第六章 光线的光路计算及象差理论

本章重点：

像差的定义、分类、概念，像差对系统像质所产生的影响及校正的方法

§6－1 概述

一、基本概念

在几何光学部分我们着重探讨了理想光学系统成象，但是实际光学系统中只有近轴区才具有理想光学系统性质（即只有当视场－＞0，孔径－＞0 情况才能成完善象），实际的光学系统都是以一定的宽度的光束对具有一定大小的物体进行成象，这样由于该情形已不具有理想光学系统的性质，故不能成完善像，从而使象不能严格地表现出原物的形状，例如：点物经系统之后不是点象而是一个弥散斑，我们称这种现象为象差。

1、象差定义：实际象与理想象之间的差异。

2、几何象差的分类（共七种）

单色象差：光学系统对单色光成象时所产生的象差。包含五种：球差、彗差、象散、场曲、畸变。

色差： 位置色差及倍率色差

3、 象差产生的原因

$$\begin{cases} i = \dfrac{l-r}{r}u \\ i' = \dfrac{n}{n'}i \\ u' = u + i - i' \\ l' = r(1+\dfrac{i'}{u'}) \end{cases}$$

$$\sin I = \frac{h}{r}$$
$$\sin I' = \frac{n}{n'}\sin I$$
$$U' = U + I - I'$$
$$L' = r(1+\frac{\sin I}{\sin U'})$$

这二组公式最大的区别是对于近轴光：是用弧度值取代正弦值而得到的。即 $\sin I \approx I$

但实际上这一取代并不是完全精确的，它存在着一定的误差量值，这个误差值随着角度的增大而加大，当角度大到一定程度，这种近似取值就不是很科学，误差值就比较大，从而导致实际与理想之间存在差异。可见，正是由于这些高次项的存在导致了象差的存在。这就是象差产生的原因。

二、像差谱线的选择——主要取决于接收器的光谱特性

设计的每一款系统都是针对某一接收器件的，但接收器件有许多种，对于不同的接收器件其所能够感知的谱线宽度不同，其最为灵敏的谱线也是有差异的，所以对于不同的接收器件像差谱线的选择有很大的区别。

1、目视仪器

目视仪器一般对 **D** 光（**589.3nm**）或 **e** 光（**546.1nm**）校正单色象差；对可见光区的边缘的 **F** 光（***F=486.13nm***）、**C** 光（**c=656.28nm**）校正色差。

2、普通照相系统

对 **F** 光校正单色象差；对 **D** 光、 **G'**光（***G=434.1nm***）校正色差；

也有用 **D** 光校单色象差；**C**、**F** 光校正色差。

§6－2 光路计算

当我们分析物体经过系统成象时，我们不可能也没有必要对所有的光线进行计算，一般情况下只选择一些具有特殊意义的光线作光路计算。

主要有三大类：

①子午面内的光线的光路计算：近轴光线计算－＞可求得理想象的大小及位置

　实际光线的计算－＞可求得实际象的大小及位置。

②轴外点沿主光线的光路计算；

②空间光线的计算。

但并非所有的光学系统设计都必须对这三类光线进行计算，

对于小视场光学系统，例如：望远系统、显微系统，只计算第一类光线即可。

对于大视场、大孔径的光学系统，则三类全应计算。

一、子午面内的光线的计算

子午面是指轴外点与光轴构成的平面。

（一） 近轴光计算

1、 轴上点近轴光的光路计算

第一近轴光是指孔径角对入瞳边缘光线的取值。

对于单个折射面，当物在有限远时，我们采用的公式如下：

$$\begin{cases} i = \dfrac{l-r}{r}u \\ i' = \dfrac{n}{n'}i \\ u' = u + i - i' \\ l' = r(1 + \dfrac{i'}{u'}) \end{cases}$$

由于系统由多个折射面构成，前一折射面到后一折射面的过渡公式为：

$$\begin{cases} n_2 = n_1', n_3 = n_2', \cdots\cdots n_k = n_{k-1}', \\ u_2 = u_1', u_3 = u_2', \cdots\cdots u_k = u_{k-1}', \\ y_2 = y_1', y_3 = y_2', \cdots\cdots y_k = y_{k-1}', \\ l_2 = l_1' - d_1, l_3 = l_2' - d_2 \cdots\cdots l_k = l_{k-1}' - d_{k-1} \end{cases}$$

2、轴外点的近轴光计算：

第二近轴光是指由物体边缘发出，并通过入瞳中心的光线（即边缘物点的主光线）

其计算公式与上面所讲的一致，仍用近轴光路公式计算，只不过为了区别起见，所有的量都应注下角标 **z**，以表示是轴外点近轴光而不是第一近轴光。例如：u_z, l_z等。

（二） 实际光线的光路计算

1、 轴上点

单个折射面物为有限远：

$$\sin I = \frac{h}{r}$$

$$\sin I' = \frac{n}{n'}\sin I$$

$$U' = U + I - I'$$

$$L' = r\left(1 + \frac{\sin I}{\sin U'}\right)$$

物为无限远，则有：

L=-∞，此时 $U_1 = 0, \sin I_1 = ? = \frac{h_1}{r_1}$

实际光的过渡公式：

$$\begin{cases} n_2 = n_1', n_3 = n_2', \cdots\cdots n_k = n_{k-1}', \\ U_2 = U_1', U_3 = U_2', \cdots\cdots U_k = U_{k-1}', \\ y_2 = y_1', y_3 = y_2', \cdots\cdots y_k = y_{k-1}', \\ L_2 = L_1' - d_1, L_3 = L_2' - d_2 \cdots\cdots L_k = L_{k-1}' - d_{k-1} \end{cases}$$

2、 对于轴外点

当物位于无限远时：

$$\begin{cases} \text{设主光线的初始数值：} & U_z, L_z \\ \text{上光线的} & U_a = U_z, L_a = L_z + \dfrac{a}{tgU_z} \\ \text{下光线的} & U_b = U_z, L_b = L_z - \dfrac{a}{tgU_z} \end{cases}$$

式中， a 为入瞳半高度； y 为物高。

当物位于有限远时：

$$\begin{cases} \text{设主光线的初始数值：} & tgU_z = \dfrac{y}{L_z - L}, L_z \\ \text{上光线的} & tgU_a = \dfrac{y-a}{L_z - L}, L_a = L_z + \dfrac{a}{tgU_a} \\ \text{下光线的} & tgU_b = \dfrac{y+a}{L_z - L}, L_b = L_z - \dfrac{a}{tgU_b} \end{cases}$$

二、 光线经过平面时的光路计算

实际光计算公式为：

$$\begin{cases} I=-U \\ \sin I'=\dfrac{n}{n'}\sin I \\ U'=-I' \\ L'=LtgU/tgU' \end{cases}$$

近轴光计算公式：

$$\begin{cases} i=-u \\ \sin i'=\dfrac{n}{n'}\sin i \\ u'=-i' \\ l'=lu/u'=\dfrac{n'l}{n} \end{cases}$$

三、 轴外点细光束的光路计算公式

弧矢面：垂直于子午面并且经过主光线的平面。

子午像点与弧矢像点的公式表示如下：

$$\frac{n'\cos^2 I'_z}{t'}-\frac{n\cos^2 I_z}{t}=\frac{n'\cos I'_z-n\cos I_z}{r}$$

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'\cos I'_z-n\cos I_z}{r}$$

式中，I_z 为主光线的入射角；I'_z 为主光线的折射角；

§6—3 轴上点的球差

一、 球差定义及表示方法

1、沿轴球差的表示形式：

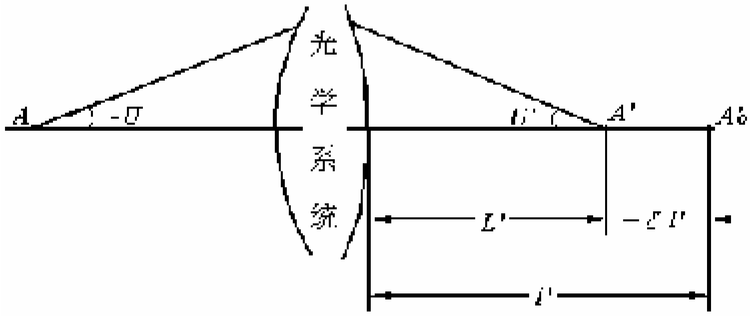

图 6-1

从图中可见，实际象与理想象之间存在着沿轴的差异，就把实际象点与理想象点的偏移称为球差，用 $\delta L'$ 表示：

$$\delta L' = L' - l'$$

2、垂轴球差的表示形式为：

$$\Delta T' = \delta L' \cdot tgU' = (L' - l')tgU'$$

式中，$\Delta T'$ 表示弥散斑半径。

二、 球差校正

从上分析知球差与孔径密切相关，**U** 越大，$\delta L'$ 越大，所以球差必须校正。

正透镜产生负球差，负透镜产生正球差，所以，单个透镜不能校正球差。但若是正负透镜组合，就可以实现球差的校正。

所谓的消球差系统一般只是能使某一孔径带的球差为 **0**，而不能使各个孔径带全部为 **0**，一般对边缘光孔径校正球差，而此时一般在 **0.707** 有最大的剩余球差，且值为边缘带高级球差－**1**／**4**。

三、 单个折射面的三对无球差点

1、当 L=0 时，即物位于顶点处，此时 L'=0，即物、象位于顶点处，此时没有球差产生。

2、当 sinI-sinI'=0 时，即相当于入射光线与球面法线相重合，此时物点与象点均位于曲率中心处

3、 当物位于 $L=\frac{n+n'}{n}r$，像位于 $L'=\frac{n+n'}{n'}r$ 时也没有球差。

四、 球差分布公式

由于光学系统是由多个光组构成，而每一个折射面都将对整个系统的球差有所贡献，而整个系统的球差值就是各个折射面产生的球差传递到系统象空间后相加而成的，故称每个折射面对系统总球差的贡献量值叫球差分布。

这里的球差由二部分构成：1、该折射面本身产生的球差；

2、折射面物方球差乘以该面转面倍率而得。

所谓的球差分布式是指构成系统的每个面对球差的贡献。其形式为：

$$\delta L'=-\frac{1}{2n'_k U'_k \sin U'_k}\sum_1^k S_-$$

式中 ***S_***——每个面上球差分布系数；

§6—4 正弦差及彗差

一、彗差

1、定义：表示的是轴外物点宽光束经系统成象后失对称的情况。

彗差分为二种：一为子午彗差 K'_T；一为弧矢彗差 K'_S

下面以子午彗差为例进行说明（如图 6-2 所示）：

B 点发出充满入瞳的光束，z 为主光线，a 为上光线； b 为下光线，则称上、下光线的交点到主光线 z'的垂轴距离叫子午彗差，用 K'_T 表示，即：

$$K'_T = \frac{1}{2}(Y'_a + Y'_b) - Y'_z$$

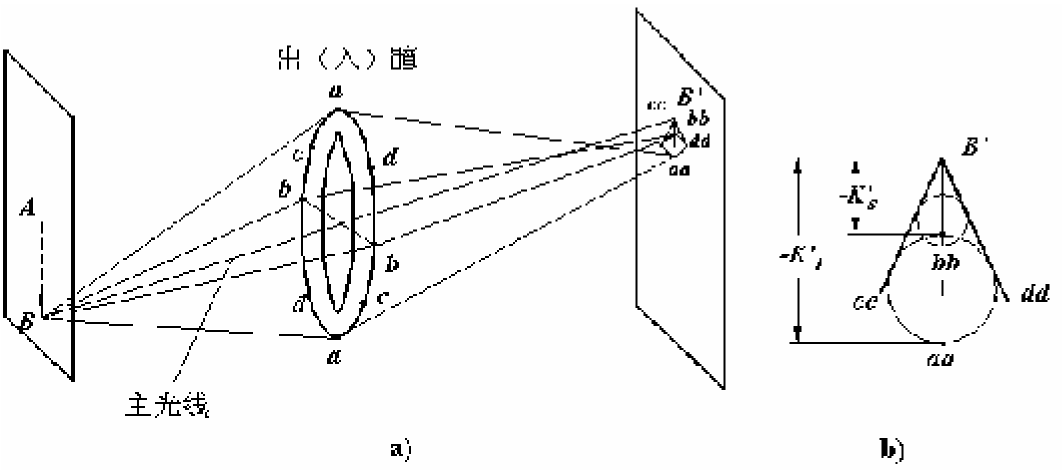

图 6-2

2、彗差的特征及对系统的影响

彗差是轴外象差之一，其危害是使物面上的轴外点成象为彗星状的弥散斑，破坏了轴外视场的成象清晰度，且随孔径及视场的变化而变化，所以又称彗差为轴外象差。它影响的是轴外象点的清晰程度，故对大视场系统而言，彗差必须校正。

3、彗差的级数展开（以弧矢彗差为例）

由于彗差即与孔径相关又与视场相关，所以其展开式中明显的含有相关的量：

$$K'_s = A_1 y h^2 + A_2 y h^4 + A_3 y^3 h^2 + \cdots\cdots$$

式中第一项为初级彗差；后二项为二级彗差，对于小视场大孔径的光学系统， K'_s 主要由前二项决定，即：

$$K'_s = A_1 y h^2 + A_2 y h^4$$

同样当边缘彗差校正为＝**0** 时，在 **0.707** 处有最大的剩余彗差，且值为为孔径二级彗差的（－**1**／**4**）。

并且子午彗差与弧矢彗差并不相等，子午彗差是弧矢彗差的 **3**^{x}。

二、正弦差（*SC'*）

一般用弧矢彗差与象高之比值来代替彗差，即为正弦差，其表示形式为：

$$SC' = \frac{K'_s}{y'}$$

1、　正弦条件：垂轴平面内的两邻近点成完善像的条件。

其公式形式为： $ny \sin U = n' y' \sin U'$

2、不晕成象：系统即无球差也无彗差（正弦差），即为不晕成象。

3、等晕成象：指轴上点与邻近点有相同的成象缺陷，称为等晕成象。

4、等晕条件：

$$\frac{1}{\beta}\frac{n}{n'}\frac{\sin U}{\sin U'} - 1 = \frac{\delta L'}{L' - l'_z}$$

式中，l'_2为第二近轴光的出瞳距。

5、正弦差：若系统不满足等晕条件（即存在彗差及球差），那么用以描述等晕条件的偏离程度的值叫正弦差。

6、齐明点：校正了球差并符合正弦条件的一对共轭点叫齐明点。

三、彗差的校正

与光阑的位置有关。

彗差的大小、正负还与透镜的形状、系统的结构形式有关，采用对称式结构形式可消除彗差。

§6－5　象散及场曲

一、　象散

1、定义（如图 **6-3** 所示）：

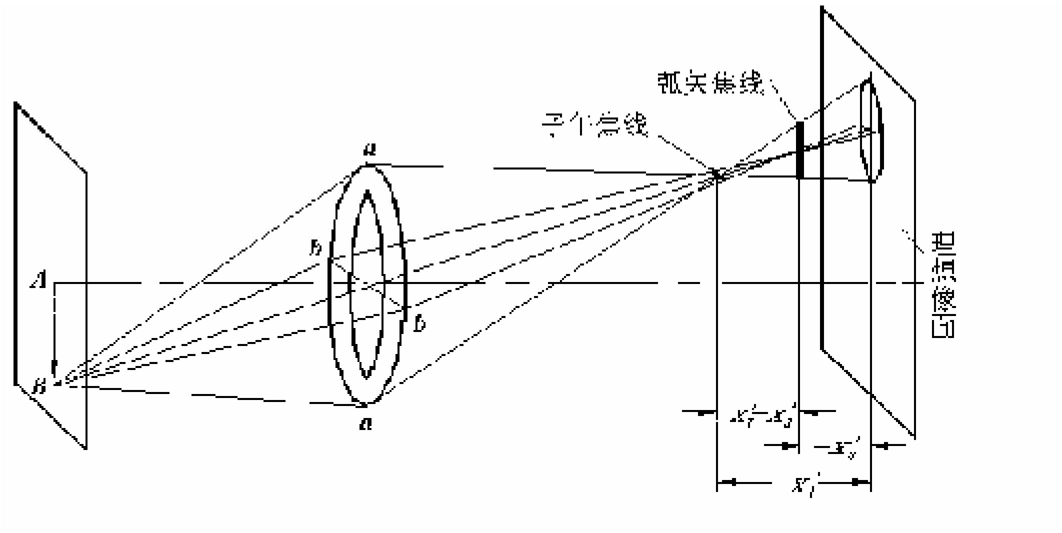

图 **6-3**

设这是一个有象散的系统，当轴外点以细光束成像时，这时 $K'_T=0$，没有彗差，于是上、下、主光线的共轭光线交于一点 B'_t，之

后又散开交辅轴于 B'_{s1}，B'_{s2}，B'_s，我们称 B'_t，B'_s 分别为子午象与弧矢像。很明显二者并不重合，则称二者分开的轴向距离为象散，用 x'_{ts} 表示。

2、公式形式：

$$x'_{ts} = l'_t - l'_s$$
$$l'_t = t'\cos U'_z + x \Rightarrow\Rightarrow x'_{ts} = t'\cos U'_z - s'\cos U'_z = (t' - s')\cos U'_z$$
$$l'_s = s'\cos U'_z + x$$

0

3、缺点：由于象散的存在，导致轴外一点象成为互相垂直的二条短线，严重时轴外点得不到清晰的象。影响的也是轴外象点的清晰程度。所以对于大视场系统而言，象散必须校正。

4、 级数展开

当只取二级象散时，有：$x'_{ts}=C_1y^2+C_2y^4$

对边缘视场校正象散时，在 **0.707** 处有最大的剩余象散，值为视场边缘处高级象散的

—1／4，

其象散分布式为：

$$x'_{ts} = -\frac{1}{n'_k u'^2_k}\sum_1^k S_{III}$$
$$S_{III} = S_I\left(\frac{i_z}{i}\right)^2$$

式中 S_{III} 为初级象散分布系数；

二、场曲

1、定义及分类：

场曲分为：子午场曲及弧矢场曲。

子午场曲：子午象点相对于高斯象面的距离 x'_t；

弧矢场曲：弧矢象点相对于高斯象面的距离 x'_s；

$$x'_t = l'_t - l' = t'\cos U'_z - l'$$
$$x'_s = l'_s - l' = s'\cos U'_z - l'$$

2、级数展开

同样由于是细光束成象，所以也只与视场有关

$$x'_{t(s)} = A_1 y^2 + A_2 y^4 + A_3 y^6 \cdots\cdots$$

若只取头二项，有： $x'_{t(s)}=A_1y^2+A_2y^4$

3、分布式

$$x'_t = -\frac{1}{2n'_k u'^2_k}\sum_1^k (3S_{III} + S_{IV})$$
$$x'_s = -\frac{1}{2n'_k u'^2_k}\sum_1^k (S_{III} + S_{IV})$$
$$S_{III} = S_I\left(\frac{i_z}{i}\right)^2$$
$$S_{IV} = J^2(n'-n)/nn'r$$

式中，S_{IV}——是初级场曲分布系数，J——拉氏不变量。

4、成像缺陷：

当光学系统存在严重的场曲时，就不能使一个较大平面物体各点同时成清晰像，当把中心调焦清楚了，边缘就模糊，反之亦然，所以大视场系统必须校正场曲。它影响的也是轴外象点的清晰程度。

5、校正的方法

1）用高折射率的正透镜，低折射率的负透镜，并适当拉开距离，即所谓的正负透镜分离；

2）用厚透镜。

说明：场曲是由球面特性所决定的，即使无象散，即子午象面与弧矢像面重合在一起，仍存在场曲，此时的象面弯曲称为匹兹伐尔场曲，用 x'_p 表示，此时的象面为匹兹伐尔象面。

$$x'_p = -\frac{1}{2n'_k u'^2_k} J^2 \sum_1^k \frac{n'-n}{nn'r}$$

§6—6　畸变

畸变也是几何象差之一，它主要是指主光线的象差。

一、　定义：

由于球差的影响，不同视场的主光线通过系统后其与高斯象面的交点与理想象高并不相等，设理想象高为 y'，主光线与高斯象面交点的高度为 Y'_z，则二者之间的差别就是系统的畸变，用 $\delta Y'_z$ 表示，称为绝对畸变：

$$\delta Y'_z = Y'_z - y'$$

因为畸变是在垂轴方向上度量的，故它属于垂轴像差，但实际上在设计中应用较多的并不是绝对畸变，而是相对畸变———它是指象高之差相对于理想象高之比。公式表示为：

$$q' = \frac{\delta Y'_z}{y'} \times 100\% = \frac{\bar{\beta} - \beta}{\beta} \times 100\%$$

式中，$\bar{\beta}$——某视场实际垂轴放大率；β———理想垂轴放大率。

二、畸变的种类

常见的畸变类型有二种：枕形畸变及桶形畸变，见图（**6-4**）

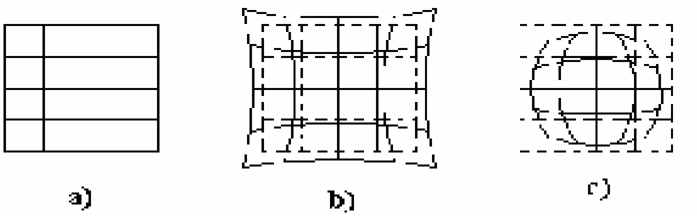

图 6-4

三、分布式

$$\delta Y'_z = -\frac{1}{2n'_k u'_k}\sum_1^k S_V$$

$$S_V = (S_{III} + S_{IV})\frac{i_z}{i}$$

式中，S_V 为初级畸变分布系数。

当对边缘视场校正畸变时，在 **0.755y_m** 处有最大的剩余畸变，且值为 －**0.186***的高级畸变。

可见，畸变只与视场有关。

四、成像缺陷

畸变只是使象的形状产生失真（发生变形），并不影响象的清晰程度，对于非对称系统而言，要完全消除畸变是很困难的。

方法：采用对称式结构可自动消除；采用光阑。

§6－7　色差

当光学系统对白光等复色光进行成象时，就会产生色差。

一、　位置色差

1、　产生的原因

当入射光波为复色光时，由于光中含有许多不同的波长的单色光波，波长越小其象距越小，从而形成按波长由短至长，各自象点离透镜由近及远排列在光轴上，形成位置色差。

2、位置色差的定义：轴上点二种色光成像位置的差异。

其数学形式为：

$$\Delta L'_{\lambda_1\lambda_2} = L'_{\lambda_1} - L'_{\lambda_2}$$

对于目视仪器而言，一般选取 **C** 光及 **F** 光来校正它的色差，即：

$$\Delta L'_{FC} = L'_F - L'_C \text{——这是实际光}$$
$$\Delta l'_{FC} = l'_F - l'_C \text{——这是近轴光}$$

3、二级光谱：若 **C**、**F** 光在 **0.707** 带相交，即校正了位置色差，但是二色光的交点与 **D** 光的球差曲线并不重合，则称该交点到 **D** 光曲线的轴向距离为二级光谱，表示为：$\Delta L'_{FCD}$，其数学形式为：

$$\Delta L'_{FCD} = L'_{0.7F} - L'_{0.7D}$$

4、初级位置色差分布公式：

$$\Delta l'_{FC} = -\frac{1}{n'_k u'^2_k}\sum_1^k C_I$$

$$C_I = luni\left(\frac{\Delta n'}{n'} - \frac{\Delta n}{n}\right) \quad \text{———初级位置色差系数}$$

$$\Delta n' = n'_F - n'_C$$

$$\Delta n = n_F - n_C$$

如果系统是薄透镜构成的系统，其薄透镜系统的色差系数为：

$$\sum_m^M C_I = \sum_m^M h^2 \frac{\phi}{\gamma}$$

即各个单薄透镜的系数相加即可，式中，M 为系统中透镜的个数；ϕ 为每块透镜的光焦度；γ 为每块透镜的阿贝数；h 为每块透镜上的投射高度。

由于位置色差是轴上点象差，故只与孔径相关，随着孔径的不同，其值也不同。

二、倍率色差

1、定义：轴外物点发出的两种色光的主光线在消单色光像差的高斯象面上交点的高度之差。

对于目视光学系统是以 **C**、**F** 光的主光线在 **D** 光的高斯像面上的交点高度之差来表示。

其数学表示式为：

$$\Delta Y'_{FC} = Y'_F - Y'_c$$

倍率色差是在高斯像面上进行度量的，故属垂轴象差，只与视场相关。

2、成像缺陷：当倍率色差严重时，物体的象有彩色的边缘，即各色光的轴外点不重合，从而破坏了轴外点的清晰度，造成像的模糊，故它影响的也是轴外像点的清晰程度。且倍率色差随着视场的增大而加大，故对于大视场系统，倍率色差必须校正。

3、分布式为：

$$\Delta Y'_{FC} = -\frac{1}{n'_k u'_k}\sum_1^k C_{II}$$

$$C_{II} = C_I \frac{i_z}{i}$$

4、倍率色差的校正方法：对称式结构；利用光阑在球心处或物在顶点处。

§6—8　波象差

一、**波像差定义：**是实际波面与理想波面的光程差。

对轴上点而言，单色光的波象差仅与球差有关，

$$W' = \frac{n'}{2}\int_0^{U'_m} \delta L' du'^2$$

二、波色差

$$W'_{Fc} = W_F - W_c = \sum_{1}^{n} (D - d) dn$$

$$dn = n_F - n_c$$

式中，d 为透镜沿光轴的厚度；d_n 为介质的色散。

§6—9　象差容限

象差容限是一个重要而且复杂的问题，它与很多因素有关，如：与评价的方法、使用的条件等都有关。系，在这里我们分二种情况分别分析：一为小象差系统，一为大象差系统。

一、对于小象差系统

对于这样的系统，由于它们的视场相对比较小，所以为了保证轴上点及其邻近点的成象质量，应该校正的象差主要包括：球差、正弦差、位置色差。

1、球差：

若系统仅有初级球差，则有：

$$\delta L'_m \le \frac{4\lambda}{n' \sin^2 U'_m}$$

若系统同时具有初级及二级球差，则应对边缘光校正球差，带光处具有最大的剩余球差，其值为：

$$\delta L'_{0.7} \le \frac{6\lambda}{n' \sin^2 U'_m}$$

但实际上对于边缘光并不能真的令它＝**0**，其残余的量值为：

$$\delta L'_m \le \frac{\lambda}{n' \sin^2 U'_m}$$

2、　正弦差

$$SC' \le \frac{\lambda}{2n'y'\sin U'_m}$$

或者说，$SC' \le \pm 0.0025 \sim \pm 0.00025$

3、 色差

$$W'_{FC} \le \frac{\lambda}{2} \sim \frac{\lambda}{4}$$

$$\Delta L'_{FC} \le \frac{\lambda}{n'\sin^2 U'_m}$$

二、对于大视场光学系统

1、子午彗差及弧矢彗差；

$$K'_t \le \frac{1.5\lambda}{n'\sin^2 U'_m}$$

$$K'_s \le \frac{1\lambda}{n'\sin^2 U'_m}$$

2、象散 $x'_{ts} \le \frac{\lambda}{n'\sin^2 U'_m}$

3、畸变： $q' \le 5\%$ 用相对畸变来表示，看起来不变形就可以了。

4、场曲： $x'_t, x'_s \le \frac{4f'_{目}}{1000}$ ----指人眼的调节范围

5、倍率色差： $\frac{\Delta Y'_{FC}}{f'} \times 3438' \le 2' \sim 4'$