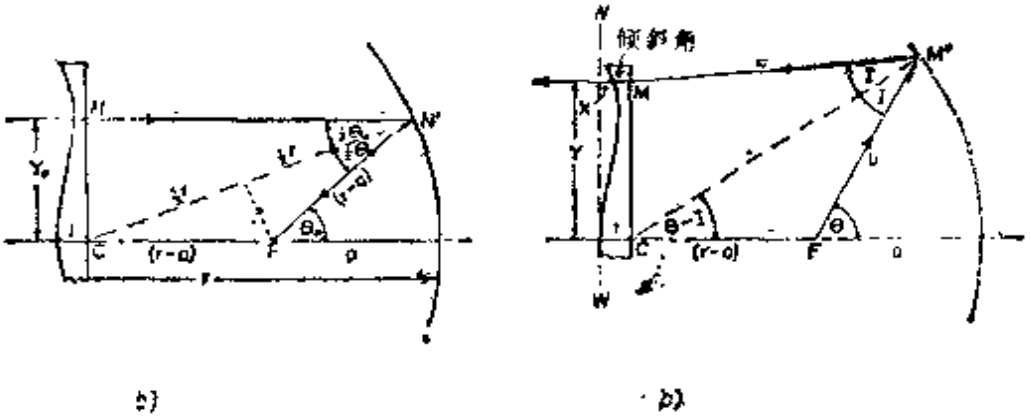
F. 斯密特照相机

斯密特[⊖] (Schmidt) 照相机由一个凹球面反射镜和放在这个反射镜的曲率中心的一块薄的非球面校正板构成。将光栏设在校正板上，自动消除彗差和象散，虽然当光束倾斜角大时，有高级象差出现，但是有效视场达几度，比大多数折反射系统大得多。余下的象差是球差，用校正板上适当的非球面校正。色差可以忽略。

求非球面形状表达式最简单的方法是，选定一个中性带，将它作为非球面上的极小点，在这一点上校正板局部地变成平行板，让通过中性带的光线决定系统焦点。然后从这个焦点开始反过来追迹一条近轴光线，求角度解，以确定非球面的顶点半径。令近轴光线和中性带上的光线的光路相等，以此来决定校正板中性带上的厚度。这样我们有三个约束关系可以用来确定非球面多项式中的三项。这三个约束是顶点曲率、中性带的矢高、中性带上面的倾斜角，后者等于零。如果我们需要更高的精度或要求多项式取的项数多于三时，则可以根据项数要求，从焦点开始再反向追迹几条其它的光线，求最小二乘方解。

中性带光线的光路见图 189a。C 点是半径为 r 的凹面反射镜的曲率中心。F 点是中性带光线和光轴的交点决定的焦

⊖ B. Schmidt, Mitt. Hamburg Sternw. Bergedorf 7. 15(1932).



a) b)

图189 斯密特照相机的设计
(a)中性带 (b)其它带

点。系统焦距是FN'，后截距是a。若θ_0是象上的中性带光线的倾斜角，Y_0是它的入射高，则

$$\sin\frac{1}{2}\theta_0=Y_0/r,\quad a=r-r/2\cos\frac{1}{2}\theta_0$$

其它从焦点开始，以θ角开始反追的光线的光路见图189b。它在反射镜上的入射角I由下面的公式给出：

$$\sin I=(r-a)\sin\theta/r$$

为简单起见，设校正板平的一侧准确地在反射镜的曲率中心上，空气中的光路就可以这样计算：

$$b=FM'=r\sin(\theta-I)/\sin\theta$$

$$c=M'M=r\cos(\theta-I)/\cos(\theta-2I)$$

校正板内的光线倾斜角按照下面公式计算：

$$\sin U=(1/n)\sin(\theta-2I)$$

图189b中的WW线表示物空间的平面波，从这个波前开始到达焦点F的任何光线的光程都应当相等。在轴上，这个光程显然等于$(nt+r+a)$，而一般光线上的光程是$[b+c+X+n(t-X)/\cos U]$。令这些光程相等，就得到非球面上任何一点的x座标：

$$X=\frac{a+r-b-c+nt(1-\sec U)}{1-n\sec U}$$

这些光线相应的入射高Y按如下公式确定：

$Y=MC-(t-X)\tan U$，其中$MC=c\sin I/\cos(\theta-I)$

可以把这些公式用到中性带上，得到

$$b=r-a,\quad c=r\cos\frac{1}{2}\theta_0,\quad U=0$$

【例】对于$r=4.0$的$f/1$斯密特照相机，焦距约为2，边缘光线以高$Y=1.0$入射。可以设中性带在入射高0.85处，于是$\sin\frac{1}{2}\theta_0=0.2125$，$\theta_0=24.5378°$。中性带的焦距是$F'=0.85/\sin\theta_0=2.046745$，后截距$a=1.953255$。对于中性带光线有$b=2.046745$，$c=3.908644$，于是$X_0=0.004080$。

然后设校正板轴上厚度为0.01，由焦点开始反追近轴光线，求出令近轴光线平行于光轴出射的校正板顶点的曲率。这样求出的顶点的曲率半径应为$R=45.7416$。近轴焦距为2.046899。

设三项的多项式的形式是：

$$X=AY^2+BY^4+CY^6$$

我们知道$A=1/2R=0.0109310$。在中性带高上有

$$X_0=A(0.85)^2+B(0.85)^4+C(0.85)^6=0.004080$$

中性带处面的倾斜角是

$$(dX/dY)_0=2AY+4BY^3+6CY^5$$
$$=2A(0.85)+4B(0.85)^3+6C(0.85)^5=0$$

联立求解这三个方程，得出三个系数：

$A=0.010931$，$B=-0.00681084$，$C=-0.00069561$

算出几个和Y值对应的X，得到如下作非球面轮廓时用的数

据：

Y	X	Y	X	Y	X
0.1	0.000109	0.4	0.001572	0.7	0.003639
0.2	0.000426	0.5	0.002296	0.8	0.004077
0.3	0.000928	0.6	0.003020	0.9	0.004016
				1.0	0.003425

作出这条曲线，就可以看到，中间的凸起比边缘的上翘大得多，所以若令中性带稍微低一点会更好，例如用边缘光线高的0.80代替0.85。

带光线的焦距和近轴焦距差异甚微，使得OSC只有-0.000075，显然是可以忽略的。它可以用令校正板沿轴作微小移动的办法完全消除。

G. 自校正的一倍系统

有人提出两种很有趣的1:1成象系统，它们都是自动校正全部初级象差的。

1. 戴逊（Dyson）折反射系统[⊖]

这是一个同心系统（图190），物和象在同一个平面上曲率中心C的两侧。来自C的边缘光线按原路返回，自动消除球差和色差。透镜曲率半径取反射镜曲率半径的$(n-1)/n$倍，以使匹兹伐和为零。孔径光栏在反射镜上，构成对称系统，自动校正三种

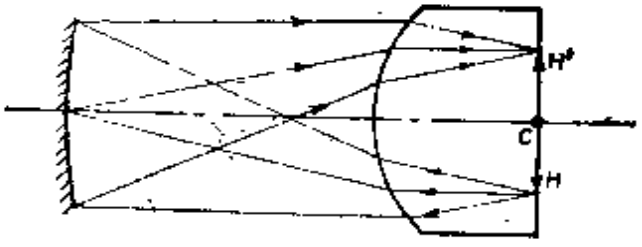


图190 戴逊自准直系统

⊖ J. Dyson, Unit magnification optical system without seidel aberrations. J. Opt. Soc Am., 49, 713(1959)

横向象差。第七种象差——象散，在视场中心附近接近零，弧矢象面是平的，子午象面在远离光轴的地方稍微后弯。下面是一个典型的系统：

c	d	n
0	3.434912	1.523
0.2912046		
(反射镜) 0.1	6.565988	(空气)

有

$$l=l'=0,\quad m=-1$$

$$H'=1:\ X'_t=0,\ X'_t=0.01460$$

$$H'=1.5:\ X'_t=0,\ X'_t=0.08776$$

可以理解，这个系统是远心的，只是主光线在透镜面上有球差：对于$H'=1.5$的主光线，在空气中以差不多4°的入射角入射（在玻璃中是2.58°）。

2. **奥夫纳（Offner）折反射系统**⊖

这个同心系统和戴逊装置类似，只是在凹反射镜和物体之间的中点上放了一个小的凸反射镜，以使匹兹伐和为零，光束在凹反射镜上反射两次(图191)。孔径光栏在小凸反射镜上，这个系统实质上是远心的。

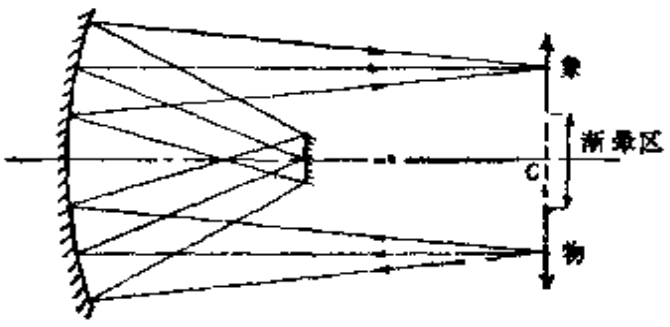


图191 奥夫纳自准直系统

由于两个反射镜有公共中心 C，

⊖ A. Offner, New concepts in projection mask aligners, Opt. Eng 14, 131(1975).

置于此处的物点将成象于自身上，没有象差。不过这只有纯理论上的意义，因为整个轴上光束都被第二个反射镜挡掉。轴外物点渐晕逐渐减小，最后对于H和H'等于或大于凸面反射镜的物点，渐晕消失。系统对称于光栏，保证没有彗差和畸变。当然任何一种色差都没有。

余下的象差——象散，对靠近轴的物点是零，弧矢象面是平的，和戴逊系统一样。但是，对于远轴物点，子午象面稍微后弯。

下面是这种系统的一个例子：

	c	d
凹　面	0.1	5
凸　面	0.2	
凹　面	0.1	5

有　　$l=l'=10.0,\ m=-1$

$H'=1,\ X'_1=0,\ X'_1=0.00205$

$H'=2,\ X'_1=0,\ X'_1=0.03519$

可以看到，象散比戴逊系统小得多，而且因为反射镜和物平面之间的空气间隔大，必要时允许放进平面反射镜，以偏转光束。

V　双反射镜系统

在望远镜上采用经典的双反射镜系统是从十七世纪开始的。它们或者是格里哥林型，由一个凹抛物面主镜和一个凹椭球面副镜构成；或者是卡萨格林型，主镜也是抛物面的，但是副镜是凸双曲面的。作为地面观测用的小型正象望远镜，格里哥林型流行了一百年。制造精确的凸双曲面几乎是不可能的，所以只当研磨抛光技术得到改进之后，卡萨格林

型才逐渐得到应用。如今卡萨格林望远镜已经遍及各天文台。

A. 采用非球面的双反射镜系统

假定要设计如图192所示的那样一个简单的卡萨格林系统。主镜曲率半径为8.0，焦距为4.0，通光孔径为2.0($f/2$)。副镜曲率半径为3.0，共轭距离是−1和+3，在主镜中央处形成最后的象，倍率为3。于是全系统的焦距是12.0，相对孔径为$f/6$。

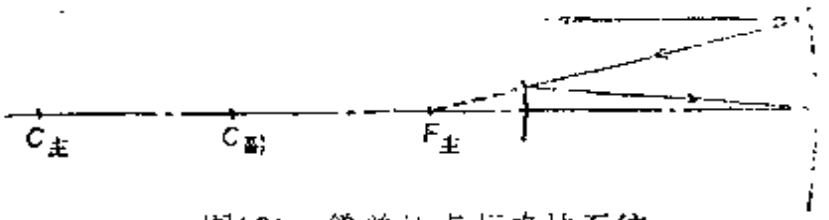


图192 简单的卡萨格林系统

从采用两个球面反射镜开始，发现欠校正球差余量大。在经典的卡萨格林系统中，这是用使主镜取抛物面形（偏心率等于1.0），副镜取双曲面形（在本例中偏心率是2.0）来消除这个欠校正球差的。这样做足以完全消除球差，而留下OSC余量0.001736。表XIV列出了边缘光线通过系统各面时的光路参数。计算OSC时假设光栏在主镜上，它的象距离副镜$l'_{副}=-1$。

本世纪二十年代末期，里奇（Ritchey）和赫列梯恩（Chrétien）认识到经典的卡萨格林系统产生彗差的原因是边缘光线最后的U'值太小，使边缘光线焦距F'过长。因此他们建议放弃通常两个反射镜所取的形状，而采用一种边缘处比较平的形状。经过几次试算之后知道，本例中主镜的偏心率应当由1.0增大到1.0368（弱抛物面），副镜由2.0增大到2.2389。如从表XIV第四组光线追迹数据可以看到的那样，

这样的改动完全消除了球差和OSC。

表Ⅳ　双反射镜望远镜系统

c	−0.125	−0.3333333	
d	−3		
n	1	−1	1
	近轴光线		
ϕ	0.25	−0.6666666	$f'=12.0$
$-d/n$	−3		
y	1	0.25	$l'=3.0$
nu	0	0.25	0.0833333
	球　面		
Q	1.0	0.2401960	$F'=11.522099$
Q'	0.9843135	0.2435727	$L'=2.806690$
U'	0	−14.36151	4.97856
Y	1.0	0.2453707	$LA'=-0.19331$
X	−0.0627461	−0.0100513	$OSC=0.009013$
	经典卡萨格林系统		
e	1.0	2.0	
Q	1.0	0.2461538	$F'=12.020833$
Q'	0.9846154	0.2495667	$L'=3.0$
U	0	−14.25003	4.77189
Y	1.0	0.251309	$LA'=0$
X	−0.0625	−0.0104710	$OSC=0.001736$
	里奇-赫列梯因系统		
e	1.0368	2.2389	
Q	1.0	0.2465948	$F'=12.0030$
Q'	0.9846376	0.2500017	$L'=3.0000$
U	0	−14.24178	4.78019
Y	1.0	0.2517515	$LA'=0$
X	−0.062482	−0.0104836	$OSC=0$

（续）

	达尔-克哈姆系统		
e	0.839926	0	
Q	1.0	0.2444135	$F'=12.104064$
Q'	0.9845275	0.2478498	$L'=3.0000$
U	0 −14.28260	4.73900	
Y	1.0	0.2495620	$LA'=0$
X	−0.0625721	−0.0103982	$OSC=0.008672$

上述校正良好的系统所要求的反射镜，业余望远镜制造者感到几乎无法制造，尤其是经典的卡萨格林系统凸双曲面。因而业余制造者试图采用达尔-克哈姆(Dall-Kirkham)方案。它的副镜是凸球面镜，主镜是凹椭球面镜。通过几次试算找出在特定情况下这个椭球面应当取的偏心率。在本节的例子中，它应当取0.839926，如表Ⅲ第五组光线追迹数据所表明的那样。显然，这里的实际问题是彗差，它的大小等于经典的卡萨格林系统的五倍。这样，加强主镜边缘部分(达尔-克哈姆系统正是这样做的)是不对的，应当减弱它，如里奇-赫列梯恩系统那样。不过达尔-克哈姆系统有它的附带的好处，它所用的椭球面主镜在车间里装配之前可以用针孔光源来检验，即令针孔光源放在一个焦点上，而在另一个焦点上放一个刀口。在本例中两个焦距分别是4.35和50.0。

B. 马克苏托夫-卡萨格林系统

许多卡萨格林系统只用球面反射镜，球差用放在入射光束中的弯月形校正镜校正。副镜用一种方便的方法制造，即在校正镜的背面镀上一个铝反射圆盘。

在如下的例子中，假设加进校正镜之前的系统是两个相距4.0的反射镜，凹的主镜成象于副镜后方1.0单位处，副镜

再通过一个孔将最后象形成在主镜后方1.0处。主镜的焦距是5.0，副镜令它放大5×，使总焦距等于25。近轴光线追迹数据见表XV。可以看到在凹反射镜后面的l'是−5.0，加进校正镜之后这个数值应保持不变，以使最后象保持在主镜后方1.0处。为此每次改动系统之后需重新计算主镜的曲率。

表XV　经典的卡萨格林系统

	凹　镜		凸　镜	
c	−0.1		−0.4	
d		−4		
n	1	−1	1	
ϕ	0.2		−0.8	
$-d/n$		−4		
y	1		0.2	$l'=5.0$
nu	0	0.2		0.04 · $f'=25.0$

设计校正镜时，从某一个估定的c_1值开始，保持副镜$c_3=c_4=-0.4$。追迹近轴光线来找出能实现期待的后截距的c_3，然后再追迹$f/10$的边缘光线，算出球差和由透镜产生的$(D-d)\Delta n$，追迹一条通过镜头前顶点的近轴主光线，求出$l'_{F'}$，确定OSC。我们做了如下的试探性计算：

c_1	c_3	LA'	f'
−0.5	−0.117763	+14.7	20.5666
−0.42	−0.101396	−0.4475	23.8626
−0.43	−0.103723	+0.5673	23.3938
(方案A) −0.425	−0.102571	+0.0397	23.6259

取最后的方案继续做下去，算出它的带球差是−0.0170，$(D-d)\Delta n$值是−0.0000009（无关重要），还有$l'_{F'}=-1.204$，给出$OSC=-0.00226$。

为了了解这个OSC余量的严重性，作视场角−1.5°的子午光线图（图193）。这个视场角很小，但是它决定主镜上的开孔的大小，如果视场太大，主反射镜上起成象作用的部分将很小。

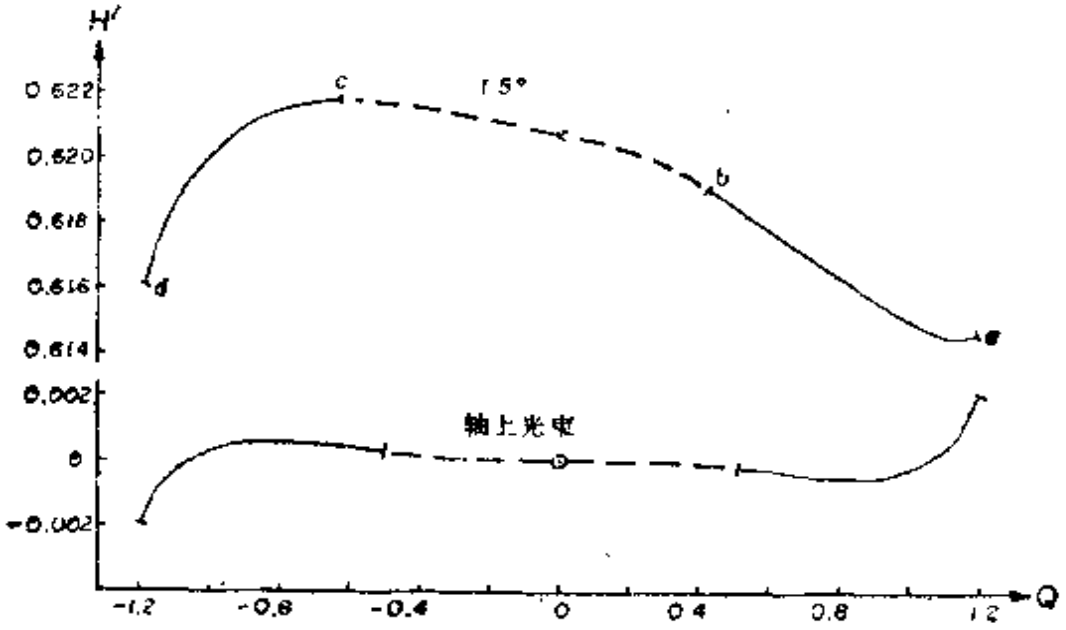


图193　系统A的子午光线图

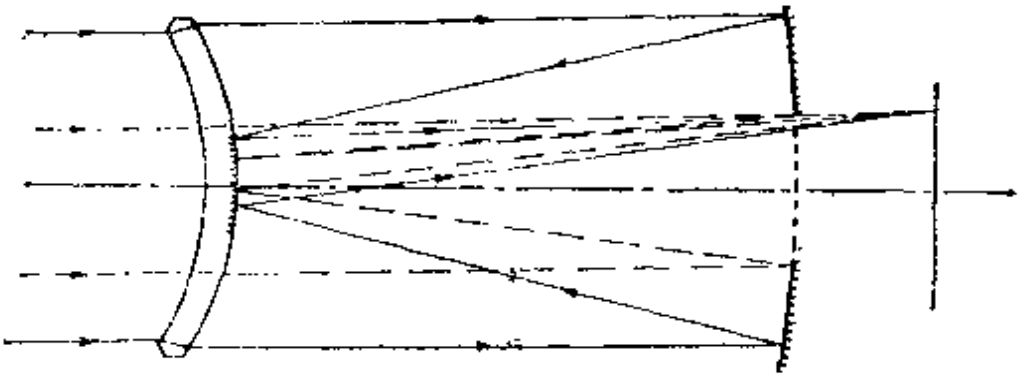


图194　方案A的光路图

在图194中画出了上、下界限光线，从中可以看到，主镜上的开孔是决定哪一条光线通过和哪一条光线不能通过的决定性因素。图195是从上方沿1.5°光束看到的系统前视图。

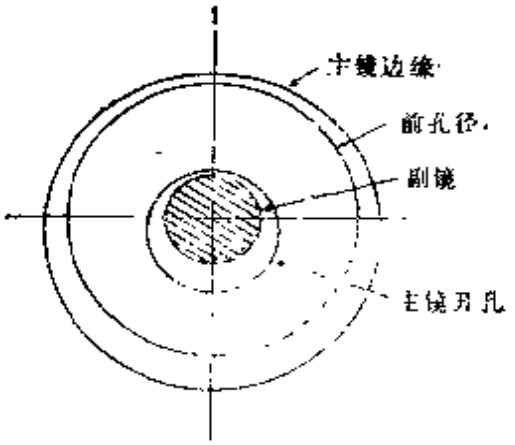


图195　从1.5°方向看到的系统前视图

子午光线图分两支，左支属于落到主镜开孔下方的光线，右支属于开孔上方的光线。显然，这个系统有大量负彗差，并且有一定程度前弯的场曲，尽管这里柯丁顿象面已经失去意义（那是因为主光线被副镜遮挡掉了）。匹兹伐和很大（0.5863），主要是由副镜产生的。

改善这个系统最有效的方法是增大中间空气间隔。因此我们令它增大到5.0，但为了保持焦距25.0，需重新作近轴设计（表XVI）。

表XVI　间隔增大了的卡萨格林系统

c	−0.076	−0.283333		
d		−5		
n	1	−1	1	
ϕ	0.152	−0.467033		
$-d/n$		5		
y	1	0.24		$l'=6.0$
nu	0	0.152	0.04	$l'=25.0$

加进校正镜之后，要按照$l'_3=-6.978947$的要求确定主

镜曲率，以使象仍然在主镜开孔后方1.0处出现。用前述方法最后得到如下系统（方案B）：

	c	d	n_e	玻 璃
	−0.249	0.25	1.52111	K-4
	−0.233333			
(凹镜)	−0.0786549	5.0		
(凸镜)	−0.233333	5.0		

有 $f'=23.82816$，$l'=6.0000$，$LA'=0.00272$，$LZA=-0.00383$，$OSC=0.00014$，$Ptz=0.3046$。

子午光线图见图196，可见这个镜头已经差不多完善了，只是象面强烈前弯。为了完全消除匹兹伐和，要求两个反射镜取相等的半径，当中间空气间隔约为9.0时，就会出现这种情况。当间隔增大到12.0，副镜就变成平面的，此时全部光焦度由主镜负担，系统长度取这样大，彗差校正就成了问题。

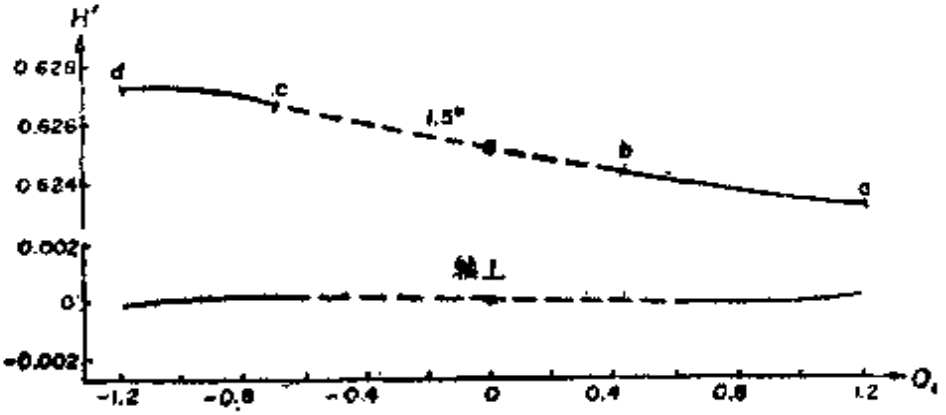


图196 较长的B系统的子午光线图

为了减小匹兹伐和而使系统长度又适当的短，可以在主镜开孔上加进负的平场镜。因此必须重新确定主镜的曲率半径，以使它的后焦点位置恢复到平场镜后方1.0处。加进这个负镜片后使焦距增大（现在系统变成一个超远摄镜头），而且使球差和 OSC 都变得更正。球差可以通过调整 c_1 来校

正，这样得到方案C：

	c	d	n
校正镜	$\begin{cases}-0.24865\\-0.233333\end{cases}$	0.25	1.52111
主　镜	−0.0786009	5.0	
副　镜	−0.233333	5.0 5.13	
平场镜	$\begin{cases}-0.5\\-0\end{cases}$	0.1	1.52111

有 $f'=30.325$，　$l'=0.099991$，　$LA'=0.01809$，　$LZA=-0.01401$，　$OSC=0.00090$，　$Ptz=0.1329$。

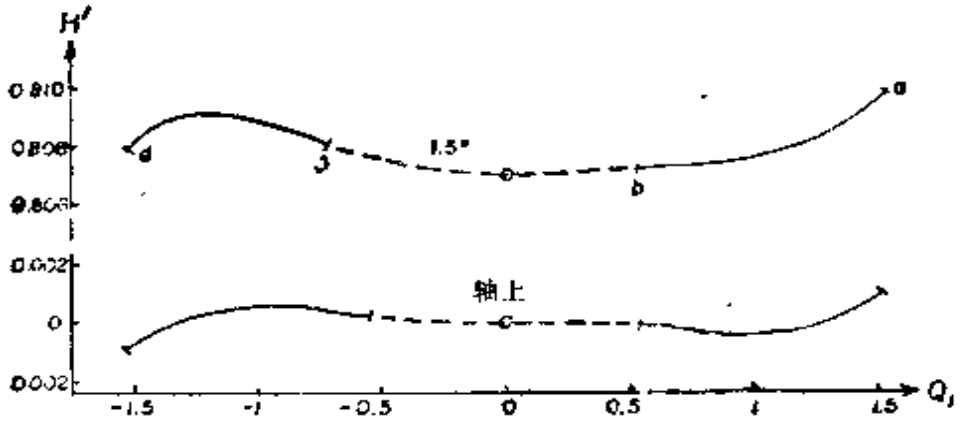


图197　系统C的子午光线图

这个镜头的1.5°子午光线图示于图197，同图中还有轴上象点的子午光线图。这个方案的带球差大得多，正彗差必定是严重的。为此，可以用稍微减小中间空气间隔的办法减小彗差，这样就得到如下的系统D：

c	d	n
$\left.\begin{matrix}-0.28192\\-0.265446\end{matrix}\right\}$	0.25	1.52111
−0.0837446	4.74	
−0.265446	4.74	
$\left.\begin{matrix}-0.5\\0\end{matrix}\right\}$	4.84 0.1	1.52111

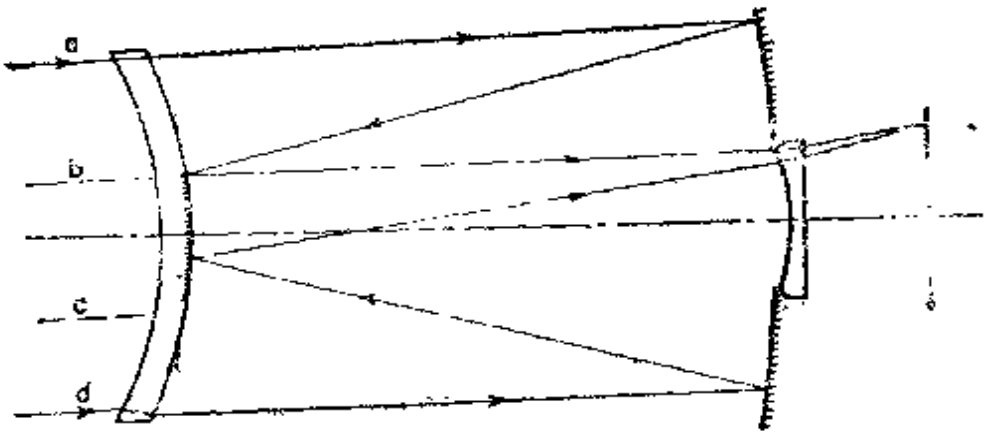


图198　最终方案D的光路图
(为简明起见，界限光线(b)和(c)没有作出)

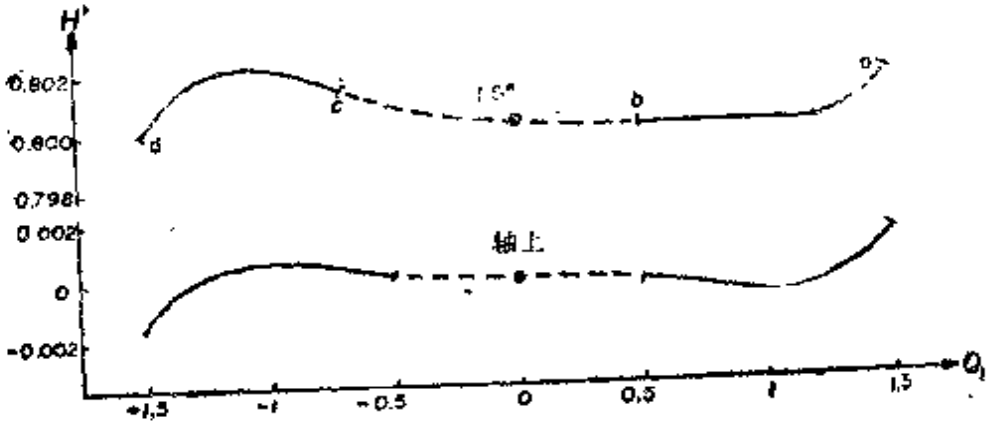


图199　最终方案D的子午光线图

有 $f'=30.0756$，$l'=1.00001$，$LA'=0.03100$，$LZA=-0.02070$，$OSC=0.00047$，$Ptz=0.1865$。显然上述改动还不够，因为OSC仍然是正的。这个最终系统示于图198，它的1.5°子午光线图示于图199。可以看到，缩短系统会减小彗差，但是带球差显著增大，使1.5°曲线的端部显著偏离期待的形状。

这种型式的系统经常被应用在135mm单镜头反光照相机的长焦距镜头中。画面对角线长 43mm。据此很容易求出视场角，现列于下面：

焦距/mm	半视场/度
600	2.5
750	1.6
1000	1.2

必须记住，这种反射系统需要很小心并应完全内部遮挡，防止光不经过反射镜反射而直接落到胶卷上，而且几乎不可能加进改变镜头孔径的可变光栏，所以任何曝光控制只能由改变快门速度来实现。

C. 施瓦尔茨希尔德显微镜物镜

卡尔·施瓦尔茨希尔德在1904年前后发现，反远摄型的双反射镜系统（即入射平行光首先和凸反射镜相遇，被反射到大的凹面副反射镜上）有值得注意的特点，即如果两个反射镜都是球面的，并且有公共球心 C，则如果两个反射镜曲率半径之比等于$(\sqrt{5}+1)/(\sqrt{5}-1)=2.618034$ 的话，初级球差、彗差和象散就全部自动等于零[⊖]。利用第227页的初级象差各面的贡献公式，很容易对初级象差证明这个结论。

对于有限孔径，这个系统有很少量的过校正球差，下面是一个例子：

	c	d
(凸镜)	1.0	1.618034
(凹镜)	0.381966	

⊖ P. Erdös, Mirror anastigmat with two concentric spherical surfaces, J. Opt. Soc. Am. 49, 877, (1959).

有$f'=0.809017$，$l'=3.427051$，$LA'(f/1)=0.00137$，$OSC(f/1)=0.00129$，$LA'(f/2)=0.00008$，$OSC(f/2)=0.00007$。计算时假设光栏在凹反射镜上，$l'_p=0$，于是$OSC=(F'l'/f'L')-1$。

不过，若把这种系统用于显微镜物镜，物体就应放在一定的有限距离上，以达到必要的倍率。这时为了校正球差和彗差，必须适当减弱凹反射镜，同时两个反射镜保持以C为公共中心。当然，其间隔等于r_1-r_2。经过几次试算，很快就能够知道应当取怎样的间隔值。下面是这种类型的10×物镜的一个例子：

	c	d
(凸镜)	1.0	2.07787
(凹镜)	0.3249	

有 $L=l=-7.14694$，$\sin U=u=-0.05$

$l'=3.89256$，$m=-0.1$

N.A.$=0.5$；$LA'=-0.000002$，$OSC=-0.000003$

N.A.$=0.35$；$LA'=-0.000394$，$OSC=-0.000382$

带球差余量小，肯定小于第134页所给出的带球差公差$6\lambda/\sin^2U'_m$，这个公差在本例中是0.00052（设长度单位是英寸）。图200是按比例画出的系统图。我们会看到，凸反射镜的直径应等于0.72才能让N. A.$=0.5$的边缘光线通过，而这却使光束中央部分通不过，最下方的光线N.A.$=0.193$。凹反射镜上的开孔的直径应当等于0.56左右，但是这不是极限的孔径值，可以大一点。不过如果太大，就会让多余的光通过，这是不希望发生的。上述拦光不要太大，以免造成象质严重变坏。

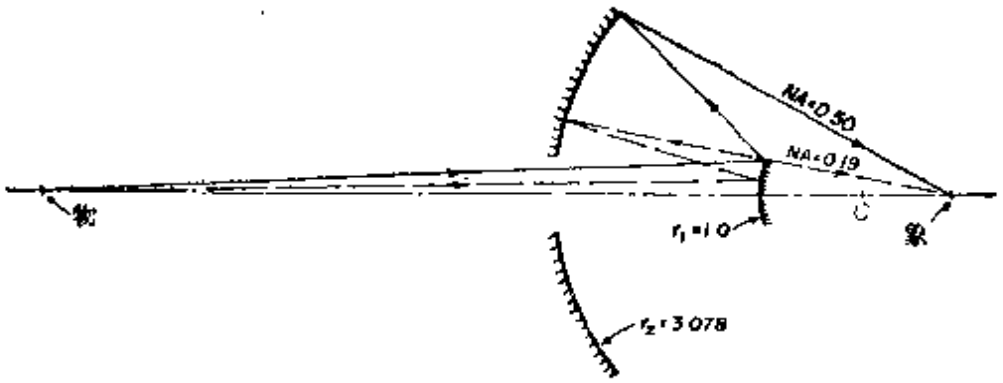


图200　施瓦尔茨希尔德显微镜物镜

D. 三反射镜系统

夏非 (Shafer) 提出了一种有趣的系统。它是经典格里哥林反射系统的改进型⊖。在这种系统中，边缘光线在光轴两侧等距地在主镜上反射两次，在凹反射镜上反射一次，最后成象在副镜中心。它的近轴形式见图 201。若反射镜曲率半径分别是10和7.5，则间隔为7.5，焦距是—7.5。经过几次试算之后可知，为了同时校正半孔径为1.0 (即$f/3.75$)时的球差和OSC，主镜必须是偏心率为 0.63782 的凹椭球面反射镜，副镜应当是偏心率为2.44的凹双曲面反射镜。孔径光栏和入瞳，出瞳都在主镜上。因为占整个入射光束线度一半的入射光束中间部分被副镜所遮挡，所以象接收器可以在副镜中间部分占据它的一半空间，而不会增加遮挡程度。因而上述$f/3.75$系统的视场角是 ±1.91°。如果孔径加倍，视场角也加倍，变成±3.81°。

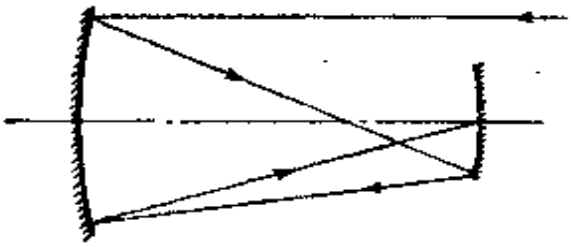


图201　三反射镜齐明系统

⊖ D. R. Shafer, New types of anastigmatic two-mirror telescopes, J. Opt. Soc. Am., 66, 1114, Abs. ThE-17, (1976).

第十五章　目镜设计

目镜和照相物镜的主要区别在于入瞳和出瞳在系统之外，因而目镜镜片的直径要大。这主要决定于视场角而不是相对孔径。后者是由物镜决定的，和目镜本身的结构关系不大。

从象差校正方面来看，轴上球差和色差通常是不重要的，必要时可以由物镜校正。横向色差和彗差必须尽可能校正好。大多数目镜的匹兹伐和大，导致视场边缘有大量象散。观察者习惯于自然地对轴上视场让眼睛放松调节，只在观察视场边缘时才作必要的调节，所以通常力求使弧矢象面平坦而子午象面后弯。这里的象面指的是包括物镜、传象镜（如果有）、棱镜等在内的全系统共同产生的象面。令子午象面稍后弯一点以减小象散的做法，一般会导致弧矢象面前弯。这对于观察者是不适宜的。当然，如果能找到某种方法减小全系统的匹兹伐和的话，情况会大为改善，但是这是难以做到的，因为目镜的焦距短，所以匹兹伐和大，而物镜焦距比较长，匹兹伐和是比较小的。

为了方便使用，眼点（出射主光线和光轴相交的地方）至少要距离透镜末面20mm。这在高倍目镜中是难以做到的，为此往往要求在内部象面的一端设置强的凹面。在出瞳上还可能有大量球差，随着光束倾斜度增大，使斜光束主光线和光轴的交点逐渐移近透镜末面，于是，为了看到视场边缘，眼睛必须前移。这时候眼睛不在观察视场中间部分的最佳位置

上，因而产生肾形阴影*，后者随着眼睛的移动而动。改正这种缺点的方法之一是在目镜某处使用非球面，或者在焦平面上加上非球面校正板，使边缘的主光线在进入目镜之前先发散。

任何目镜都有若干畸变，眼睛看到的是鞍形畸变。它往往是这样产生的一个量，即斜光束倍率由出射角和入射角本身（而不是它的正切）的比值决定。这时候，外观视场角24°时的畸变量约为6%，35°时会达到10%。不过由于目镜视场是圆形的，这样大的畸变一般不会使观察者觉得不舒服。

康拉第已经阐述过一系列简单目镜的设计方法。这些目镜包括惠更斯目镜（第484页），冉斯登（Ramsden）目镜（第497页），凯涅尔（Kellner）目镜（或称消色差冉斯登目镜，第503页），简单消色差目镜（第761页）和各种胶合的或有空气间隔的三透镜组型目镜（第768页）**。罗新㊀（Rosin）曾经阐述过其它一些比较复杂的目镜。本章我们将讨论优良的所谓军用型目镜的设计。它由两个双胶合透镜紧紧靠近而成。同时还将讨论一种埃尔弗（Erfle）型目镜的设计。它通常用于广角双筒望远镜中。

I　军用型目镜设计

在下述军用型目镜的设计例子中，设焦距1英寸，通光

---

* 由于眼睛不能准确保持在光轴上，这个环状阴影不论形状或宽度都是不对称的，某一侧的阴影带比较窄甚至有缺口，原文称为Kidneybean（菜豆形）阴影，这里取其意译为“肾形阴影”——译者注。

** 这些页数都是康拉第原著上的页数——译者注。

㊀ S. Rosin, Eyepieces and magnifiers, in “Applied Optics and Optical Engineering”, (R. Kingslake, ed.) Vol. III, p.331, Academic Press, New York, 1965.

孔径 1 英寸，和10英寸望远镜的双透镜物镜（通光孔径 2 英寸，即 $f/5$）配用。物镜的实际视场是$-2.4°$，在眼睛方面的表观视场约为 25°。要知道，如果没有畸变，表观视场将由视场角正切之比决定，它等于焦距之比，即 $\tan U'_{p,r}=10\tan 2.4°$，于是 $U'_{p,r}=22.7°$。实际的出射光线倾斜角很接近 25°，约有 10%的畸变。

A. 物　　镜

物镜采用第191页所述的齐明双透镜，将它缩放成 $f'=10.0$（e 光）：

	c	d	n_e	
	0.1554	0.32	1.56606	(SK-11)
	−0.2313	0.15	1.67158	(SF-19)
$(D-d)$	−0.0549164			

有 $f'=9.99963$，$l'=9.76247$，$LA'\ (f/5)=0.00048$，$LZA\ (f/7)=-0.00168$，$OSC(f/5)=0.00011$。下一步是按照 $-2.4°$ 追迹上、下界限光线（取第一个顶点上的 $Y_1=\pm 1.0$）以及二者之间的主光线。沿主光线按照柯丁顿公式追迹，求得

$$H'_{p,r}=0.419107,\quad X_s'=-0.01455,\quad X_t'=-0.03154$$

B. 目 镜 设 计

设计目镜时，可以决定采用和物镜相同的玻璃组，并且保持外侧两个面为平面。作为起点，可以令其它面的曲率半径相同。对于规定的焦距 1.0 来说，这个曲率半径应当取 1.0337。暂定两个冕牌玻璃镜片厚度为 0.4，两个火石玻璃镜片厚度为 0.1，两个双胶合透镜之间的间隔为 0.05。为了

检验这些厚度是否适当，追迹以−2.4°进入物镜的下界限光线，发现它和目镜六个面的交点高度是：

场镜	接目镜
0.5175	0.4877
0.5400	0.4362
0.5490	0.3854

通过作图（图 202）知道两个冕牌玻璃镜片的厚度应当分别改为 0.5 和 0.35。这样修改之后，再将 c_4 改成 1.0237，以使焦距恢复原值。

1. **横向色差**

我们第一个任务是追迹 C 光和 F 光的主光线通过全系统（包括物镜），算出在眼睛处的横向角色差 $U'_F-U'_C$。最好对两个光束倾斜角这样做，以求得良好的平衡。得到的结果如下：

视场角/度	$U_F'-U_C'$/度	分
2.4	−0.0505	−3.03
1.5	+0.0241	+1.44

这可以说是平衡得很好了，照顾了视场中间部分而忽略视场边缘部分。不过可以将 c_6 减弱到−1.0（同时为了保持目镜焦距不变而将 c_4 改为 1.0226），以使 2.4°的横向色差稍微减小一点。结果使它等于−2.30′，这是可以接受的。

2. **彗差**

现在把注意力转到彗差。为了计算彗差，追迹上、下界限光线通过全系统，用第 158 页的公式计算它们的交点。这一点在上方或下方和主光线的垂直距离是子午彗差的直接量度；令这个子午彗差除以 3 再除以 H'_{pr}，得到"等价 OSC"。

同样，最好对两个倾斜角计算这个量，并且力求使二者达到最好的平衡，对边缘视场的要求放松一点，以照顾中间视场。这个系统给出如下数值：

视场角/度	L'_{ab}	H'_{ab}	$H'_{z'}$	子午彗差	等价OSC
2.4	−9.6221	4.6920	4.7415	−0.0496	−0.00348
1.5	−147.927	40.2579	40.3045	−0.0466	−0.00039

显然要设法使彗差变正一些。为此可以将场镜减弱5%，然后重复校正横向色差和恢复焦距的过程。经过这样修改之后，得到如下的系统：

	c	d	n_e
场镜	0	0.1	1.67158
	0.982	0.5	1.56606
	−0.982	0.05	
接目镜	1.07227	0.35	1.56606
	−1.03	0.1	1.67158
	0		

有 $f'=1.0000$，$l'=-0.59779$；横向色差，$-2.43'(24°)$，$+1.79'(15°)$；畸变：8.23%(2.4°)，3.13%(1.5°)。算出彗差如下：

视场角/度	$U'_{z'}$/度	L'_{ab}	H'_{ab}	$H'_{z'}$	子午彗差	等价OSC
2.4	24.4	−9.7363	4.6896	4.7282	−0.0385	−0.00271
1.5	15.1	−410.79	111.275	111.1386	+0.1263	+0.00114
					近轴：+0.00166	

假设近轴的 OSC 和中间象的 OSC 数值相等而符号相反，后者是通过由出瞳开始返回目镜追迹一条边缘光线求出来的。这样的校正状态是合理的。下一步转向象散。

3. 象 散

系统的象散是通过沿追迹出来的主光线计算柯丁顿公式求得的，追迹计算包括物镜和目镜。结束公式给出自眼点的倾斜距离 s' 和 t'（眼点假设在末面后方0.7处）。将 s'、t' 值化成眼睛调节的屈光度数更有意义，做法是将算出来的 s'、t' 值除以 39.37（将英寸化为公尺的常数），并且令符号反过来。最后得到的系统有如下结果：

视场角/度	s'	t'	相对于眼睛的屈光度		目 距
			s'	t'	$L'_{p.}$/英寸
2.4	34.054	−12.076	−1.16	+3.26	0.69
1.5	62.94	−136.19	−0.63	+0.29	0.76
			近轴：0.81		

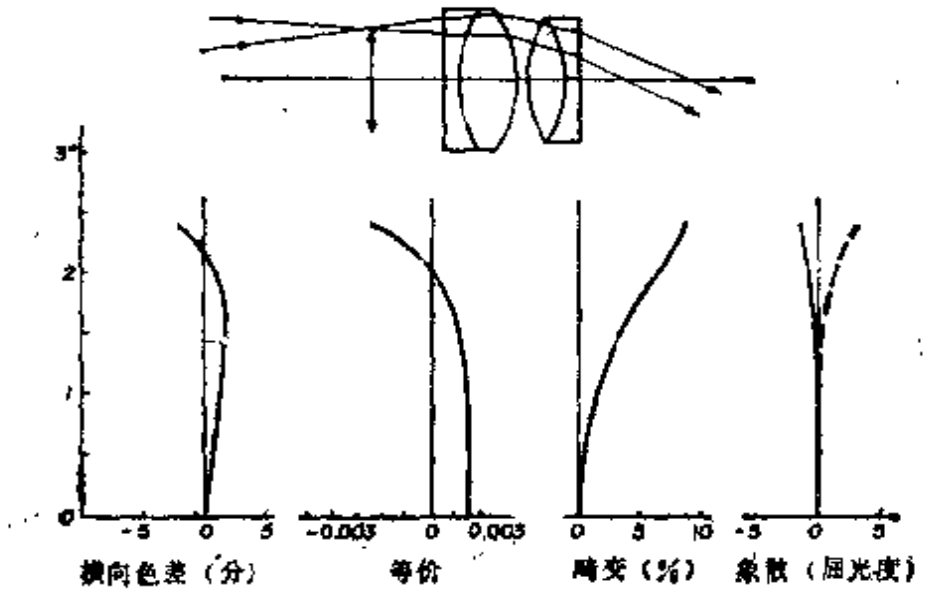


图202 军用型目镜的象差

这里正屈光度表示象面后弯，观察者很易调节适应；负号表示象面前弯。要求观察者的眼睛调节到无限远以外，对于大多数人来说这几乎是不可能的，因此负屈光度应当尽可能

小，当然要小于一个屈光度。这个最终系统的各种象差图示于图 202。

Ⅱ 埃尔弗目镜

如果要求外观视场角接近±35°，就必须减弱前述"布用"目镜两个双透镜的内侧凸面，并且在两者之间加进一个双凸镜片。这种目镜型式在1921年由埃尔弗取得了专利权⊖。

由于这种目镜很长，而且通光孔径要比焦距大许多，因此通常要减弱场镜，并且在靠中间象面的一端设一个强的凹面，以此来保证目距尽可能大。这个凹面还有助于减小匹兹伐和（图 203）。

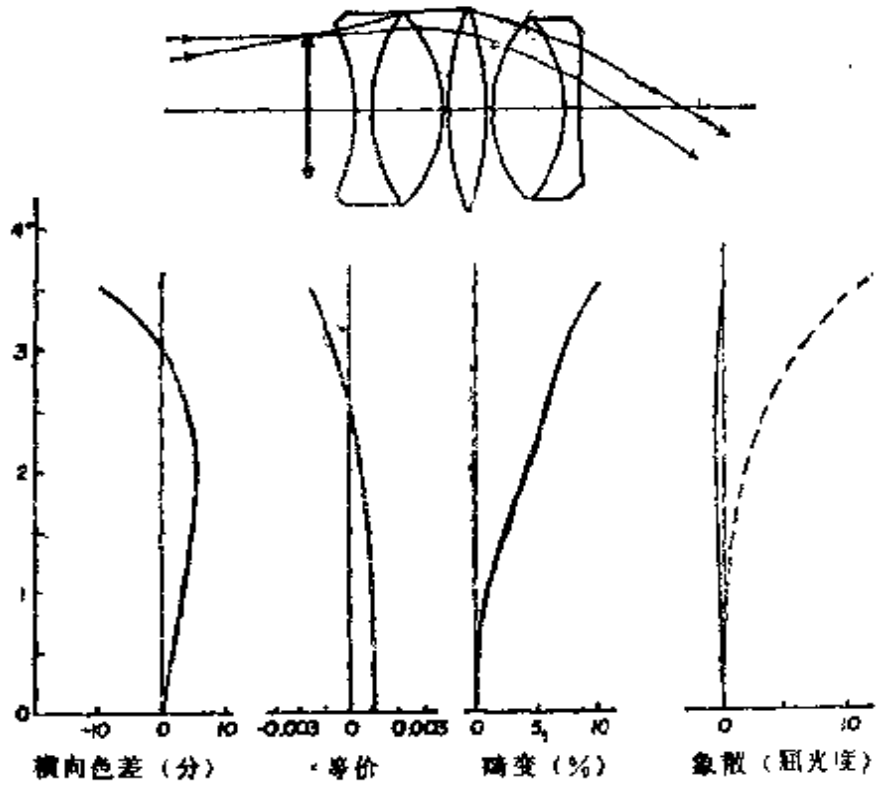


图203 埃尔弗目镜的象差

⊖ H. Erfle. U. S. Patent. 1, 478, 704. filed Aug. 1921.

从这些考虑出发，我们设定场镜光焦度为0.1，中间镜片为0.4，于是接目镜自然应当有0.36左右的光焦度，以保证总焦距1.0。这样的光焦度分配纯粹是人为的，别的分配方式可能会更好。所采用的玻璃组和军用型目镜相同，中间镜片用BK-7。由于自由度多于校正三种象差的需要，所以可以令某些正镜片取等凸形，以减小加工成本。初始系统如下（和与前节相同的物镜配用）：

	c	d	n
场镜$\phi=0.1$	−0.6	0.1	1.67158
	0.6	0.6	1.56606
	−0.833563		
中间镜片$\phi=0.4$	0.3949	0.05	
	−0.3949	0.35	1.51871
接目镜	0.8175	0.05	
	−0.8175	0.6	1.56606
	0.05	0.1	1.67158

有焦距$f'=1.0$，$l'=-0.34460$，2.5°横向色差=8.38′。

显然，我们必须首先减小横向色差，为此增强c_7，并且按照总焦距要求重新确定c_6。选定的厚度应当刚好能通过来自物镜的3.5°光束。这样得到第二方案如下：

c	d	n_e
−0.6	0.1	1.67158
0.6	0.6	1.56606
−0.833563	0.05	
0.3949	0.35	1.51871
−0.3949	0.05	
0.83321	0.6	1.56606
−0.96	0.1	1.67158
0.05		

有 $f'=1.0$，$l'=-0.34987$；横向色差：$-5.67'(3.5°)$，$+5.58'(2.5°)$；等价 OSC：$-0.00301(3.5°)$，$-0.00049(2.5°)$，$0.00057(1.5°)$，-0.00096（轴上）。这里的横向色差大致上已经满足要求，但 $3.5°$ 的横向色差更负一点会有好处，因为这样可以使中间视场的横向色差减小。和前一节一样，所谓等价 OSC 按这样计算，对每个光束倾斜度追迹上光线、主光线和下光线，求出上、下光线的交点相对于主光线的高度，即子午彗差，然后除以 $3H'$。这样求轴上 OSC：反向追迹轴上边缘光线，以高度 $Y_1=0.1$ 平行于光轴进入目镜，算出中间象上原来意义的 OSC。然后把眼睛处的等价 OSC 看成是和中间象上的实际 OSC 数值相等而符号相反的量。

显然我们要减小倾角 $3.5°$ 的负 OSC，最简单的做法是增强场镜中的 c_2 面，并且重新调整接目镜内的面以恢复横向色差的校正状态，而用 c_6 经常使焦距保持不变。还发现稍微加强 c_3 和减小镜片之间的两个空气间隔是有好处的。作这些修改之后得到如下的方案：

	c	d	n_e
场镜，$\phi=0.1$	−0.6	0.1	1.67158
	0.7	0.6	1.56606
	−0.846516	0.03	
中间镜片，$\phi=0.4$	0.3949	0.35	1.51871
	−0.3949	0.03	
接目镜	0.83941		
	−0.85	0.6	1.56606
	0.1	0.1	1.67158

有 $f'=1.0$，$l'=-0.37806$；在中间象上，$LA=+0.00612$（欠校正），$OSC=-0.00099$（过校正）。还有

视场/度	U'_p/度	横向色差/分	L'_{ab}	等价 OSC	畸变(%)	照光度 s'	照光度 t'	$L'_{p'}$
3.5	33.9	−9.57	−2.32	−0.00150	9.60	−0.09	+11.04	0.57
2.5	24.7	+4.90	−3.95	−0.00012	5.75	−0.51	+3.88	0.64
1.5	14.9	+5.78	−54.20	+0.00068	2.17	−0.27	+0.91	0.69
			近轴： +0.00099					近轴：0.72

这个目镜的特性图示于图203。横向色差和等价 OSC 都得到良好的平衡。子午象面肯定是后弯的，而且弧矢象面是平的，这都是所期待的。改变场曲的唯一可靠方法是用其它玻璃重新设计整个目镜，使内部界面上的玻璃折射率差小一点，而保持大的 V 差，以利于校正横向色差。

Ⅲ 伽里略取景器

为许多照相机所采用的普通平视取景器是一个逆置的伽里略望远镜，其中有一个大的负镜片在前方和一个小的正镜片在靠近眼睛的地方。前镜片的框边起限制取景器视场光栏的作用，当然，由于它不在中间象平面上，会有光栏视差，当观察者的眼睛向一边移动时，就会觉得光栏相对于象移动。

设计这种取景器时，要规定负镜片的大小，取景器长度，物空间视场角。通常规定眼睛在接目镜后方 20mm 处。系统的倍率由既定尺寸决定。轴上倍率由负镜片焦距和接目镜焦距的比值决定，它等于近轴光线平行于光轴进入和离开系统时的光线高度的比值 y_1/y_4。斜光束倍率由 $\tan U'_{p'}/$

$\tan U_{p,r}$ 确定，一般沿视场变化，可以使它等于轴上倍率，以消除畸变。为此令前镜片的第二面采用非球面（可以是凹椭球面）。

作为例子，设计一个伽里略取景器，前面的负镜片的对角线长约30mm，包容视场±24°，中间透镜间隔 40mm，眼点距离约20mm。开始时为前方的负镜片假设一组合理的数据。追迹一条近轴光线通过这两个镜片（平行于光轴入射）。经过几次试探计算，选定一个小的双凸的接目镜，使系统成为远焦的。以 Q_1 等于 15 毫米的起始值追迹一条 24° 主光线，算出斜光束倍率和 $L'_{p,r}$。按照“斜光束倍率—轴上倍率”计算畸变。

然后用一个凹椭球面代替第二个球面，当然，顶点曲率不变，以免破坏原来的近轴光线参数，凭经验改变它的偏心率，以使畸变得到消除。如果这时候 L'_p 约等于 20mm，问题即告解决。否则必须改变 c_2 而重复全过程。

如下的方案是按照上述方法作出的（全部长度单位是厘米）：

	c	d	n
椭球面的 $e=0.5916$	0.1		
	0.38	0.30	1.523
		4.00	(空气)
$(1-e^2)=0.65$	0.089698	0.25	1.523
	−0.089698		

有 $L'_{p,r}=2.043$；倍率：0.6250 (24°)，0.6247 (15.8°)，0.6249(轴上)；焦距：前透镜：−6.686，后透镜：10.699。追迹 24° 角的主光线，确定眼点位置之后，就可以通过这个眼点从右到左地追迹其它主光线到达物空间。我们会看到，这个特殊的椭球面完全消除了畸变。系统图示于图 204。当

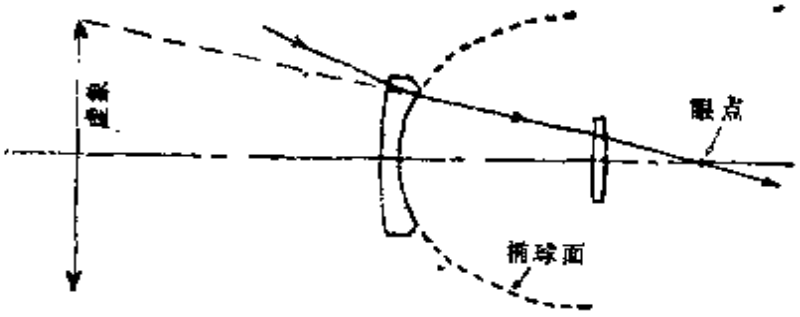


图204　伽里略平视取景器

然，实际上前透镜切割成正方形或长方形，以配合照相机的画幅，和它的垂直视场角及水平视场角配合一致。为保险起见，由取景器决定的视场应稍微窄于照相机本身的视场。

第十六章　透镜自动校正程序㊀

大概直到1956年，本书前面所阐述的透镜设计方法一直是唯一的方法，但是此后，电子计算机的速度已经提高到足以应用到透镜设计的程度。于是好几个国家许多人开始着手解决如何利用高速计算机的问题。这里不单是追迹足够多的光线以评价系统，而且要修改系统以改进它的成象质量。本章的目的是要说明这种计算机程序是怎样构成的，以及怎样处理各种“边界条件”㊁。

使用这种程序时，将一个初始系统输入程序，然后由计算机从事修改，使“评价函数”的计算值下降，向可能的最小值接近。初始系统不必是一个特别良好的镜头，往往可以采用一个和期待系统接近的粗糙系统。事实上，某些设计者甚至给计算机提供一组平行平板，让程序在它们上面产生必要的曲面。用这种方法设计的镜头不如初始系统已经校正得比较好的情况所得到的结果那么好。

1　象差和自由度个数相等的情况

首先考虑简单的情况，即透镜自由度个数和需校正的象差个数都是N。透镜的自由度或变量指的是面曲率、空气间

㊀ 作者感谢唐纳德·P. 费德对编写本章给予的帮助。

㊁ D. P. Feder, Automatic optical design, Appl. Opt. 2, 1209 (1963).