

目 录

前言

第一章 牛顿干涉仪、斐索干涉仪和海丁格干涉仪	1
§ 1.1 牛顿干涉仪	1
§ 1.1.1 光源尺寸的要求	8
§ 1.1.2 几种合适的光源	10
§ 1.1.3 制作平面样板的材料	10
§ 1.1.4 估算最大误差的简单方法	11
§ 1.1.5 牛顿干涉仪的其它用途	12
§ 1.2 斐索干涉仪	16
§ 1.2.1 基本的斐索干涉仪	17
§ 1.2.2 液体基准样板	18
§ 1.2.3 检验近似平行平板	19
§ 1.2.4 用斐索干涉仪检验曲面	20
§ 1.2.5 对光源单色性的要求	22
§ 1.2.6 使用激光作光源的斐索干涉仪	23
§ 1.2.7 多光束斐索干涉仪	24
§ 1.2.8 检验大口径玻璃试样和熔凝石英试样的不均匀性	24
§ 1.2.9 检验三面直角棱镜和直角棱镜	25
§ 1.2.10 检验四面或凸面	28
§ 1.2.11 准直透镜的质量要求	29
§ 1.3 海丁格干涉仪	31
§ 1.3.1 海丁格干涉仪的应用	32
§ 1.3.2 用激光作海丁格干涉仪的光源	32
§ 1.4 平面样板的绝对检验	35
参考文献	37
第二章 泰曼-格林干涉仪	40
§ 2.1 引言	40

X

§ 2.1.1 分光镜	42
§ 2.2 相干性要求	43
§ 2.2.1 空间相干性	45
§ 2.2.2 时间相干性	48
§ 2.3 泰曼-格林干涉仪的应用	50
§ 2.3.1 检验棱镜和衍射光栅	51
§ 2.3.2 检验透镜	53
§ 2.3.3 检验显微物镜	55
§ 2.4 不等程干涉仪	56
§ 2.4.1 几种特殊设计	57
§ 2.5 干涉图的拍摄	59
§ 2.6 典型干涉图及其分析	60
§ 2.6.1 任意波面的干涉图分析	65
参考文献	67
第三章 共光路干涉仪	70
§ 3.1 引言	70
§ 3.2 使用两块匹配散射板的伯奇干涉仪	70
§ 3.3 双折射分光镜	73
§ 3.3.1 萨瓦偏光镜	73
§ 3.3.2 湿拉斯顿棱镜	75
§ 3.3.3 双焦系统	76
§ 3.4 横向错位干涉仪	77
§ 3.4.1 萨瓦偏光镜的使用	77
§ 3.4.2 湿拉斯顿棱镜的使用	79
§ 3.5 双焦干涉仪	81
§ 3.6 桑德斯棱镜干涉仪	83
§ 3.7 点衍射干涉仪	85
§ 3.8 光学传递函数的测定	86
§ 3.8.1 扫描法	86
§ 3.8.2 自相关法	88
参考文献	91

第四章 横向错位干涉仪	92
§ 4.1 引言	92
§ 4.2 关于光源相干性的讨论	93
§ 4.3 横向错位干涉计量的理论简介	94
§ 4.3.1 关于初级象差的横向错位研究	97
§ 4.4 未知波面的计算	102
§ 4.5 平行光横向错位干涉仪(白光补偿)	105
§ 4.5.1 以雅满干涉仪为基础的横向错位干涉装置	105
§ 4.5.2 以迈克耳逊干涉仪为基础的横向错位干涉装置	107
§ 4.5.3 以循环干涉仪为基础的横向错位干涉装置	108
§ 4.5.4 以马赫-曾德尔干涉仪为基础的横向错位干涉装置	108
§ 4.6 会聚光横向错位干涉仪(白光补偿)	111
§ 4.6.1 以迈克耳逊干涉仪为基础的横向错位干涉装置	111
§ 4.6.2 以马赫-曾德尔干涉仪为基础的横向错位干涉仪	114
§ 4.7 应用激光器的横向错位干涉仪	117
§ 4.7.1 平行板干涉仪的其它应用	120
§ 4.8 其它类型的横向错位干涉仪	123
§ 4.8.1 基于衍射原理的横向错位干涉仪	124
§ 4.8.2 基于偏振原理的横向错位干涉仪	126
参考文献	128
第五章 径向错位干涉仪、旋转错位干涉仪、倒转错位干涉仪	130
§ 5.1 引言	130
§ 5.2 径向错位干涉仪	131
§ 5.2.1 单光程径向错位干涉仪	133
§ 5.2.2 双光程径向错位干涉仪	138
§ 5.2.3 激光径向错位干涉仪	141
§ 5.3 旋转错位干涉仪	144
§ 5.3.1 光源大小未补偿的旋转错位干涉仪	147
§ 5.3.2 光源大小补偿的旋转错位干涉仪	150
§ 5.4 倒转错位干涉仪	150
§ 5.4.1 几种倒转错位干涉仪	152

Ⅲ

参考文献	155
第六章 多光束干涉仪	157
§ 6.1 发展简史	157
§ 6.2 多光束干涉计量技术的精度	160
§ 6.3 多光束斐索干涉仪	163
§ 6.3.1 干涉条纹的形成条件	163
§ 6.3.2 斐索干涉测量法	168
§ 6.4 等色序条纹	171
§ 6.5 多光束干涉测量技术中如何减小干涉条纹的间隔值	174
§ 6.6 平行平面法布里-珀罗干涉仪	175
§ 6.6.1 薄膜厚度的测量	176
§ 6.6.2 表面平面度偏差	176
§ 6.7 用法布里-珀罗干涉仪产生的托兰斯基干涉条纹	181
§ 6.8 检验曲面用的多光束干涉仪	183
§ 6.9 纹合干涉仪和串联干涉仪	184
§ 6.9.1 纹合干涉仪	184
§ 6.9.2 串联干涉仪	186
§ 6.10 全息多光束干涉仪	187
参考文献	187
第七章 多通干涉仪	192
§ 7.1 双通干涉仪	192
§ 7.1.1 象差的分离	192
§ 7.1.2 相干条件的简化	195
§ 7.1.3 提高精度的双通干涉仪	197
§ 7.2 多通干涉仪	199
参考文献	204
第八章 傅科刀口法、细丝法及调相法	205
§ 8.1 引言	205
§ 8.2 傅科检验法和刀口检验法	205
§ 8.2.1 说明	205
§ 8.2.2 几何原理	210
§ 8.2.3 物理原理	217

§ 8.3 细丝检验法	224
§ 8.3.1 几何原理	228
§ 8.3.2 物理原理	229
§ 8.4 普拉兹克-盖维俄拉检验法	230
§ 8.4.1 几何原理	232
§ 8.5 调相检验法	234
§ 8.5.1 泽耐克检验及其与斯马特干涉仪的关系	234
§ 8.5.2 利奥特检验法	239
§ 8.5.3 沃尔特检验法	240
§ 8.6 瑞奇-康芒检验法	243
参考文献	246
第九章 朗奇检验法	250
§ 9.1 引言	250
§ 9.1.1 发展简史	250
§ 9.2 几何原理	257
§ 9.2.1 初级象差的朗奇图	253
§ 9.2.2 非球面的朗奇图	259
§ 9.2.3 补偿朗奇光栅	267
§ 9.3 波面形状的测定	263
§ 9.3.1 普通情况	263
§ 9.3.2 旋转对称的表面	267
§ 9.4 物理原理	269
§ 9.4.1 数学分析	269
§ 9.4.2 物理原理与几何原理的关系	275
§ 9.5 朗奇检验法的实际应用	276
§ 9.6 其它几种有关的检验	280
§ 9.6.1 同心圆环格栅	280
§ 9.6.2 扫描朗奇检验法	280
§ 9.6.3 边带朗奇检验法	281
§ 9.6.4 洛厄检验法	282
参考文献	283

XIV

第十章 哈特曼检验法及其它光阑检验法	287
§ 10.1 引言	287
§ 10.2 原理	289
§ 10.3 光阑的类型	294
§ 10.3.1 哈特曼径向光阑	294
§ 10.3.2 螺旋式光阑	296
§ 10.3.3 矩形列阵检验法	297
§ 10.4 哈特曼检验装置	301
§ 10.5 数据处理	303
§ 10.6 迈克耳逊检验法和加德纳-贝尼特检验法	309
§ 10.7 小结	310
参考文献	311
第十一章 星点检验法	313
§ 11.1 小象差的星点检验原理	314
§ 11.1.1 没有象差的艾里图形	315
§ 11.1.2 离焦的艾里图形	317
§ 11.1.3 多色光	322
§ 11.1.4 有中心障碍物的光学系统	323
§ 11.1.5 小象差效应	324
§ 11.2 带有小象差的实际情况	326
§ 11.2.1 期望的效应	326
§ 11.2.2 星点检验的光源	328
§ 11.2.3 星点检验用光学系统的安排	330
§ 11.2.4 显微镜物镜	333
§ 11.2.5 星点检验能否定量	334
§ 11.3 有大象差的星点检验	335
§ 11.3.1 球差	335
§ 11.3.2 纵向色差	337
§ 11.3.3 轴对称性	337
§ 11.3.4 象散	337
§ 11.3.5 畸变	337
§ 11.3.6 非补偿检验法	338

参考文献	339
第十二章 全息术和莫尔条纹技术	341
§ 12.1 引言	341
§ 12.2 使用全息图的干涉仪	342
§ 12.2.1 波前存储	343
§ 12.2.2 无损检验	344
§ 12.2.3 全息样板	347
§ 12.3 应用综合全息图的干涉仪	349
§ 12.3.1 基本方法	349
§ 12.3.2 误差原因	351
§ 12.3.3 用计算机全息图得到的结果 ..	353
§ 12.3.4 与普通补偿光学零件结合	354
§ 12.3.5 对计算机全息图检验法前景的预计	356
§ 12.4 双波长干涉测量法	357
§ 12.4.1 基本技术	357
§ 12.4.2 检验毛玻璃表面	360
§ 12.4.3 电子探测技术	361
§ 12.5 莫尔干涉测量法	362
§ 12.5.1 基本原理	363
§ 12.5.2 实验装置	363
§ 12.5.3 实验结果	366
参考文献	367
第十三章 条纹扫描干涉仪	369
§ 13.1 条纹扫描技术	369
§ 13.2 干涉条纹的同步检测	370
§ 13.3 扫描泰曼-格林干涉仪	380
§ 13.3.1 基本原理	380
§ 13.3.2 系统误差	382
§ 13.3.3 波面的探测	383
§ 13.3.4 波面处理	384
§ 13.3.5 绝对校准	386
§ 13.3.6 半径测量	387

XVI

§ 13.3.7 透镜检验	389
§ 13.4 扫描式横向错位干涉仪	391
§ 13.5 测长干涉仪	392
§ 13.6 莫尔条纹扫描技术	395
参考文献	395
第十四章 使用补偿器的零检验法	397
§ 14.1 历史回顾	397
§ 14.2 多尔式补偿器	399
§ 14.3 奥夫纳补偿器	402
§ 14.3.1 折射式奥夫纳补偿器	402
§ 14.3.2 反射式奥夫纳补偿器	405
§ 14.4 用于二次凹面的其它补偿检验法	410
§ 14.5 欣德尔检验法	413
参考文献	416
第十五章 一些参数的测定	417
§ 15.1 长度的测定	417
§ 15.1.1 曲率半径的测量	418
§ 15.1.2 象方顶焦距和焦距	422
§ 15.1.3 光学零件的厚度	422
§ 15.2 角度的测量	423
§ 15.2.1 分度圆盘	423
§ 15.2.2 曲尺	424
§ 15.2.3 比较标准	425
§ 15.2.4 制造公差	428
§ 15.3 装配容差	431
参考文献	434
附录	436
附录 1 光学面及其特性	436
附录 2 洋耐克多项式及波面拟合	443
附录 3 波象差的分类	460
附录 4 几种常用的补偿检验光路	465

第一章 牛顿干涉仪、斐索干涉仪 和海丁格干涉仪

M. V. R. K. 默蒂

牛顿(Newton)干涉仪、斐索(Fizeau)干涉仪和海丁格(Haidinger)干涉仪是适合光学加工工作者使用的三种最简单、最有效的检验仪器。在光学加工车间里装备这三种干涉仪并不困难，用这三种仪器可以进行光学零件的常规检验。检验的精确度可达几分之一光波长。虽然这些仪器的应用和解释是简单的，但它们的物理原理都涉及到对物理光学有一定程度的了解。本章将全面研究这三种干涉仪，并介绍用激光作光源的近况。

§ 1.1 牛顿干涉仪

我们冒昧地把任何有两个表面相接触，并用单色光照明的装置都称为牛顿干涉仪。因此在大学的物理光学实验中用来产生牛顿环的类似装置也是一种牛顿干涉仪，不同的仅仅是由于其中一个表面离开接触点后存在大的空气隙，如图 1.1 所示。因此，有时需要用放大镜，甚至要用低倍率显微镜观察牛顿环。在光学车间里，我们一般将一个工作的平面样板与另一个基准样板的精密表面相比较，或是将一个球面与另一个弧度相同而弯曲面相反的标准球面相比较。在这种情况下，空气隙厚度一般都小于光的几个波长。在各种形式的牛顿干涉仪中，我们所关心的主要通过观察和识别牛顿环来判定这个空气隙厚度的不均匀性。图 1.2 所示是观察牛顿环的一个简单装置。任何光源，例如钠灯、低压汞灯或氦灯都可以用作这种装置的光源。在某些情况下还可以使用普通钨丝白炽灯作光源。

我们首先观察一下两个完善的平面样板在相互接触而又有一

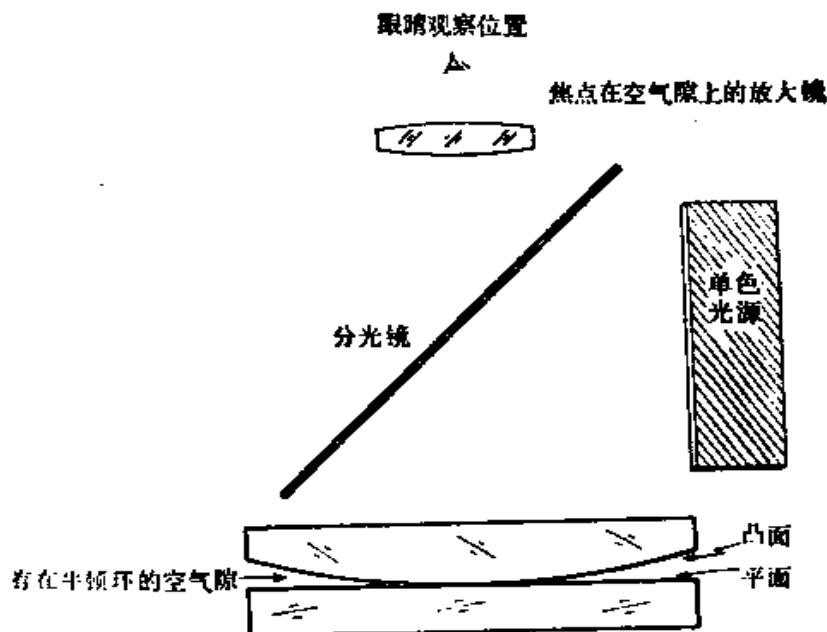


图1.1 观察牛顿环的装置

把焦距约为1米或2米的平凸透镜的凸面与一个平面
样板的平面接触，并用单色光照明

个很小空气楔时所发生的现象，如图1.3所示。这个空气楔的左边薄右边厚。一般情况下，即使在薄的一边空气隙的厚度也不是零，而是无限小。除非在边缘处施加很大的压力，否则很难使薄的一边空气隙的厚度真正是零。因此，可以设想两个平面相交的交界线为一直线，如图1.3所示。用波长为 λ 的单色光垂直地入射到两个平面样板的结合处。设 α 为这两个平面之间的楔角，那么距两个平面交线为 x 位置的空气隙为 αx ，光程差为 $2\alpha x$ 。由于下层平面的反射使入射光发生位相 π 的变化，所以还应当把这个光程差的值再加上 $\lambda/2$ 。因此，在 x 位置上的光程差由 $(2\alpha x + \lambda/2)$ 求得。所以暗条纹可用下式表示

$$2\alpha x = n\lambda \quad (1.1)$$

式中 n 是整数，而亮条纹可用下式表示

$$2\alpha x + \frac{\lambda}{2} = n\lambda \quad (1.2)$$

以上两式表示等距直条纹系统，两个相邻的亮条纹或暗条纹的间

距 d 等于

$$d = \frac{\lambda}{2\alpha} \quad (1.3)$$

因此，当两个完善的平面样板接触在一起构成一个小的空气楔，并用单色光照明时，就会观察到如图 1.3 所示的干涉条纹。

现在考虑一个表面是光学平面，而另一个表面不是光学平面时所产生的牛顿环是什么形状。有些情况是可能发生的，而事实上也确实存在着。如当我们开始制作一个平面时，最初并不清楚是否是平面，结果制作的表面可能变成了大曲率半径的球面。这就需要用一个基准平面不时地检验加工表面，了解其平直度偏差。现在研究一个大曲率半径 R 的球面与平面样板接触时出现的情况。球面的驰垂度为 $x^2/2R$ ，其中 x 是从对称中心起测量的距离。因此，光程差 (OPD) 可由 $(x^2/R + \lambda/2)$ 求出，并且暗条纹的位置可用下式表示

$$\frac{x^2}{R} = n\lambda \quad (1.4)$$

因此，从中心到第 n 个暗条纹的距离为

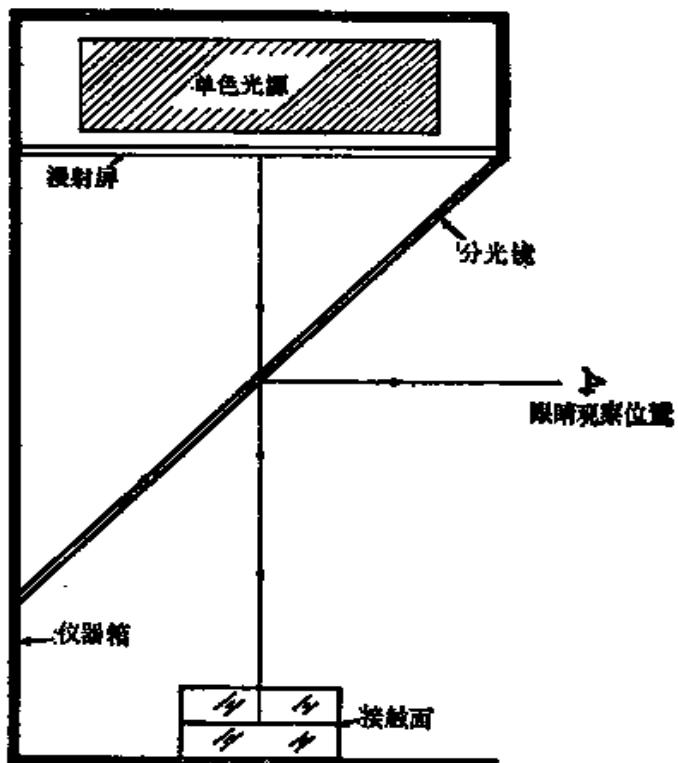


图1.2 光学车间里观察牛顿环的简单装置

用这种装置可以检验平面和大曲率半径的球面

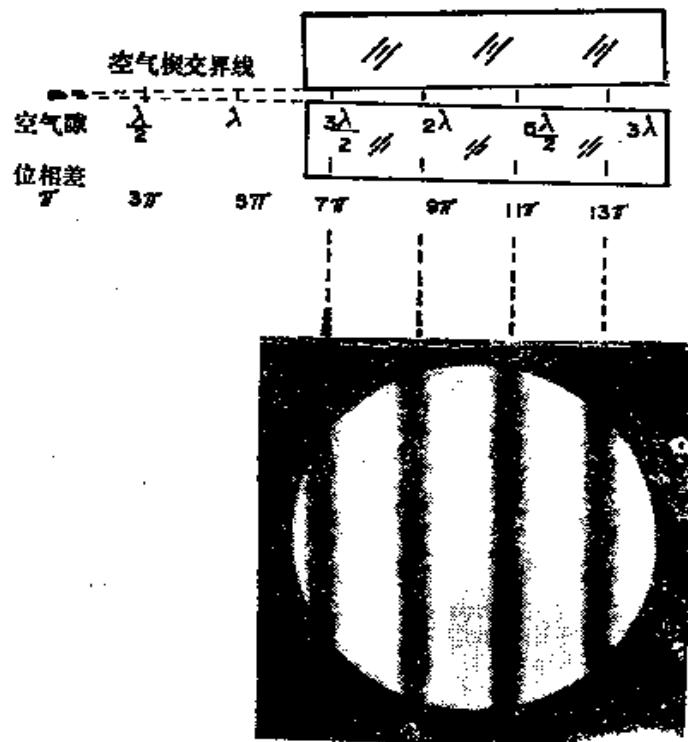


图1.3 在空气隙是楔形时，两个平面样板之间形成等距直条纹的原理

条纹与两平面交界线相平行

$$x_n = \sqrt{nR\lambda} \quad (1.5)$$

从上式很容易看出第($n+1$)个条纹和第 n 个条纹之间的距离为

$$x_{n+1} - x_n = \sqrt{R\lambda} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \quad (1.6)$$

同样第($n+2$)个条纹和第($n+1$)个条纹之间的距离为

$$x_{n+2} - x_{n+1} = \sqrt{R\lambda} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) \quad (1.7)$$

由式(1.6)和(1.7)得出

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{x_{n+2} - x_{n+1}} \approx 1 + \frac{1}{2n} \quad (1.8)$$

由此可见，在观察 n 值大的条纹时，这些条纹的间距几乎相等。所以在检验表面弯曲状况时，最好用观察较低序数 n 的条纹的方法去调节平面样板。图1.4表示在 $x^2/2R$ 的最大值是 2λ 时出现的牛顿环。这时将出现四个圆环形条纹。如果 $x^2/2R$ 的最大值是

$\lambda/2$, 则只有一个圆环形条纹。因此, 根据看到的一些完整的圆环形条纹, 能够测定表面平直度的最大误差为 $\lambda/2$ 。如果最大误差小于 $\lambda/2$, 则必须采用其它方法。在这种情况下, 适当地操作两个光学零件, 使圆环形条纹的对称中心向边缘移动, 因而在两个相接触表面的孔径上得到较大 n 值的干涉条纹。这些干涉条纹是圆弧形的, 并且条纹间距几乎相等而又不完全相等。例如在最大值 $x^2/2R = \lambda/4$ 和 $x^2/2R = \lambda/8$ 的情况就是如此。图 1.5 和图 1.6 分

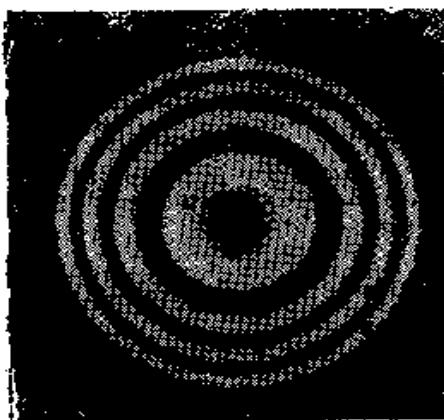


图1.4 在大曲率半径球面
与完善的平面样板接触时
出现的牛顿环形状
这是与平面样板的偏差最
大值为 2λ 的情况

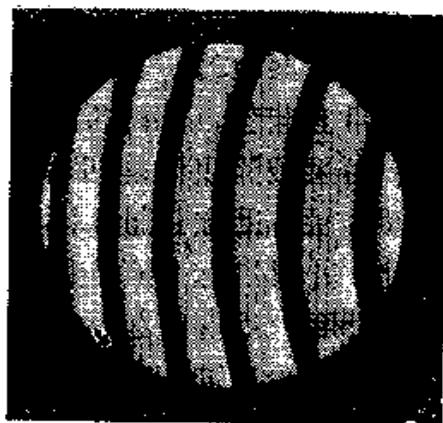


图1.5 在大曲率半径表面
与完善的平面样板接触时
产生牛顿环的形状

这是与平面样板偏差最大值为 $\lambda/4$ 的情况, 条纹的对称中心在这两表面孔径的外面, 因此只能看到圆弧形条纹

别表示在这两种情况下产生的干涉条纹。由此推断, 当 R 值增大时, 条纹越变越直。

在光学零件的加工过程中还需要了解被检表面对于基准平面样板是凹面还是凸面。有几种简单的判别方法。一种方法是用一支木棍或铅笔轻轻在位于上方平面样板的边缘位置上施加压力。如果被检表面是凸面, 条纹组的中心就移向加压点; 如果被检表面是凹面, 则条纹组的中心移离加压点, 如图 1.7 a 所示。

第二种很简单的方法是在上面一块平面样板的环形条纹中心

处施加压力，如图 1.7 b 所示。如果表面是凸面，则条纹中心不移动，但是圆环形条纹的直径加大。

还有一种确定表面是凸面还是凹面的方法是使用白光光源。如果在表面的中心稍加压力，那么当表面是凸面时，这一点上的空气隙几乎变为零，所以在这一点上的条纹是暗的，同时第一个亮条纹几乎是无色的或是白色的。其后的亮条纹的内侧带有蓝色，外侧带有红色。反之，如果被检表面是凹面，那么两表面接触不是点接触，而是沿圆环接触，并且沿这个圆环的空气隙厚度接近零。沿着接触圆环出现的是暗条纹。和前述情况相同，自暗条纹开始，顺序出现彩色条纹。图 1.8 和图 1.9 所示的即是这

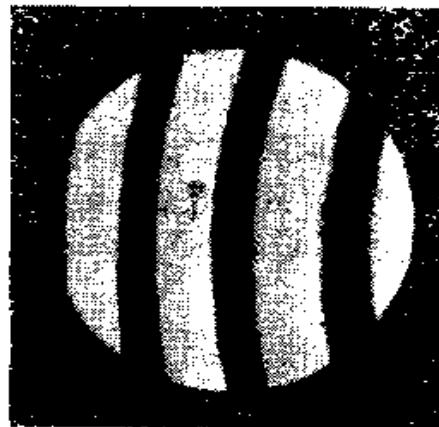


图1.6 除最大误差是 $\lambda/8$
外，其它情况均与图
1.5 相同

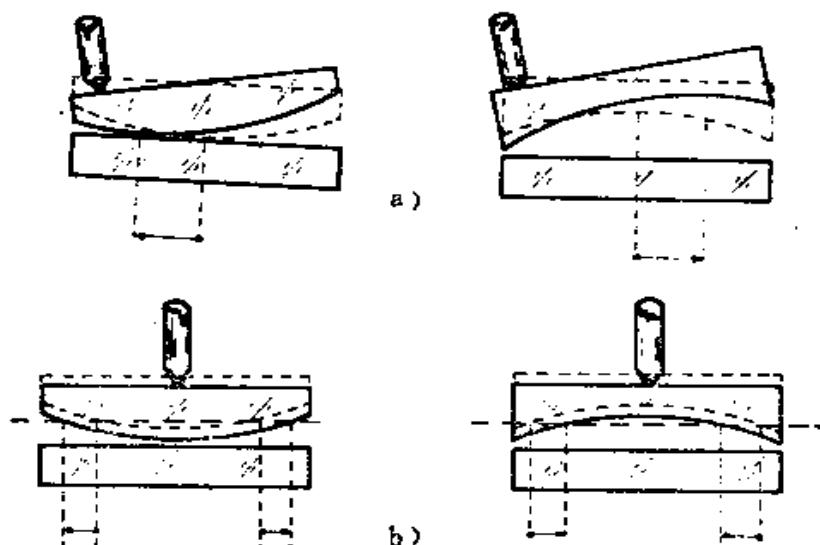


图1.7 判定被检表面对于基准表面是凸面还是凹面的两种方法
a) 在靠近边缘处加压力 b) 在靠近中心的位置上加压力
a) 环状条纹中心的移动 b) 环状条纹扩散或收缩

种情况。除非两个表面很清洁，否则很难使用这种检验方法，一般情况下不提倡使用。

第四种比较简单的方法是根据观察者的眼睛从垂直位置移到

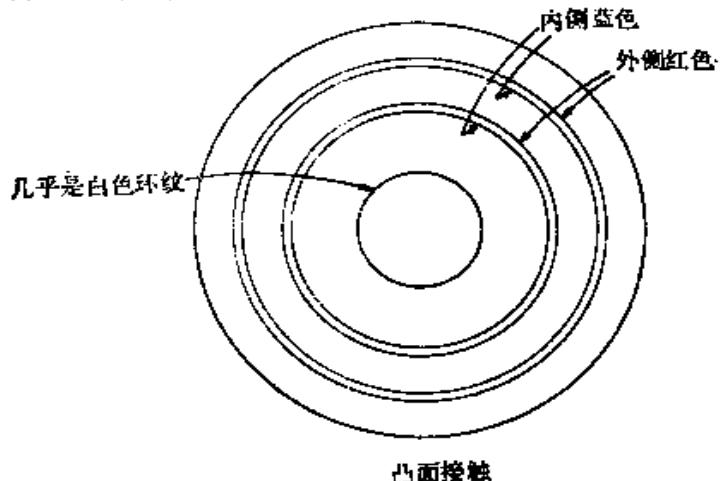


图1.8 凸面接触，用白光照明时出现彩色条纹
中心施加压力

斜视位置时条纹图样发生移动进行判断的。在说明这种方法之前，有必要找出一个能够表示空气隙厚度为 t 和入射角为 θ 时两束反射光线之间的光程差(OPD)的简单表达式。这种情况如图 1.10 所示。从图中可以看出

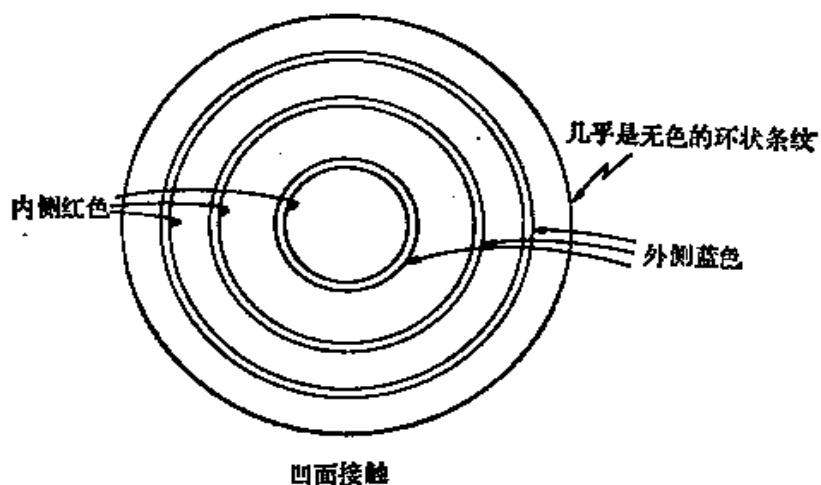


图1.9 凹面接触，用白光照明时出现彩色条纹
中心施加压力

$$OPD = \frac{2t}{\cos \theta} - 2t \tan \theta \sin \theta = 2t \cos \theta \quad (1.9)$$

因此，在垂直入射时的光程差(OPD)即 $2t$ ，常常大于相同的空气隙厚度 t 而以角 θ 入射时的光程差。根据这个事实，再观察两个表面之间存在凸面接触时发生的现象：在离开接触点时空气隙增大，当我们斜向观察条纹时，在一个特定点上的光程差是减小的，因此，当我们的眼睛从垂直位置移到斜视位置时，即出现条纹移离中心的现象。在凹面与平面接触时则出现相反的现象。

还可以考虑其它一些表面既不是平面也不是球面的情况。表 1.1 列出了以普通方式观察到的这类条纹的性质和形状。

表中的基准面是一个平面，与该平面接触的近似平面是正在加工的被检面。使用同样方法能够检验大曲率半径的球面或柱面。但是，当被检面的曲率半径很小时，就必须采用特殊照明方式。关于这一点将在有关斐索干涉仪的 § 1.2 节中讨论。

§ 1.1.1 光源尺寸的要求

现在讨论光源尺寸对牛顿环识别精度的影响。在空气隙厚度为 t 时，对于小的 θ 值，式(1.9)得出的光程差(OPD)近似为

$$OPD = 2t \cos \theta \approx 2t - t\theta^2 \quad (1.10)$$

在牛顿干涉仪中，我们对判定 t 的变化感兴趣。因此，要尽量减小 θ 的影响就应使

$$t\theta^2 \leq k\lambda \quad (1.11)$$

式中 k 是小数部分； $k\lambda$ 是想要达到的精确度。而且还必须使条纹对比度特别好。为此，照明孔径角的一半 θ 应为

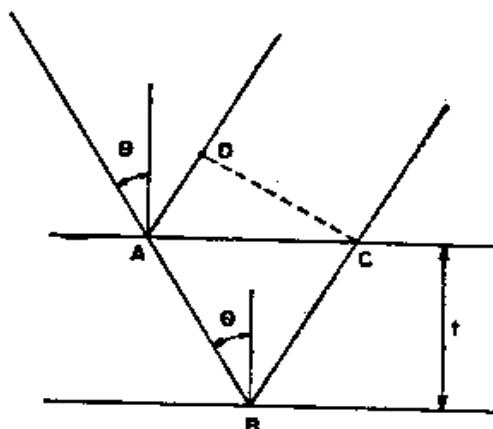


图 1.10 在空气隙厚度为 t 和入射角为 θ 情况下，两反射光束之间光程差的计算光路简图

表1.1 以标准平面为基准的各种表面的牛顿干涉条纹性质

编 号	表 面 类 型	牛顿干 涉 条 纹 形 状	
		无 倾 斜	倾 斜
1	平 面		
2	近似平面		
3	球 面		
4	锥 形		
5	柱 面		
6	象散的(相同符号的曲率)		
7	象散的(相反符号的曲率)		
8	极不规则		

$$t\theta^2 \leq \frac{\lambda}{4} \quad (1.12)$$

t 本身在两表面之间是可变的，可取其中最大的一个 t 值。然而，一般来说， t 的最大值不可大于 λ 的低倍数。特别是在平面清洁并且精确度优于 $\lambda / 4$ 时，可以保险地假设在空气隙的任何点上 t 值决不大于 6λ ，因此得出一个简单的规律，即 $\theta^2 \leq \frac{1}{24}$ 或 $\theta \leq 0.2$ 。这就保证了很好的条纹可见度。牛顿干涉仪通常能够满足这个条件。可以把 $\lambda / 20$ 定为评价光学平面的最佳精确度。于是可以设

$$t\theta^2 \leq \frac{\lambda}{20} \quad \text{或者} \quad 2\theta \leq 0.2 \quad (1.13)$$

这个条件能够自动地保证良好的条纹可见度。

从以上分析可以看出两个相接触的平面上的照明孔径角不应超过 0.2 弧度或大约 12° 。这就使孔径角足够大，因此大多数观察牛顿环的装置都不使用任何准直透镜，而使用扩展的单色光源。事实上，为了满足以上条件，观察条纹所需要的最小距离大约五倍于相接触的平面样板的直径。如果需要拍摄这些条纹，那么照相机镜头也应位于几乎相等的距离上。要得到较高的精确度，可以增大拍摄照片的距离。

§ 1.1.2 几种合适的光源

装配一台牛顿干涉仪需要一个合适的单色光源。有几种比较简便的光源可供使用。一种光源是钠灯。用钠灯作光源时不需要使用滤光片。另外一种光源是封装在不透射紫外光玻璃外壳里的低压汞灯。第三种光源是锯齿形电极放电管形式的氮灯。使用氮灯作光源时要用一块毛玻璃使光漫射。表 1.2 列出可以使用的几种光谱灯的波长。

表1.2 适合作为牛顿干涉仪光源的各种灯的特征波长

序号	灯的类型	常用波长(埃)	备注
1	钠灯	5893	此波长是5890埃和5896埃两个波长的平均值。灯的预燃时间约10分钟
2	低压汞灯	5461	由于还存在其它波长，必须用绿色滤光片滤掉5461埃以外的波长来观察干涉条纹。无预燃时间，可以使用不涂荧光层的日光灯
3	氮灯	6876	由于还存在其它波长，必须用黄色滤光片来观察干涉条纹。没有预燃时间
4	铊灯	5350	特点与钠灯相似，预燃时间为十分钟
5	镝灯	6438	需要用红色滤光片观察干涉条纹。预燃时间为十分钟

§ 1.1.3 制作平面样板的材料

平面样板一般是用玻璃、融熔石英或者 Cer-Vit 和 ULE 玻璃这两种最近研制成功的零膨胀系数材料制作的。直径小于 5 厘米的小口径平面样板可以用玻璃制作，经过某些处理之后，这些玻

璃材料相当快地达到均匀温度状态。制作较大口径的平面样板最好使用融熔石英或零膨胀系数材料。表 1.3 列出了一般用于制作平面样板的材料及其性能。

表1.3 制作平面样板的材料及其性能

序号	材料	线膨胀系数	备注
1	BK7, BSC	$75\sim80\times10^{-7}/^{\circ}\text{C}$	这两种材料是硼硅酸盐，可以达到高均匀度
2	派勒克斯硬玻璃	$25\sim30\times10^{-7}/^{\circ}\text{C}$	这也是一种硼硅酸盐，但是含氧化硅量较高。有些制造厂也生产同类型玻璃，但牌号不同。这是一种制造一般质量平面样板和检验板的好材料
3	融熔石英或晶体石英	$6\times10^{-7}/^{\circ}\text{C}$	是通常制造平面样板的最好材料。根据均匀性程度，可以使用不同等级的材料
4	CerVit, Zerodur	$0\sim1\times10^{-7}/^{\circ}\text{C}$	这种材料及其它类似材料的制造厂不同，牌号也有区别，在一般环境温度下实际上是零膨胀系数
5	ULS 增氧化硅	$0\sim1\times10^{-7}/^{\circ}\text{C}$	这是一种掺杂了大约7% 钛的氧化硅

§ 1.1.4 估算最大误差的简单方法

一般来说，光学表面的精度范围最大误差是从下限的 2λ 到上限的 $\lambda/100$ 。利用牛顿干涉仪，仅用肉眼观察就能估算出大约 $\lambda/10$ 的最大误差。超出这个限度时，最好拍摄干涉条纹照片，在条纹照片上进行测量。

图 1.11 是在牛顿干涉仪上观察到的典型干涉图。这时最大误差比 $\lambda/4$ 小得多，因此，稍微倾斜上层平面就能获得几乎是直的条纹。根据一条参考直线譬如图 1.2 所示牛顿干涉仪的基准直线栅格来观察贯穿视场中心的径向条纹。使用这种直线栅格就可以估算出条纹的直线偏差，也可以估算出条纹间距。

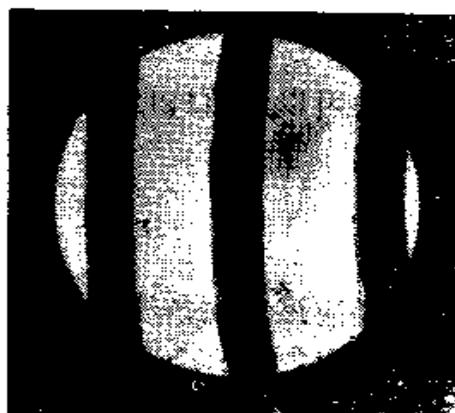


图1.11 平面样板产生的牛顿环
表明最大误差为 $\lambda/20$

设条纹间距为 d , 条纹的最大直线偏差为 k , 则该平面的最大误差可从下式求出

$$\text{最大误差} = \left(\frac{k}{d} \right) \left(\frac{\lambda}{2} \right) \quad (1.14)$$

在图 1.11 中 $k = 2.5$ 毫米, $d = 25$ 毫米, 因此最大误差为 $\lambda/20$ 。即使在这种情况下, 如果希望知道表面是凸面还是凹面, 还可以用前面讲过的方法检验。唯一差别是应该假设条纹组的中心位于两个接触平面的孔径之外。

§ 1.1.5 牛顿干涉仪的其它用途

测量球面 牛顿干涉仪最普遍的应用之一大概是检验正在抛光过程中的小口径透镜表面。首先制作一块曲率半径相反并具有所要求精度的小口径检验样板, 然后把这块样板放在被检面上。检验样板不仅可以检出被检表面的不规则性, 而且还可以检验曲率半径与要求值之间的偏差。

在进行观察时应使光几乎垂直入射到干涉表面上。用图 1.12 a 中所示的检验样板检验凸面时, 上表面的曲率半径 r 可以下式求出

$$r = \frac{(N - 1)(R + T)L}{NL + R + T} \quad (1.15)$$

检验凹面可以用图 1.12 b 所示的方法。上表面的曲率半径 r 可以下式求出

$$r = \frac{(N - 1)(R - T)L}{NL - R + T} \quad (1.16)$$

重要的是应该记住条纹的定域非常靠近干涉表面, 因此观察者的眼睛应该调焦到这个面上。

被检表面的曲率半径是用计数圆条纹数目的方法检验的。借助图 1.13 可以推导出曲率半径偏差与条纹数目的关系。从图中可以看出, 从垂直于其中一个表面测量的两个表面之间的距离 e 可根据下式求出

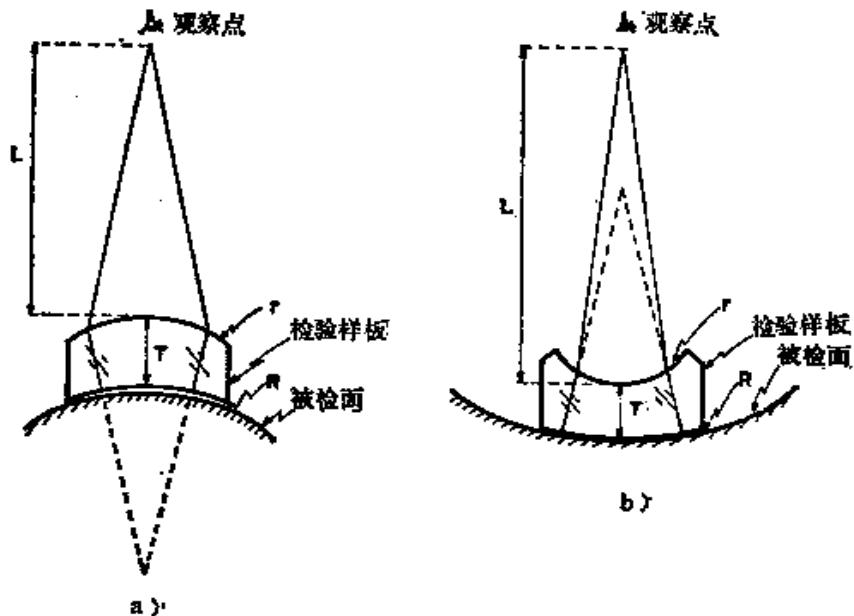


图1.12 根据牛顿环，用检验样板检验球面

$$\epsilon = (r + \Delta r) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{2(1 - \cos \theta)r\Delta r}{(r + \Delta r)^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (1.17)$$

如果 Δr 小或者角 θ 小，那么以上 ϵ 值可以用下式相当精确地表示

$$\epsilon = (1 - \cos \theta)\Delta r \quad (1.18)$$

由于条纹数 n 是从式

$n = 2\epsilon / \lambda$ 求得的，所以式 (1.18) 也可写为

$$\frac{n}{\Delta r} = \frac{2(1 - \cos \theta)}{\lambda} \quad (1.19)$$

设 D 是表面的直径，
则角 θ 的定义是 $\sin \theta = D/2r$ 。因此，可以
确定每个条纹的曲率半径增量与表面比率
 r/D 的关系，如表

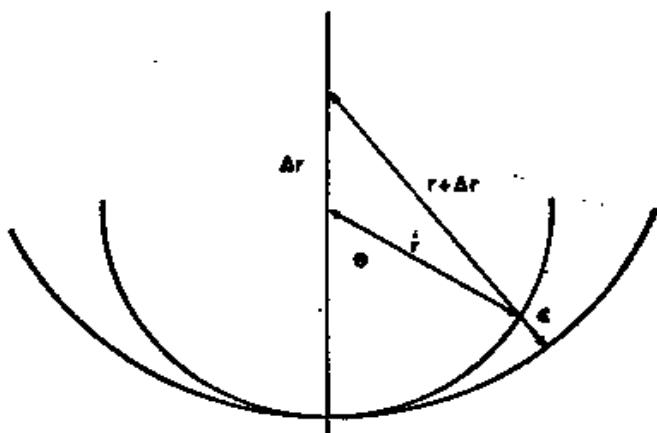


图1.13 具有不同曲率半径的两个球面之间间隔的几何图形，该间隔是沿其中一个半径测量的

1.4所示。

测量非球面轮廓 马拉卡拉(Malacara)和科尼约(Cornejo)

表1.4 用牛顿环检验球面时，比率 r/D 的一些倍数所对应的每个条纹的曲率半径增量[使用汞的绿色光谱线 ($\lambda = 5461$ 埃)]

r/D	$\Delta r/n$ (厘米)	r/D	$\Delta r/n$ (厘米)
1.0	0.00020	20.0	0.08736
2.0	0.00086	30.0	0.19661
3.0	0.00195	40.0	0.34970
4.0	0.00348	50.0	0.54666
5.0	0.00545	60.0	0.78712
6.0	0.00785	70.0	1.07033
7.0	0.01069	80.0	1.39665
8.0	0.01397	90.0	1.77559
9.0	0.01768	100.0	2.18144
10.0	0.02183		

1970) 利用牛顿环方法判定了一个与球面有明显偏差的非球面轮廓。如果非球面与最接近球面的偏差只有十几个光波长(即 $10 \sim 20 \lambda$)，那么牛顿环方法就很有用。具体作法是用一个球面检验样板与非球面接触，并用测量显微镜找出条纹的位置。然后从这些条纹位置的值能够求出与距离有关的实际空气隙厚度，还能够绘出图形并与所要求的非球面图形比较。图 1.14 是这种方法所用的典型装置简图。

重要的是要考虑到被检表面可能没有旋转对称性，因此必须沿几个径向进行测量，以获得有关表面的完整信息。用拍摄条纹照片的方法代替用显微镜直接测量条纹的位置，然后用普通的方法测量条纹的位置。

如果基准面是球面，被检面是非球面(双曲面或抛物面)，那么从检验球差的泰曼-格林(Twyman-Green)干涉仪上得到的干涉图样就是理想的条纹图样(见第二章)。

基准面也可以是另外一个与被检面的理想形状完全匹配的非球面。这种方法对于制作凸形非球面很有用，因为凸形非球面的

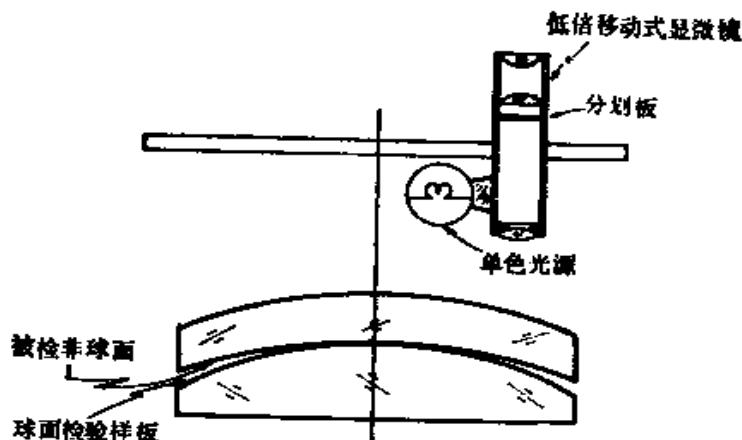


图1.14 根据牛顿环用球面检验样板测量非球面的装置简图

制作和检验要比凹形非球面的制作和检验更复杂。这种方法的优点是得到补偿检验。其缺点是两个表面的合轴调整要求非常苛刻，因为两个面都有严格限定的轴，在检验过程中必须使这两轴重合。但这个问题并不难解决，只要有一些实际操作经验和一些能够精细调节的设备就可以进行合轴调整。

当要求十分准确地识别干涉图时，应记住光程差是垂直于表面计量的，而表面矢高 z 是沿光轴求出的（见附录1）。因此，光程差由 $2(z_1 - z_2)\cos\theta$ 得出，其中 $\sin\theta = Sc$ 。

测量不透明表面的平度 有时候要把光学平面制作在金属基底上，譬如制作在钢、黄铜或紫铜等材料上。在检验这些光学表面时，应把玻璃平面样板放在这些被检面上来观察牛顿环。但被检金属物体常常不是平行板，而且被检表面还可能处在其它不规则的零件上。因此，检验这个表面时需要把被检物体固定。如果能把被检物体放在平面样板上面并通过平面样板的下部观察干涉条纹，就可以不必固定被检物体。图1.15是这种检验装置简图。由于与玻璃表面相比，大多数金属面的反射率都相当高，所以干涉条纹对比度并不很好。为了改善检验效果，可以把平面样板镀一层薄薄的铬膜或因康镍合金膜，使其反射率为30~40%。用这种方法就会产生对比度较高而又容易观察的干涉条纹。

还应该指出，如果被检物体很重，就会压弯平面样板。而降

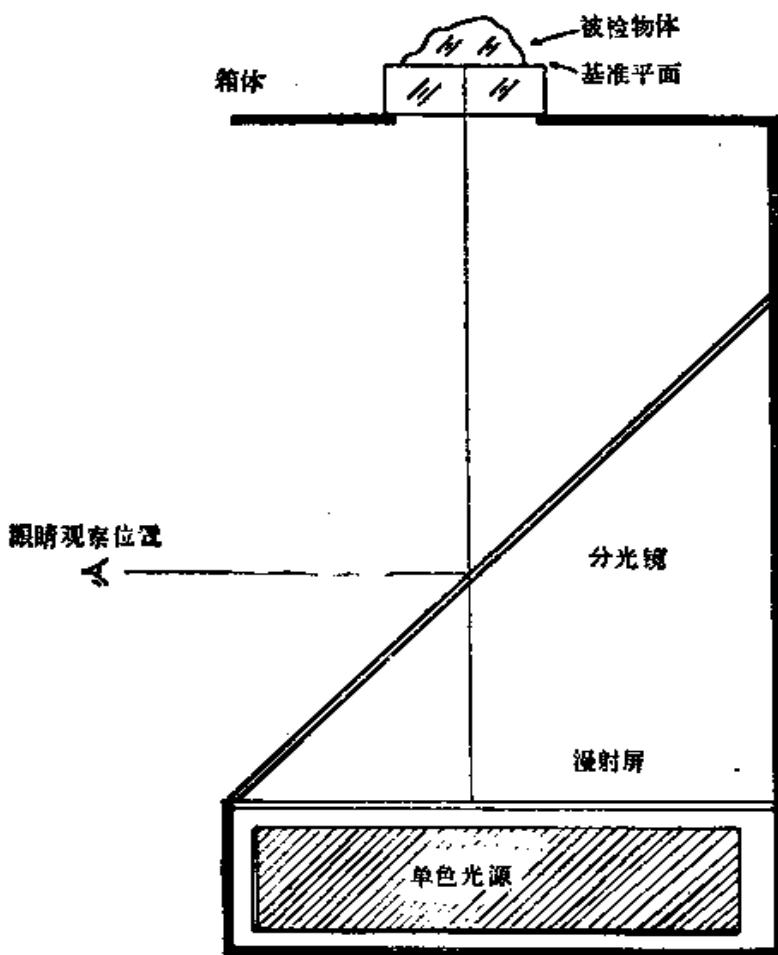


图1.15 把不规则物体上的不透明被检平面放置在
平面样板上的检验装置简图

低检验精度。所以这种检验装置只适合检验体积小、重量轻的不透明物体。检验沉重物体表面时，最好把平面样板放在被检物体的上面。

§ 1.2 斯索干涉仪

在使用牛顿干涉仪时，两个表面之间的空气隙非常小，只有几分之一光波长。有时能够很容易地获得和牛顿干涉仪所产生的相似条纹，但是空气隙要大得多。当空气隙比较大时，就不必象以上使用牛顿干涉仪那样把两个表面弄得非常清洁。但是如果表

面不太清洁，也会划伤表面。

前面曾经指出过使用的光源角尺寸取决于空气隙的厚度。例如，如果两个平面之间的空气隙厚度为 5 毫米，那么 2θ 的允许值可以从式 (1.12) 求出，即

$$2\theta \leq 10^{-2} \text{ 弧度} \quad (1.20)$$

同时 $\lambda = 5 \times 10^{-4}$ 毫米。通常把用单色光源照明的针孔放在准直透镜或准直反射镜的焦点上就可以获得角尺寸这样小的光源。例如用一个焦距为 250 毫米的准直透镜和一个直径为 2.5 毫米的针孔就可以满足以上要求。可以看出，当逐渐增大空气隙厚度时，针孔则相应地逐渐减小。

§ 1.2.1 基本的斐索干涉仪

从上述可以看出斐索干涉仪应使用准直系统。图 1.16 表示用一个透镜准直光束的斐索干涉仪简图。作为基准的平面样板通常与透镜一起放置，并且预先调节平面样板，使基准面反射的针孔像落回到针孔上。或者把平面样板的背面镀上增透膜，或者(更经常采用的) 把基准平面样板做成楔形的(大约 $10\sim20$ 弧分)，这样就可以隔离平板背面产生的反射。为了观察干涉条纹，可以在靠近针孔的位置上放置一分光镜。把被检表面放在基准平面的下方，并且尽量把空气隙的厚度调节到最小值，然后用调节被检平面的方法逐渐减小空气楔。当其楔角很大时，在图 1.16 中平面 P 的位置上能看到由两个面形成的两个针孔像。用一

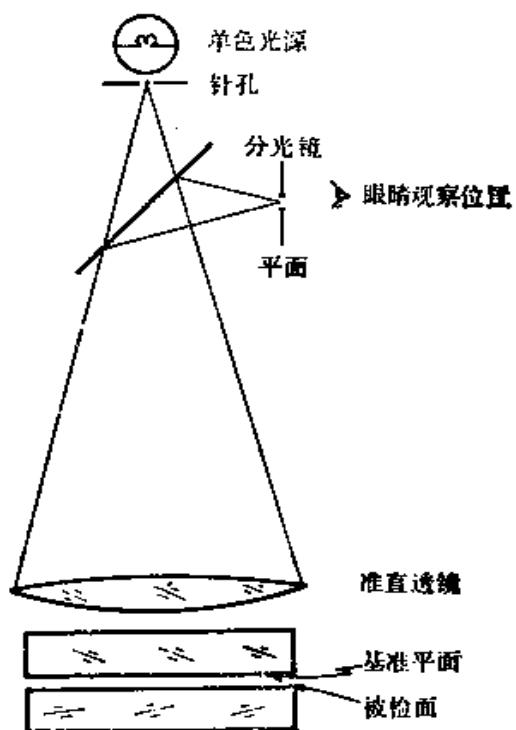


图1.16 用透镜准直光束的斐索干涉仪装置简图

一个测微螺旋使被检平面倾斜，就可以观察到针孔像的移动。当这个针孔像与基准平面的针孔像重合时停止旋转测微螺旋，然后在平面P的位置上用眼睛观察定域在空气隙上的干涉条纹。这些条纹是由于空气隙厚度不同而产生的。观察条纹时进一步调节测微螺旋就可变化条纹的数量和方向。识别这些条纹的方法和识别牛顿干涉仪产生的条纹方法完全一样。

图 1.17 是用一面凹面镜作为准直元件的斐索干涉仪简图。如

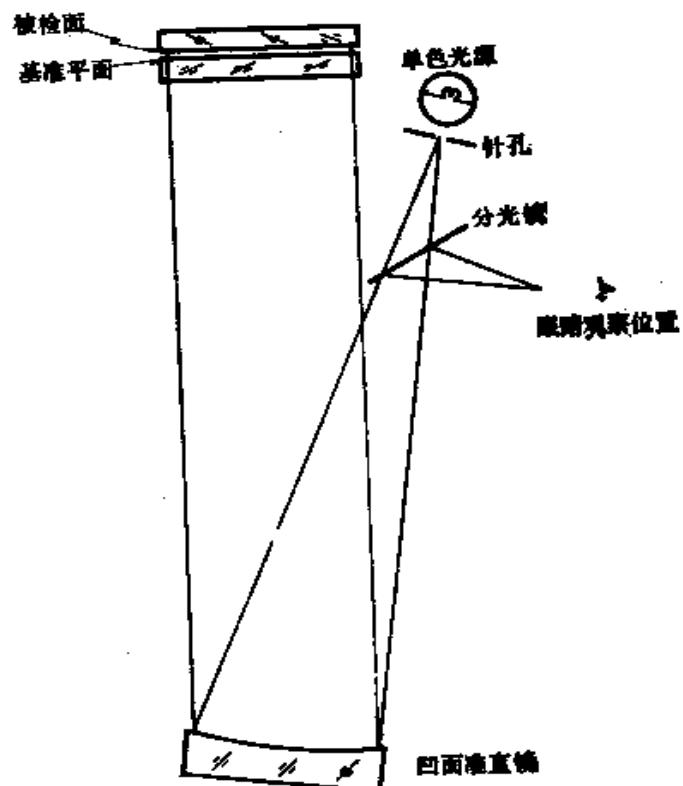


图 1.17 用凹面镜准直光束的斐索干涉仪装置简图

果选择长焦距镜代替凹面镜，则可以使用球面镜；在焦距较短的情况下，则可以使用离轴抛物面镜。图 1.16 和图 1.17 中的两种结构都可以垂直(向上或向下)或水平放置。在垂直情况下，平面样板是水平放置的；而在水平情况时，平面样板靠本身的边缘支撑。

§ 1.2.2 液体基准样板

众所周知，液体表面可以作为基准样板。液体表面大体上具有

与地球相等的曲率半径。如果地球半径取 6400 千米，则液体表面的弛垂度为

$$\frac{y^2}{2R} = \frac{y^2}{2 \times 6.4 \times 10^9} \text{ (毫米)} \quad (1.21)$$

式中 $2y$ 是所考虑的液体表面的直径。如果规定上式不得超过 $\lambda/100$ ($\lambda = 5 \times 10^{-4}$ 毫米)，那么

$$y^2 \leq 6.4 \times 10^4$$

或者

$$2y \leq 512 \text{ 毫米} \quad (1.22)$$

因此，与理想样板相比，一个直径约为 0.5 米的液体表面的最大误差仅有 $\lambda/100$ 。所以把液体表面作为标准基准样板是个非常吸引人的想法。但在实际上存在许多问题，其中主要是消除振动的干扰。另外还必须把靠近器皿四壁的液体部分划在可用范围之外，并且还要保证液体表面不落上尘埃。作为这种用途的液体应该是清洁的、有粘性的。可以使用的液体有甘油、某些矿物油和漂白蓖麻油。因为水的粘度低，所以不适用。水银的反射率太高也不合适。使用水银会使两束干涉光的强度相差悬殊，除非被检表面也镀上合适的膜层，否则条纹对比度就很差。但是在某些大地测量和天文仪器上已经用水银作为校准的水平基准反射平面。

§ 1.2.3 检验近似平行平板

许多应用要求玻璃平板的两个平面既要平直也要平行。这时用斐索干涉仪能够判定被检平板的小楔角。由于在被检平板两表面之间形成干涉条纹，所以不需要使用干涉仪的基准平面。设 A 是楔角， N 是玻璃折射率，则前反射波面与后反射波面之间的夹角由 $2NA$ 得出，因此可以用下式表示干涉条纹

$$2NA = \frac{\lambda}{d} \quad (1.23)$$

式中 d 是两个相邻亮条纹或相邻暗条纹之间的距离。因此角 A 为

$$A = \frac{\lambda}{2Nd} \quad (1.24)$$

为了判定平板的较薄一侧，简单的方法是用一根加热的金属棒或用手指接触被检平板。由于平板局部受热而稍微膨胀，使厚度稍微增加，所以贯穿检验区域的直条纹发生凸起变形。凸起的方向指向平板薄的一端，如图 1.18 所示。如果设 $N = 1.5$, $\lambda = 5 \times 10^{-4}$ 毫米, $A = 5 \times 10^{-6}$ (1 弧秒), d 的值约为 33 毫米。因此，当直径为 33 毫米的平板显示出一个干涉条纹时，这个平板的楔角为 1 弧秒。

如果平板还有其它表面误差，就可以得到表示表面误差和楔角误差的弯曲条纹。如果单独检验表面并发现是平面时，甚至在这种情况下还得到弯曲条纹，则应认为是平板内部折射率变化不规则的缘故。事实上，把牛顿干涉仪和斐索干涉仪结合起来检验平行平板，就可以计算出折射率的变化(即不均匀性) (Murty 1963, Murty 1964 a, Forman 1964)。

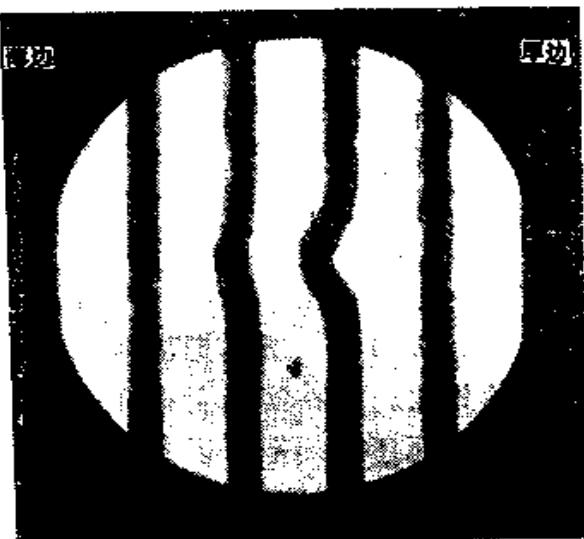


图1.18 局部加热平板时，在微小楔角平板的直斐索条纹上产生凸出部分，凸出部分指向楔形平板薄的一端

§ 1.2.4 用斐索干涉仪检验曲面

与用平行光在斐索干涉仪上检验光学平面一样，既能用发散光也能用会聚光检验曲面。图 1.19 表示根据一个基准凸面检验一个凹面的装置。把点光源放置在凸基准面的曲率中心上，然后调节被检凹面，使其曲率中心几乎完全与点光源重合。除了为要获得均匀空气隙还必须平移表面之外，这种检验过程与前面所述的完全相同。

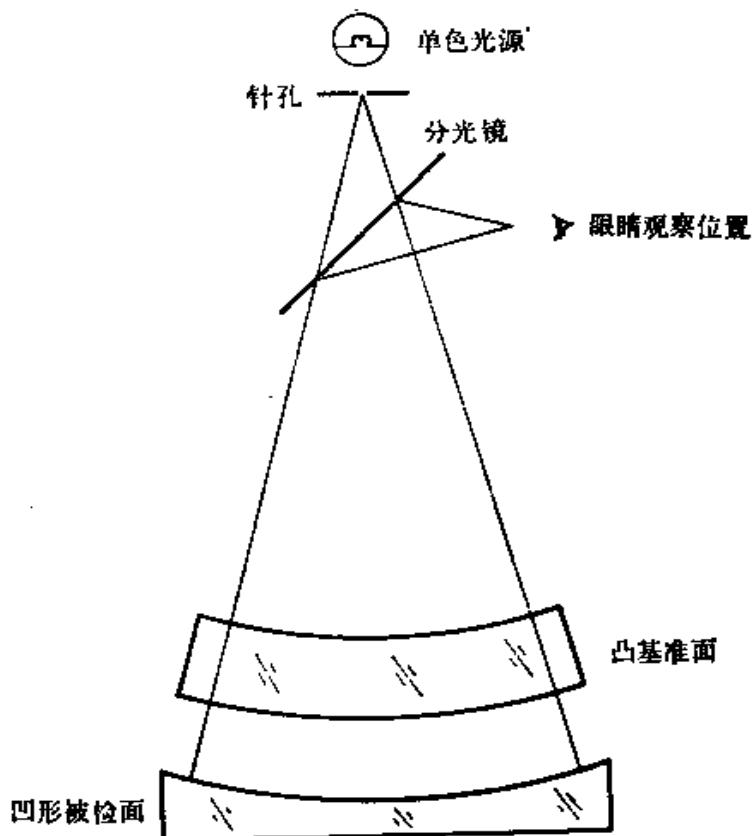


图1.19 检验曲面的斐索干涉仪装置

图中凸面是基准面，凹面是被检面

用同样的装置能很容易地检验球形壳厚度的均匀性(同心度)。这时从两个同心球面的前面和后面获得干涉光束。图 1.20 表示这种检验球形壳同心度的装置。如果两个表面的曲率半径准确，但球形壳有楔角(曲率中心横向移动)，那么就能够观察到有光楔特征的直条纹。可以采用第 1.2.3 节所述的方法用热金属棒或用手指接触球面来确定较薄一端。如果球形壳的两个半径值不合适 ($r_1 - r_2 \neq t$ ，其中 r_1 和 r_2 分别是两个壳表面的半径， t 是壳的中心厚度)，则 t 的值在整个壳上不是固定值。因此得到的是象牛顿环一样的圆条纹。如果还外加一个光楔，则这些圆条纹的中心与球形壳的中心不同心。在这种情况下，也可以用热金属棒或用手指接触表面来判断球形壳是边缘薄还是中心薄。

还可以用图 1.21 所示的装置依照一个凹形参考面来检验凸形表面。在这种装置中，在一定的共轭距离上使用一面透镜或一组透镜使点光源在一个共轭点上，而被检面和基准面的共同曲率中心在另一共轭点上。把凹基准面固定在装置上，按照通常采取的方法操作被检凸面，使空气隙均匀。

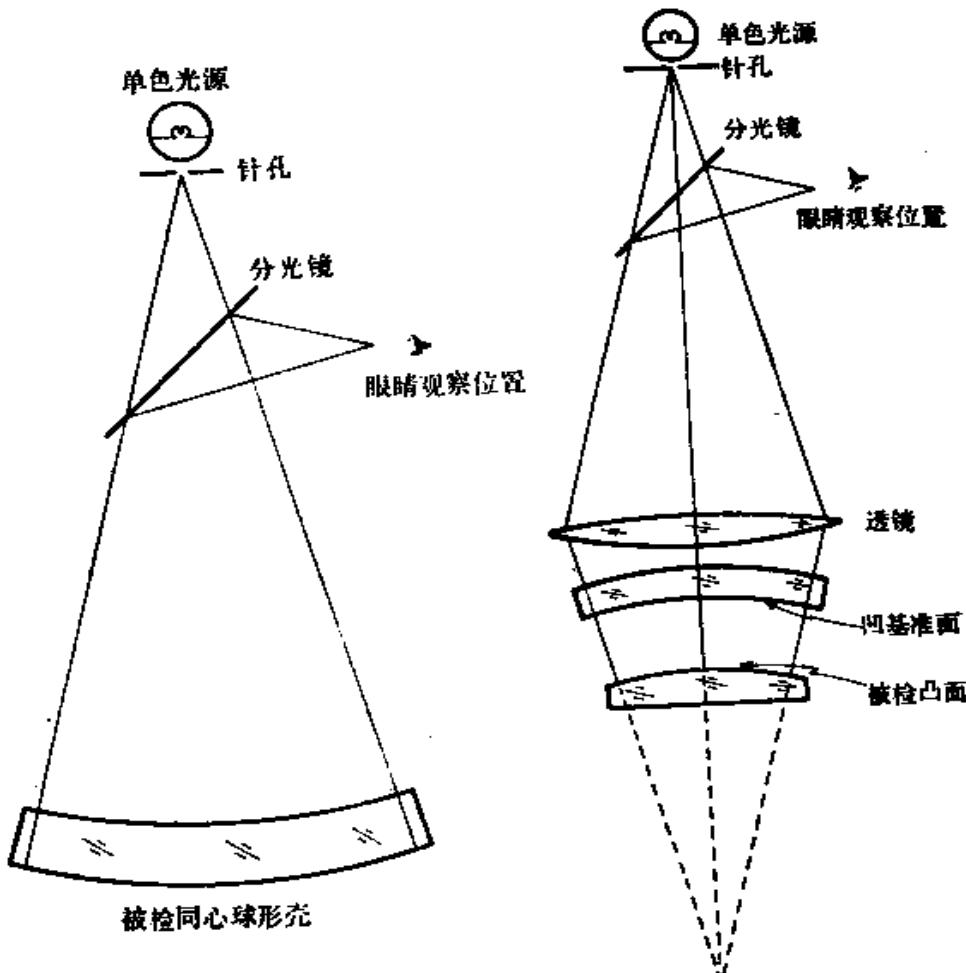


图 1.20 检验球形壳同心
的斐索干涉仪装置

图 1.21 依照凹基准面检验凸
面的斐索干涉仪

§ 1.2.5 对光源单色性的要求

在检验平面时可以把斐索干涉仪的空气隙做得非常小，因此所涉及到的总光程差不大于几毫米。任何配有绿色滤光片的小型

低压汞灯都可以作为光源。在检验厚玻璃零件的楔角时，对厚度有一定限制。例如，25 毫米厚的玻璃零件相当于在前反射波面和后反射波面之间有一个 75 毫米厚的空气隙。对于以上所说的汞灯，这个光程差大概是能够使用的最大值了。对于厚度较大的零件，由于这种灯不能发射非常狭窄的光谱线，而使干涉条纹的对比度严重下降。同样在用一块检验板检验厚玻璃壳体或检验球面时都会出现同样情况（对比度差），因而在特定情况下才能使用大空气隙。但是，如果使用单色性非常好的光源就可以不受这个条件的限制。幸而激光器能够满足这个要求。在我们所讲述的这些应用中，理想的光源是以 TEM₀₀ 模工作、发射 6328 埃波长的低功率（2 毫瓦）氮-氖激光器。用这种激光器作光源时，光程差至少可以达到 2 米，并且能够得到高对比度的斐索干涉条纹。假如选用适当稳频的激光器并对仪器采取隔震措施，甚至还能够使用更大的光程差。

§ 1.2.6 使用激光作光源的斐索干涉仪

现在介绍用输出功率 2 毫瓦、波长 6328 埃单模氮-氖气体激光器作为光源的斐索干涉仪。福曼（P. F. Forman）曾经诚恳地向我们推荐美国康涅狄格州 Zygō 公司制造的用激光器作光源的斐索干涉仪。图 1.22 是这种仪器的结构简图。这种干涉仪用一个经过很好校正的物镜准直从针孔发出的光。这个针孔是用激光器和显微镜物镜组成的系统照明的。在准直物镜与针孔（空间滤波器）之间放置一个分光镜，以便从侧面观察干涉条纹。此外还希望有一块投影屏把斐索条纹投影在屏上，这样可以避免象使用普通光源那样直接观察条纹。与其它光源相比，激光具有辐射强度大的特征，因此在某些情况下直接观察激光会损伤眼睛。基准平面是调整好以后固定的，因此针孔的反射象可自动准直。调节被检面，直到它反射的象与针孔重合为止。为了便于初步调节，把两个反射平面产生的两个针孔象投影到一个屏上。要达到这个目的可以移去分光镜与毛玻璃屏之间的负透镜。基准面的针孔象位于屏的中心，而被检面的针孔象在屏上的某个地方，调节被检面

就能使屏上的两个光斑重合。然后把负透镜插回到光路中，这时斐索条纹就投射到屏上。还可以按照要求的方向和数量进一步调节这些条纹。用另一个分光镜分出一部分光到照相机上，拍摄条

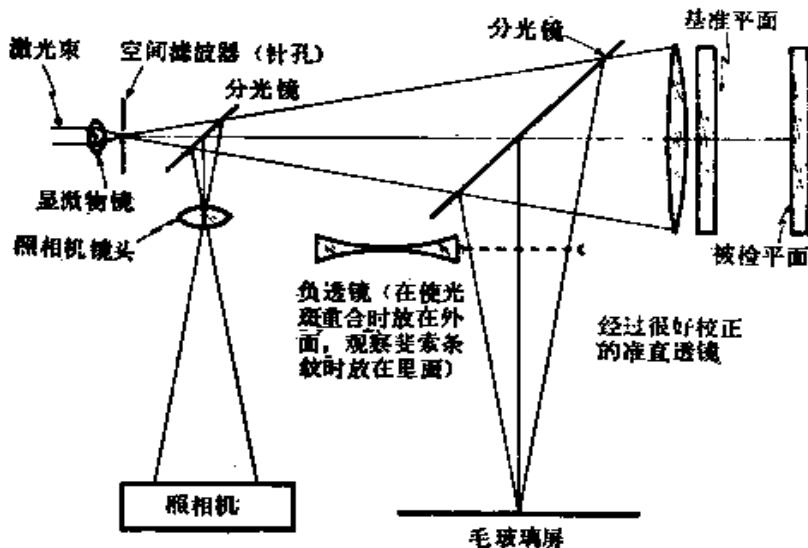


图1.22 用激光器作光源的斐索干涉仪简图
该装置用于检验平面

纹图样的照片。整个仪器需要安装在一个合适的防震台上。

以上介绍的斐索干涉仪适用于通常不能使用普通光源进行检验的方法。下面几节将介绍这些方法。此外，在特殊情况下，斐索干涉仪还有许多其它用途。

§ 1.2.7 多光束斐索干涉仪

如果要得到锐度非常好的多光束而不是双光束条纹，可以把基准平面样板和被检平面样板镀以反射率约为80~90%的反射膜，例如镀铝膜或银膜（详见第六章）。如果需要有较高的反射率，可以采用镀多层介质膜的方法。实际上，给仪器配备几块镀有不同反射率膜层的基准平面样板即可。

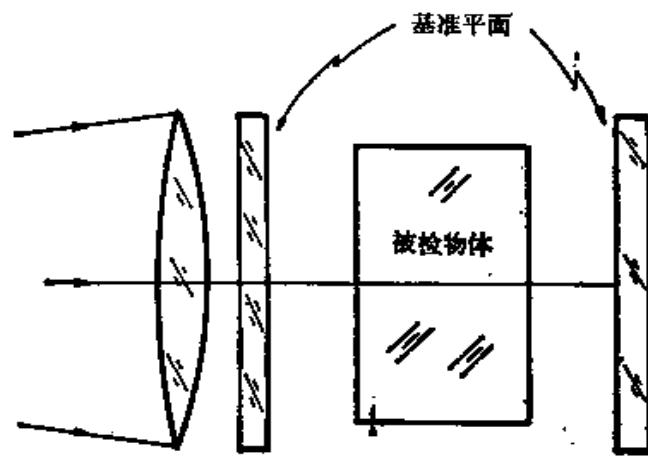
§ 1.2.8 检验大口径玻璃试样和熔凝石英试样的不均匀性

首先把被检试样做成平行平板，使其两表面尽可能平直，最大误差不应大于 λ 。然后在样品的表面涂敷折射率与样品的折射

率相差不多的折射液，再把样品夹在两块精制的玻璃平板中间。用这种方法时可以忽略试样的微小表面误差，能够看到仅仅由于样品的不均匀性而引起的直条纹变形。如果把夹层保持在两块镀膜反射镜构成的腔中间，就可以在亮背景上获得非常清晰的暗条纹。例如，设条纹与直线的最大偏差是 k 毫米，两个条纹的间距为 d ，则光程差是 $(k/d)\lambda$ 。由于样品的不均匀性为 ΔN ，厚度为 t ，则光程差为 $2\Delta N t$ ，因此

$$\Delta N = \left(\frac{k}{d} \right) \left(\frac{\lambda}{2t} \right) \quad (1.25)$$

例如，设 $k/d = 0.25$ ， $\lambda = 6328$ 埃， $t = 50$ 毫米，则 $\Delta N = 1.6 \times 10^{-6}$ 。由此在样品的检验方向上得出样品的最大偏差是 1.6×10^{-6} 。图 1.23 表示适合以上用途的斐索干涉仪装置简图。



如图1.22所示斐索干涉仪

图1.23 检验玻璃、融熔石英等固体试样不均匀性的斐索干涉仪简图

§ 1.2.9 检验三面直角棱镜和直角棱镜

如果三面直角棱镜和直角棱镜的直角是准确的而没有任何误差，那么一个入射的平面波面经棱镜反射后射出的如同单一个波面一样。如果棱镜的直角有误差，那么被反射的波面是由几个平面波面组成的。从而能够从被棱镜反射的波面中发现误差。由于完全是内反射，所以从棱镜反射出来的光强度非常高。如果基准

样板没有镀反射膜，只产生非常低的反射，结果使条纹对比度很差。另一方面，当直角有一些误差时，如果基准样板镀有反射膜，就会因为多次反射而出现混乱的条纹组。因此，有效地获得双光束干涉条纹是较可取的。获得双光束干涉条纹有以下两种方法。

在第一种方法中基准样板是没有涂敷层的。为了减小三面直角棱镜或直角棱镜的有效反射率，可以引入一块镀有反射率为20~30%金属膜的玻璃平板。在这种情况下，两束光的强度匹配得相当好，并且可以获得对比度很好的双光束条纹。为了防止直接反射光束，应充分倾斜棱镜和未镀膜基准样板之间的镀膜平板。图1.24是这种方法的示意图。

另一种方法是减小棱镜一个反射面的反射率。为此可以制作一个特殊的容器，把棱镜贴置在其上，并且在一个反射面的背面

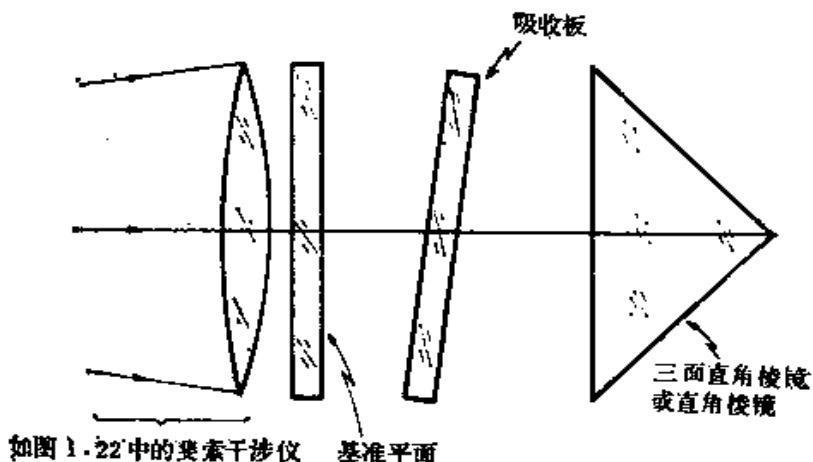
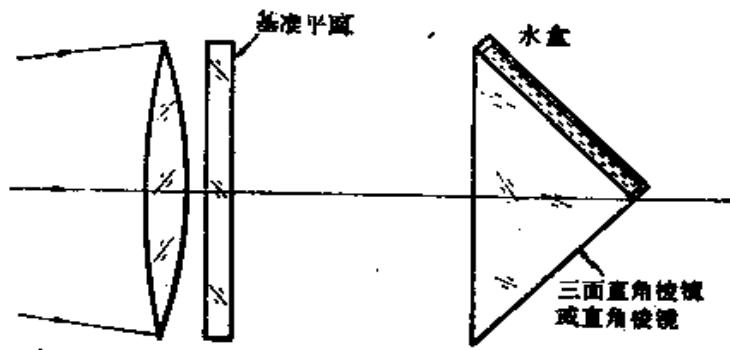


图1.24 检验三面直角棱镜和直角棱镜的斐索干涉仪装置简图

为了使两束干涉光的强度相等，在棱镜和基准样板之间插入一块吸收板

充入一薄层水或者其它合适的液体，使液体与这个面相接触。因而实际上减小了一个全内反射面上的折射率差，这样从棱镜反射的波面强度与一个不镀膜平面相差无几。图1.25是这种检验方法的示意图。一个质量很好的三面直角棱镜会产生如图1.26所示的干涉图。这时整个孔径上的干涉条纹都是笔直的。有角度误差的三面直角棱镜会产生如图1.27所示的干涉图。图中直条纹的方



如图 1.22 中的斐索干涉仪

图1.25 减小三面直角棱镜和直角棱镜的反射光强度方法示意图
棱镜的一个内反射面与放置在其背面容器中的水或其它液体相接触

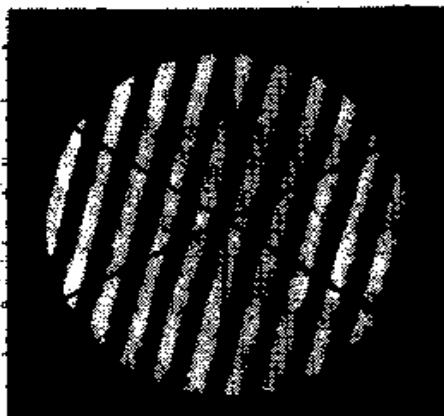


图1.26 质量很好的三面直角棱镜产生的干涉图
图上的直条纹是稍微倾斜基准样板得到的

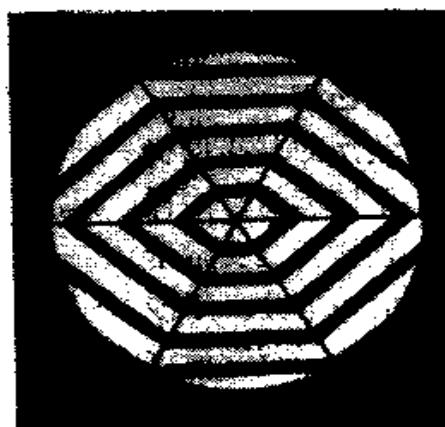


图1.27 有角度误差的三面直角棱镜产生的干涉图

向陡然改变。图 1.28 和图 1.29 是没有角度误差的和有角度误差的直角棱镜在相同检验条件下产生的条纹图样。除角度误差之外，如果棱镜表面不平或者玻璃不均匀，也会产生弯曲的干涉条纹。

现在介绍一种获得直角棱镜直角误差的简单方法。如果一个直角有误差，那么干涉条纹就和图 1.29 所示的相同，并可以按照图 1.30 所示方法进行处理。设棱镜的弦面宽度为 $2L$ ，棱镜的角度为 $\pi/2 \pm \epsilon$ ，两相邻条纹间距为 d ，弯曲条纹与直条纹的差为 k ，

棱镜折射率为 N , 使用的波长为 λ , 则直角误差可从下式求出

$$\epsilon = \left(\frac{k}{d} \right) \left(\frac{\lambda}{4NL} \right) \quad (1.26)$$

假如有一个弦面宽度为100毫米的直角棱镜, 并且 $k/d = 0.25$, 则 90° 角的误差 ϵ 大约是1弧秒。要知道误差的正负, 可按§1.2.3节所述用加热金属棒和手指接触的方法。

§ 1.2.10 检验凹面或凸面

使用的基准面仍然是不镀膜的平面样板, 该样板是斐索干涉仪的一部分。干涉仪发射的平行光通过平面样板后用另一个经很好校正的透镜再次聚焦。如果被检表面是凹面, 则按照图1.31所示放置; 如果被检表面是凸面, 则按照图1.32所示放置。如果被检面是球面, 并且曲率中心与透镜的焦点重合, 则反射回来的仍是平面波面。因而由于两束光的干涉将获得直的干涉条纹。如果光学基准样板和球面都镀有高反射膜层, 就可以获得非常清晰的多光束斐索条纹。如果被检面不是球面而是非球面, 那么干涉仪必须使用合适的补偿透镜。这种仪器配备长度测量装置后还可以测量曲率半径。

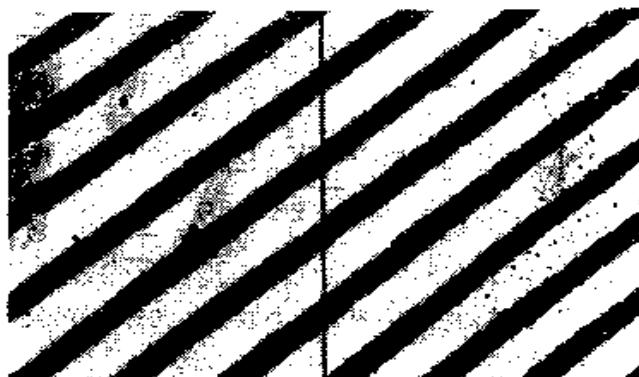


图1.28 高质量直角棱镜产生的干涉图

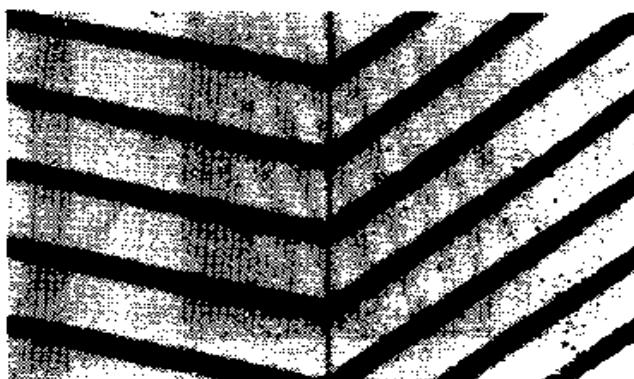


图1.29 90° 角稍有误差的直角棱镜的干涉图

§ 1.2.11 准直透镜的质量要求

现在扼要讨论斐索干涉仪对准直透镜的质量要求。我们关心的主要问题是判定空气隙厚度的变化。然而，光程差不仅是空气隙厚

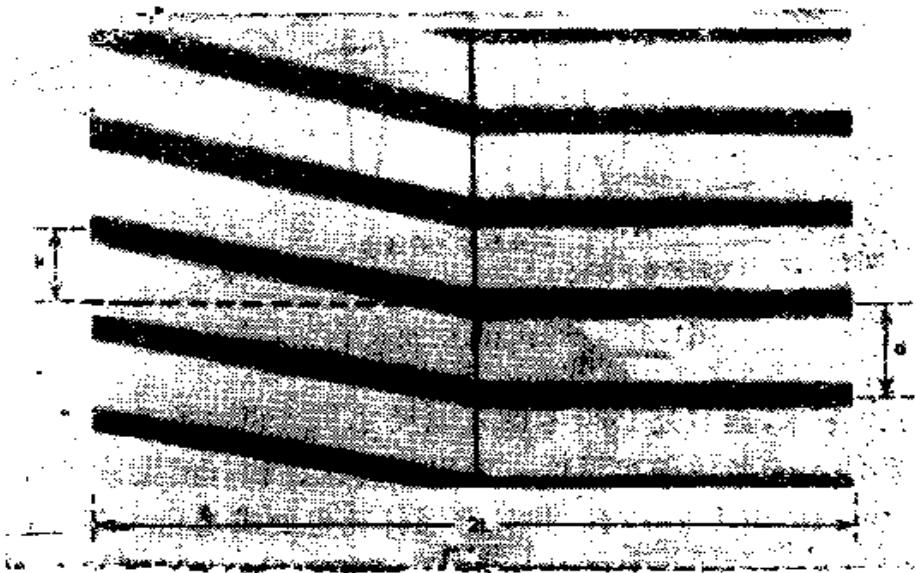


图1.30 直角有微小误差的直角棱镜产生的干涉图

调节干涉条纹，使其一侧的条纹与屋脊棱垂直

度的函数，也是照射角的函数。在一个特定点上的光程差为 $2t\cos\theta$ 。由于被检平面的表面缺陷使空气隙 t 发生变化，而 θ 则随光源尺寸和准直透镜的象差发生变化。

对于使用一般光源的斐索干涉仪而言，有效的最大空气隙厚

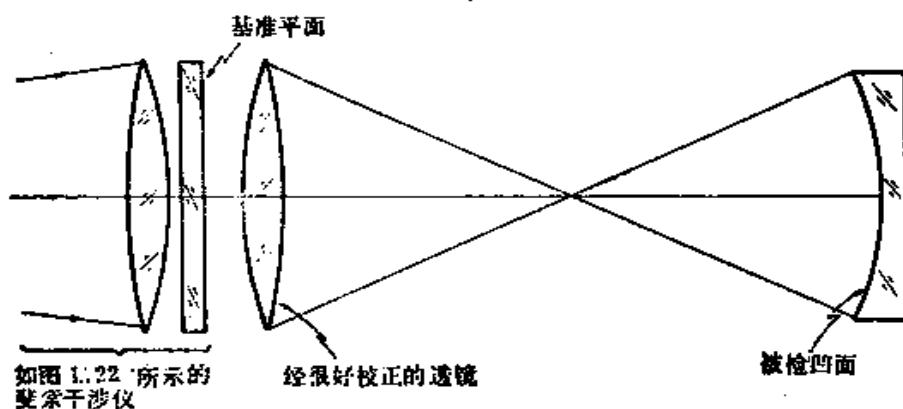


图1.31 检验凹面的斐索干涉仪简图

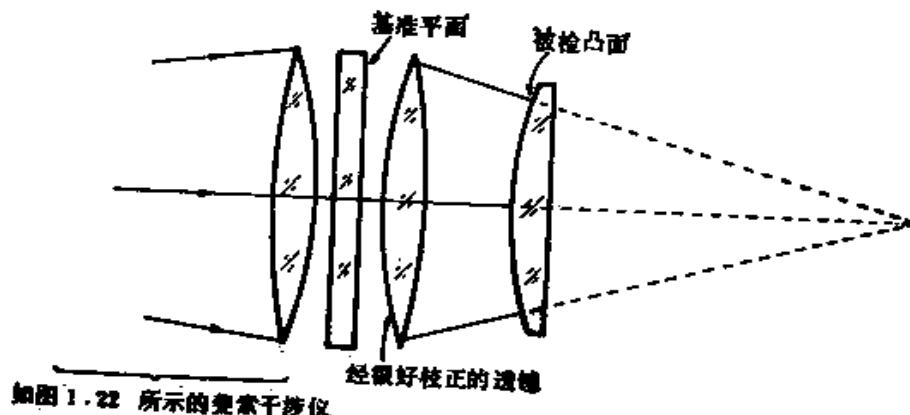


图1.32 检验凸面的斐索干涉仪简图

度是50毫米，而且还必须考虑光源尺寸和透镜的象差。光源尺寸主要影响斐索条纹的可见度。要得到对比度很好的斐索条纹，剩余光程差 $t\theta^2$ 应小于 $\lambda/4$ ，并且选择针孔也要满足这个条件。在整个斐索条纹区域内，针孔的影响是相同的。另一方面，准直透镜象差的影响却不一致，所以，必须考虑透镜的角象差及其影响。如果透镜的最大角象差是 ϕ ，那么 $t\phi^2$ 应小于 $k\lambda$ ，其中 k 是小数，其值取决于仪器要求的精度。因此，设 $k=0.001$ ，那么 $t\phi^2$ 为 0.001λ 。对于一般光源，取 $t=50$ 毫米的最大值，则

$$\phi^2 \leq \frac{0.001\lambda}{t} \approx 10^{-8}$$

或者 $\phi \leq 10^{-4}$ 弧度 (1.27)

这个角象差相当大，在20弧秒量级范围。因而，为此目的能够设计合适的透镜系统或反射镜系统 (Taylor 1957, Yoder 1957, Murty and Shukla 1970)。

用激光器作光源时， t 值的极限要高得多，所用的 t 值甚至能够达到几米，可以设 $t=1000$ 毫米。这时用波长 $\lambda=6.328 \times 10^{-4}$ 毫米的氮-氖激光器作光源，则 ϕ 的上限为5弧秒。因此设计一个满足这个条件的准直系统并不困难。

另外一个重要方面特别是 t 值大时，在仪器上可能出现横向

错位干涉现象。为了防止出现这种现象，必须使自准直针孔像与针孔本身重合。同样，如果准直透镜准直不好，即可能出现会聚光束或者出现发散光束，则使用任何适用于此目的的检验装置，例如使用平行平板错位干涉仪（Murty 1964 b），都能精确地使光束准直。

§ 1.3 海丁格干涉仪

使用牛顿干涉仪和斐索干涉仪主要涉及空气隙厚度的变化。在检验过程中是把干涉条纹看作等厚条纹。但是，如果空气隙厚度均匀一致，并且是用大角尺寸光源照明的，那么所产生的干涉条纹称作等倾条纹。这些条纹在无限远的位置上形成，用一个合适的透镜就可以把这些条纹聚焦在透镜焦面上。如果平行的间隙中是空气，则可以得出简单的关系式： $2t \cos \theta = n\lambda$ ，和式（1.9）相同。从此式可以看出对于不变量 t ，所得到的等倾条纹是圆形的，并且形成在无限远处。

如果用一块实体平板，例如用平行度很好的玻璃平板代替空气隙，那么式（1.9）稍加修改后就可把玻璃平板折射率的作用包括进去，即变为

$$2Nt \cos \theta' = n\lambda \quad (1.28)$$

式中 θ' 是玻璃平板内的折射角。当 θ' 角的值小时，可将上式近似改写成

$$2Nt - \left(\frac{t}{N} \right) \theta^2 = n\lambda \quad (1.29)$$

为了能用简单的装置观察海丁格干涉条纹，可以采用图 1.33 所示的装置。这种装置是把一块玻璃平行平板放在一张黑纸上，用从 45° 角放置的白卡片上反射的漫射光照明平行平板。白卡片的中心有一个小孔，透过小孔可以看到玻璃平板。使眼睛放松，基本上调焦到无限远处，就可以观察到一组同心圆形条纹。光源可以是钠灯，甚至可以是荧光灯。

另外一个比较好的方法是用一个透镜使海丁格条纹系统聚焦到透镜焦面上。这就需要一个与斐索干涉仪所用的几乎完全相同

的装置。唯一区别是为了使光源角尺寸加大，不用针孔，而用直径较大的孔。海丁格干涉条纹在透镜的焦面上形成。

§ 1.3.1 海丁格干涉仪的应用

海丁格干涉仪可以作为斐索干涉仪检验方法的一种补充。如果要检出近似平行平板的楔角，既可以用斐索法也可以用海丁格法。在海丁格方法中，当我们的视线以小孔径移过平板，察看同

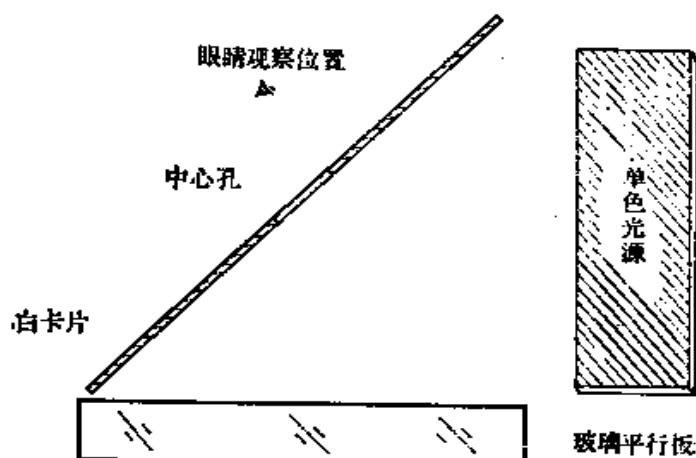


图1.33 观察近似平行玻璃平板海丁格干涉条纹的简单装置

心干涉条纹的稳定性时，如果缓慢改变 t ，那么环形条纹系统的中心也发生变化。如果 t 减小，而观察者是向楔的较薄一侧移动，那么这时圆形海丁格干涉条纹出现向中心收缩的现象。相反，如果观察者是向楔的较厚一侧移动，则干涉条纹从中心向外扩展*。如果我们记下条纹系统的中心经历几次从亮到暗的周期，那么也能用与斐索法相同的方式估算出楔角的大小。

§ 1.3.2 用激光作海丁格干涉仪的光源

与斐索干涉仪一样，海丁格干涉仪也能用低功率氮-氩激光器作光源，同样可以把干涉条纹投射到影屏上。激光器是一种有效的点光源，因此可以把产生的海丁格干涉条纹看作是两个彼此相干的点光源干涉的结果。所以在距两个相干点光源有限远的位置上就能得到圆条纹，而且也不必用透镜把条纹呈现在焦面上。

* 原文有误——译者注。

图 1.34 表示一个点光源从一个有楔角的玻璃平板上反射的两个点光源象。为了进行分析，完全可以认为两个点光源是彼此相干的。然后，如果把一个屏放在足够远处，并且使它垂直于两个点光源的连线上，就能够得到与牛顿环相同的同心圆形条纹系统。

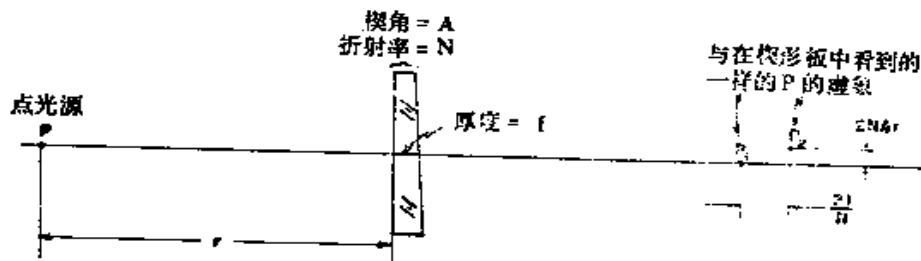


图1.34 单个点光源经楔形平板形成的两个虚
相干光源以及与此有关的各个参量

并且条纹的中心与两个点光源共线。对于折射率为 N 的玻璃平板，两个虚点光源之间的距离是 $2t/N$ ，其中 t 是平板的厚度。这时如果玻璃平板有一个小楔角，那么两个虚点光源彼此之间将出现微小的横向位移，移动距离为 $2NAr$ 。其中 A 是楔角， r 是从楔形平板到点光源的距离。图 1.34 中注明了这几个参量。

为了在实践中应用以上理论，可以采用几种方法。图 1.35 表

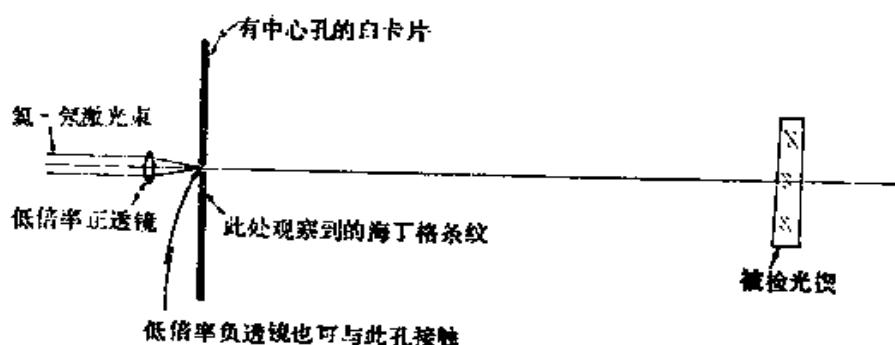


图1.35 观察海丁格干涉条纹并测定条纹中心偏离量的装置简图
图中激光束通过卡片上的小孔，在卡片上小孔的周围观察到海丁格干涉条纹

示其中一种方法。这是沃西里克 (Wasilik) 等人 1971 年首先提出来的。使激光束透过一张白卡片上的小孔，然后投射到被检玻璃平板上。为了使激光束发散，在白卡片后面的正中央放置一

块焦距约为 50~100 毫米的负透镜或正透镜。调节透镜的位置，使光束稍微扩展但不偏离中心位置。卡片可以特意制作并与透镜一起固定在激光器上。为了便于测量，可以在卡片上绘制一些已知间距的同心圆，把被检平板放置在能够作倾斜调节的平台上。调节平板，使从它反射回来的激光光斑通过卡片上的小孔。这时在卡片上的小孔周围可以看到同心圆形的海丁格干涉条纹。如果平板没有楔角，则海丁格条纹系统的中心与小孔的中心重合。如果平板有楔角，则海丁格条纹系统的中心偏离小孔的中心。这个偏离量与玻璃平板的楔角的近似关系式如下

$$d = \frac{2N^2 r^2 A}{t} \quad (1.30)$$

式中 d —— 海丁格条纹中心偏离小孔中心的距离；

A —— 玻璃平板的楔角；

t —— 玻璃平板的厚度；

N —— 玻璃平板的折射率；

r —— 从点光源（小孔）到玻璃平板的距离。

举例，设 $A = 1$ 弧秒 (5×10^{-6} 弧度)， $N = 1.5$ ， $r = 1000$ 毫米， $t = 10$ 毫米，那么 $d = 2.25$ 毫米，可以很容易测得 d 的值。所以这种方法很灵敏，也很有用。

图 1.36 表示第二种检验方法所使用的装置图。这种方法是使

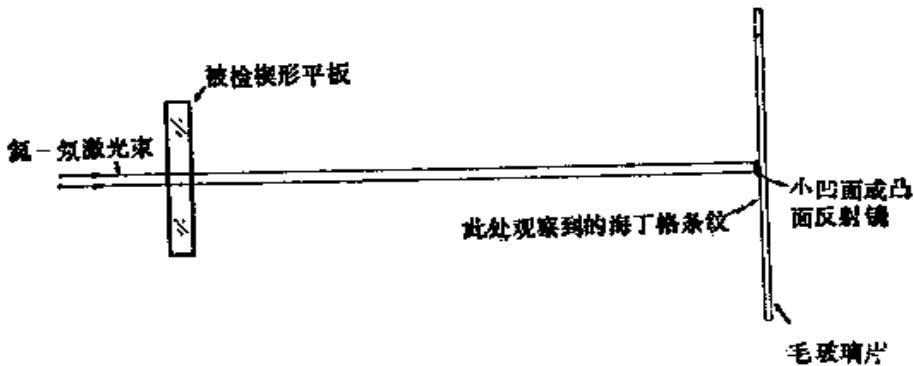


图1.36 观察海丁格干涉条纹和测定条纹系统中心偏离量的装置简图

图中毛玻璃板上的小凹面镜或凸面镜把激光束反射到楔形平板上，

在毛玻璃板上形成海丁格干涉条纹

激光束通过楔形玻璃平板后射到特制的毛玻璃上，在毛玻璃板的中央位置胶合一块小型的曲率半径约为 50~100 毫米的凹面或凸面反射镜，反射镜的直径应稍微大于激光光斑直径。因而可以把激光束反射回玻璃平板上。调节楔形玻璃平板，直到其反射光斑与毛玻璃板上的小反射镜重合为止。这时能够在毛玻璃板上观察到海丁格干涉条纹，而且条纹系统的中心偏离了毛玻璃板上的反射镜。式 (1.30) 也适用于这种方法。

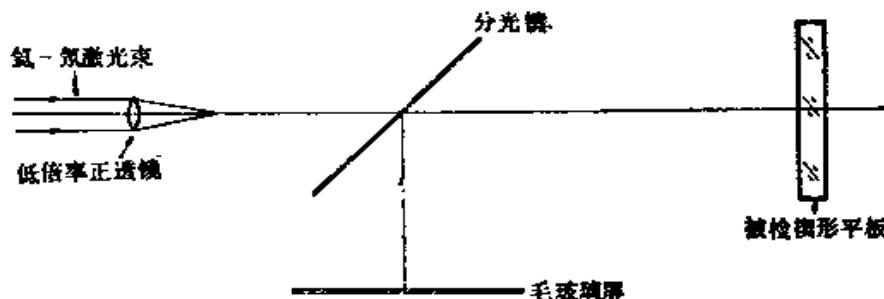


图1.37 观察海丁格干涉条纹并测定条纹中心偏移量的装置简图
在毛玻璃屏上观察条纹，并用分光镜可避免中心模糊不清

第三种方法是使用分光镜，如图 1.37 所示。激光束透过分光镜后射向楔形平板，从楔形平板反射回来后又被分光镜反射，最后投射到毛玻璃屏上。调节被检玻璃平板，使经它反射的激光光斑再经激光器的腔反射镜反射，又回到玻璃平板上并与前一个激光光斑重合。标记下毛玻璃屏上的光斑位置，然后在靠近激光器的一侧插入一块负透镜或正透镜。这样可以充分扩展光束，因而在毛玻璃屏上可以看到圆形海丁格干涉条纹。测定条纹系统的中心偏移量，同样可以用式 (1.30) 计算楔角 A 。

§ 1.4 平面样板的绝对检验

以上讨论了根据作为基准的‘理想’平面样板来检验平面。但是当良好的基准平面样板不能继续使用时，常常需要再制作一块新的基准平面样板。这时可以采用 § 1.2.2 所述的液体样板方法。另一种方法是同时制作三块平面样板，通过几次组合进行检验，就可以得到三个表面相对于一个完善样板的绝对偏差。

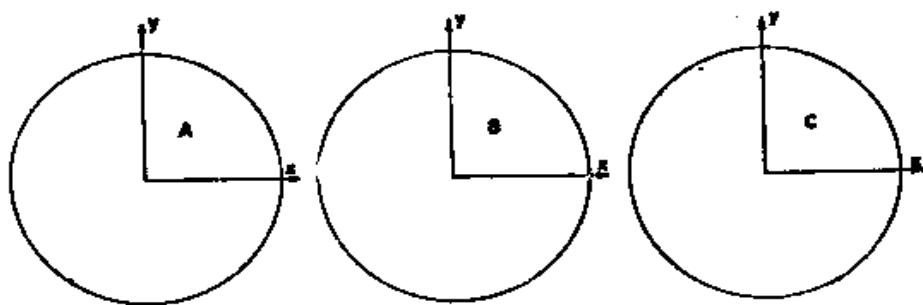


图1.38 确定三个表面对于一个完善样板平面绝对偏差的方法

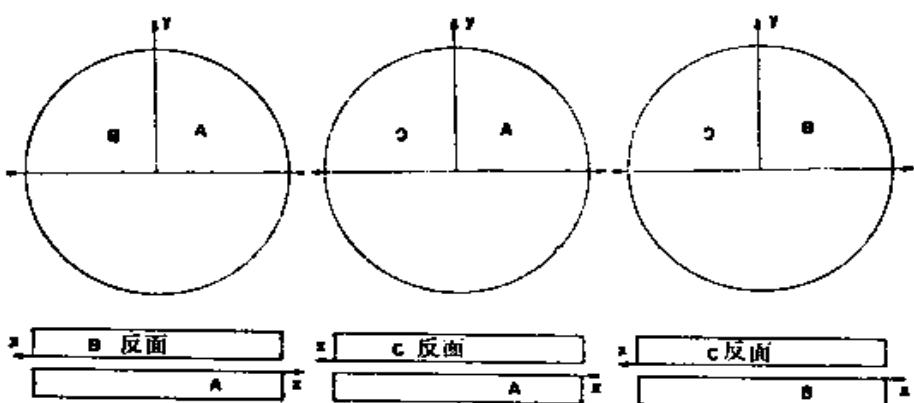


图1.39 检验表面 A、B、C 的三种组合方式

假设有三个如图 1.38 所示的表面，并用图 1.39 所示的三种组合方式来检验这三个表面。从这些测量中可以确定函数 $g_{AB}(x, y)$ 、 $g_{AC}(x, y)$ 和 $g_{BC}(x, y)$ ，这三个函数由下式确定

$$\begin{aligned} f_A(x, y) + f_A(-x, y) &= g_{AB}(x, y) \\ f_A(x, y) + f_C(-x, y) &= g_{AC}(x, y) \\ f_B(x, y) + f_C(-x, y) &= g_{BC}(x, y) \end{aligned} \quad (1.31)$$

其中 $f_A(x, y)$ 、 $f_B(x, y)$ 和 $f_C(x, y)$ 是确定三个表面偏差的函数。由此得到一个有四个未知数的三个等式。这四个未知数是： $f_A(x, y)$ 、 $f_B(-x, y)$ 、 $f_B(x, y)$ 和 $f_C(-x, y)$ 。只有假设表面以 y 轴为中心对称，至少对于表面 B 有 $f_B(x, y) = f_B(-x, y)$ 时，该组等式在整个平面上有一个解，否则只有在 y 轴上 ($x = 0$) 有解，如下式所示

$$\begin{aligned}
 f_x(0, y) &= \frac{g_{xe}(0, y) + g_{xc}(0, y) - g_{ec}(0, y)}{2} \\
 f_y(0, y) &= \frac{g_{ae}(0, y) - g_{ec}(0, y) + g_{re}(0, y)}{2} \quad (1.32) \\
 f_c(0, y) &= \frac{-g_{ae}(0, y) + g_{ac}(0, y) + g_{ec}(0, y)}{2}
 \end{aligned}$$

假设没有任何对称性，仅用三个表面也可以获得整个表面的信息，但是检验这三个表面需要多于三次组合，其中包括相对于一个表面旋转另一个表面。舒尔兹(Shulz)和施温德(Schwider)(1976)对于这个问题进行了广泛的探讨，他们的研究工作也包括检验球面。

参 考 文 献

- Forman, P. F., "A Note on Possible Errors Due to Thickness Variations in Testing Nominally Parallel Plates," *Appl. Opt.*, 3, 646 (1964).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "Testing of Aspherical Surfaces with Newton Fringes," *Appl. Opt.*, 9, 837 (1970).
- Murty, M. V. R. K., "A Note on the Testing of Large Aperture Plane Parallel Plates of Glass," *Appl. Opt.*, 2, 1337 (1963).
- Murty, M. V. R. K., "Addendum to: A Note on the Testing of Large Aperture Plane Parallel Plates of Glass," *Appl. Opt.*, 3, 784 (1964a).
- Murty, M. V. R. K., "The Use of a Single Plane Parallel Plate as a Lateral Shearing Interferometer with a Visible Gas Laser Source," *Appl. Opt.*, 3, 531 (1964b).
- Murty, M. V. R. K. and R. P. Shukla, "Some Considerations of the Fizeau Interferometer," *Bull. Opt. Soc. India*, 4, 13 (1970).
- Schulz, G. and J. Schwider, in *Progress in Optics*, Vol. 13, E. Wolf, Ed., North-Holland, Amsterdam, 1976, Chap. IV.
- Taylor, W. G. A., "Spherical Aberration in the Fizeau Interferometer," *J. Sci. Instrum.*, 34, 399 (1957).
- Wasilik, H., T. V. Blomquist, and C. S. Willet, "Measurement of Parallelism of the Surfaces of a Transparent Sample Using Two-Beam Nonlocalized Fringes Produced by Laser," *Appl. Opt.*, 10, 2107 (1971).
- Yoder, P. R., Jr. and W. W. Hollis, "Design of a Compact Wide Aperture Fizeau Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, 47, 858 (1957).
- Carman, P. D., "Control and Interferometric Measurement of Plate Flatness," *J. Opt. Soc. Am.*, 45, 1009 (1955).
- Einsporn, E., "Über die Verbesserung der Gute und Prüfung optischer Plättchen" (About the Finease, Correction, and Testing of Optical Flats), *Optik*, 7, 174 (1950).
- Emerson, W. B., "Determination of Planeness and Bending of Optical Flats," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 49, 241 (1952).
- Harper, D. C., "Preparation of Drawings for Optical Elements and Methods of Testing," *Appl. Opt.*, 9, 527 (1970).
- Karlin, O. G. and V. A. Syutkin, "The Use of Spherical and Aspherical Test Glasses for Inspecting Aspherical Surfaces," *Sov. J. Opt. Technol.*, 39, 156 (1972).

- Landewehr, R., "Zur Messung der Ebenheit von reflektierenden Flächen mittels Interferenzen gleicher Dicke" (The Measurement of Planes of Reflecting Surfaces Using Fringes of Equal Thickness), *Optik*, 5, 354 (1949).
- Saunders, J. B., "Testing of Large Optical Surfaces with Small Test Plates," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 53, 29 (1954).
- Schulz, G., "Ein Interferenzverfahren zur absoluten Ebenheitsprüfung längs beliebiger Zentralschnitte" (An Interference Method for the Absolute Evenness Test along the Longitudinal Axis in a Central Plate), *Opt. Acta*, 14, 375 (1967).
- Schulz, G., "Interfentielle Absolutprüfung zweier Flächen" (Absolute Interferometric Test for Two Surfaces), *Opt. Acta*, 20, 699 (1973).
- Schulz, G., J. Schwider, C. Hiller, and B. Kicker, "Establishing an Optical Flatness Standard," *Appl. Opt.*, 10, 929 (1971).
- Schwider, J., "Ein Interferenzverfahren zur Absolutprüfung von Plattenflächenelementen. II" (An Interference Method for the Absolute Test of Flats. II), *Opt. Acta*, 14, 389 (1967).
- Schwider, J., "Absolute Flächenprüfung durch Kombination eines Normals mit einem Kompensationshologramm," *Opt. Commun.*, 6, 58 (1972).
- Schwider, J., G. Schulz, R. Richter, and G. Minkwitz, "Ein Interferenzverfahren zur Absolutprüfung von Plattenflächenelementen. I" (An Interference Method for the Absolute Test of Flats. I), *Opt. Acta*, 13, 103 (1966).
- Ashton, A. and A. C. Merchant, "Note on the Testing of Large Glass Panels," *Opt. Acta*, 14, 203 (1967).
- Barrell, H. and R. Mariner, "Liquid Surface Interferometry," *Nature*, 162, 529 (1948).
- Barrell, H. and R. Mariner, "A Liquid Surface Interferometer," *Br. Sci. News*, 2, 130 (1949).
- Barrel, H. and J. S. Preston, "An Improved Beam Divider for Fizeau Interferometers," *Proc. Phys. Soc.*, B64, 97 (1951).
- Biddiss, B. J., "A Non-contacting Interferometer for Testing Steeply Curved Surfaces," *Opt. Acta*, 16, 137 (1969).
- Bruce, C. F. and W. A. F. Cunningham, "Measurement of Angle by Interferometry," *Aust. J. Appl. Sci.*, 1, 243 (1950).
- Bunnagel, R., "Investigation of the Use of a Liquid Surface Mirror for a Flat Plane of Reference," *Z. Angew. Phys.*, 8, 342 (1956).
- Bunnagel, R., H. A. Oehring, and K. Steiner, "Fizeau Interferometer for Measuring Flatness of Optical Surfaces," *Appl. Opt.*, 7, 331 (1968).
- Chapman, P. B. and G. D. Dew, "Surface-Coated Reference Flats for Testing Fully Aluminized Surfaces by means of the Fizeau Interferometer," *J. Sci. Instrum.*, 44, 899 (1967).
- Collyer, P. W., "A Method of Sharpening Fizeau Fringes," *J. Opt. Soc. Am.*, 41, 285 (1951).
- Dew, G. D., "A Method for the Precise Evaluation of Interferograms," *J. Sci. Instrum.*, 41, 160 (1964).
- Dew, G. D., "The Measurement of Optical Flatness," *J. Sci. Instrum.*, 43, 409 (1966).
- Dew, G. D., "Systems of minimum Deflection Supports for Optical Flats," *J. Sci. Instrum.*, 43, 809 (1966).
- Dew, G. D., "Optical Flatness Measurement—the Construction and Use of the Fizeau Interferometer," *N. P. L. Optical Metrology Report No. 1*, 1967.
- Dukhopel, I. I. and I. Ye Urmis, "Selection of the Best Interferometer for Quality Control of Spherical Surfaces," *Sov. J. Opt. Technol.*, 36, 545 (1969).
- Gates, J. W., "A Slow Motion Adjustment for Horizontal Interferometer Mirrors," *J. Sci. Instrum.*, 30, 484 (1953).
- Gates, J. W., "An Interferometer for Testing Sphericity," in *Optics in Metrology*, Poi Mollet, Ed., Pergamon, Oxford, 1960, p. 201.
- Gubel, N. N., I. I. Dukhopel, Yu. A. Myasnikov, and I. Ye Urmis, "Interferometers for Inspecting Spherical Surfaces Subtended by Large Angles," *Sov. J. Opt. Technol.*, 40, 27 (1973).
- Harris, S. J., *The Universal Fizeau Interferometer*, Ph. D. Thesis, University of Reading, England, 1971.
- Hedgkinson, I. J., "A Method for Mapping and Determining the Surface Defects Function of Pairs of Coated Optical Flats," *Appl. Opt.*, 8, 1373 (1969).

- Hunt, P. G., "Optical Cements: A Laboratory Assessment," *Opt. Acta*, **14**, 401 (1967).
- Kontiyevskiy, Yu. P., O. A. Klochkova, and A. Ya. Perezhogin, "An Improved Two-Beam Interferometer," *Sov. J. Opt. Technol.*, **35**, 559 (1968).
- Laurent, M. L., "Sur Plusieurs Appareils d'Optique, Destines a Controler les Surfaces Planes: Paralleles, Perpendiculaires et Obliques" (About Several Kinds of Optical Apparatus, Designed to Control Flat Surfaces: Parallel, Perpendicular, and Oblique), *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, **94**, 134 (1883).
- Moreau, B. G. and R. E. Hopkins, "Application of Wax to Fine Ground Surfaces to Simulate Polish," *Appl. Opt.*, **8**, 2150 (1969).
- Polster, H. D., "The Determination of the Absolute Contours of Optical Flats. II," *Appl. Opt.*, **7**, 977 (1968).
- Primak, W., "The Determination of the Absolute Contours of Optical Flats," *Appl. Opt.*, **6**, 1917 (1967).
- Schulz, G. and J. Schwider, "Precise Measurement of Planeness," *Appl. Opt.*, **6**, 1077 (1967).
- Sen, D. and P. N. Puntambekar, "An Inverting Fireau Interferometer," *Opt. Acta*, **12**, 137 (1965).
- Bergman, T. G. and J. L. Thompson, "An Interference Method for Determining the Degree of Parallelism of (Laser) Surfaces," *Appl. Opt.*, **7**, 923 (1968).
- Ford, D. L. and J. H. Shaw, "Rapid Method of Aligning Fabry-Perot Etalons," *Appl. Opt.*, **8**, 2555 (1969).
- Hilkenkamp, F., "Note on the Interference Method for Determining the Degree of Parallelism of Laser Surfaces," *Appl. Opt.*, **10**, 1982 (1971).
- Raman, C. V. and V. S. Rajagopalan, "Haidinger's Fringes in Non-uniform Plates," *Philos. Mag.*, Ser. 7, **29**, 568 (1939).
- Raman, C. V. and V. S. Rajagopalan, "Haidinger Interference in Curved Plates," *J. Opt. Soc. Am.*, **29**, 413 (1939).
- Roezler, F. L., "Mapping of High Quality Optical Flats without Reflection Coating," *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, 471 (1962).
- Roezler, F. L. and W. Traub, "Precision Mapping of Pairs of Uncoated Optical Flats," *Appl. Opt.*, **5**, 463 (1966).
- Schonrock, O., "Testing Planeness of Surfaces by Haidinger's Rings," *Z. Instrumentenkde.*, **59**, 31 (1939).

第二章 泰曼-格林干涉仪

D. 马拉卡拉

§ 2.1 引言

泰曼-格林干涉仪是从迈克耳逊干涉仪演变而来的用于检验光学零件的仪器。泰曼和格林发明了这种干涉仪并且获得该项发明的专利权 (Twyman and Green 1916)。泰曼-格林干涉仪最初用于检验棱镜和显微物镜，后来进行了改进并用于检验照相机镜头 (Twyman 1919)。最早介绍这种干涉仪的几篇文章是泰曼撰写的 (Twyman 1918 b, 1920, 1920~1921, 1922~1923)。由于这种仪器使用价值高，应用很广泛，所以在许多文章 (Briers 1972) 和书籍 (Twyman 1957, Candler 1951, Horne 1972, Cook 1971, U. S. Department of Defense 1963) 中都有详细的介绍。

图 2.1 所示是泰曼-格林干涉仪的基本光路形式之一。用一个准单色点光源作为这种干涉仪的光源时，光由透镜 L_1 准直，形成一个平面波面，然后由一个分光镜将波面依振幅分割。

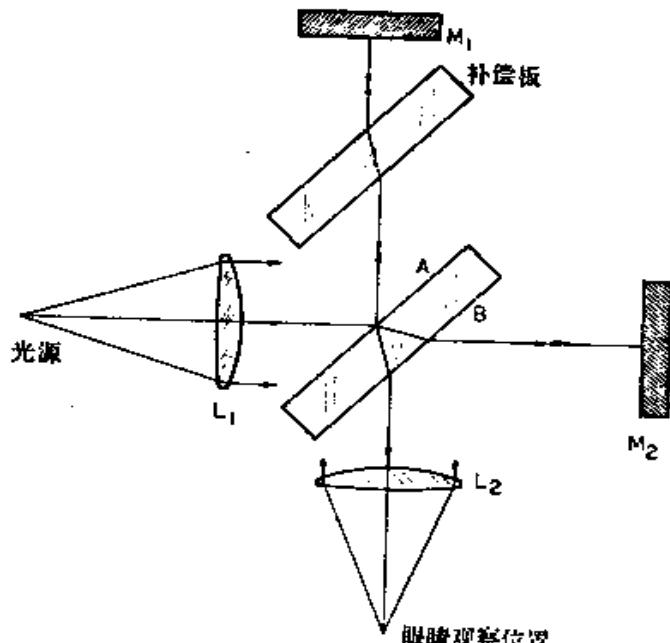


图2.1 泰曼-格林干涉仪

光线经过 M_1 和 M_2 两个反射镜反射后再次投射到分光镜上，结果形成两个干涉图，其中一个干涉图投射到透镜 L_2 上，另一个则返回到光源处。透镜 L_2 的作用是使全孔径的光线都进入观察者的眼睛，所以能够看到整个干涉场。观察到的干涉条纹属于等厚型条纹。

显然，主干涉图与返回到光源的干涉图是互补的，换言之，一个干涉图上的亮条纹与另一个干涉图上的暗条纹相对应。根据能量守恒定律知道，即使两个干涉图的光程差相同，也必然如此。反射产生的相移就说明了这种互补性。

值得指出的是，迈克耳逊（Michelson 1918）当时认为这种干涉仪不能用于检验大口径光学零件，因为如果没有相干性足够好的光源，这种检验大口径光学零件的仪器，也就是我们现在所说的不等程干涉仪，是没有实用价值的。泰曼（Twyman 1918 a）反驳了迈克耳逊的观点，并指出图 2.2 所示的装置已经申请作为

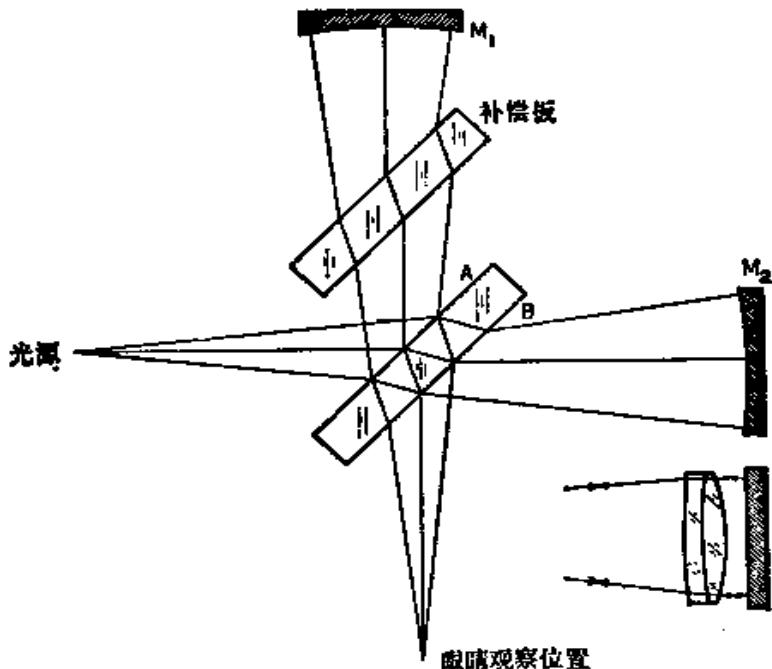


图2.2 泰曼-格林干涉仪（威廉斯型）

检验大口径反射镜或透镜的专利了（Twyman and Green 1916）。这种检验方法无需使用大口径的准直物镜和分光镜，但遗憾的是

需要(由于光源相干性的限制)一个和被测光学零件口径一样大小的凹球面反射镜。这样的光路形式常常被称作威廉斯(Williams)干涉仪(Grigull and Rottenkolber 1967, De Vany 1965),这是因为伯奇(Burch 1940)把这一发明归功于威廉斯。

图2.3是一般实验室使用的泰曼-格林干涉仪。现在，在泰



图2.3 一般用途的泰曼-格林干涉仪

曼-格林干涉仪的基础上已经演变出了许多种干涉仪，其中值得一提的是范·希尔(Van Heel)和西蒙斯(Simons 1967)设计出了几种体积小、结构紧凑的干涉仪。

另外一个重要的进展是发明了一种低成本的干涉仪。其中用一幅全息图校正干涉仪的缺陷(Rogers 1970)。首先在一台很不完善、价格低廉的干涉仪上，以较大的倾斜量拍摄干涉条纹照片。这样就得到一组非常细密的、用肉眼看不清的、但仍能拍摄下来的干涉图。然后把被检零件放进干涉仪，在同一照相底片上进行第二次曝光。显影后，底片上就显现出莫尔干涉图，这也就是反映被检零件表面质量的等高线图。

为了检验粗糙表面，在泰曼-格林干涉仪上用了一台二氧化碳激光器作为长波(1.06微米)光源(Munnerlyn等人1969)。

§ 2.1.1 分光镜

分光镜是用镀膜的方法使一块玻璃板的A面能反射适量的

光，而 B 面不反射任何光。为了消除 B 面的反射，可以在其上镀多层增透膜。另一个比较简单的解决办法是把分光镜按布儒斯特角放置，用 P 偏振光作光源，这样光线通过界面时就没有任何反射。还有一种解决办法是将分光镜做成带有一定的楔角，这样可以使不必要的反射光排除出光学系统之外。干涉条纹的对比度与 A 面的反射率 R 无关，只是条纹的极值照度 I 与 R 有关，因为

$$I = 4I_0RT \quad (2.1)$$

式中 I_0 是入射波的照度； T 是透过率。如果没有吸收（非金属膜层），则 $T \approx 1 - R$ ，并且当 $R = T = \frac{1}{2}$ 时， I 为极大值。

从反射镜 M_1 反射的光线到观察者眼睛时仅仅通过分光镜一次，而从反射镜 M_2 反射的光线却通过分光镜三次。如果干涉仪一支光臂中的光学材料比另一支光臂中的多，如上述情况那样，就称为非补偿干涉仪。如在反射镜 M_1 前插入另一块玻璃板，则就能变成补偿干涉仪，如图 2.1 和图 2.2 所示。

从下一节内容可以明显地看出对干涉仪进行补偿的重要性。已经有文献论述了用于威廉斯型 (Steel 1963) 和泰曼-格林型干涉仪 (Steel 1962, Mertz 1959, Connes 1956) 的可调补偿器。

通过简单的代数运算并根据折射定律，可以导出分光镜或补偿板使光轴产生横向平移时的平移量计算公式

$$d = t \sin \theta \left[1 - \frac{\cos \theta}{(N^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}} \right] \quad (2.2)$$

式中 θ 是入射角； t 是补偿板厚度； N 是折射率。

§ 2.2 相干性要求

光源的大小（空间相干性）和单色性（时间相干性）必须满足一定的最低要求的条件，这些要求的条件取决于干涉系统的几何尺寸 (Hanser 1955)。

如前所述，当干涉仪一支光臂的光学材料比另一支多时，这样的干涉仪就是非补偿干涉仪。这种情况或许是由于在一支光臂

中放有被检光学零件（透镜或棱镜）；或许是由于光线传播时在一支光路中光线通过分光镜一次，而在另一支光路中却通过三次，而又没有放置补偿板所造成的。上述两种情况都可以归结为在干涉仪的一支光臂中放有一块倾斜的玻璃平板这样一种一般情况。由于光线来回通过这块玻璃板，其合成效果就相当于光线通过一个由两块这样的玻璃板组成的系统，如图 2.4 所示。光线通过玻璃板时产生的光程差（OPD）是光线入射角的函数，如图 2.5 所示，有

$$OPD = N(\overline{AB}) + (\overline{BC}) - (\overline{AD}) \quad (2.3)$$

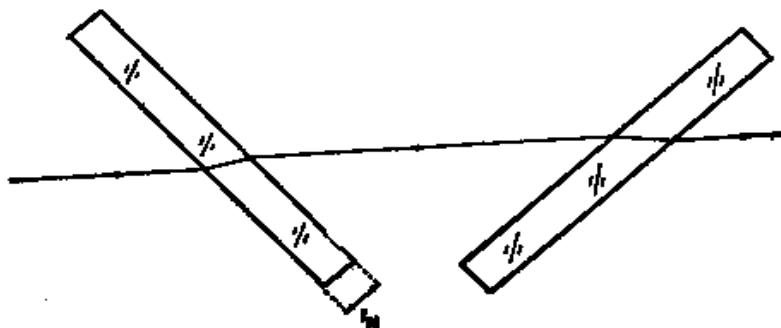


图2.4 非补偿干涉仪中的光路

$$\text{并由此可得: } OPD(\Phi) = t_N(N \cos \varphi' - \cos \varphi) \quad (2.4)$$

如果玻璃板相对光轴倾斜 φ_0 角，光线方向以图 2.6 所示 θ 和 φ 表示，则光线两次通过玻璃板后产生的光程差为：

$$\begin{aligned} OPD(\Phi) = & t_N(N \cos \varphi'_1 \\ & + N \cos \varphi'_2 - \cos \varphi_1 \\ & - \cos \varphi_2) + 2f_a \cos \theta \end{aligned} \quad (2.5)$$

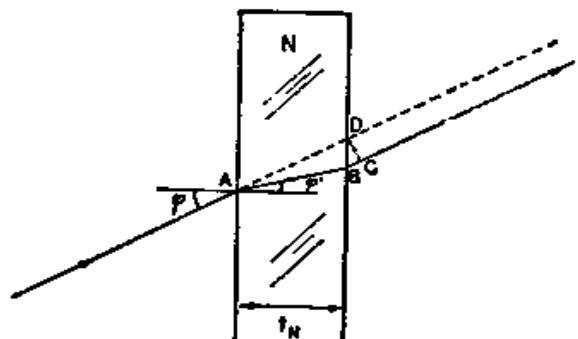


图2.5 平行玻璃板中的光程差

式中角标 1 和 2 分别表示光线第一次和第二次通过玻璃板。式中最后一项表示其中一块反射镜沿光轴移动 t_a 时产生的附加光程差。角 φ_1 和 φ_2 是通过以下关系式从角 θ 、 ψ 和 φ_0 求出的：

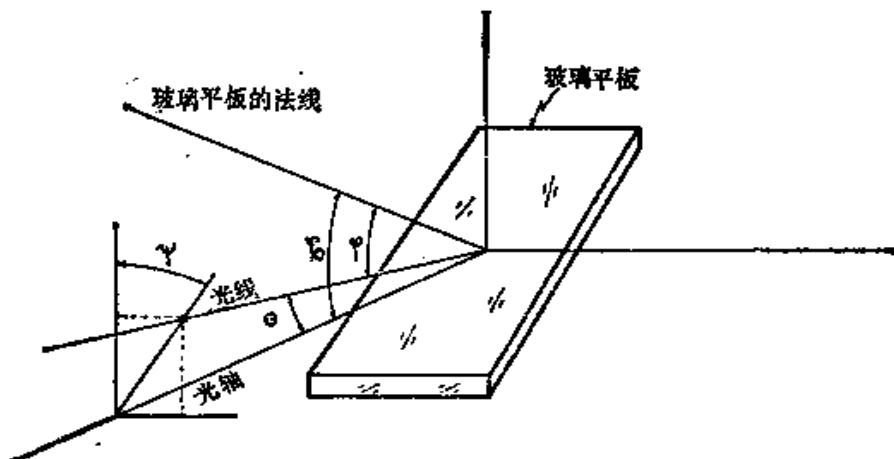


图2.6 光线通过一块倾斜的平行玻璃板时的情况

$$\begin{aligned}\cos \varphi_1 &= \cos \varphi_0 \cos \theta + \sin \varphi_0 \sin \theta \cos \psi \\ \cos \varphi_2 &= \cos \varphi_0 \cos \theta - \sin \varphi_0 \sin \theta \cos \psi\end{aligned}\quad (2.6)$$

如果玻璃板垂直于光轴，则 $\varphi_0 = 0$ ，因此， $\varphi_1 = \varphi_2 = \theta$ 和 $\varphi'_1 = \varphi'_2 = \theta'$ 。在这种情况下式 (2.5) 可以简化为

$$\text{OPD}(\theta) = 2t_s(N \cos \theta' - \cos \theta) + 2t_o \cos \theta \quad (2.7)$$

§ 2.2.1 空间相干性

以下两种情况会使光源产生的波面扩展为角直径等于 2θ 的波面，因而使光源失去理想的空间相干性。

(1) 光源不是一个几何点，而是一个直径 $2a$ 很小的圆斑，因而

$$\theta = \frac{a}{f} \quad (2.8)$$

式中 f 是准直物镜的焦距。

(2) 准直物镜有球差，在这种情况下

$$\theta = \frac{TA}{f} \quad (2.9)$$

式中 TA 是准直物镜在最佳调焦状态下的最大横向球差。

根据瑞利 (Rayleigh) 判据，只有从光源 (θ) 上的任何一点发出的两束光的光程差小于 $\lambda/4$ 时，用扩展的白炽光源才能得到高对比的干涉条纹。另外，从辐射测量考虑，通常要求光源尽

可能大，这样才不致降低干涉条纹的对比度。

可以证明，当分光镜没有用另外一块完全相同的玻璃板补偿时，最大的光源形状是椭圆形的。这就是为什么在非补偿迈克耳逊干涉仪中产生的干涉条纹是椭圆形的原因。椭圆的形状和大小不仅是 Ψ_0 、 θ 和 ψ 的函数，而且还取决于 t_0 。

下面更详细地分析玻璃板的法线与光轴方向一致这个比较简单的情况。根据式 (2.7)* 算出的光程差如图 2.7 所示。光程差 $OPD(\theta)$ 随 θ 值而变化，并取决于 t_0 值。 θ 的最大允许值就是

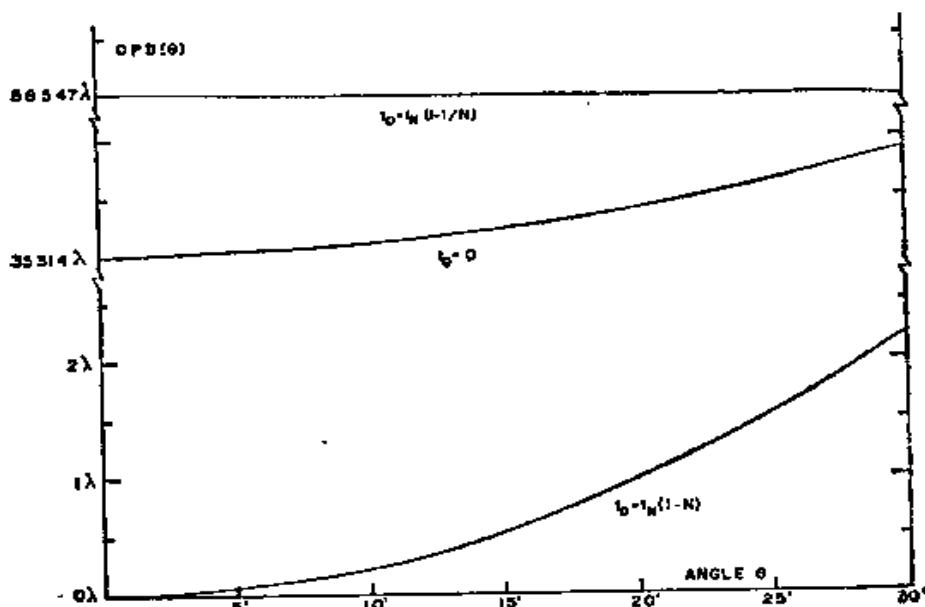


图2.7 垂直于光轴的平行玻璃板产生的光程差
($t_n = 2$ 厘米, $N = 1.52$, $\lambda = 5890$ 埃)

与 $\lambda/4$ 光程差相对应的值。

在用非单色光源检验小口径光学零件时取

$$t_0 = t_n(1 - N) \quad (2.10)$$

比较方便，于是光程差 $OPD(0^\circ) = 0$ ，但在这种情况下宁愿选用更小一点的光源。应当指出，在检验大口径光学零件时， t_0 值是不能随意改变的，因为通常 t_0 值非常大。

* 原文误为式 (2.6)——校注。

如果使用的是扩展的准单色光源，则最佳条件是

$$\frac{dOPD(\theta)}{d\theta} = 0 \quad (2.11)$$

由此得出

$$t_0 = t_N \left(1 - \frac{1}{N} \right) \quad (2.12)$$

由上式看出，当准直物镜（或迈克耳逊干涉仪中的光源）在两光臂中成象的象距对观测者来说相等时，则这时干涉仪对光源大小达到一级补偿。同样，当干涉仪对有限大小的光源补偿时，则每支光臂的末端反射镜的虚象都成在同一位置上。斯蒂尔（Steel 1962）和斯莱弗特（Slevogt 1954）也得出了与此同样的结论。

当干涉仪采用这种补偿方式时，干涉条纹定域在反射镜镜面附近，因而必须将观察系统调焦到镜面附近才能观察到条纹。但是检验透镜时希望干涉条纹位于透镜的光瞳处，因此反射镜应尽可能靠近透镜。这就是为什么在检验望远物镜时希望用曲率半径尽可能大的凸面反射镜的原因（Steel 1966）。另外，显微物镜的入射光瞳在无限远处，而出射光瞳在后焦面上。戴森（Dyson 1959）介绍了一种如图 2.8 所示的光学系统。其中反射镜镜面成象在显微物镜的后焦面上，也就是在希望得到干涉条纹的位置上。这种检验系统很有价值，因为所有赛德尔（Seidel）象差都等于零。

吉尔德（Guild 1920~1921）采用略有不同的方法研究了对针孔光源大小的限制问题，下面介绍这种方法。设想把一个很小的光源极大地扩展成为一个扩展光源，然后在透镜 L_2 的前方放

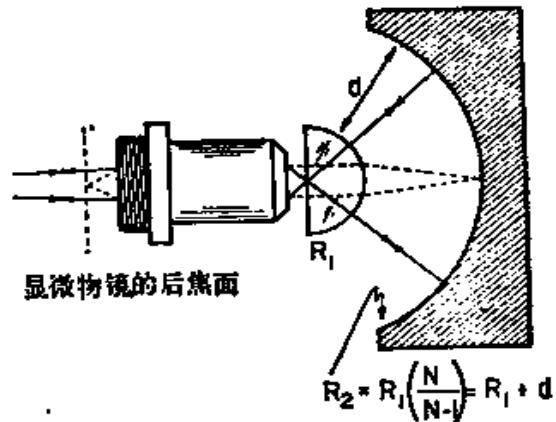


图2.8 用于检验显微物
镜的戴森系统

一个目镜（见图 2.1），构成一个望远系统。这样就能够观察到一组同心圆形的等倾干涉条纹，就象通常在迈克耳逊干涉仪中所看到的干涉条纹一样。如果两块反射镜确实与各自的光轴垂直，则干涉条纹成严格的同心圆。光源的理想尺寸就是只能观察到这组干涉条纹的中心斑时的尺寸。虽然中心斑的有效尺寸还受到观察者瞳孔和照相机光圈的限制，但当采用上述调整方法以减小 θ 对光程差函数 $OPD(\theta)$ 的影响时，中心斑的尺寸将增大，有可能使用尺寸较大的光源。

在以上讨论中，都假设两相干波面的方向是一致的，也就是两波面间没有任何相对旋转或倒转。换言之，如果其中一个波面被旋转或倒转了，则另一个波面也应相应地旋转或倒转。用一个三面直角棱镜或用一个由会聚透镜和放在其焦点上的平面反射镜组成的“猫眼”后向反射器，就能使波面旋转 180° 。利用两个互相垂直的平面组成的反射系统，例如用一个普罗（Porro）棱镜，就能使波面倒转。默蒂（Murty 1964）曾指出，如果两波面相对旋转或倒转，那么要想得到对比度好而又没有相移的干涉条纹，针孔直径 $2a$ 需满足以下条件

$$2a \leq \frac{1.22\lambda f}{D} \quad (2.13)$$

式中 f 和 D 分别是准直物镜的焦距和直径。如按此式要求，则 $2a$ 非常小，对某些光源来说，这样小的尺寸已无实际意义。但是如果用气体激光器作光源，则由于其高辐射强度和高空间相干性，这个问题也就不存在了。

§ 2.2.2 时间相干性

式 (2.5) 给出的光程差函数 $OPD(\theta)$ 还必须附带有对光源单色性的某些起码要求。首先考虑这样一种情况，即由于干涉仪中没有补偿板，或者在其中一支光臂中出现由透镜或棱镜组成的光学系统，因而使干涉仪不补偿时，根据式(2.7)*可以写出

* 原文误为式 (2.5)——校注

$$[\Delta \text{OPD}(\theta)]_{\theta=0} = 2t_n \left(\frac{dN}{d\lambda} \right) \Delta\lambda \quad (2.14)$$

再根据瑞利判据 ($\Delta \text{OPD} \leq \lambda/4$) 可写出

$$\Delta\lambda \leq \frac{\lambda}{8t_n(dN/d\lambda)} \quad (2.15)$$

由此可见，如果干涉仪不补偿时，由于玻璃的色散 ($dN/d\lambda$) 决不会是零，并且 t_n 也不是零，所以带宽 $\Delta\lambda$ 一定是一个很小的值。如果干涉仪是完全补偿的，就可以观察到白光干涉条纹，否则就必须用低压蒸汽灯或（甚至更好一些）气体激光器这样的高单色性光源。

如果干涉仪的两光臂中有许多种类不同的光学零件，可以采取一种更一般的处理方法，即认为如果干涉仪中沿两支光路传播的光的位相差与波长无关，则干涉仪对带宽 $\Delta\lambda$ 来说是补偿的。根据斯蒂尔 (Steel 1962) 的论断可以认为，如果干涉仪的每支光臂中都含有一系列厚度为 t 、折射率为 N 的光学零件，那么两支光臂上的位相差是

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (\Sigma_1 N t - \Sigma_2 N t) \quad (2.16)$$

当 $d\phi/d\lambda = 0$ 时，相对位相与波长无关，因此得出

$$\Sigma_1 \tilde{N} t = \Sigma_2 \tilde{N} t \quad (2.17)$$

式中 \tilde{N} 是‘群折射率’*，由下式确定

$$\tilde{N} = N - \lambda \frac{dN}{d\lambda} \quad (2.18)$$

因此，当两光臂上的‘群光程’相等时，干涉仪对带宽 $\Delta\lambda$ 是补偿的。斯蒂尔 (Steel 1962) 提出，光源带宽的补偿可以用一个狭缝方向与干涉条纹方向垂直的分光计通过查看白光干涉条纹来检验。干涉条纹与光谱是互相交叉的，其倾角表明条纹位置随波长而变化。如果带宽得到完全补偿，那么沿色散方向的干涉条纹将是笔直的。否则可以调节光学零件的光程，直到干涉条纹在所用

* 此处的所谓“群折射率”是与“群速度”相对应的概念——校注。

的波长处出现最大值（无倾斜）为止。

如果光程差 $OPD(0)$ 非常大，就象在不等光程干涉仪中那样（详见 § 2.4 节），则式(2.5) 的最后一项将占优势，于是可以写成

$$OPD(0) = 2t_0 = m\lambda \quad (2.19)$$

但是根据瑞利判据，级数 m 从带宽的一端到另一端的变化不应大于 $1/4$ ，因此

$$m\lambda = \left(m + \frac{1}{4} \right) (\lambda - \Delta\lambda) \quad (2.20)$$

式中 $\Delta\lambda$ 是最大允许带宽，因此可以写成近似式

$$\Delta\lambda \leq \frac{\lambda}{8t_0} \quad (2.21)$$

由于一个带宽为 $\Delta\lambda$ 的波列长度等于 $\lambda^2/\Delta\lambda$ ，所以这个条件就等于说光程差 $OPD(0)$ 应小于波列长度（或调制波长）的四分之一。

当采用气体激光器作光源时，将出现一个很有意义并且很现实的情况。关于这方面的内容将在 § 2.4 节中研究不等光程干涉仪时予以介绍。

§ 2.3 泰曼-格林干涉仪的应用

用泰曼-格林干涉仪能够检验许多种类不同的光学零件，其中最简单的是检验平行玻璃板。由玻璃平板产生的光程差为

$$OPD = 2(N - 1)t \quad (2.22)$$

式中 t 是玻璃平板的厚度； N 是玻璃的折射率。如果在玻璃平板放入光路之前把干涉仪调整成无条纹状态，那么把玻璃平板放入光路后出现的所有干涉条纹都是属于玻璃平板的。如果视场里不出现干涉条纹，就可以说 $(N - 1)t$ 值在整个玻璃平板上都是恒定的。如果观察到的是直条纹*，可以认为玻璃的均匀性是非常好的（ N 是常数），出现的干涉条纹是由于平板两表面之间的楔

* 此处更严格的说法应是等间隔平行直条纹——校注。

角 ϵ 造成的，此楔角为

$$\epsilon = \frac{\alpha}{2(N-1)} \quad (2.23)$$

式中 α 是两个相干波面之间的小楔角，它可由下式确定

$$\alpha = n\lambda \quad (2.24)$$

式中 n 是单位长度上观察到的干涉条纹数。

但是，干涉条纹可能不是直条纹，而是出现如图 2.9 所示的严重变形。这可能是因为玻璃平板的表面质量很差，也可能是因为折射率不均匀，因为我们能够确定的只是 $(N-1)t$ 值。为了测定这两个互不相干的变量 N 和 t ，还必须用斐索干涉仪测定 Nt 的值，以完善这个检验过程。

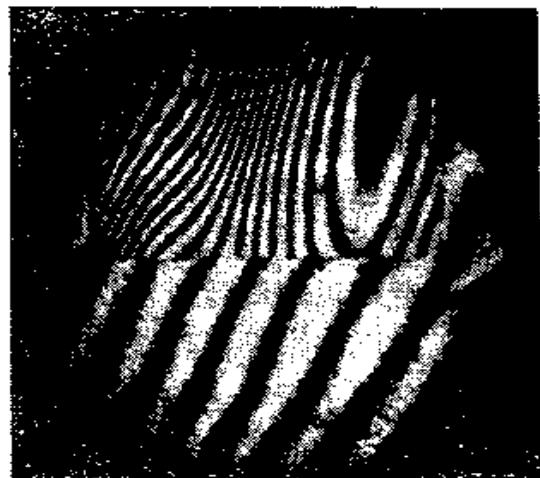


图 2.9 检验玻璃平板

用这种基本干涉装置能够检验许多种类不同的材料 (Adachi et al. 1961, 1962, Masuda et al. 1962, Twyman and Dalladay 1921~1922)。

§ 2.3.1 检验棱镜和衍射光栅

泰曼-格林干涉仪对检验棱镜，特别是检验直角棱镜(普罗棱镜)、屋脊棱镜(阿米西棱镜)或三面直角棱镜的 90° 误差是非常有用的。如 § 2.2.1 中所述，如果不用气体激光器作光源，就应按图 2.10 所示的光路形式校正两波面间的相对旋转和倒转。当用气体激光器作光源时，可以采用图 2.11 所示的光路形式。

伦伯格 (Luneburg 1964) 证明棱镜的屋脊角误差 ϵ 为

$$\epsilon = \frac{\alpha}{4KN \sin \theta} \quad (2.25)$$

式中 N 是棱镜材料的折射率； α 是光线一次通过棱镜时两出射波面之间的夹角； θ 是屋脊棱与入射光束之间的夹角； K 是光线

在屋脊面上的反射次数。表 2.1 是与图 2.10 和图 2.11 中所示的几种检验光路对应的有关数据。角 α 是按式 (2.24) 确定的，但这时必须把干涉仪调整成使其中一个面上没有条纹。托马斯 (Thomas) 和怀扬特 (Wyant 1977) 全面研究了三面直角棱镜的检验方法。

泰曼-格林干涉仪还能够检验色散棱镜，如图 2.12 a 所示。利用这种检验装置可以通过适当修琢表面的办法来补偿玻璃材料内部的平缓变化的不均匀性。

1935 年比萨克里 (Bisacre) 和西米恩 (Sim-eon) 提出了一个用泰曼-格林干涉仪检验衍射光栅的方法。但是很遗憾，他们从未发表过他们的研究报告 (Candler 1951)。他们使用的是图 2.12 b 所示的光路形式。首先通过调节干涉仪得到一级水平干涉条纹，然后转动光栅使其通过三级条纹。三级条纹中如果有鬼线，条纹就会呈锯齿形而且这些鬼线是比较强的。当增大水

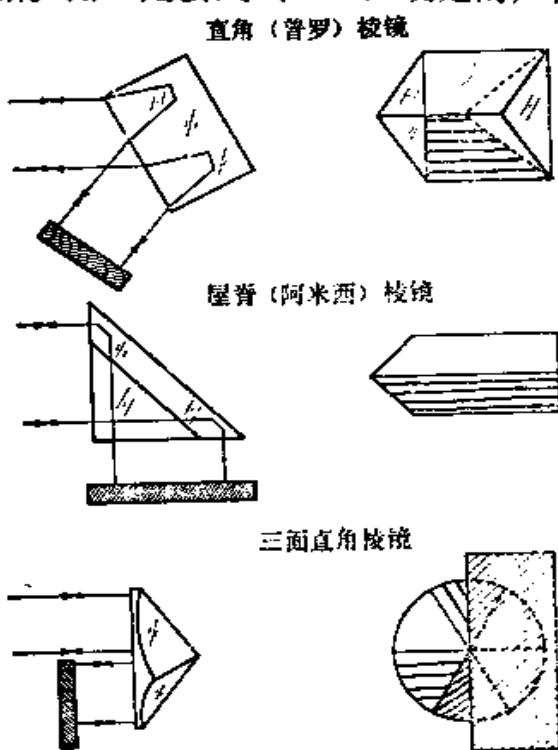


图2.10 三种棱镜的检验光路
(不用气体激光时)

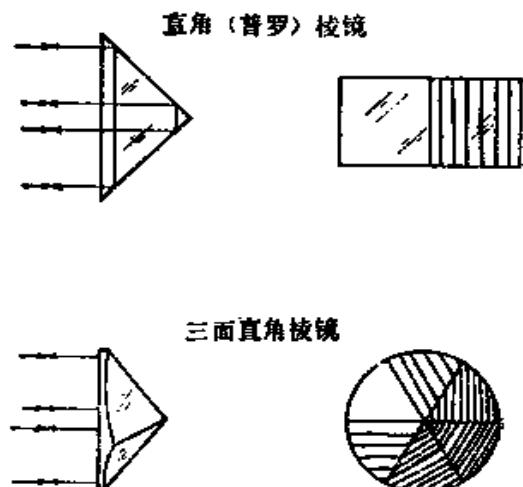


图2.11 用激光光源时两种棱
镜的检验光路

平条纹的间距时，锯齿就变得越来越大，直至最后变成一组垂直条纹。

表2.1 图2.10和图2.11中所示的各种棱镜的 θ 角和 K 值

棱 镜 类 型	图 号	θ	$\sin \theta$	K
普罗棱镜	2.10	60°	0.866	2
阿米西棱镜	2.10	45°	$1/\sqrt{2}$	2
三面直角棱镜	2.10	54.7°	$\sqrt{2/3}$	2
普罗棱镜	2.11	90°	1	1
三面直角棱镜	2.11	54.7°	$\sqrt{2/3}$	1

§ 2.3.2 检验透镜

泰曼-格林干涉仪的早期应用之一就是检验透镜和照相物镜 (Twyman 1920, Smith 1926~1927), 其中包括测定色象差 (Martin and Kingslake 1923~1924)。图 2.13 中所示的任何一种光路形式都能检验会聚透镜。

其中曲率中心与透镜焦点重合的凸球面反射镜适用于检验长焦距透镜, 而凹球面镜则适用于检验短焦距透镜。还可以在被检透镜的焦点处放一个平面反射镜, 这种光路形式有很大的优点, 因为平面反射镜实际工作的面积非常小, 所以其表面不要求

非常精确。但是, 根据 § 2.2.1 中所述的空间相干性要求, 如果不用激光器作光源, 就必须在干涉仪的另一支光臂中采用同样的光路形式或者用一个三面直角棱镜。这个方法的另一个特点是抵消了例如彗差这样的非对称象差, 只剩下球差和象散这样的对称象差。

在离轴检验透镜时, 把透镜装在丁字尺机构中是比较方便的, 如图 2.14 所示。被检透镜 L 装在一个转动支架上, 能够绕节点

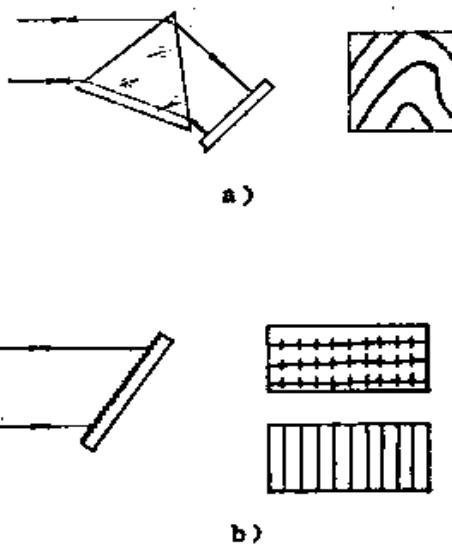


图2.12 检验色散棱镜
和衍射光栅

N 转动。由于透镜的焦面通常设计成平面而不是球面，所以需要朝金属板 $F'P$ 的方向推动反射镜 M 的镜架，使其向后移动一小段距离 FP ，而金属板 $F'P$ 与透镜 L 之间则是刚性联接的。关于透镜的三级象差干涉图，将在 § 2.6 节中介绍。

在泰曼-格林干涉仪上检验大口径透镜时，需要用比被检透镜的口径更大的分光镜。为了克服这个困难，伯奇 (Burch 1940) 认为威廉斯提出了在一束光臂中用一个凹面反射镜，在另一支光臂中的大口径被检透镜前放一块平面反射镜的办法，如图 2.2 所示。后来霍普金斯 (Hopkins 1962)

在以气体激光器作光源的不等光程干涉仪中也提出过用这种光路形式。

奥斯托夫斯卡娅 (Ostrovskaya) 和费里莫诺娃 (Filimonova 1969) 曾介绍过，用泰曼-格林干涉仪还能检验孔径非常小的望远镜，并且效果很好。

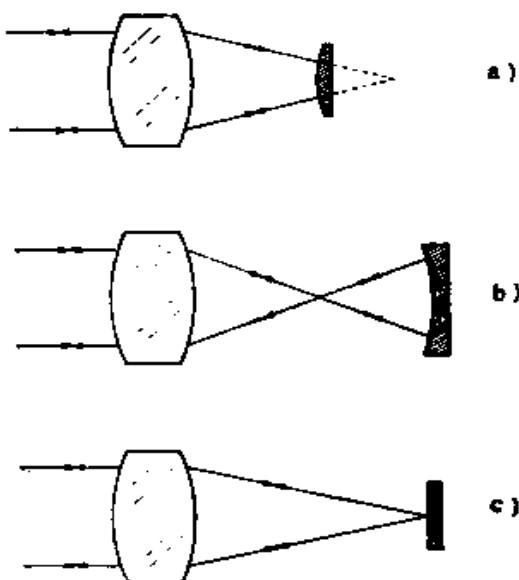


图2.13 检验透镜的三种光路形式

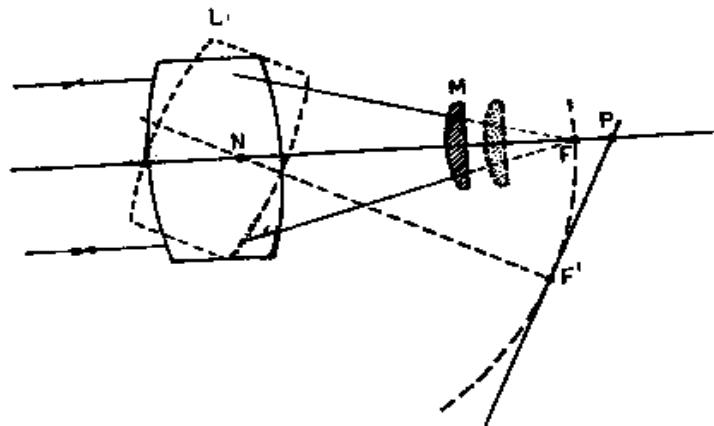


图2.14 用丁字尺机构检验透镜

§ 2.3.3 检验显微物镜

泰曼 (Twyman 1920, 1922~1923) 还曾经用他发明的干涉仪成功地检验过显微物镜。检验显微物镜的干涉仪基本上与检验透镜的干涉仪一样，但是因为显微物镜的焦距短，一般不能用凸面反射镜。由于有的显微镜在有限筒长下工作，所以需要加一个负透镜来改变准直光，以模拟一个位于离显微物镜 16 厘米远处的光源。如果用单色光或准单色光作光源，必须校正这个负透镜的球差，但不必校正其色差。图 2.15 画出了四种检验显微物镜的光路形式，其中最常用的是曲率中心与被检物镜焦点重合的凹球面反射镜系统。用一个超半球的实心球面反射镜可以模拟有盖玻片的情况。

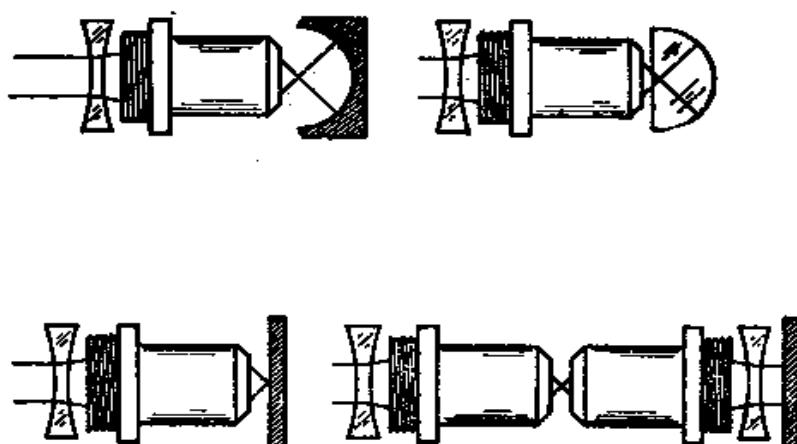


图2.15 检验显微物镜

也可以采用在被检物镜焦点上放一块平面反射镜的办法，但这时波面被旋转了 180° ，因此必须用激光光源，或者把另一支光臂的波面也旋转一下。要旋转另一支光臂的波面可以用一个三面直角棱镜，或者另外再用一个同样带有平面反射镜的显微物镜。应当注意，在后一种情况下干涉图表示的是两个显微物镜的象差之差。

第四种光路形式是由两个相对放置的显微物镜组成的。这时干涉图表示的是两个显微物镜的象差之和。但是，当被测物镜象

差较大或针孔较大时，最好的光路形式是图 2.8 所示的戴森系统。

§ 2.4 不等程干涉仪

在 § 2.2 中讨论了泰曼-格林干涉仪的相干性要求问题，并且指出在使用激光器作光源时，允许引入很大的光程差 (Morokuma et al. 1963)。为了说明这一点，首先研究一下激光器发射的激光光谱。如图 2.16 a 所示，一台气体激光器发射的激光，通常是由频率间隔 $\Delta\nu$ 相等的几条谱线(纵模)组成的 (Sinclair and Bell 1969)。此频率间隔为

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (2.26)$$

如果激光器的腔长 L 因某种原因 (如热膨胀或收缩、机械振动等) 而发生变化，则其辐射谱线将在保持其相对频率间隔 $\Delta\nu$ 不变的情况下产生频率漂移，但谱线强度仍然如图 2.16 a 虚包络线 (功率增益曲线) 内的线条所示。

只发射一条谱线的激光器称为单模或单频激光器。这种激光器能产生一个理想的非调制波列，但是由于谐振腔长度 L 不稳定，也会引起激光频率不稳定。自从采用伺服机构后，就能够成批生产频率极稳定的单频激光器了。鉴于干涉仪中可能引入的光

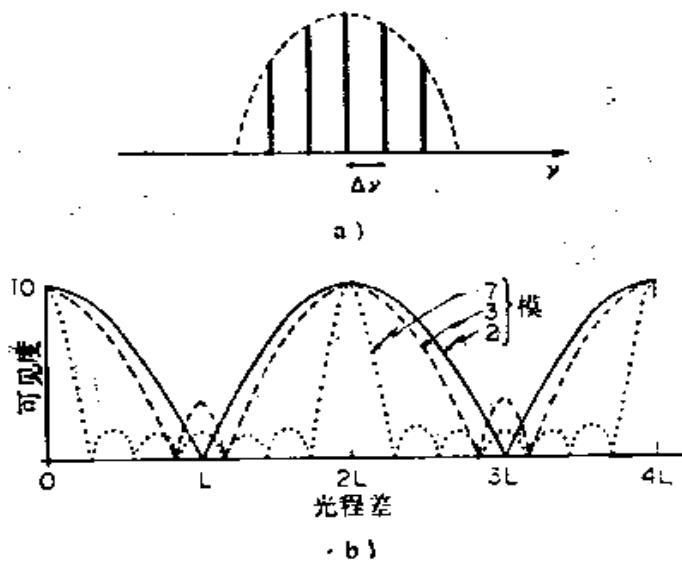


图2.16 用气体激光器作光源时，干涉仪的可见度

程差越来越大，并且不致于引起对比度下降，这种单频激光器就成了干涉仪的理想光源。遗憾的是这种单频激光器的价格很贵，并且输出激光功率很低（小于1毫瓦）。即使这样，1毫瓦功率的激光器的辐射强度也比任何其它干涉计量用的光源的辐射强度高。

可以证明，当干涉仪采用多纵模激光光源时，其理论可见度如图2.16 b所示(Collier et al. 1971)。因此，为了得到好的条纹对比度，光程差必须近似等于 $2L$ 的整数倍，即

$$\text{OPD}(0) = 2t_0 \approx 2ML \quad (2.27)$$

所以，假如能够调节干涉仪中的反射镜，使其满足这个条件，那么激光是非常适合于作泰曼-格林干涉仪的光源的。由于机械不稳定，激光腔总是在振动，所以发出的谱线频率也始终不稳定。这对于长度为一米左右的较小光程差不会带来任何严重的影响，但是如果光程差很大，达到10米或10米以上时，这就会使条纹对比发生近似周期性的变化。巴蒂希科和香农(Batishko and Shannon 1972)已经证明了这一点。为了克服频率不稳定带来的困难，他们提出用1/250秒的曝光时间拍摄干涉条纹照片。这个曝光时间快得足以避免干涉条纹震动的影响，但又慢得足以拍摄出对比度的变化情况。

采用贝内特(Bennet 1973)、戈登(Gordon)和雅各布斯(Jacobs 1974)以及巴尔霍恩(Balhorn 1972)等人提出的方法，可以使具有两个纵模的激光器的频率稳定，避免对比度发生变化。

§ 2.4.1 几种特殊设计

随着激光的问世，使大光程差的泰曼-格林干涉仪的应用变成了现实。第一个提出这种想法的人大概是霍普金斯(Hopkins 1962)。后来格里古尔(Grigull)和罗丁科尔德(Rottenkolder 1967)按照威廉斯的光路形式制作了一台这样的大光程差干涉仪，用于风洞观测和球面镜检验。

豪斯顿等人(Houston et al. 1967)设计了一台适用于光学

车间检验用的多功能不等程干涉仪，其原理如图 2.17 所示。分光镜以布儒斯特角放置，其两表面之间有 2~3 弧分的楔角。为了消除象散和其它不必要的影响，分光镜的反射面放在接收被检试样

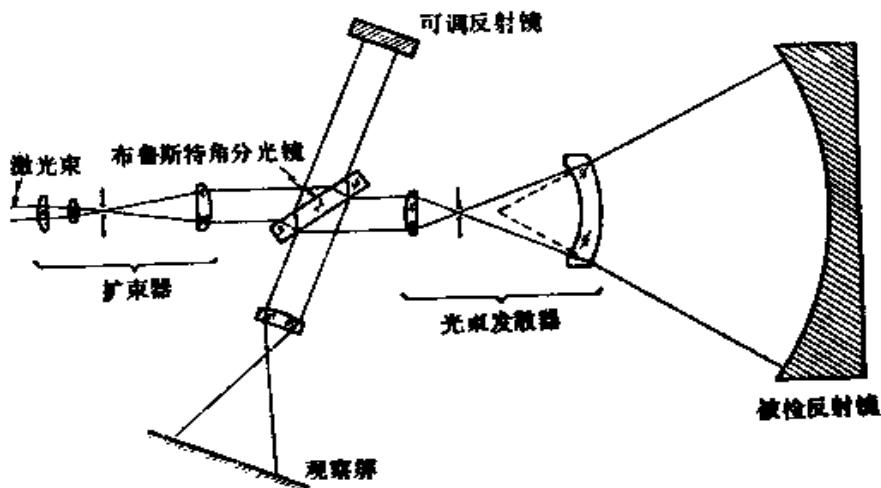


图2.17 豪斯頓设计的不等程干涉仪

反射回来的光线的位置上。在干涉仪的一支光臂中可以放一个由两个透镜组成的扩束器。扩束器的透镜是用高折射率的玻璃制成的，其各个光学面都是球面，能够检验相对孔径为 $5/1.7$ 的表面。把扩束器和补偿透镜组合在一起，按照图 2.18 那样配置和校准（见第十四章），就能用于检验非球面光学零件。

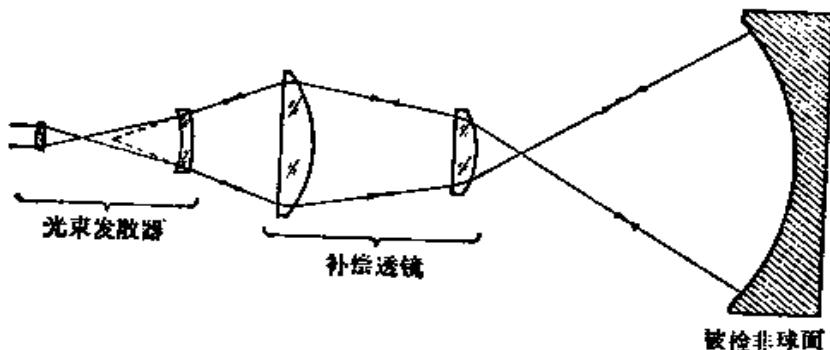


图2.18 不等程干涉仪中的补偿透镜和扩束器

科克尔 (Kocher 1972) 设计了另一种如图 2.19 所示的不等程干涉仪。这种干涉仪与图 2.2 所示的泰曼-格林干涉仪非常相似。其最大特点是在发散光束中用了一个基底的光学厚度很厚的分光镜。这样的分光镜虽然会产生象差，但已有意识的使其对两支光臂的影响相等，尤其是当分光镜的总厚度较小时，对一级近似来讲，对干涉图并无影响。

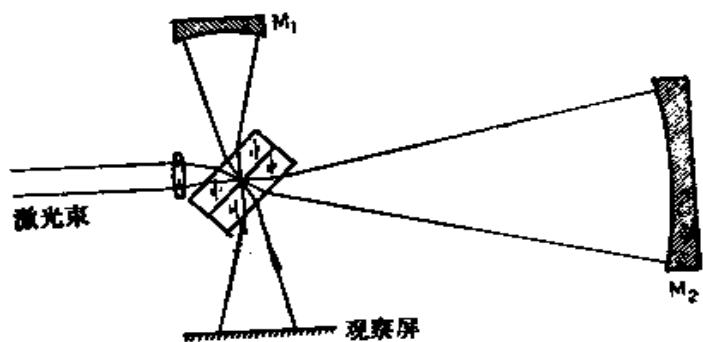


图2.19 科克尔设计的不等程干涉仪

此外，布鲁宁和赫里奥特 (Bruning and Herriott 1970) 曾设计过一种利用一些非常重要的偏光器件使伪干涉条纹和噪声降到非常低的干涉仪。布依恩 (Buin 1969) 等人曾发表过一项不等程干涉仪在工业中的应用成果。

§ 2.5 干涉图的拍摄

一个有象差的波面在传播过程中其形状是不断变化的，因此，一个非理想的光学系统在其光束传播过程中（如图 2.20 所示）干涉图形也是不断变化的。一个仪器的误差是用其光瞳面上的波面变形来表示的。因此，应该拍摄光瞳处的干涉图照片。为此必须满足两个条件：（1）被检系统光瞳面上的干涉图必须代表该处波面的变形情况；（2）照相底片应放在与仪器光瞳共轭的平面上。

对于拍摄平板玻璃和棱镜的干涉图来说，第一个条件是完全满足的。但是对透镜来说，这个条件就不能自动地得到满足，因为被检透镜的微小缺陷就能使通过它的光线发生偏差。如果存在缺陷的透镜表面不能通过凹面或凸面反射镜的反射成象与其自身重合，那么光线就不能第二次通过这些有缺陷的地方。由于这些

缺陷并不因光线通过两次而恰好增加一倍，所以就给干涉图的识别带来很大的麻烦 (Dyson 1959)。可以证明，被检透镜通过球面反射镜成的象离被检透镜的距离 S 由下式求出

$$S = \frac{2(F - r)^2}{2F - r} \quad (2.28)$$

式中 F 是焦距， r 是反射镜的曲率半径 (对于凸面镜 $r > 0$ ，对于凹面镜 $r < 0$)。由上式看出，最理想的情况反射镜是凸的，并且其曲率半径非常接近被检透镜的焦距 ($r \approx F$)。但是对于显微物镜来说，这一结论是不能令人满意的，因为理想的条纹观察位置是在后焦点上。然而这对图 2.8 所示的戴森系统来说却是一个理想的结论。值得指出，如果把图 2.8 中透镜的一个平面改成凹面或凸面，同时使其余的球面仍保持同心，则利用戴森系统就可以将自共轭面放到其它任何想要放的位置上。

另外，还必须满足第二个条件，那就是把照相底片放在与被检系统的光瞳共轭的平面上。这可以通过把透镜放到适当的位置上来实现，但最好是在两束光在分光镜上汇合并形成干涉图之后再放透镜。

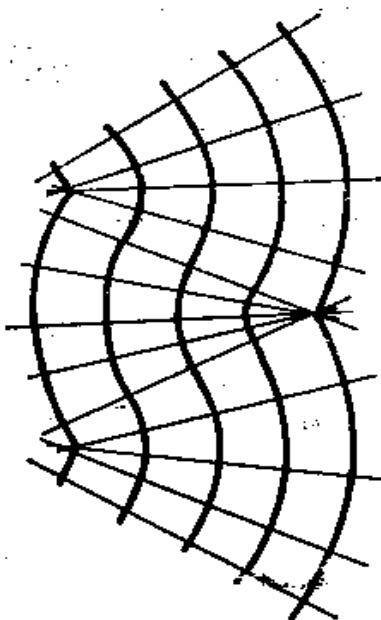


图2.20 波面形状的变化

§ 2.6 典型干涉图及其分析

下面我们按照金斯莱克 (Kingslaka 1925~1926) 提出的方法解释初级象差的干涉图。一个有象差的波面相对于球心位于高斯象点的参考球面的偏差为

$$\begin{aligned} \text{OPD} = & A(x^2 + y^2)^2 + Bx(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) \\ & + Dx^2 + Ey + Fx \end{aligned} \quad (2.29)$$

式中

$$A = \frac{\text{三级纵向球差}}{4S^2 f^2} \quad (2.30)$$

$$B = \frac{\text{径向彗差}}{S^2 lh} \quad (2.31)$$

$$C = \frac{\text{径向象散}}{2l^2} \quad (2.32)$$

$$D = \frac{\delta t}{2l^3} \text{ (离焦)} \quad (2.33)$$

$$E = \frac{\delta h}{l} \text{ (对 } x \text{ 轴的倾斜)} \quad (2.34)$$

$$F = \frac{\delta t}{l} \text{ (对 } y \text{ 轴的倾斜)} \quad (2.35)$$

式中 S 是透镜的半孔径; f 是焦距; l 是从透镜的后表面到象点的距离; h 是象高; δt 是离焦量, 是沿光轴方向测出的象移量; δh 和 δt 两分量是由于象点沿 y 轴和 x 轴横移而产生的波面倾斜量。

在极坐标 (ρ, θ) 中, 式 (2.29) 还可以写成 ($x = \rho \sin \theta$; $y = \rho \cos \theta$):

$$\begin{aligned} \text{OPD} = & A\rho^4 + B\rho^3 \cos \theta + C\rho^2(1 + 2 \cos^2 \theta) \\ & + D\rho^2 + E\rho \cos \theta + F\rho \sin \theta \end{aligned} \quad (2.36)$$

为了简便起见, 在计算典型的初级象差干涉图时, 假设入瞳半径规格化为单位半径 S , 以及式 (2.29) 中的系数 A 、 B 、 C 、 D 、 E 和 F 都是以波长为单位表示的象差。干涉图就是在这些假设条件下计算和绘制的。

(1) 理想透镜 图 2.21
a 和 b 分别表示一个理想透镜
在没有倾斜 ($E = F = 0$) 和

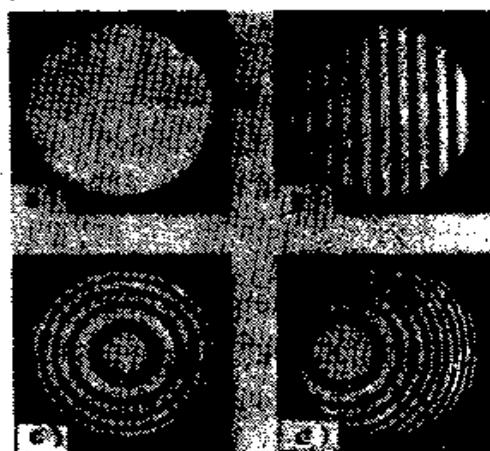


图 2.21 理想透镜的干涉图

a) 既无倾斜又无离焦 b) 有倾斜
c) 有离焦 d) 既有倾斜又有离焦

有倾斜 ($E = 5$) 时的干涉图。图 2.21 c 和 d 分别表示一个理想透镜在有离焦 ($D = 5$) 和既有离焦又有倾斜 ($D = 5, E = 5$) 时的干涉图。

(2) 球差 计算了假设 $A = 6$ 时的纯球差的干涉图样。图 2.22 a 和 d 分别表示近轴焦点处 ($D = 0$) 没有倾斜 ($E = F = 0$) 和有倾斜 ($E = 5$) 时的干涉图。图 2.22 b 和 e 分别表示区域焦点处 ($D = A$) 没有倾斜 ($E = F = 0$) 和有倾斜 ($E = 5$) 时的干涉图。只要令式 (2.36) 中的系数 A 和 D 不等于零, 其它系数都等于零, 就可以得出边缘焦点处的干涉图

$$\frac{d\text{OPD}}{dp} = 4Ap^2 + 2Dp = 0 \quad (2.37)$$

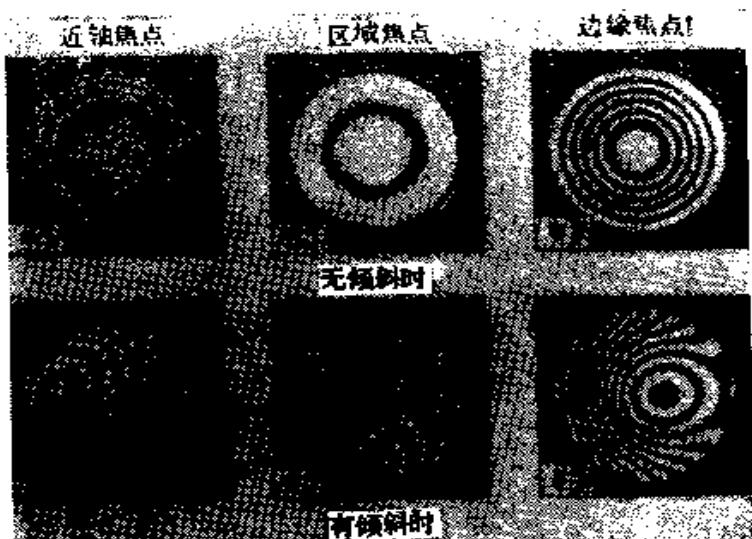


图2.22 透镜的近轴焦点、区域焦点和
边缘焦点的球差干涉图

设 $D = 2$ 、 $A = 10$ 时, 没有倾斜 ($E = F = 0$) 和有倾斜 ($E = 5$) 时的干涉图分别示于图 2.22 c 和 f。

(3) 蕈差 所有的蕈差干涉图都是在 $B = 5$ 的条件下得到的。图 2.23 表示的是近轴焦点处 ($D = 0$) 的蕈差干涉图。图 2.24 表示的是有微小离焦量 ($D = 2$) 时的蕈差干涉图。在这两组干涉图中, 中间的那幅干涉图没有倾斜 ($E = F = 0$), 周围的

八幅干涉图都是在不同倾斜情况下 ($E = \pm 3, F = \pm 3$) 得到的。

(4) 象散 所有的象散干涉图都是在 $C = 2$ 的条件下算出的。如果 $D = 0$, 就可得到匹兹伐 (Petzval) 焦点。由式(2.29) 可以写出象散的光程差

$$\begin{aligned} \text{OPD} &= (C + D)x^2 \\ &\quad + (3C + D)y^2 \end{aligned} \quad (2.38)$$

因此当 $C + D = 0$ 时可求出弧矢焦点; 当 $3C + D = 0$ 时可以求出子午焦点; 当 $C + D = -(3C + D)$, 即 $D = -2C$ 时, 可以求出平均焦点*。

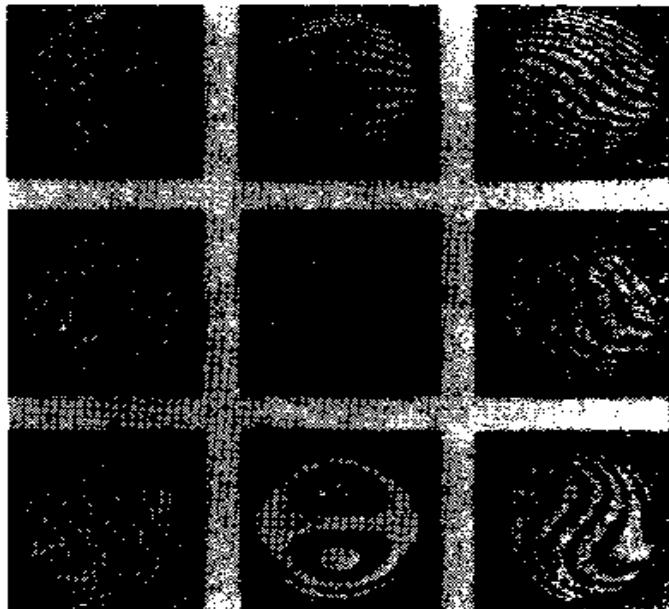


图2.23 近轴焦点处的彗差干涉图

图 2.25 表示在匹兹伐焦点处, 波面在不同方向上倾斜 ($E = \pm 3, F = \pm 3$) 时的干涉图。图 2.26、图 2.27 和图 2.28 分别表示在弧矢焦点、平均焦点和子午焦点处, 波面在不同方向倾斜时的干涉图。

(5) 混合象差 图 2.29 表示各种象差混合时的干涉图。图 2.29 a 是球差加彗差; 图 2.29 b 是球差加象散; 图 2.29 c 是彗差加象散 ($B = 5, D = 2$); 最后的图 2.29 d 是球差加彗差加象散的干涉图。

在马雷奇尔和德戎克 (Maréchal and Dejorc 1950) 两人合写的文章中也附有典型的干涉图照片。这些干涉图也可以在迈克耳逊干涉仪上, 通过用一块平行玻璃板和一个代替反射镜的三面

* 此处的“平均焦点”系指当系统存在象散时与子午焦点与弧矢焦点之间的最小弥散圆位置对应的焦点, 故又称“最佳焦点”——校注。

直角棱镜产生光程差，以等倾干涉条纹来模拟 (Murty 1960)。

金斯莱克 (Kingslake 1926~1927) 最早分析了这类干涉图。他仅仅通过计数条纹的方法测定 x 轴和 y 轴上若干个点的光程差，然后，通过解一个线性方程组，计算出光程差系数 A 、 B 、 C 、 D 、 E 和 F 。另一种分析泰曼-格林干涉图的方法是桑德斯 (Saunders 1965) 提出来的。他发现，通过测量四个适当选择的点就足以确定三个初级象差系数中的任何一个。这些点的选择如图 2.30 所示，其象差系数按下列各式计算

$$A = \frac{128}{81r^4} [P_1 - P_3 + 2(P_2 - P_4)] \quad (2.39)$$

$$B = \frac{2}{3r^3} (P_2 - P_4 + 2P_3 - 2P_5) \quad (2.40)$$

和

$$C = \frac{1}{4r^2} (P_2 + P_4 - P_1 - P_3) \quad (2.41)$$

式中 P_i 是图 2.30 中第 i 点处的干涉级次。

如果没有拍摄干涉图照片，可以在不同离焦量和不同倾斜量下调出干涉图，并读出这些干涉图的调整位置，直接确定象差系数 (Perry 1923~1924)。为了便于读出干涉图的调整位置，可以按照哈里哈伦 (Hariharan) 和森 (Sen 1961) 介绍的方法，通过

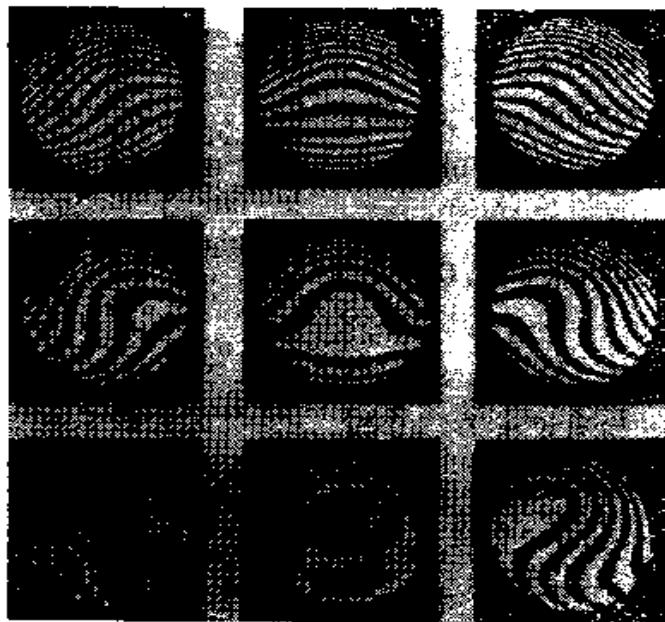


图 2.24 有彗差和微小离焦时的干涉图

某些光学装置把对称和非对称的波象差分开。

§ 2.6.1 任意波面的干涉图分析

伯格伦(Berggren

1970)曾经简单扼要地论述如何确定具有任意形状的泰曼-格林干涉图的波面形状问题,后来里默(Rimmer 1972)等人更完整地研究了这个问题。分析过程包括测量整个干涉图中许多点处的条纹位置,读取位置读值(x, y)和干涉级次 m 。由于仅在数量有限的点上进行了测量,所以必须采用内插法,也就是把各点测得的数据按最小二乘方法拟合成以下的函数形式

$$W(x, y)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} \\ &\quad \times x^n y^{n-m} \\ &= B_{00} + B_{10}y + B_{01}x \\ &\quad + B_{20}y^2 + B_{11}xy \\ &\quad + B_{30}x^3 + \dots + B_{kk}x^k \end{aligned}$$

(2.42)

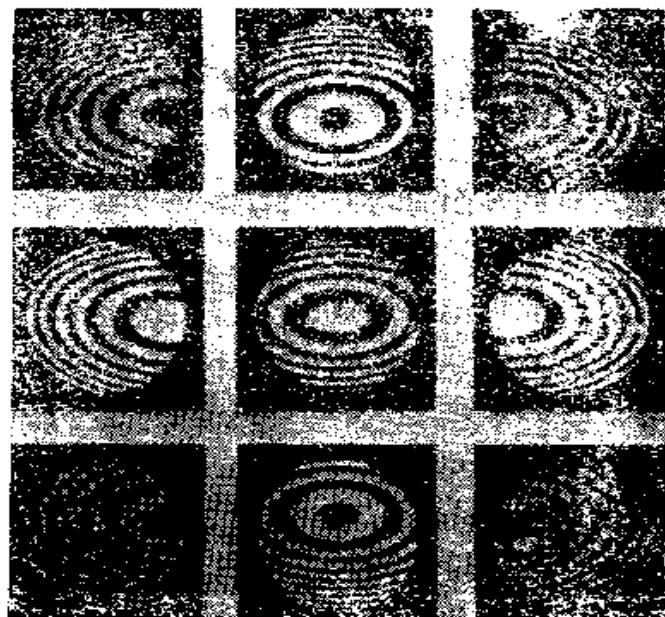


图2.25 帕兹伐焦点处的象散干涉图

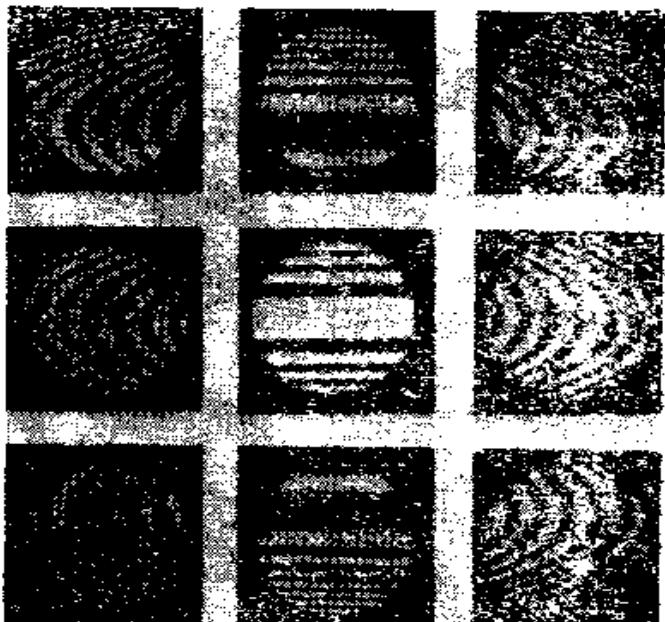


图2.26 弧矢焦点处的象散干涉图

这个方法的优点是可以平滑函数、减小噪声。但是，如果多项式的阶数太高，那么噪声也同样被拟合。为了避免这种情况，

达顿(Dutton 1968)

等人提出了一种方法，把测得的数据成功地拟合到较高的阶数，直到剩余的均方误差不再明显减小为止。一般说来，拟合到 $6 \sim 8$ 阶就足够了。

众所周知，按一般的最小二乘法拟合一个多项式就得到一个近似的奇异矩阵。此矩阵会产生很大的误差，并且随多项式的阶数的增加而增加。如果该多项式是由许多在这些数据点上正交多项式的线性组合表示的，那么该奇异矩阵就变为一对角矩阵。因此不必转置这个矩阵，就可以得到以上结果。在这些数据点上正交的多项式是用格拉姆-施密特(Gram-Schmidt)方法得到的(Forsythe 1957)。

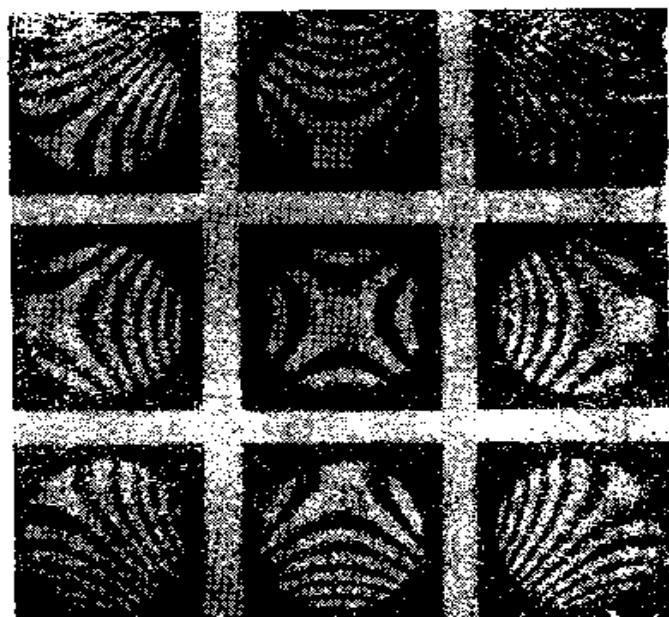


图2.27 最佳焦点处的象散干涉图

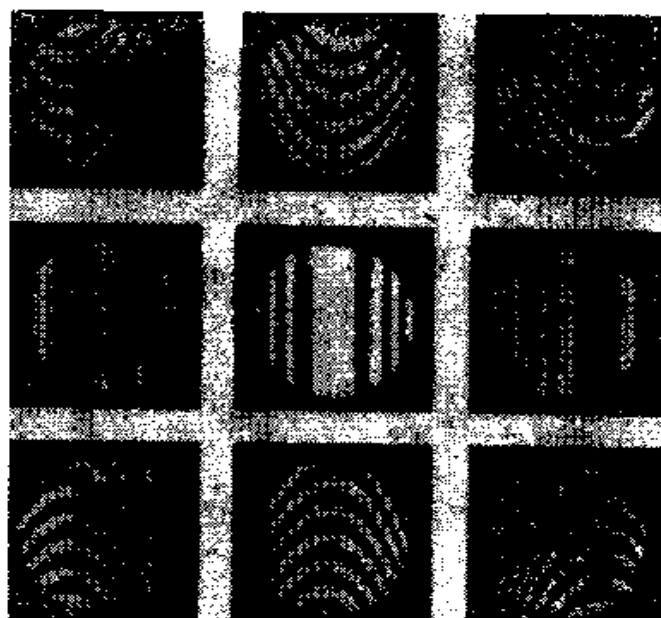


图2.28 子午焦点处的象散干涉图

用若干个泽耐克 (Zernike) 多项式的线性组合来表示最终波面函数 $W(x, y)$ 非常方便(见附录2)。这样做了之后，去掉或增

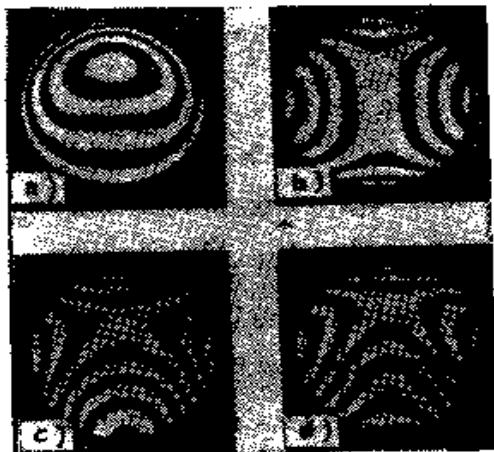


图2.29 各种象差混合
时的干涉图

- a) 球差加彗差
- b) 球差加象散
- c) 彗差加象散
- d) 球差加
彗差加象散

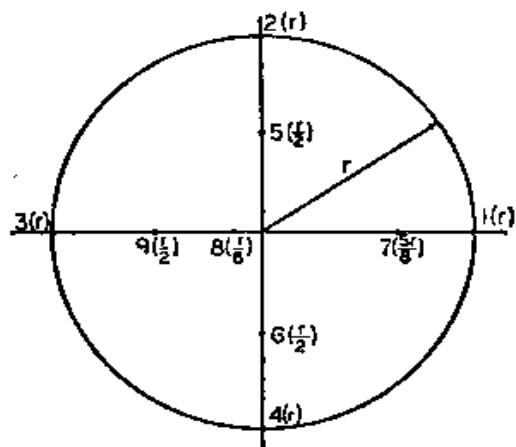


图2.30 求解初级象差时
参考点的分布

加离焦量或倾斜量的过程就变得简单多了。用最后结果描绘波面的等高线图乃是一件十分简单的事情。

求波面形状的另一种完全不同的方法是利用一种叫作“条纹扫描干涉仪”的装置。这在第十三章中将予以详细介绍。

参 考 文 献

- Adachi, I., T. Masuda, and S. Nishiyama, "A Testing of Optical Materials by the Twyman Type Interferometer," *Atti Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 16, 666 (1961).
- Adachi, I., T. Masuda, T. Nakata, and S. Nishiyama, "The Testing of Optical Materials by the Twyman Type Interferometer. III," *Atti Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 17, 319 (1962).
- Balborn, R., H. Kunzmann, and F. Lebowsky, "Frequency Stabilization of Internal-Mirror Helium-Neon Lasers," *Appl. Opt.*, 11, 742 (1972).
- Batishko, C. R. and R. R. Shannon, "Problem in Large-Path Difference Laser Interferometry," *Appl. Opt.*, 11, 195 (1972).
- Bennett, S. J., R. E. Ward, and D. C. Wilson, "Comments on Frequency Stabilization of Internal Mirror He-Ne Lasers," *Appl. Opt.*, 12, 1406 (1973).
- Berggren, R., "Analysis of Interferograms," *Opt. Spectra*, 4 (11), 22 (1970).
- Briers, J. D., "Interferometric Testing of Optical Systems and Components: A Review," *Opt. Laser Technol.*, 4, 28 (1972).
- Bruning, J. H. and D. R. Herriot, "A Versatile Laser Interferometer," *Appl. Opt.*, 9, 2180

(1970).

- Buin, A. P., M. P. Semenova, and L. A. Kiryukhina, "Inspection of the Surface Quality of Large Scale Optical Components of an Unequal Arm Interferometer," *Sov. J. Opt. Technol.*, 36, 720 (1969).
- Eurch, C. R., "The Williams Interferometer," *Monthly Not R. Soc.*, 109, 483 (1940).
- Candler, C., *Modern Interferometers*, Hilger and Watts, London, 1951, Chaps. 6 and 7.
- Collier, R. T., C. B. Burkhardt, and L. H. Lin, *Optical Holography*, Academic Press, New York, 1971, p. 146.
- Coanes, P., "Aumentation du Produit Luminescence X Resolution des Interféromètres par l'Emploi d'une Différence de Marche Indépendante de l'Incidence," *Rev. Opt.*, 35, 37 (1956).
- Cook, A. H., *Interference of Electromagnetic Waves*, Clarendon Press, Oxford, 1971, Chaps. 2 and 4.
- De Vany, A. S., "On Using a Williams Interferometer for Making a Divider Plate," *Appl. Opt.*, 4, 365 (1965).
- Dutton, D., A. Cornejo, and M. Latir, "A Semiautomatic Method for Interpreting Shearing Interferograms," *Appl. Opt.*, 7, 125 (1968).
- Dyson, J., "Unit Magnification Optical System without Seidel Aberrations," *J. Opt. Soc. Am.*, 49, 713 (1959).
- Forsythe, G. E., "Generation and Use of Orthogonal Polynomials for Data-Fitting on a Digital Computer," *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 5, 74 (1957).
- Gordon, S. K. and S. F. Jacobs, "Modification of Inexpensive Multimode Lasers to Produce a Stabilized Single Frequency Beam," *Appl. Opt.*, 13, 231 (1974).
- Grigull, V. and H. Rottenkolber, "Two-Beam Interferometer Using a Laser," *J. Opt. Soc. Am.*, 57, 149 (1967).
- Guild, J., "Fringe Systems in Uncompensated Interferometers," *Proc. Phys. Soc.*, 33, 40 (1920-1921).
- Hansen, G., "Die Sichtbarkeit der Interferenzen beim Twyman Interferometer" (The Visibility of Interference Fringes in the Twyman Interferometer), *Optik*, 12, 5 (1955).
- Hariharan, P. and D. Sen, "The Separation of Symmetrical and Asymmetrical Wavefront Aberrations in the Twyman Interferometer," *Proc. Phys. Soc.*, 77, 328 (1961).
- Hopkins, R. E., "Re-evaluation of the Problem of Optical Design," *J. Opt. Soc. Am.*, 52, 1218 (1962).
- Horne, D. F., *Optical Production Technology*, Adam Hilger, London, 1972, and Crane Russak, New York, 1972, Chap. 11.
- Houston, J. B., Jr., C. J. Buccini, and P. K. O'Neill, "A Laser Unequal Path Interferometer for the Optical Shop," *Appl. Opt.*, 6, 1237 (1967).
- Kingslake, R., "The Interferometer Patterns Due to the Primary Aberrations," *Trans. Opt. Soc.*, 27, 94 (1925-1926).
- Kingslake, R., "The Interferometer Patterns Due to the Prim
- Kingslake, R., "The Analysis of an Interferogram," *Trans. Opt. Soc.*, 28, 1 (1926-1927).
- Kocher, D. G., "Twyman-Green Interferometer to Test Large Aperture Optical Systems," *Appl. Opt.*, 11, 1872 (1972).
- Luneburg, R. K., *Mathematical Theory of Optics*, University of California Press, Berkeley, 1964, Appendix 2, p. 372.
- Marechal, A. and P. Dejouc, "Quelques Aspects de Franges de Twyman" (Some Aspects of Twyman Fringes), *Rev. Opt. Theor. Institut.*, 29, 430 (1950).
- Martin, L. C. and R. Kingslake, "The Measurement of Chromatic Aberration on the Hilger Lens Testing Interferometer," *Trans. Opt. Soc.*, 25, 213 (1923-1924).
- Masuda, T., S. Nishiyama, T. Nakata, and I. Adachi, "The Testing of Optical Materials by the Twyman Type Interferometer. II," *Atti Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 17, 197 (1962).
- Mertz, L., *International Commission for Optics Conference*, Stockholm, 1959.
- Michelson, A. A., "On the Correction of Optical Surfaces," *Astrophys. J.*, 47, 283 (1918).
- Morokuma, T., K. F. Neflen, T. R. Lawrence, and T. M. Klucher, "Interference Fringes with Long Path Difference Using He-Ne Laser," *J. Opt. Soc. Am.*, 53, 394 (1963).
- Munnerlyn, C. K., M. P. Givens, and R. E. Hopkins, "Interferometric Measurement of Optically Rough Surfaces," *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-5, 359 (1969).
- Murty, M. V. R. K., "Simulation of Primary Aberrations of Lens Using a Generalized

- Michelson Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, **50**, 1089 (1960).
- Murty, M. V. R. K., "Interference between Wavefronts Rotated or Reversed with Respect to Each Other and Its Relation to Spatial Coherence," *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 1187 (1964).
- Ostrovskaya, M. A. and N. F. Filimonova, "Use of the Gas Laser for Interferometric Quality Control in Telescope Manufacture," *Sov. J. Opt. Technol.*, **36**, 563 (1969).
- Perry, J. W., "The Determination of Aberrations, as Expressed in Geometrical Optics, from the Indications of the Hilger Interferometer," *Trans. Opt. Soc.*, **25**, 97 (1923-1924).
- Rimmer, M. P., D. M. King, and D. G. Fox, "Computer Program for the Analysis of Interferometric Test Data," *Appl. Opt.*, **11**, 2790 (1972).
- Rogers, G. L., "The Equivalent Interferometer in Holography," *Opt. Acta*, **17**, 527 (1970).
- Saunders, J. B., "Precision Method for Evaluating Primary Aberrations of Lenses with a Twyman Interferometer," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **69C**, 251 (1965).
- Sinclair, D. C. and W. E. Still, *Gas Laser Technology*, Holt, Rinehart & Winston, New York, 1969, Chap. 5.
- Slevogt, H., "Zur geometrischen Optik der Zweistrahl-Interferometer" (About the Geometrical Optics of Two-Beam Interferometers), *Optik*, **11**, 366 (1954).
- Smith, T., "The Theory of the Lens-Testing Interferometer," *Trans. Opt. Soc.*, **28**, 104 (1926-1927).
- Steel, W. H., "Adjustable Compensators for Two-Beam Interferometers," *Opt. Acta*, **9**, 111 (1962).
- Steel, W. H., "The Compensation of a Williams Interferometer," *Opt. Acta*, **10**, 206 (1963).
- Steel, W. H., "Two-Beam Interferometry," in *Progress in Optics*, Vol. 5, E. Wolf, Ed., North-Holland, Amsterdam, 1966, Chap. 3.
- Thomas, D. A., and J. C. Wyant, "Determination of the dihedral angle errors of a corner cube from its Twyman-Green interferogram," *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, 467 (1977).
- Twyman, F., "Correction of Optical Surfaces," *Astrophys. J.*, **48**, 256 (1918a).
- Twyman, F., "Interferometers for the Experimental Study of Optical Systems from the Point of View of the Wave Theory," *Philos. Mag.*, Ser. 6, **35**, 49 (1918b).
- Twyman, F., British Patent (camera lens) 130224 (1919).
- Twyman, F., "The Testing of Microscope Objectives and Microscopes by Interferometry," *Trans. Faraday Soc.*, **16**, 208 (1920).
- Twyman, F., "An Interferometer for Testing Camera Lenses," *Trans. Opt. Soc.*, **22**, 174 (1920-1921); also appeared in *Philos. Mag.*, **42**, 777 (1921).
- Twyman, F., "The Hilger Microscope Interferometer," *Trans. Opt. Soc.*, **24**, 189 (1922-1923).
- Twyman, F., *Prism and Lens Making*, Hilger and Watts, London, 1957, Chaps. 11 and 12.
- Twyman, F., and A. J. Dalladay, "Variation in Refractive Index near the Surfaces of Glass Melts," *Trans. Opt. Soc.*, **23**, 131 (1921-1922).
- Twyman, F., and A. Green, British Patent (prisms and microscopes) 103832 (1916).
- U. S. Department of Defense, *Military Handbook 141* (Mil-HDBK-141), 1963, Sections 16 and 25.
- Van Heel, A. C. S. and C. A. J. Simons, "Lens and Surface Testing with Compact Interferometers," *Appl. Opt.*, **6**, 803 (1967).

第三章 共光路干涉仪

S. 马立克

§ 3.1 引言

在象泰曼-格林或马赫-曾德尔 (Mach-Zehnder) 那样的普通干涉仪中，由于参考光束和检验光束沿着分开的光路行进，故受到的机械震动和温度起伏的影响不同。因此，如果不采取适当的预防措施，则观察面上的干涉条纹不稳定，不可能进行测量。在检验大孔径光学系统时，这类问题就显得特别突出。利用所谓的共光路干涉仪可避免其中的大部分困难。因为在共光路干涉仪中，参考光束和检验光束经过同一光路。这种干涉仪还具有这样的优点，在产生参考光束时，并不要求理想光学零件（关键零件）的尺寸等于被检系统的尺寸，而且在视场中心的两支光束的光程差一般为零，可以使用白光光源。

在某些共光路干涉仪中，使参考光束只通过被检光学系统的小部分区域，因而不受系统象差的影响，当此参考光束与经过该光学系统全孔径的检验光束相干时，就可直观地获得系统缺陷的信息。可是在大多数共光路干涉仪中，参考光束和检验光束都受象差的影响，干涉是由一支光束相对另一支光束错位产生的。在此情况下得到的信息是不直观的，需要作某些计算才能确定象差波面的形状。

在共光路干涉仪中，借助于部分散射面、双折射晶体或半反射面实现分束。本章我们研究这类干涉仪的几个实例。

§ 3.2 使用两块匹配散射板的伯奇干涉仪

图 3.1 是用于检验凹面镜 M 的伯奇干涉仪的原理图 (Burch

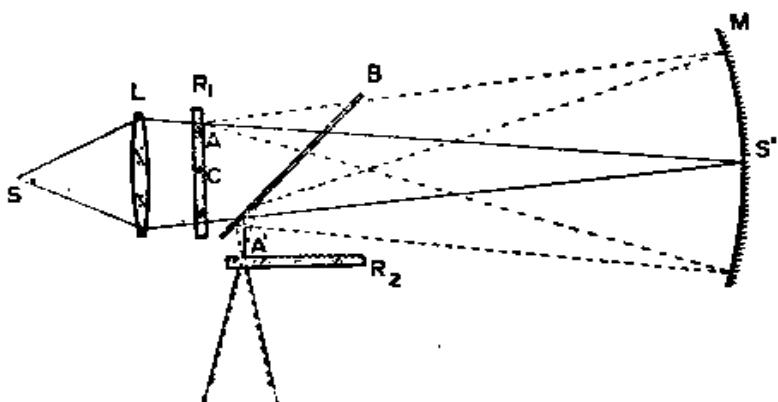


图3.1 检验凹面镜用的伯奇散射板干涉仪

1953, 1962, 1969)。透镜 L 使小光源 S 成象于凹面镜上的 S' 处。置于凹面镜曲率中心 C 处的弱散射板 R_1 将光束分束。完全相同的两块散射板 R_1 和 R_2 可以通过例如拍摄斑纹图或从一个稍许研磨过的毛面上复制两块的办法制成 (Houston 1970)。凹面镜 M 使 R_1 成象于 R_2 处, R_1 以与 R_2 相反地方式放置, 因此在 R_2 与 R_1 的象之间存在着逐点重合的关系。半反射板 B 将凹面镜 M 反射来的光线反射至 R_2 上。

入射到散射板 R_1 上的光线, 其中一部分无散射地通过 R_1 到达 S' 。由于这些光线只射至凹面镜 M 上 S' 周围的一个很小区域, 所以它不受凹面镜面误差的影响, 可作为参考光束。可是入射光的另一部分, 被 R_1 散射并充满 M 的孔径。这些光线受到凹面镜面形误差的影响, 是检验光束。

现在我们来研究入射至散射板 R_1 上 A 点的一条光线。直接透过的光线 (图 3.1 中的实线) 沿着光路 $AS'A'$ 行进, 并在 A' 处遇到与 A 处完全相同的散射中心。这条光线在 A' 处被散射, 产生一个光锥。在 A 处散射的那些光线 (虚线) 充满凹面镜 M 的孔径, 成象于 A' 处, 并无散射地通过 R_2 。因此, 有两个互相干涉的光束从 R_2 出射, 一束直接透过 R_1 , 并被 R_2 散射; 另一束被 R_1 散射, 并透过 R_2 。观察者透过 R_2 注视凹面镜镜面, 将看到由这两支光束产生的干涉图。如果凹面镜的 S' 附近没有误差, 则干涉图将直观地给出凹面镜象差的信息, 就如在任何一个分离光路式干

涉中那样。

要想得到干涉图的永久性记录，可在 R_2 后放一个照相镜头，使凹面镜的镜面成象于照相底片上。照相底片上的每一点都接收到从 S' 点和从凹面镜镜面上的一个共轭点发出的光，这对光线在底片上的干涉结果（光强）将给出共轭点处凹面镜象差的信息。

直接透过 R_1 和 R_2 的光在 S' 处产生一个亮点，这对目视观测是很麻烦的。被 R_1 散射又被 R_2 散射的光产生一个弱的背景，使条纹的对比度稍微减小。光源 S 的大小应保证使其象 S' 的大小限于在一个条纹内。如果在凹面镜某个区域中的条纹相当宽（这相当于凹面镜在此区域内几乎没有象差），则应使光源象 S' 落在此区域中。

如将两块散射板中的一块在其所在的平面内相对于另一块的象作微小的位移，则将产生一组平行直线条纹，而凹面镜的缺陷将表现为直线形条纹的变形。

斯科特 (Scott, 1969) 曾利用这个干涉仪检验过一个直径为 91.5 厘米， $f/4$ 的抛物面镜和一个 35 厘米的格雷果里型 (Gregorian) 副镜。在本章引用的文献中讨论了伯奇原设计中所作的试验和修改的详细内容。

图 3.2 说明检验会聚透镜的原理。

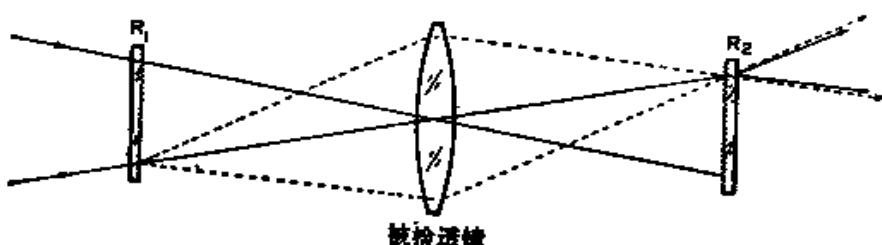


图3.2 用伯奇干涉仪检验透镜的原理

伯奇干涉仪很容易受绕垂直于视线或横移过视线的轴的倾斜振动的影响。为了减低这个系统对这类振动的敏感性，休梅克和默蒂 (Shoemaker and Murty 1966) 改进了这个装置，他们用一个平面镜代替第二块散射板，使第一块散射板上的每一点重新成象

于其自身之上。这个装置对偶数级象差的灵敏度是原装置的两倍，但不能检测奇数级象差。它的一个显著优点是只需要制作一块散射板。

默蒂 (Murty 1963) 作的另一个改进包括用两块小的菲涅耳波带片代替两块散射板。

§ 3.3 双折射分光镜

一类重要的干涉仪是用双折射晶体作分光镜。这类干涉仪称为偏光干涉仪 (Françon 和 Mallick 1971)。在本节中，我们讨论这些分光镜的三种基本型式。

§ 3.3.1 萨瓦偏光镜

萨瓦 (Savart) 偏光镜由两个完全相同的单轴晶片组成，晶体的光轴与晶片法线成 45° (图 3.3)。两个晶片的主截面 (包含晶体光轴和晶片法线的平面) 彼此交叉。第一个晶片的光轴位于图平面内，第二个晶片的光轴与图平面成 45° 角，图中双箭头虚线表示该光轴在图平面内的投影。入射光线被第一个晶片分成两束，即寻常光 O 和非常光 E 。因为第二个晶片相对于第一个晶片转过 90° ，所以第一个晶片中的寻常光在第二个晶片中变为非常光，反之亦然。光线 OE 不在图平面内，而是穿过图平面出射，与它相伴的光线 EO 平行，虚线表示该光线在图平面内的投影。两晶片中每个晶片在两光线间产生的横向位移量相等，并且在互相垂直

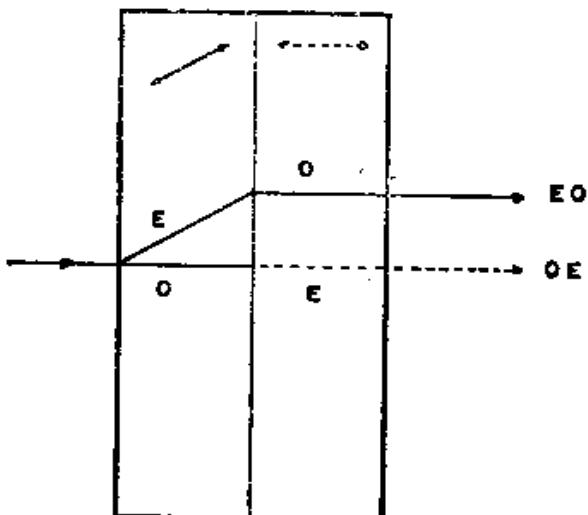


图3.3 用萨瓦偏光镜分束
图中是用正晶体(例如, 石英)制成的偏光镜分束的情况

的方向上。厚度为 $2t$ 的萨瓦偏光镜在出射光线 EO 和 OE 间产生的总位移量为

$$d = \sqrt{2} \frac{n_c^2 - n_o^2}{n_c^2 + n_o^2} t \quad (3.1)$$

式中 n_c 和 n_o 分别为寻常光和非常光的折射率。如果偏光镜由石英制成，则 1 厘米厚的偏光镜产生的横向位移量为 80 微米；如果偏光镜由方解石制成，则产生 1.5 毫米的横向位移。在图 3.3 中，如果入射光线不平行于晶片法线，则出射的两束光线仍平行于原入射光线，而且它们的相对位移量事实上保持不变。

平行的出射光线在无限远处（或在一正透镜的后焦面上）产生干涉，干涉图形与杨氏实验中用两个间距为 d 的相干光源产生的干涉图形类似。对入射角小的光线，产生的干涉条纹是与位移方向垂直的等间距直线条纹。这些条纹的角间距为

$$\text{角间距} = \frac{\lambda}{d} \quad (3.2)$$

零级条纹与垂直入射的光线相对应，它位于视场的中心。对于 1 厘米厚石英制的萨瓦偏光镜和焦距为 10 厘米的透镜，黄光产生的条纹间距为 2 微米*，如偏光镜为方解石，则产生的条纹间距为 0.1 毫米。

从萨瓦偏光镜出射的 OE 光线和 EO 光线，其振动方向互相垂直。为了使这两束光相干涉，可用一个线偏光镜使它们的振动方向彼此平行，线偏光镜的轴线与互相垂直的振动方向成 45° 。可是，这个线偏光镜不足以使干涉发生。我们知道，自然光（非偏振光）相当于两个在互相垂直方向上作等幅振动的互相不相干分量，因此晶体产生的寻常光和非常光之间没有恒定的相位差。为了使这些光线互相干涉，迎着入射光束放置一个起偏器，使自然光中只有一个分量可透射至晶体上。这个起偏器的轴线与晶体的主轴成 45° 。

* 原文 2 毫米，有误——校者注。

§ 3.3.2 涅拉斯顿棱镜

涅拉斯顿 (Wollaston) 棱镜 (图 3.4) 由两个相似的光楔组成，它们胶合在一起组成一个平行平板。两光楔中的光轴与外表面平行且彼此垂直。涅拉斯顿棱镜将入射光线分成两条沿不同方向行进的光线，两光线间的横向位移量随光线离涅拉斯顿棱镜距离的不同而不同。其角裂距 α 由下式给出

$$\alpha = 2(n_s - n_o) \tan \theta \quad (3.3)$$

式中 θ 是楔角。在大多数实际应用中，可认为 α 与入射角无关。对 $\theta = 5^\circ$ ，用石英制的涅拉斯顿棱镜，角裂距为 6 弧分，对同样角度方解石制的涅拉斯顿棱镜，角裂距为 2° 。

从与涅拉斯顿棱镜的 $y-y'$ 轴相距 x 处出射的 OE 光线和 EO 光线间的光程差 (图 3.5) 由下式给出

$$\Delta = 2(n_s - n_o) x \tan \theta = \alpha x \quad (3.4)$$

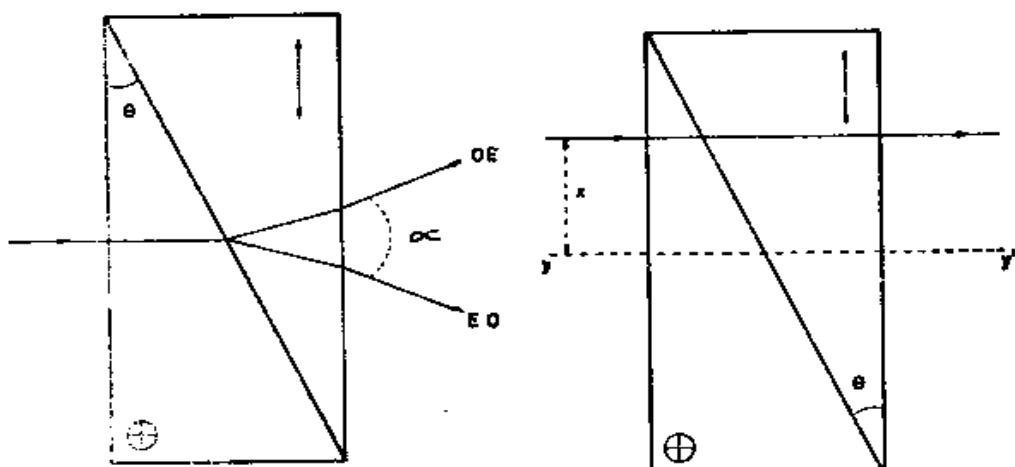


图3.4 正晶体制成的涅拉斯顿棱镜的分束情况

图3.5 涅拉斯顿棱镜产生的两束光间的光程差与 x 成线性关系

沿 $y-y'$ 轴出射的光线的光程差为零，此处两光楔的厚度相同。光程差随 x 而线性地增大。将涅拉斯顿棱镜放在两个取向合适的偏振镜之间时，就可观察到一组与两光楔片边缘平行，且定域于棱镜内的直条纹（条纹与图 3.5 的平面垂直）。沿 $y-y'$ 轴的光程差为零，故用白光可看到条纹。条纹间隔等于

$$x_0 = \frac{\lambda}{2(n_e - n_o) \tan \theta} \quad (3.5)$$

当 $\theta = 5^\circ$, $\lambda = 0.55$ 微米, $(n_e - n_o) = 9 \times 10^{-2}$ (石英) 时, 每毫米大约有三个条纹。当 θ 角很小 (几个弧分) 时, 条纹间距相当大, 湿拉斯顿棱镜可作补偿器用。这种形式的湿拉斯顿棱镜称为巴俾涅 (Babinet) 补偿器。

用于求 OE 光线和 EO 光线间光程差的关系式 (3.4) 对垂直入射是正确的 (角裂距小, 计算 Δ 时可忽略)。对非垂直入射的光线, 式 (3.4) 的右边要加上一个与入射角平方成比例的项。可是, 这项可忽略, 例如, 对一个 10 毫米厚的石英棱镜, 当入射角小于 10° 时就可忽略。某些改进型的湿拉斯顿棱镜已设计成适用于更大的入射角。

§ 3.3.3 双焦系统

双折射晶体制成的透镜可作分光镜用。一束平行光入射到这样的透镜上将被分成寻常光和非常光, 这两束光聚焦于两个不同的点上 (图 3.6)。O 光和 E 光的象分别位于沿光束的轴上, 这与萨瓦偏光镜或湿拉斯顿棱镜的情况相反, 在那里是沿垂直于入射光束的方向。现在已经设计出了各种型式的专用式复合透镜。

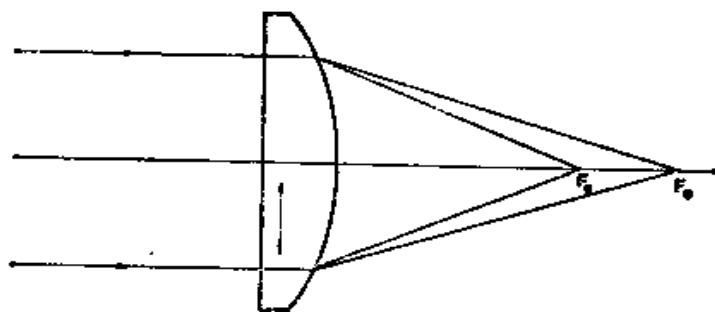


图3.6 双折射透镜将入射光束分成寻常光和非常光, 它们聚焦于透镜轴上两个不同的点。

图中所示是用正晶体制成透镜的分束情况

§ 3.4 横向错位干涉仪

§ 3.4.1 萨瓦偏光镜的使用

使用双折射分束镜的横向错位干涉仪已被广泛用来研究光学系统的象差。我们在此介绍一下弗朗松和若尔代里(Françon and Jordery 1953)提出的装置，其中利用了萨瓦偏光镜使有象差的波面产生横向错位(图3.7)。被检透镜 L (或球面镜)使小光源 S 成象于 S' 。 L 至光源的距离根据被检透镜的情况而定。透镜 L_1 准直 S' 发出的光线，使经过萨瓦偏光镜 Q 的光线是一束平行光。在萨瓦偏光镜的前后各放一个线偏振镜(图中没有画出)。透镜 L_1 和 L_2 组成一个低倍显微镜，并调焦于被检透镜 L 上。如果透镜 L 是完美无缺的，则波面 Σ 是平面，由萨瓦偏光镜产生的寻

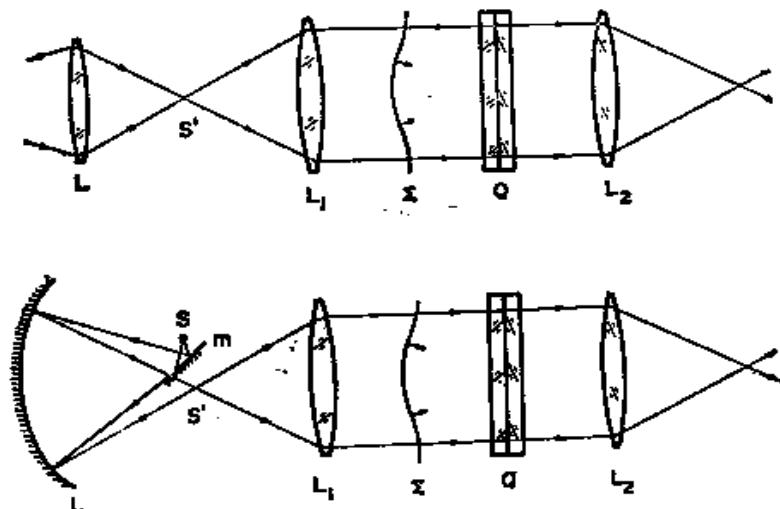


图3.7 用一个萨瓦偏光镜 Q 检验光学系统 L 的干涉装置

常光波面和非常光波面之间有相同的光程差。在 L_2 的焦面处的观察者在视场中心观察到均匀的颜色(用单色光照明时则呈现均匀的光强)。有象差时，波面 Σ 将变形，视场呈现不均匀。如果象差大，则将观察到一组条纹。象差的性质和大小可由观察到的颜色(或强度)的变化来确定。

萨瓦偏光镜 Q 的远场条纹实际上定域于光源象 S' 的平面上。

光源的大小应使 S' 占有一个条纹宽度的几分之一（例如五分之一）。

背景的颜色（或光强）可通过改变萨瓦偏光镜相对平行于条纹的轴线的倾斜度来选择。当萨瓦偏光镜垂直于光轴时，即垂直于入射光时，零级条纹与光源象 S' 重合，背景将是暗的（起偏器与检偏器互相正交）。倾斜萨瓦偏光镜，可使 S' 与任何一种所要求颜色的条纹重合，因此，在背景上将呈现这种颜色。我们可以用一组规则的直线条纹来代替视场中均匀的背景颜色，这些规则的直条纹在波面偏离理想形状的区域将会形变。如果在 L_2 的右边再放一个萨瓦偏光镜，则在与被检透镜共轭的平面内就会产生这样的规则直条纹。

为了说明这种方法的原理，我们研究一下有一级球差时视场中的情形。以均匀光强为背景，在离光轴高度为 h 处象差波面 Σ 和理想波面（对应于高斯象点）间在光轴方向的距离由下式给出

$$z = ah^4 \quad (3.6)$$

式中 a 是取决于象差值的常数。为了求出干涉场的条纹形状，必须计算萨瓦偏光镜产生的两个错位波面 Σ_1 和 Σ_2 之间的差。
图 3.8 表示波面 Σ_1 和 Σ_2 在垂直于系统光轴平面（就是理想波面

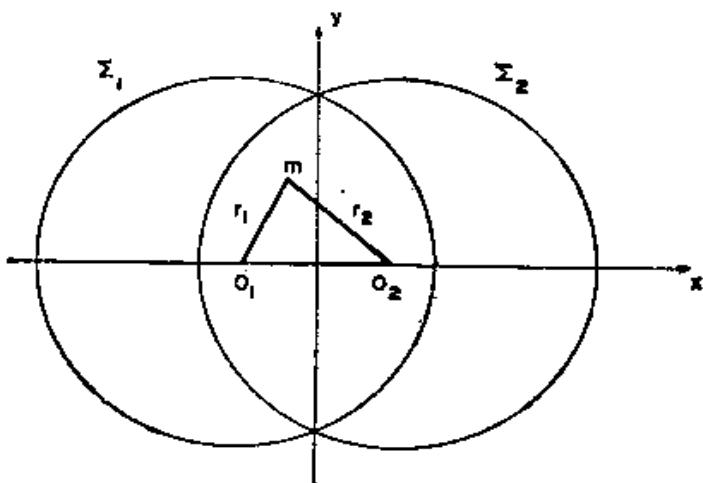


图3.8 两个错位波面在垂直于系统
光轴平面内的投影

的平面)内的投影, O_1 和 O_2 分别为 Σ_1 和 Σ_2 的中心。选择坐标系, 使 x 轴通过 O_1 和 O_2 , y 轴为 O_1-O_2 的垂直平分线。现在考虑位于理想平面波上的一点 $m(x, y)$, 它离象差波面 Σ_1 的距离为

$$z_1 = ar_1^4 \quad (3.7)$$

同样, m 点离 Σ_2 的距离为

$$z_2 = ar_2^4 \quad (3.8)$$

因此, Σ_1 和 Σ_2 间的间距为

$$z_1 - z_2 = a(r_1^4 - r_2^4) = 4a \times d \left(x^2 + y^2 + \frac{d^2}{4} \right) \quad (3.9)$$

式中 d 为 Σ_1 和 Σ_2 间的错位量。图 3.9 所示为像差 $z_1 - z_2$ 相等的干涉条纹。其它像差形成的条纹形状可以用类似的方法确定。显然, 当像差很小时将看不到条纹, 在视场中只有很小的光强变化。

桑德斯 (Saunders 1961, 1962)

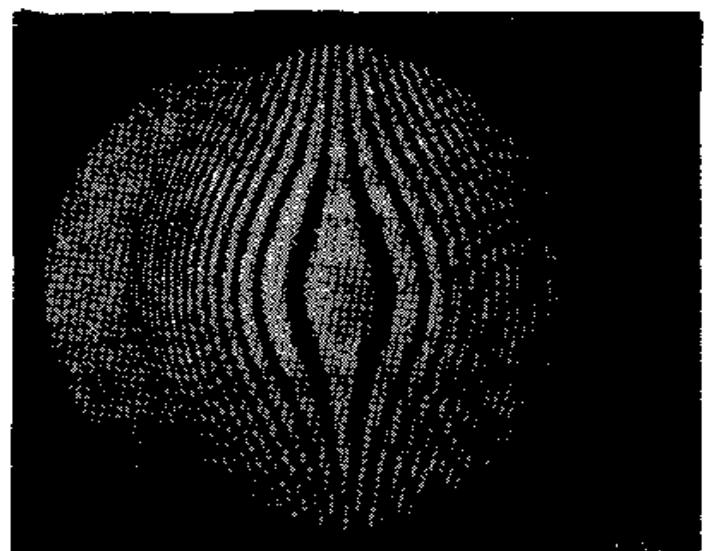


图3.9 由三级球差引起波面变形时的横向错位干涉图

指出, 可以通过数学运算对横向错位干涉图作完整地分析 (参见第四章)。他用的方法可求出被检波面与一个紧贴球面的偏离值。参考球面可以选择, 所以求得的结果是最贴近的球面的偏离值。

§ 3.4.2 湿拉斯顿棱镜的使用

在图 3.7 所示的装置中, 可以用湿拉斯顿棱镜代替萨瓦偏光镜。这个棱镜放在光源象 S' 处。垂直于光轴而横向平移湿拉斯顿棱镜可以改变背景光强度; 沿着光轴移动湿拉斯顿棱镜则可在背景上产生一组直线条纹。

图 3.7 所示的装置中光源的大小受到很大限制。可是，如果改进这个装置，使光线两次通过渥拉斯顿棱镜，则光源的大小可显著增大。图 3.10 示出了这样的装置。光源 S 成象于渥拉斯顿棱镜上的 S' 点， S' 接近被检球面镜 M 的曲率中心。透镜 L 使 M 成象于观察屏 M' 上。照例，还需有两个起偏镜才使系统完整，其中一个可放在 m 和 W 之间，另一个放在 W 和 L 之间。如果在两个平行的起偏镜之间观察，则在 W 和 L 之间放一个能覆盖 W 全部孔径的起偏镜就行了。如果 S' 和 S'' 的位置对称于渥拉斯顿棱镜的中心条纹，则干涉光束间的相位差为零，背景随起偏镜的交叉或平行而呈现均匀的暗或亮。在与 W 的条纹垂直的方向上移动 W 可改变背景光强。如果 W 沿着干涉仪的轴线移动，使它不再位于 M 的曲率中心，则在观察屏上将呈现一组直条纹。

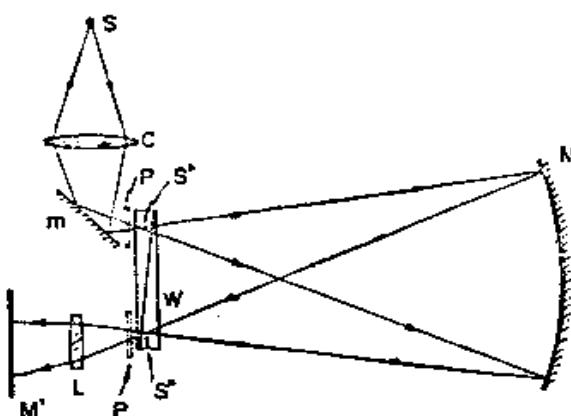


图 3.10 检验球面镜 M 用的双程补偿干涉仪

菲尔伯特 (Philbert, 1958) 以及菲尔伯特和加里森 (Garrison, 1961) 曾利用这个干涉仪来检验光学玻璃的均匀性 (玻璃板靠近 M 放置)，以及在修磨过程中检验球面镜、抛物面镜和平面镜。检验抛物面时，将渥拉斯顿棱镜放在其焦点处，用一个辅助平面镜将从抛物面出射的平行光束反射回去。图 3.11 表示用这种装置检验平面。在最后的修磨阶段中，加工表面与理想表面的偏差是很小的，因此干涉图上只有微小的光强变化。在这种情况下，视场中的情况与在傅科刀口检验中观察到的情形类似。

为了减小这个系统对振动的敏感性，戴森 (Dyson 1693) 在靠近渥拉斯顿棱镜处放一个小平面镜，使棱镜成象于其本身之上，然后用一个小棱镜代替大棱镜，因为棱镜的一半由这个小平面镜

代替。

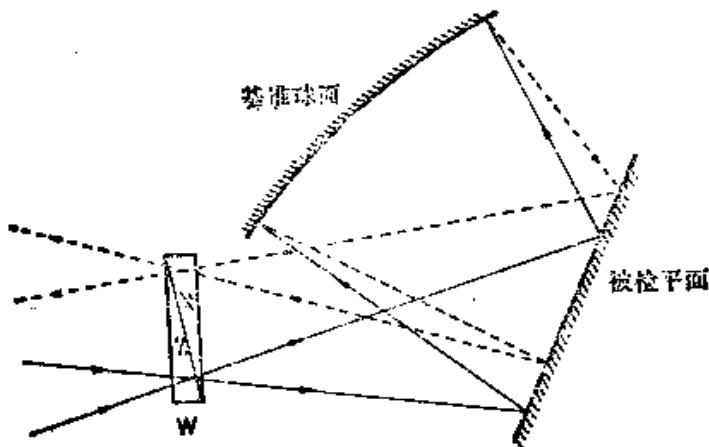


图3.11 检验平面用的装置

§ 3.5 双焦干涉仪

戴森 (Dyson 1957 a, 1957 b, 1970) 设计了一个检验光学零件用的干涉仪，其中用双折射透镜作分光镜 (图 3.12)。这个双折射双焦透镜 L_1 是个对称的三合透镜，由一个位于中间的方解石双凹透镜和两个玻璃双凸透镜组成。方解石的光轴位于透镜平面内。三合透镜设计成对寻常光的光焦度为零，而对非常光的焦距为几个厘米。如同在伯奇干涉仪中 (§ 3.2 节) 那样，这个装置给出波面变形的直观信息，因为入射光的一部分聚焦于被检

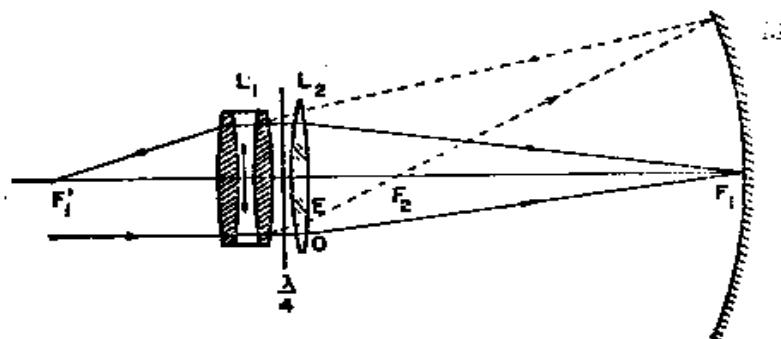


图3.12 戴森双焦干涉仪

系统孔径中的一个小区域内，并作为参考光束。

图 3.12 中的被检系统是凹面镜。三合透镜的中心位于凹面镜的曲率中心。在三合透镜的右侧放置透镜 L_1 ，其焦点 F_1 在凹面镜的镜面上。在 L_1 的右侧还放一个四分之一波片，其主轴与方解石透镜的光轴成 45° 。一束准直偏振光自左方入射，透镜 L_1 将此光束分成寻常光和非常光。 O 光不被 L_1 偏折而被透镜 L_2 聚焦于 F_1 ，因此光源成象于 F_1 处。 O 光的反射光线被透镜 L_2 准直，并且由于它两次经过四分之一波片，其振动方向转过 90° ，因此被透镜 L_1 折射至 F'_1 。

非常光在其入射程中被透镜 L_1 和 L_2 折射，并会聚于 L_1 、 L_2 的组合焦点 F_2 ，被扩束后充满球面镜 M 的全孔径。由于装置的对称性，这支光束亦被聚焦于 F'_2 。在三合透镜的左侧放一个半反射面，使光源（或观察系统）可放在干涉仪的轴外。

眼睛位于 F'_1 处将看到（a）一个均匀的光盘，其大小由透镜 L_1 的孔径角（参考场）确定，（b）和一个照亮的球面镜 M 的孔径（检测场）。这两个场将产生干涉（显然有一个检偏器使 O 光和 E 光的振动彼此平行），在无象差时，合成场的光强将是均匀的。如果稍微横向移动三合透镜，使它的中心不再与球面镜的曲率中心重合，视场中将有直条纹穿过。当三合透镜轴向移动时，将观察到圆形条纹。当球面镜有象差时，这些条纹就发生变形。象差可以用与任何分离光路式干涉仪中相同的方法，从这些变形条纹中推导出来。

戴森干涉仪可用于自动消象散系统，即从特定平面上的一点发散的光重新聚焦至同一平面上一点形成倒象的系统。非自动消象散系统可通过添加一个或多个辅助零件而变为自动消象散系统。例如，为了检验透镜，利用了图 3.13 的方案。在图 3.13 a 中，透镜在无限远的共轭下检验，在图 3.13 b 中，透镜在有限距离共轭下检验。焦点 C 与三合透镜的中心重合。读者也许会注意到被检系统不是正好在其校正的条件下工作，因为检验光束不是沿着它原来的光路返回。这个装置给出的是两个聚焦位置的象差的总

和，这两个聚焦位置分别在所要求位置的两侧。总的误差往往是很小的。由于三合透镜存在象差，所以只有中等孔径（例如 $f/5$ ）的光学系统才能用这种干涉仪检验。

§ 3.6 桑德斯棱镜干涉仪

桑德斯（Saunders 1967, 1970）描述了一个横向错位干涉仪，其分光镜由两个直角棱镜的斜面胶合而成，其中一个斜面半镀银（见图 3.14）， B 面和 B' 面制成高反射的。为了在视场中心得到零级条纹，要使分光面中心至两个反射面的距离相等。如果胶合的两个棱镜完全相同，则从 A' 面射出的两束光互相平行。如果使一个棱镜绕垂直于另一个棱镜的半反射面的轴转动可在两光束间引入错位角。错位方向近似平行于棱镜的顶边。若使两个棱镜的角 α 和 α' 稍有不同，也可产生错位。当这两

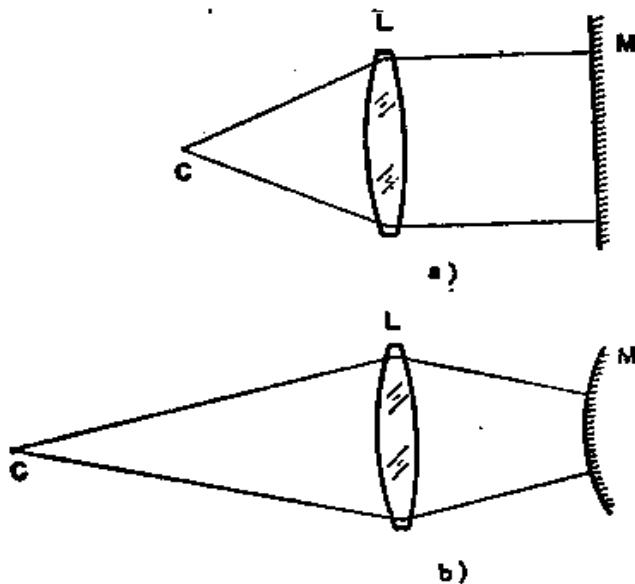


图3.13 添加辅助反射镜 M 可使被检透镜 L 自动消象散

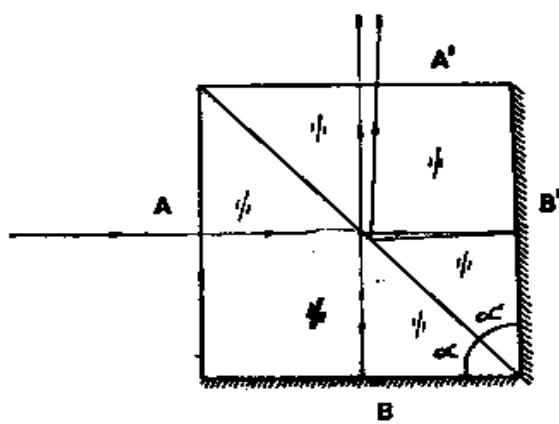


图3.14 桑德斯设计的分光镜

个棱镜不是从同一个大棱镜切割下来而是分别制成时，通常就有这种情况。这时错位角等于 $2(\alpha - \alpha')$ ，错位的方向垂直于棱镜的顶边。

图 3.15 是一个检验有限远共轭透镜的装置。调节棱镜，使其背面近似平行于象平面并且靠近它，使主光线在棱镜中心附近通过。这样调整会

产生可见的条纹。当光源象位于棱镜的背面时，条纹的宽度很大。沿主光线移动棱镜使其离开光源象，可使条纹宽度减小。沿既平行于象平面又平行于错位方向移动棱镜，可使任何选定的条纹通过干涉场的任何选定点。桑德斯棱镜的调整与涅拉斯顿棱镜的调整相似。为了得到高对比度的条纹，光源在错位方向上的尺寸要小。立方体的尺寸最好是 10~15 毫米。

桑德斯(Saunders 1957)还研究过一种采用改进型克斯特尔斯(Kösters)双象棱镜的波面倒转干涉仪。

图 3.16 是检验一个无限远共轭透镜

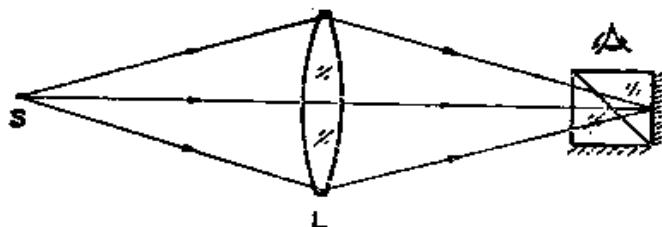


图3.15 采用图3.14中所示分光
镜的横向错位干涉仪

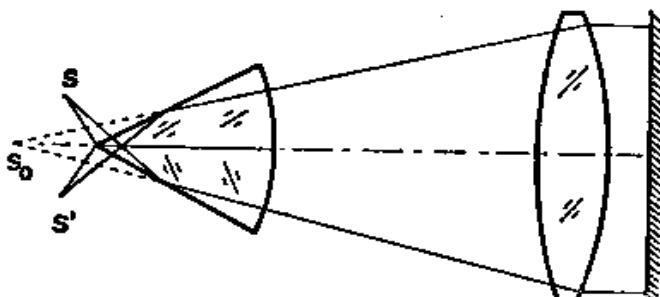


图3.16 桑德斯波面倒转干涉仪

的装置示意图。分光棱镜的底面是球面，它的曲率中心 S_0 与被检透镜所在的象点重合。观察者的眼睛位于光源 S 的象 S' 处。在此装置中，棱镜分光面下的那部分波面在第二次通过棱镜后好象被折叠到上半部分去了。当分光面切过透镜的中心时，偶级象差被消除。可是，当分光面被调节至与透镜轴有一夹角时，偶级项保

留。桑德斯将这个装置改装成能检测不同象差的各种不同型式的装置。

§ 3.7 点衍射干涉仪

另一种有意义的共光路干涉仪就是所谓的点衍射干涉仪。它是斯马特和斯特朗 (Smartt and Strong 1972) 发明的，并由斯马特和斯蒂尔 (Smartt and Steel 1975) 作了进一步发展。这种干涉仪原理示于图 3.17，被检波面聚焦并得到一个通常有象差的

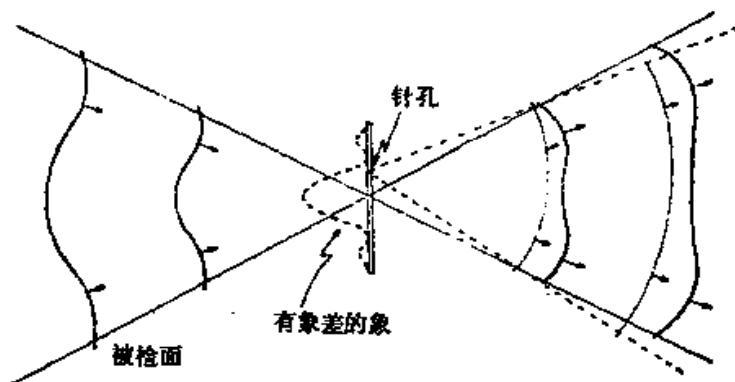


图3.17 点衍射干涉仪原理

点光源象。在此象面处放置一个吸收膜片。这个膜片上有一个针孔或不透明的小圆盘，使光线衍射而得到一个参考球面波。

要得到高对比度的干涉图，透过膜片的波面和衍射的球面波应有相同的振幅。这可通过改变滤光片的透过率和针孔或圆盘的大小来控制。此外，球面波的振幅还取决于有多少成象光线落到针孔或圆盘上，而这又取决于波象差的大小和针孔或圆盘的位置。斯马特和斯蒂尔 (Smartt and Steel 1975) 建议，滤光片的透过率在 0.005 和 0.05 之间，最常用的值为 0.01。针孔或圆盘的最佳尺寸约等于无象差时原波面产生的艾里斑的大小。

通常通过横向和纵向移动衍射孔，可使参考波面相应地产生倾斜和焦点位移。由于可使用白光照明，这种点衍射干涉仪已成功地用于检验天文望远镜。

§ 3.8 光学传递函数的测定

§ 3.8.1 扫描法

共光路干涉仪，尤其是偏光干涉仪已被用来测量光学系统的传递函数。一个光学系统的传递函数由它的点扩展函数的傅里叶变换式求出。点扩展函数就是点光源象上的光强分布。如果用一个非相干光照明的光源代替点光源，并且从不同的方位来观察这个线光源，并不丧失研究问题的普遍性。光学传递函数(OTF)，用 $H(N)$ 表示，是空间频率 N 的复函数，可表示为

$$H(N) = T(N) \exp[j\theta(N)] \quad (3.10)$$

式中 $T(N)$ 表示象对比与物对比之比，物是频率为 N 的正弦光栅； $\theta(N)$ 是实际象相对理想象(由无象差和无衍射的系统产生)的横向位移。

事实上，物不是一条线而是一个有有限宽度的狭缝，而象则是狭缝函数与光学系统扩散函数的卷积。用 $O(N)$ 和 $I(N)$ 分别表示物函数和象函数的傅里叶变换式，则有关系式

$$I(N) = O(N) \cdot H(N) \quad (3.11)$$

物的傅里叶变换式是已知的，如果能测得象的傅里叶变换式就可确定OTF。为了测定 $I(N)$ ，可用一个狭缝测量象上的光强分布，并用数值计算法计算其傅里叶变换式。更直接的方法是用正弦(或非正弦)光栅扫描象。如果光栅的透过率用 $\frac{1}{2}(1 + \cos 2\pi N x)$

表示，通过光栅的光通量(忽略因子 $\frac{1}{2}$)将为

$$\Phi(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(x) [1 + \cos 2\pi N(x_0 - x)] dx \quad (3.12)$$

式中 $i(x)$ 表示象的光强分布； x_0 是光栅上透过率最大的那条线离象函数原点的距离。式 (3.12) 亦可表示成下列形式

$$\Phi(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(x) dx + \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} i(x) \exp[j2\pi N(x_0 - x)] dx \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} i(x) dx + \operatorname{Re}\{\exp(j2\pi Nx_0) I(N)\} \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} i(x) dx + \operatorname{Re}\{\exp(j2\pi Nx_0) T'(N) \exp[j\theta'(N)]\} \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} i(x) dx + T'(N) \cos[2\pi Nx_0 + \theta'(N)] \quad (3.13)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 T'(N) &= T(N) |O(N)| \\
 \text{和 } \theta'(N) &= \theta(N) + O(N) \text{ 的幅角} \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

从式(3.13)我们可看出，当用光栅扫描象时，输出信号被调制，调制度等于 $T'(N)$ 。将输出信号的位相与参考信号的位相相比就可确定相位传递函数 $\theta'(N)$ 。

村田和美 (Murata 1966) 制造了各种型式的正弦和非正弦透射函数的扫描板，并对它们作了评述。一组双光束干涉条纹可用来作扫描板，洛曼 (Lohmann 1957) 提出用偏光干涉仪测定特定频率下的 OTF。因为用偏光干涉仪可方便地产生频率可变的条纹 (Françon 和 Mallick 1971 第三章)，所以可用这些条纹来测定完整的 OTF 曲线 (Mallick 1966, Prat 1966)。实验装置如图 3.18 所示，其中 Q 是产生频率可变的远场干涉条纹的双折

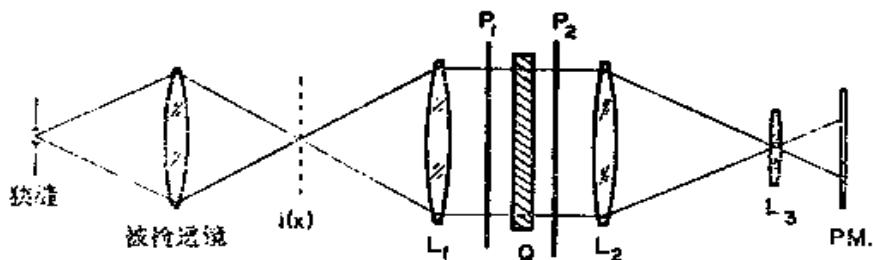


图3.18 用扫描法测定OTF的实验装置

被检系统成一个狭缝光源的象，频率可变的正弦条纹用来扫描此狭缝象

射系统，这些条纹实际上定域于象 $i(x)$ 平面上。用一个四分之一波片 (其主轴与系统 Q 的主轴成 45°)，和一个旋转偏振镜 P_2 可使干涉条纹产生连续横向移动的效果。如果偏振镜的旋转频率

是 f , 则输出信号的频率为 $2f$ 。参考信号由通过旋转偏振镜 P_2 的一束线偏振光产生。参考信号的零点与亮条纹中心落在象函数原点时的旋转偏振镜位置相对应。

在上面的实验中, 狹缝的功能和正弦条纹的功能可以互换, 此时被检光学系统形成干涉条纹的象, 而狹缝用来扫描这个象。斯蒂尔 (Steel 1964) 用这样的装置测定了 OTF (图 3.19)。它

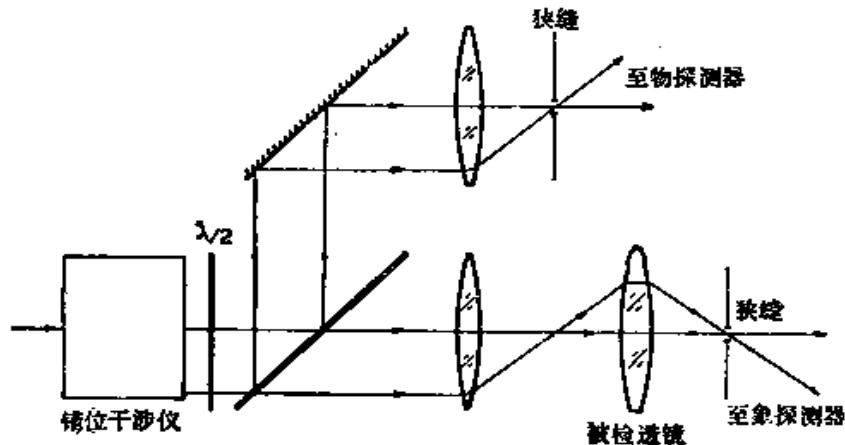


图3.19 被检系统形成一组频率可变的正弦条纹的象, 狹缝用来扫描这个象

具有这样的优点, 即可以用第二个狹缝和光电倍增管来监视物条纹, 因而可用来测量物信号和象信号之间的相位差。两个信号间的调制度比及其相位差分别给出光学传递函数的模和位相。

§ 3.8.2 自相关法

一个光学系统的传递函数也可由瞳函数 $f(x, y)$ 的自相关给出

$$H(S) = \frac{1}{A} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x + \frac{S}{2}, y\right) f^*\left(x - \frac{S}{2}, y\right) dx dy \quad (3.15)$$

式中

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x, y)|^2 dx dy \quad (3.16)$$

是个规范化因子。此外, S 表示出瞳的错位量, 它以出瞳半径的分数值表示。 S 与空间频率 N 的关系为

$$S = \frac{\lambda}{n \sin \alpha} N \quad (3.17)$$

式中 $n \sin \alpha$ 是光学系统的数值孔径。变量 x 和 y 等于各自除以出瞳半径后的笛卡尔坐标。如果知道光学系统的象差，则可计算出式 (3.15) 中的积分。这个积分可用错位干涉仪通过实验方法求出 (Hopkins 1955)。光学系统 (该系统的传递函数待测定) 对一个非相干照明的狭缝成象，这个象成在无限远处，它既可由被检透镜本身形成，也可由把来自被检透镜的光线加以准直的、经过良好校正的辅助透镜形成。入射在错位干涉仪上的平面波被分成两个具有相对横向错位量 S 和相位差为 ϕ 的波面。这两个波面在与出射光瞳共轭的平面上产生干涉，干涉图的总光通量由下式给出

$$\begin{aligned} \Phi(\phi) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left| f\left(x + \frac{S}{2}, y\right) + f\left(x - \frac{S}{2}, y\right) \exp(j\phi) \right|^2 dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left| f\left(x + \frac{S}{2}, y\right) \right|^2 dx dy + \int_{-\infty}^{+\infty} \left| f\left(x - \frac{S}{2}, y\right) \right|^2 \\ &\quad \times dx dy + 2 \operatorname{Re} \left[\exp(-j\phi) \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x + \frac{S}{2}, y\right) f^* \right. \\ &\quad \left. \times \left(x - \frac{S}{2}, y\right) dx dy \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

式 (3.18) 右边的前两项都等于 A (式 3.16)。第三项中的积分等于 $A H(S)$ 。将 $H(S)$ 写成 $T(S) \exp[j\theta(S)]$ ，就可将式 (3.18) 改写成如下形式

$$\Phi(\phi) = 2A \{ 1 + T(S) \cos[\theta(S) - \phi] \} \quad (3.19)$$

如果 ϕ 随时间线性地变化，则输出光通量将是被调制过的，调制的振幅和位相分别给出频率为 S 时的传递函数的模和幅角。

现在已制造出了各种型式的错位干涉仪，可利用上述方法测量 OTF。我们在此讨论鹤田 (Tsuruta 1963) 的装置，他用萨瓦偏光镜使出瞳错位 (图 3.20)。狭缝放在被检透镜 L 的前焦面上。一个经过改进的厚度可变的偏光镜 Q 使 L 的出瞳产生大小可变的错位。附加的萨瓦偏光镜 Q' 与 Q 成 180° 时出瞳的错位量为零，

因此可用来测定零频时的 OTF。当 Q' 平行于 Q ，两者产生的错位量相加。索累补偿器 C 用来改变 ϕ 。由透镜 L_1 和 L_2 组成的无焦系统只是用来减小被检透镜出射的平行光束的宽度。 L 的出瞳成象在毛玻璃板 M 上，这也就是干涉图的成象位置。聚光镜将光线集中在光电倍增管上。对高空间频率进行测量时（即出瞳的错位量大时），狭缝宽度要相应地减小。狭缝宽度应保证出瞳上间距等于错位量的两点间具有高度的相干性。在鹤田实验中，狭缝宽度为 2 微米。因为垂直入射时，萨瓦偏光镜产生的程差为零，所以不需要用具有高时间相干性的光源。鹤田采用了带有带宽为 100 埃的干涉滤光片的钨丝灯。

图 3.20 的装置与图 3.7 的装置类似，可用于测量被检透镜 L 的象差。毛玻璃板 M 上的光强分布不过是从透镜 L 出射的波面的横向错位干涉图。

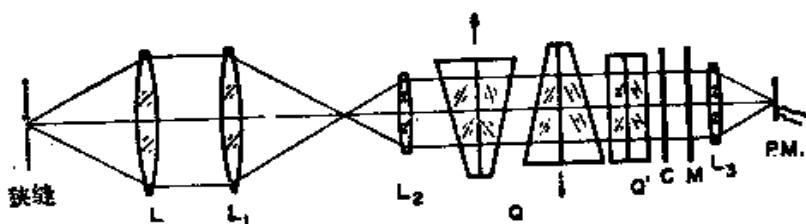


图3.20 用自相关法测定OTF的实验装置

鉴于下述理由，可以说明自相关法等效于扫描法。在图 3.20 的实验装置中，由被检透镜形成的狭缝光源象和萨瓦偏光镜产生的干涉条纹都位于无限远的同一平面内。用补偿器改变 ϕ 可使干涉条纹相对狭缝象移动。因此，如果测量图 3.20 中位于补偿器后边的、经过良好校正的透镜焦面上的光通量，我们就可用扫描法测得透镜 L 的 OTF。所以这两种方法是等效的。唯一的差别是，在自相关法中，光通量是在与被检透镜出瞳面共轭的平面上测量的，而在扫描法中，光通量是在与狭缝光源共轭的平面上测量的。

参考文献

- Burch, J. M., "Scatter Fringes of Equal Thickness," *Nature*, **171**, 889 (1953).
- Burch, J. M., "Scatter-Fringe Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, 600 (1962).
- Burch, J. M., "Interferometry with Scattered Light," in *Optical Instruments and Techniques*, J. Home Dickson, Ed., Oriel Press, England, 1969, p. 213.
- Dyson, J., "Common-Path Interferometer for Testing Purposes," *J. Opt. Soc. Am.*, **47**, 386 (1957a).
- Dyson, J., "Interferometers," in *Concepts of Classical Optics* by John Strong, W. H. Freeman, San Francisco, 1957b, Appendix B p. 377.
- Dyson, J., "Very Stable Common-Path Interferometers and Applications," *J. Opt. Soc. Am.*, **53**, 690 (1963).
- Dyson, J., *Interferometry as a Measuring Tool*, Machinery Publishing Co., Brighton, 1970.
- Françon, M. and M. Jordery, "Application des Interférences par Double Réfraction à l'Etude des Aberrations," *Rev. Opt.*, **32**, 601 (1953).
- Françon, M. and S. Mallick, *Polarization Interferometers*, John Wiley, New York, 1971.
- Hopkins, H. H., "Interferometric Methods for the Study of Diffraction Images," *Opt. Acta*, **2**, 23 (1955).
- Houston, J. B., Jr., "How to Make and Use a Scatterplate Interferometer," *Opt. Spectra*, **4** (6), 32 (1970).
- Linnik, W., "Simple Interferometer to Test Optical Systems," *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences d'U.R.S.S.*, **1**, 208 (1933). Abstract in *Z. Instrumentenkde.* **54**, 463 (1934).
- Lohmann, A., "Zur Messung des Optischen Übertragungsfaktors," *Optik*, **14**, 510 (1957).
- Mallick, S., "Measurement of Optical Transfer Function with Polarization Interferometer," *Opt. Acta*, **13**, 247 (1966).
- Murata, K., "Instruments for the Measuring of Optical Transfer Functions," in *Progress in Optics*, Vol. 5, E. Wolf, Ed., North-Holland, Amsterdam, 1966, p. 201.
- Murty, M. V. R. K., "Common Path Interferometer Using Fresnel Zone Plates," *J. Opt. Soc. Am.*, **53**, 568 (1963).
- Philbert, M., "Applications Métrologiques de la Stroboscopie Interférentielle," *Rev. Opt.*, **37**, 598 (1958).
- Philbert, M. and M. Garyson, "Réalisation et Contrôle par Stroboscopie Interférentielle de Miroirs Plana, Sphériques et Paraboliques," in *Optical Instruments and Techniques*, K. J. Habell, Ed., Chapman and Hall, London, 1961, p. 332.
- Prat, R., "Spectrométrie des Fréquences Spatiales et Cohérence," *Opt. Acta*, **13**, 73 (1966).
- Saunders, J. B., "The Kösters Double-Image Prism," in *Concepts of Classical Optics* by John Strong, W. H. Freeman, San Francisco, 1957, Appendix C p. 393.
- Saunders, J. B., "Measurement of Wavefronts without a Reference Standard. I: The Wavefront-Shearing Interferometer," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **65B**, 239 (1961).
- Saunders, J. B., "Measurement of Wavefronts without a Reference Standard. II: The Wavefront-Reversing Interferometer," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **66B**, 29 (1962).
- Saunders, J. B., "A Simple, Inexpensive Wavefront Shearing Interferometer," *Appl. Opt.*, **6**, 1581 (1967).
- Saunders, J. B., "A Simple Interferometric Method for Workshop Testing of Optics," *Appl. Opt.*, **9**, 1623 (1970).
- Scott, R. M., "Scatter Plate Interferometry," *Appl. Opt.*, **8**, 531 (1969).
- Shoemaker, A. H. and M. V. R. K. Murty, "Some Further Aspects of Scatter-Fringe Interferometry," *Appl. Opt.*, **5**, 603 (1966).
- Smart, R. N. and W. H. Steel, "Theory and Application of Point-Diffraction Interferometers," Proceedings of the ICO Conference on Optical Methods in Scientific and Industrial Measurements, Tokyo, 1974; *Jap. J. Appl. Phys.*, **14**, Suppl. 1, 351 (1975).
- Smart, R. N. and J. Strong, "Point-Diffraction Interferometer" (abstract only), *J. Opt. Soc. Am.*, **62**, 737 (1972).
- Steel, W. H., "A Polarization Interferometer for the Measurement of Transfer Functions," *Opt. Acta*, **11**, 9 (1964).
- Steel, W. H., *Interferometry*, Cambridge University Press, London, 1967, p. 250.
- Tsuruta, T., "Measurement of Transfer Functions of Photographic Objectives by Means of a Polarizing Shearing Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, **53**, 1156 (1963).

第四章 横向错位干涉仪

M. V. R. K. 默蒂

§ 4.1 引言

横向错位干涉计量是干涉计量学中的一个重要领域，已被广泛地用于检验各种光学零件、光学系统，研究气体和液体中的流动、扩散等现象。横向错位干涉大致是这样的，通过小量地横向移动有缺陷的波面，使原始波面和错位波面之间产生干涉。图4.1是说明这个原理的示意图。如果波面接近平面，则使波面在其自身平面内移动而得到横向错位。如果波面接近球面，则使球

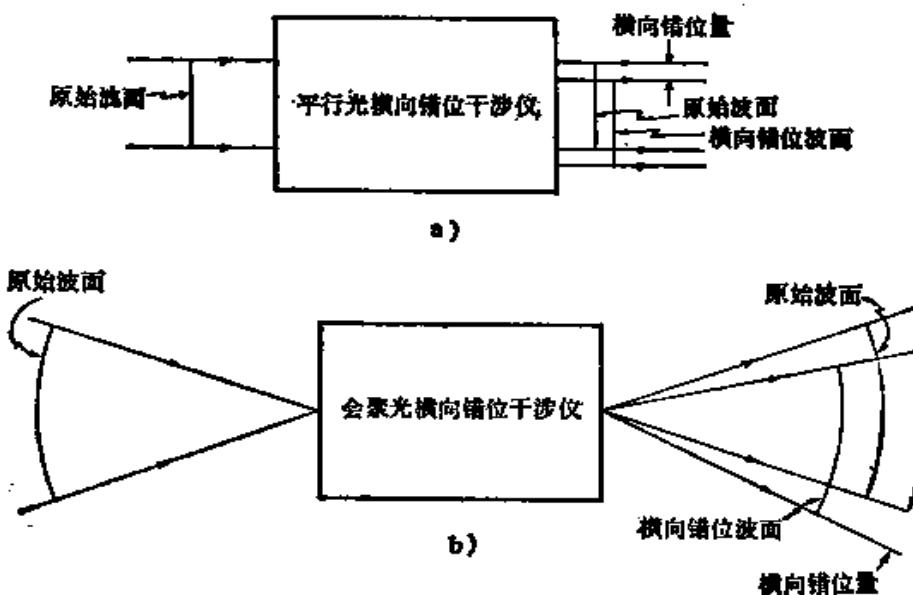


图4.1 横向错位干涉计量原理图

a) 平行光 b) 会聚光

波面绕其曲率中心转动而得到横向错位。

能够产生横向错位的装置有很多种。本章主要讨论利用分光

镜使入射波面的振幅分割但不改变其形状的装置，也就是用镀有半反射材料的平面做成的分光镜。本章还将介绍产生横向错位的其他一些装置，这主要是为了说明利用通用元件就可容易地制成可在实验室或光学车间使用的横向错位干涉仪。在设计横向错位干涉仪时，要考虑的另一个重要因素是光源的性质。从横向错位干涉计量的观点看，光源可分为两大类：(a) 激光光源，例如给出 6328 埃谱线的具有高度空间和时间相干性的氦-氖气体激光器，(b) 所有其它光源，例如在一定程度上是时间相干但不是空间相干的气体放电灯。

§ 4.2 关于光源相干性的讨论

图 4.2 是一个横向错位干涉装置的示意图，其中波面错位发生于由准直透镜得到的近乎平面的波面上。设波面的总宽度为 d ，横向错位量为 S ，如果所用准直透镜的焦距是 f ，则当光源大小

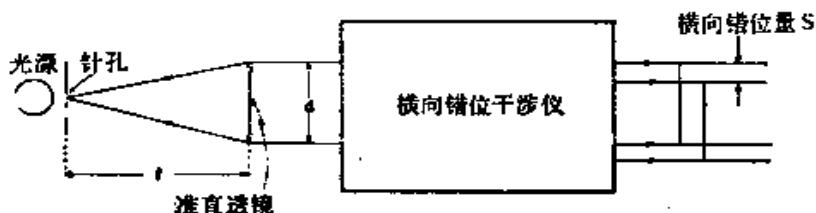


图4.2 横向错位干涉仪中选用针孔大小时考虑的各参数的示意图

等于艾里斑直径时（与准直透镜的 f 数相对应），则整个波面的两端之间完全空间相干。因此要得到空间相干，罩在光源前的针孔大小应为 $(\lambda/d) f$ 这样的量级。式中 λ 是光源谱线的波长。可是，由于横向错位量 S 小于 d ，空间相干性足以满足要求，所以在两个错位波面的各部分之间都可以产生干涉。因此，光源（针孔）的大小可增大为 $(\lambda/d) f (d/S) = (\lambda/S) f$ ，所选针孔的大小是针孔衍射极限尺寸的若干倍。

例如，假定用一个水银放电灯作光源，用滤光片滤出 5461 埃绿色谱线。如果用 f 数 = 5 的准直透镜，当错位比 S/d 为 0.1

时，则针孔大小应为 25 微米。这是一个非常小的针孔，一般说，在干涉图上得到的强度很小，除非光源本身很强。因此必须采用象高压水银灯那样的光源。由于高压水银灯的时间相干性很差，即使用滤光片将所需谱线滤出后，用于横向错位干涉仪时，仍然需要补偿两支光路的光程。有时就称这种补偿为白光补偿。使用白光时，横向错位干涉图上的中央条纹是无色的，其它条纹则都是彩色的。

在普遍使用气体激光器之前，所有的横向错位干涉仪都设计为白光补偿结构。现在有可能设计两支干涉光束的光程不相等的（未补偿的）横向错位干涉仪。可是，为此必须具有高度空间和时间相干性的激光光源。输出 6328 埃谱线的氮-氖激光器就是作此用途的最好的光源。有白光补偿设计的横向错位干涉仪都可用激光作光源，而为激光作光源设计的、因而两支光路的光程稍有差异的横向错位干涉仪，在用相干性差的光源时则不能给出可见的或可记录的干涉图。

§ 4.3 横向错位干涉计量的理论简介

图 4.3 画出了原始波面和横向错位波面。假定此波面近乎平面，因而与平面的偏差很小，波差可表示为 $W(x, y)$ ，其中 (x, y) 是波面上 P 点的座标。当此波面在 x 方向上的错位量为 S 时，同一点 P 处的错位波面的波差则为 $W(x - S, y)$ 。原始波面和错位波面在 P 点叠加后的程差 ΔW 为 $[W(x, y) - W(x - S, y)]$ 。 ΔW 就是横向错位干涉计量中要测定的量。当 S 为零时，波面上任何地方都没有程差，因而，不管此波面有多大，都看不到误差。波面上各点的程差 ΔW 可从常用的关系式

$$\Delta W = n\lambda \quad (4.1)$$

求得。式中 n 是干涉条纹的序数； λ 是所用的波长。

值得注意的是，当 S 很小时，式 (4.1) 可写为

$$\left(\frac{\partial W}{\partial x} \right) S = n\lambda \quad (4.2)$$

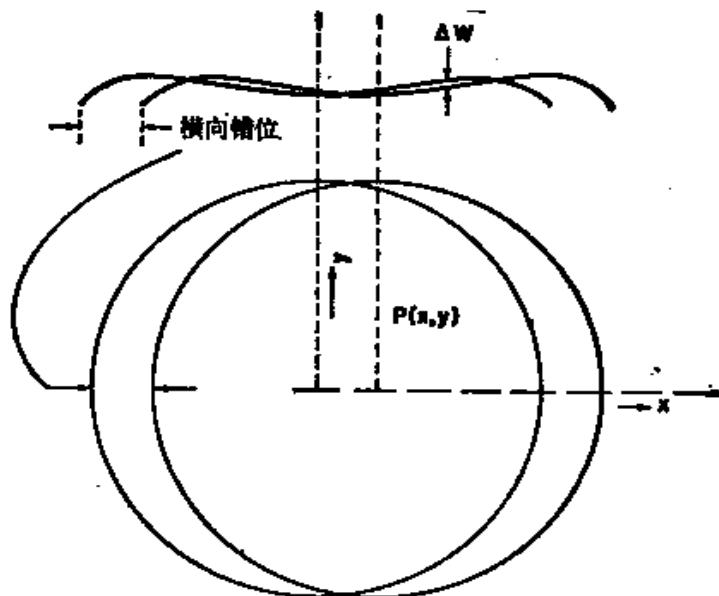


图4.3 用正视图和俯视图表示的原始波面和错位波面的示意图

假定通光孔径是圆形的。横向错位条纹出现在两个波面的重叠区

因此在横向错位干涉仪中得到的信息是以角度量度的光线的象差 ($\partial W / \partial x$)。当 $S \rightarrow 0$ ，这个方程变得更精确，但同时也可看出当 $S \rightarrow 0$ 时，灵敏度将减小。所以，如果我们精确地使用式(4.2)，则必须选择适当的 S 值，以兼顾两者。

现在我们来研究几种特殊情况。

离焦 离焦波面的误差可表示为

$$W(x, y) = D(x^2 + y^2) \quad (4.3)$$

这种情况相当于光学系统有微量离焦，结果使从光学系统出射的波面不是理想的平面波而是曲率半径很大的微凹或微凸的球面波。所以，在此情况下

$$\Delta W = 2Dx \cdot S = n\lambda \quad (4.4)$$

式(4.4)表示的是一组与 x 方向（错位方向）垂直的等间距直条纹，如图 4.4 a 所示。直条纹出现在两个相交波面的重叠区。如果没有离焦 ($D = 0$)，则整个重叠区没有条纹而呈现出均匀

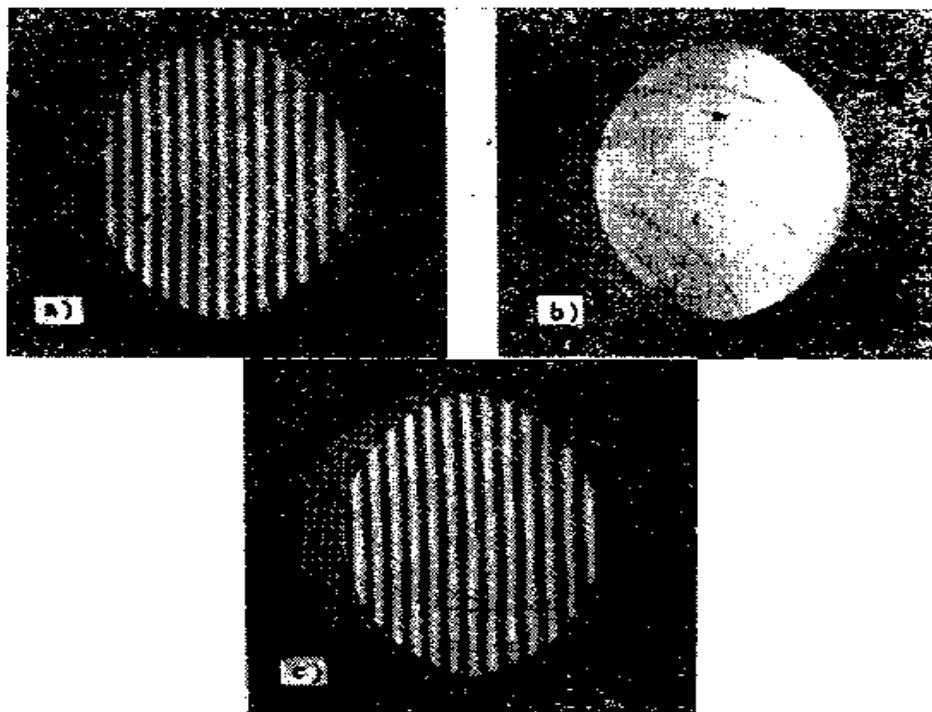


图4.4 一组无象差波面的横向错位干涉图

其中图 b) 没有干涉条纹，是离焦量为零的情况；图 a) 和 c) 分别是在焦点内和焦点外的相同微小离焦量时产生的干涉条纹

的光强。

倾斜 波面横向错位时，通常我们假定新波面对原始波面不倾斜。可是在某些装置中，两波面之间可能存在有一定大小的倾斜量。这时，通常在与横向错位方向垂直的方向上产生波面倾斜。由倾斜引起的光程差可表示为 y 的线性函数。因此，在只有倾斜的情况下

$$\Delta W = E y = n\lambda \quad (4.5)$$

式中 E 是原始波面和错位波面之间的倾角。两波面的交线与 x 轴平行。如果离焦和倾斜同时出现，则光程差由下式给出

$$\Delta W = 2Dx \cdot S + E y = n\lambda \quad (4.6)$$

该式代表一组既不与 x 轴平行也不与 y 轴平行的直条纹。只有当 D 或 E 为零时，条纹才相应地分别与 x 轴或与 y 轴平行。

必须注意式 (4.4) 和式 (4.6) 给出的两种情况之间的差别。

无离焦时 ($D = 0$), 式 (4.4) 给出一个均匀场或称无条纹场, 而式 (4.6) 则给出一组平行于 x 轴的直条纹。因此, 当一个光学系统对点光源准直时, 我们研究其焦点附近的情况。如果使用的是无倾斜的横向错位干涉仪, 则对应焦点附近的横向错位干涉图如图 4.4 所示; 如果使用的是可引入倾斜量的横向错位干涉仪, 则干涉图如图 4.5 所示。可见, 在后一种情况下有可能检测出很小的离焦量, 因为我们要研究的是条纹的方向有无变化而不是有无条纹。因此, 除横向错位外再引入倾斜, 这在某些情况下是个明显的优点, 后面我们将看到这个特征如何用于不同的装置中。

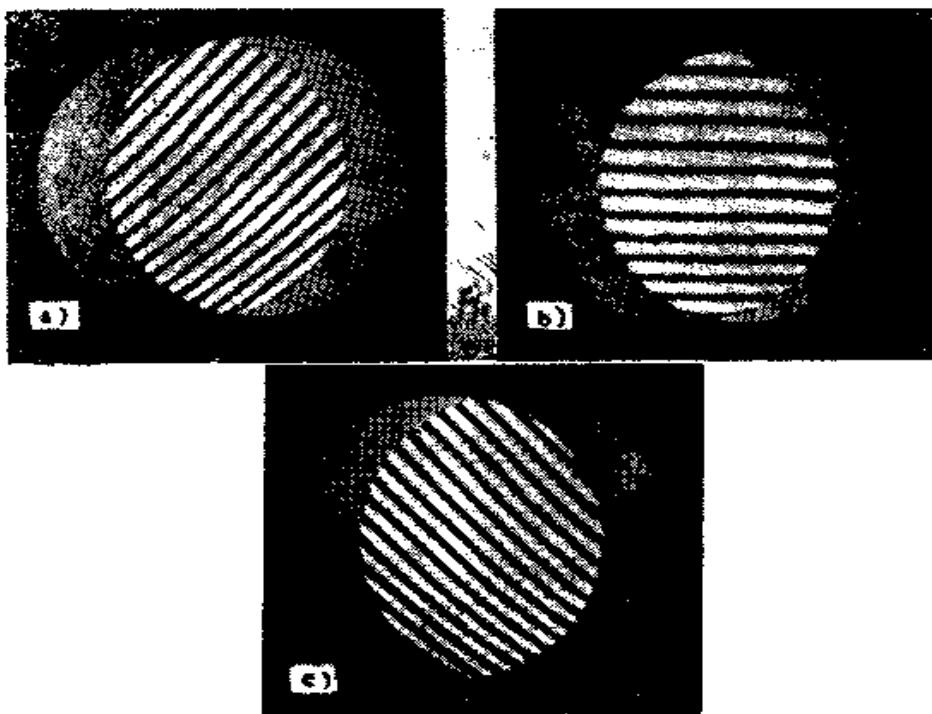


图4.5 一组无象差波面的横向错位干涉图

其中在垂直于错位方向引入了一定量的波面倾斜。在焦点处, 条纹与错位方向平行; 在焦点内和焦点外, 条纹倾斜 a) 在焦点内
b) 在焦点处 c) 在焦点外

§ 4.3.1 关于初级象差的横向错位研究

初级球差 初级球差的波差可表示为

$$W(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 \quad (4.7)$$

因此，无离焦时的错位干涉图可从下式得到

$$\Delta W = 4A(x^2 + y^2)x \cdot S = n\lambda \quad (4.8)$$

有离焦时的干涉图则可由下式得到

$$\Delta W = [4A(x^2 + y^2)x + 2Dx]S = n\lambda \quad (4.9)$$

式(4.8)和式(4.9)都是三次幂，因此条纹是三次曲线。

图4.6所示为原始波面具有初级球差，并且在存在不同离焦量的

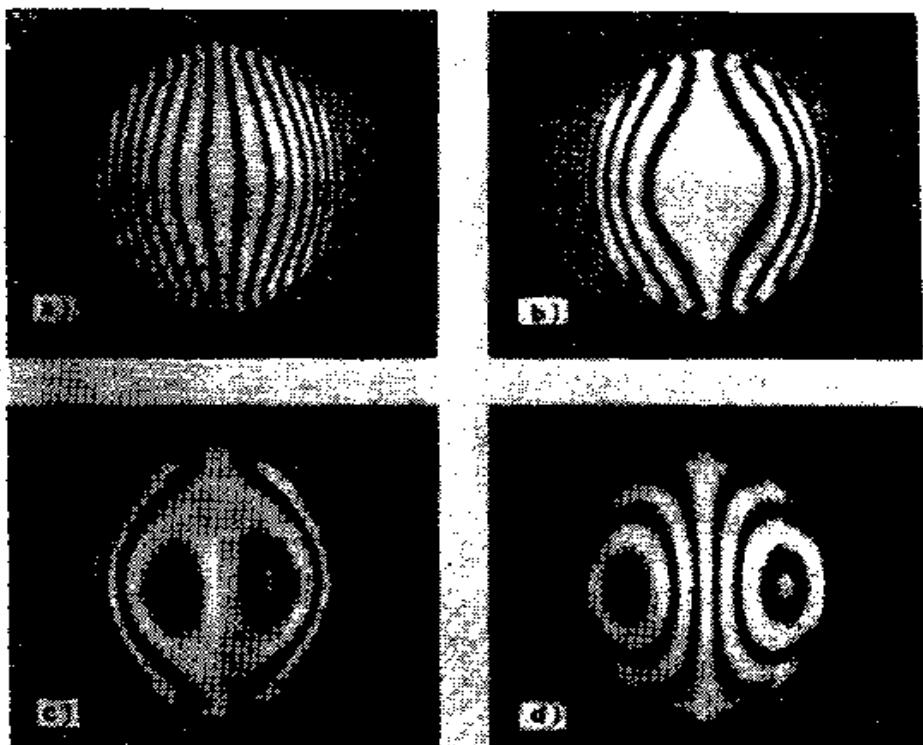


图4.6 存在大小不同的离焦量时初级球差的典型横向错位干涉图

a) 在焦点内 b) 在焦点处 c)、d) 在焦点外

情况下得到的横向错位干涉图。如果除象差外还有倾斜，则干涉图方程式为

$$\Delta W = [4A(x^2 + y^2)x + 2Dx]S + Ey = n\lambda \quad (4.10)$$

当初级球差很小而且无离焦时，对于x轴附近的中央条纹，式(4.10)可近似为

$$\Delta W = 4Ax^2 \cdot S + Ey = 0 \quad (4.11)$$

此方程表明中央条纹具有‘∞’形特征，根据此特征可用目视方法检测出很小的球差量。典型的干涉条纹示于图 4.7。

初级彗差 初级彗差的波差可表示为

$$W(x, y) = By(x^2 + y^2) \quad (4.12)$$

鉴于这个象差的不对称性，其横向错位干涉条纹的形状随错位方向的不同而不同，即取决于错位方向是在 x 方向，还是在 y 方向，或是在其他某个方向。

我们首先研究在 x 方向错位的情况。此时条纹的形状可由下式给出

$$\Delta W = 2Bxy \cdot S = n\lambda \quad (4.13)$$

式 (4.13) 表示的干涉条纹是一组渐近线在 x 和 y 方向的等轴双曲线。离焦产生的效果是在式 (4.13) 上加上一项 ($2Dx \cdot S$)，结果使等轴双曲线族的中心在 y 方向发生移动。图 4.8 就是上述情况下的干涉条纹图。如果除此以外在垂直方向还有倾斜，则双曲线条纹的中心将沿某个与 x 轴和 y 轴都倾斜的方向移动。

现在研究在 y 方向错位的情况。这时，如果错位量是 T ，则可从下式求得干涉条纹的形状

$$\Delta W = B(x^2 + 3y^2) T = n\lambda \quad (4.14)$$

此时，干涉条纹形成一组长短轴之比为 $\sqrt{3}$ 的椭圆曲线族，而且主轴平行于 x 轴。离焦和倾斜产生的效果与前面讨论过的情况基本相似。有彗差并且错位方向与 y 轴平行时的横向错位干涉条纹如图 4.9 所示，其中 a 和 b 分别对应于无离焦和有离焦时的情

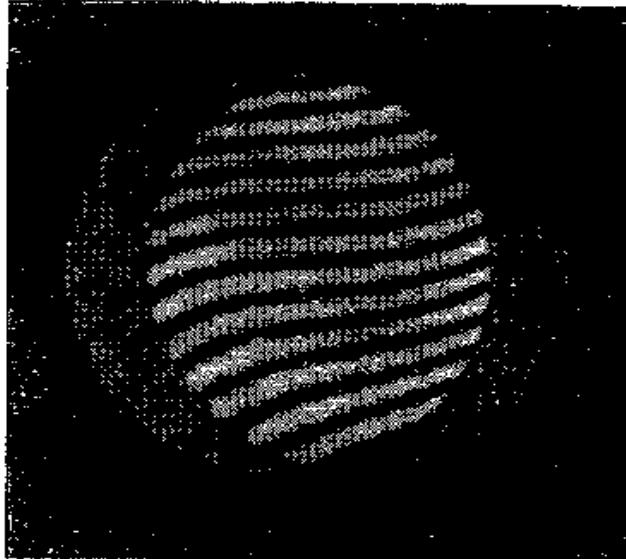


图4.7 原始波面有初级球差，并在垂直方向有微量倾斜时的典型横向错位干涉图
注意干涉条纹有‘∞’形特征

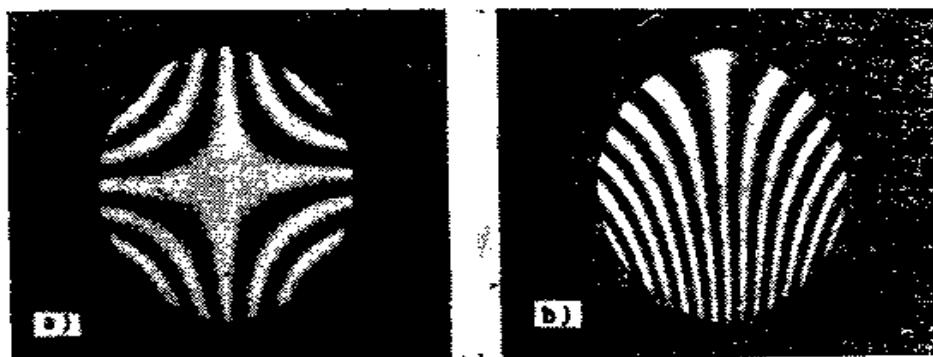


图4.8 具有初级彗差的波面的横向错位干涉图

错位方向在弧矢方向 a) 无离焦时等轴双曲线的中心对中 b) 有小量离焦时等轴双曲线的中心在垂直于错位方向上产生偏移

况。

初级象散 初级象散的波差可表示为

$$W(x, y) = C(x^2 - y^2) \quad (4.15)$$



图4.9 有初级彗差的波面的横向错位干涉图

a) 图对应于无离焦时的情况, 这时椭圆条纹的中心位在干涉场的中心 b) 图对应于有一定离焦量时的情况, 其结果是椭圆条纹的中心在平行于错位方向上发生偏移

象散的情况比较特殊, 因为如果横向错位方向与 x 或 y 方向一致, 就得到与错位方向垂直的直条纹, 因此我们很容易把象散波面错当成球波面。可是有离焦时的情况就不同了, 就会显示出象散的存在。有离焦时, 在 x 方向产生横向错位的干涉条纹由下式给出

$$\Delta W = (2Dx + 2Cx) \cdot S = n\lambda \quad (4.16)$$

而在 y 方向产生横向错位的干涉条纹则由下式给出

$$\Delta W = (2Dy - 2Cy) \cdot T = n\lambda \quad (4.17)$$

如果假定 S 和 T 的值相同, 则离焦量 D 有两个值, 即 $\pm C$, 在这两个离焦位置上的横向错位干涉图不显示条纹。这两个位置分别对应于象散波面的子午焦点和弧矢焦点。检测象散的另一个方法是在某一调焦位置处, 在两个不同方向错位时, 看干涉条纹数是否相同。图 4.10 所示就是有象散时的这种情况。

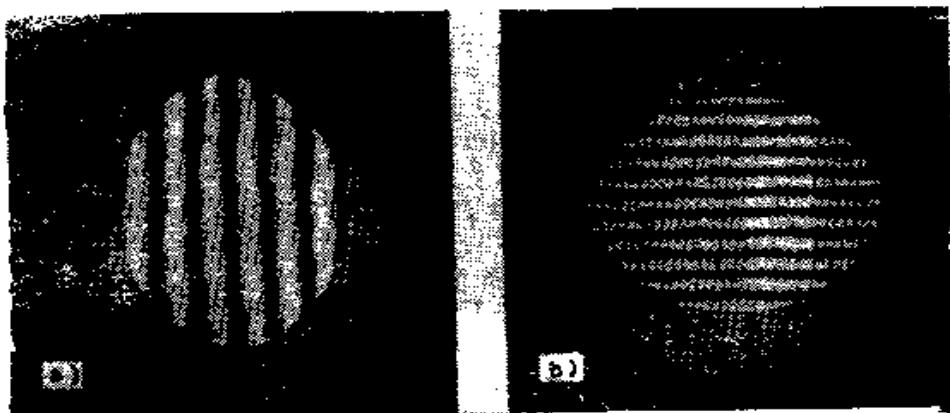


图 4.10 有初级象散的横向错位干涉图

当波面在某调焦位置处分别向弧矢方向(图 a)和子午方向(图 b)错位时,
注意如出现不等的直条纹数, 就表明存在象散

另一个检测象散的方法涉及到在任意方向产生横向错位的问题。此时干涉条纹可由下式求得

$$\Delta W = 2(D+C)xS + 2(D-C)yT = n\lambda \quad (4.18)$$

式(4.18)表示为一组等间隔的直条纹, 其斜率为 $(C+D)S/(C-D)T$ 。因此, 当改变错位方向时, 注意条纹方向的变化, 就可以找出偏离垂直方向最大的特征方向。图 4.11 所示即为横向错位干涉测量中看到的这种象散干涉图。

象面弯曲和畸变 象面弯曲是由焦点的纵向位移引起的, 因此可将它仅仅作为离焦情况处理。畸变是瞳孔变量 y 的线性函数*, 一般是不检测的。

色差 纵向色差乃是由不同波长的焦点位置变化而引起。因此, 改变光源或利用同一光源的不同波长, 测出由离焦引起的条

* 这里是指畸变引起的波差, 横向色差引起的波差, 都是瞳孔变量 y 的线性函数——校注。

纹数的变化量，就可以测出纵向色差。横向色差也是瞳孔变量 y 的线性函数*，一般也是不检测的。

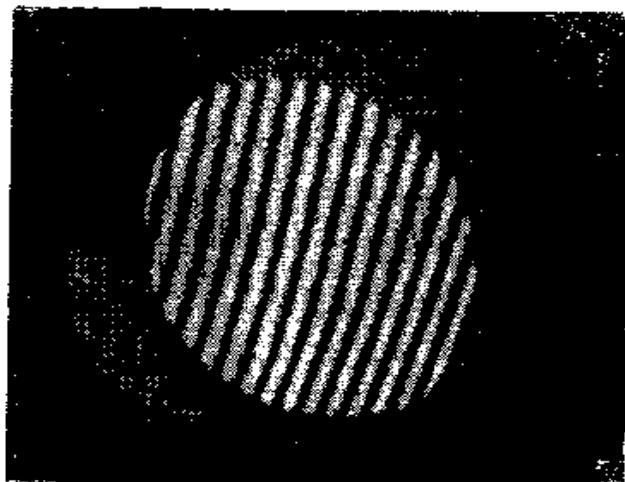


图4.11 初级象散的横向错位干涉图
错位方向在真矢方向和子午方向之间。条纹方向相对错位方向倾斜表明有象散

以上简要介绍了波面只存在单一象差时的情况。这有助于我们用横向错位干涉测量法简易、迅速地评价光学系统。

§ 4.4 未知波面的计算

现在我们讨论如何根据波面的横向错位干涉图来确定波面的形状。桑德斯 (Saunders 1961, 1970) 提出的方法，如图 4.12 所示。先判断出沿直径方向上各等间隔点处的干涉级序，然后再算出波面，例如设 $W_1 = 0$, $W_2 = \Delta W_1$, $W_3 = \Delta W_1 + \Delta W_2$, 如此等等，于是，通过求横向错位测量结果 ΔW_i 之和就可求得波面。这个方法先由桑德斯和布鲁宁 (Bruning 1968)，以后又由里默、(Rimmer 1972)、尼索南 (Nyssonen) 及杰克 (Jerke 1973) 扩展到两维空间。

另一个方法是假定未知波面 $W(x, y)$ 是一个可用多项式表示的光滑函数，干涉图函数 $\Delta W(x, y)$ 则表示为多项式各项的

* 这里是指畸变引起的波差、横向色差引起的波差，都是瞳孔变量 y 的线性函数——校注。

系数。通过测量条纹位置求出大量的 ΔW 值，再由这些 ΔW 值计算出波面函数的系数。马拉卡拉 (Malacara 1965a)、默蒂和马拉卡拉 (Murty and Malacara 1965) 以及达顿 (Dutton 1968)

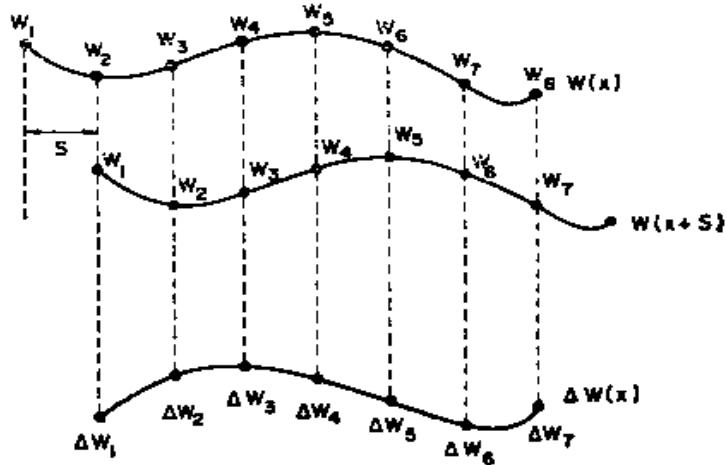


图4.12 根据波面横向错位干涉图求波面的方法

等人发展了这种沿着与错位方向平行的直径方向求解波面形状的一维方法。马拉卡拉和门茨 (Malacara and Mendez 1968) 详细介绍了如何把这种方法用于旋转对称面的情况。一般地说，多项式方法是一种很好的方法，尤其是在里默和怀扬特 (Rimmer and Wyant 1975) 把这种方法按上述方式推广到二维空间以后。

波函数以 $W(x, y)$ 代表，我们假定它可以用 k 次两元多项式表示，其形式为

$$W(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} x^n y^{n-m} \quad (4.19)$$

它包含 $N = (k+1)(k+2)/2$ 项。如果我们要再现整个波面，则取两个分别用 S 和 T 表示的互相垂直的错位干涉图。错位波面分别由下列两式给出

$$W(x + S, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} (x + S)^n y^{n-m} \quad (4.20)$$

$$W(x, y + T) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} x^n (y + T)^{n-m} \quad (4.21)$$

系数。通过测量条纹位置求出大量的 ΔW 值，再由这些 ΔW 值计算出波面函数的系数。马拉卡拉 (Malacara 1965a)、默蒂和马拉卡拉 (Murty and Malacara 1965) 以及达顿 (Dutton 1968)

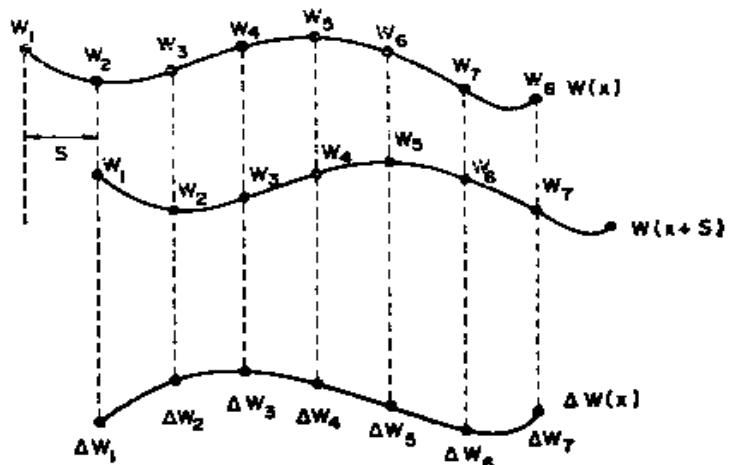


图4.12 根据波面横向错位干涉图求波面的方法

等人发展了这种沿着与错位方向平行的直径方向求解波面形状的一维方法。马拉卡拉和门茨 (Malacara and Mendez 1968) 详细介绍了如何把这种方法用于旋转对称面的情况。一般地说，多项式方法是一种很好的方法，尤其是在里默和怀扬特 (Rimmer and Wyant 1975) 把这种方法按上述方式推广到二维空间以后。

波函数以 $W(x, y)$ 代表，我们假定它可以用 k 次两元多项式表示，其形式为

$$W(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} x^n y^{n-m} \quad (4.19)$$

它包含 $N = (k+1)(k+2)/2$ 项。如果我们要再现整个波面，则取两个分别用 S 和 T 表示的互相垂直的错位干涉图。错位波面分别由下列两式给出

$$W(x + S, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} (x + S)^n y^{n-m} \quad (4.20)$$

$$W(x, y + T) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} x^n (y + T)^{n-m} \quad (4.21)$$

系数 C_{nm} 和 D_{nm} 有 $M = k(k + 1)/2$ 个值。由这些值可确定 N 个波面系数 B_{nm} 。式 (4.28) 表示一个含有 M 个未知量和 M 个等式的方程组，其中除 B_{nn} 外所有 B_{nm} 系数都是未知量。与此类似，式 (4.29) 表示一个有 M 个未知量的 M 个方程组，其中除 B_{nn} 外所有 B_{nm} 系数都是未知量。如果波面具有旋转对称性，对所有的 n 值， $B_{nn} = B_{nn} = 0$ ，则用式 (4.28) 或式 (4.29) 中的任何一个就够了，因此只需要一个干涉图。如果 m 与 n 不等，也不等于零，则 B_{nm} 值可从这两个表示式导出，并可取此两值的平均值，因为它们可能由于数字舍入误差而有所不同。

在里默和怀扬特 (Rimmer and Wyant 1975) 提出的另一个计算波面的方法中，干涉图函数 ΔW 以及波面函数 W 用泽耐克 (Zernike) 多项式 (见附录 2) 表示，但基本原理完全相同。

§ 4.5 平行光横向错位干涉仪 (白光补偿)

我们首先讨论使用普通光源的从而需要白光补偿的装置。其中又有两种基本型式，即平行光横向错位和会聚光横向错位。当然，利用象差校正良好的透镜总能将一种形式变换为另一种形式。

§ 4.5.1 以雅满干涉仪为基础的横向错位干涉装置

图 4.13、4.14 和 4.15 是默蒂 (Murty 1964 b) 将雅满 (Jamin) 干涉仪改装成横向错位干涉装置的示意图，其中把普通的扩展光源用一个小孔和被检透镜代替，这个透镜起准直透镜的作用，使进入干涉仪的光束基本平行。如果两边的两块玻璃板彼此精确平行，则出射的两支光束间没有横向错位。要在此系统内引入横向错位，有两种方法。一种方法是使两块平行玻璃板之一绕图 4.13 所示的轴旋转。这时，错位方向垂直于图面。第二种方法示于图 4.14，在此装置中将雅满干涉仪的两块厚玻璃板调节到彼此精确地平行。这可通过观察宽光源产生的零级条纹来实现。然后，把两块完全相同的玻璃板放入两支光路中，并使它们绕如图所示的轴各自向相反的方向转过相同的角度。这用一个简易的

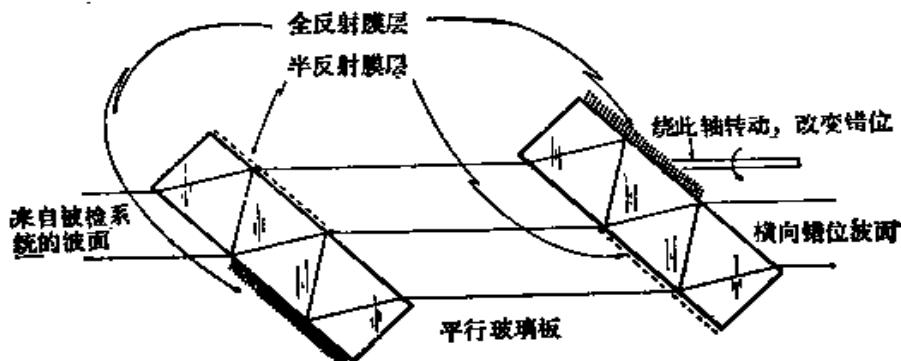


图4.13 雅满干涉仪改成横向错位干涉仪的示意图

如图所示，通过转动端部玻璃板可改变横向错位量

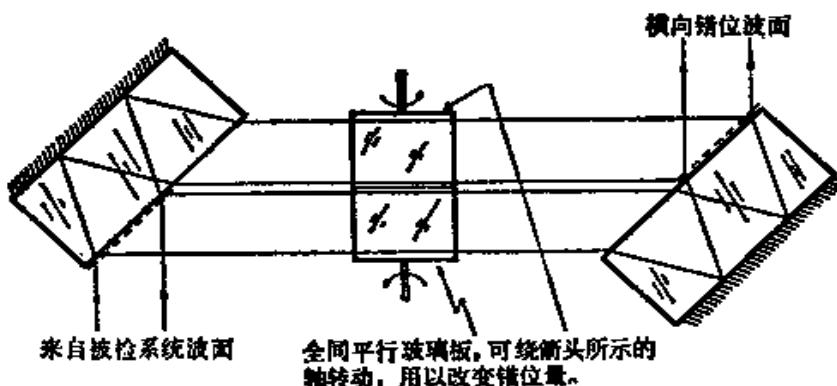


图4.14 将雅满干涉仪改成横向错位干涉仪的另一种形式

其中，两块端部玻璃板始终保持彼此平行。通过旋转放在两支光路

中的两块完全相同的玻璃板产生横向错位。

旋转方向如图所示，彼此相反

齿轮传动装置便可完成。雅满板应足够大，以适应横向错位产生的位移光束。在第二个装置中，把两端的雅满板做成稍带楔形（约几个弧秒），就能在垂直方向上引入一固定的倾斜量。

另一种横向错位干涉装置如图 4.15 所示。这是一种循环式的雅满干涉仪，其中，只需用一块平行板就够了，光路被一个直角棱镜或一个直角反射镜折叠。在这个装置中要得到横向错位，只需用一块平行玻璃板。因为两支光束不论从哪一端通过这块玻

璃板，总是一支光束被抬高，另一支光束被下移，于是就产生了横向错位。对于检验小孔径透镜，看来这是一个非常方便的横向错位干涉仪。将直角棱镜或直角反射镜的直角稍加改变，也可在垂直方向引入波面倾斜。实际上，这种干涉仪也可用于检验直角棱镜或直角反射镜的直角误差，或三面直角棱镜的直角误差。

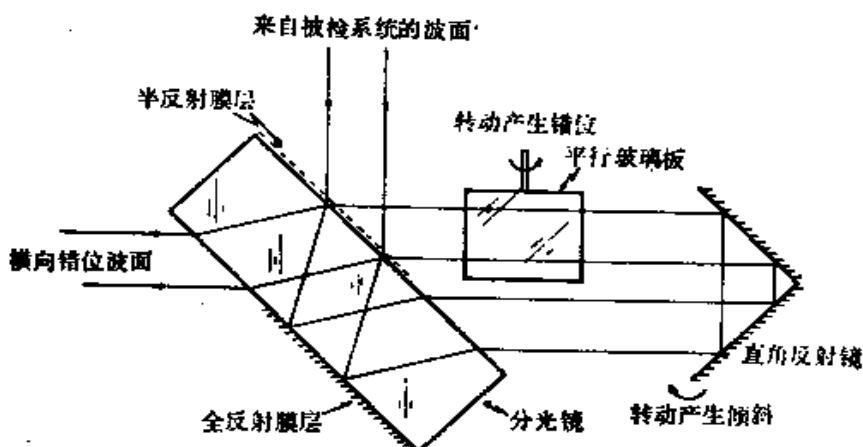


图4.15 将雅满干涉仪改成横向错位干涉仪的另一种装置形式

此装置可认为是一种折叠式的普通雅满干涉仪。为了产生横向错位，只需要一块厚玻璃板作如图所示的转动

§ 4.5.2 以迈克耳逊干涉仪为基础的横向错位干涉装置

当迈克耳逊干涉仪调整在零级干涉位置时就已经进行了白光补偿。普通的以平面镜作为端部反射镜的迈克耳逊干涉仪在平行光路中不能产生横向错位。可是，如果我们用直角棱镜或三面直角棱镜代替这两个平面镜，就能产生横向错位 (Kelsall 1959)，如图 4.16 所示。我们在讨论中假定两个直角棱镜的大小和材料完全相同。当两个棱镜的棱边彼此平行对齐，并且与分光镜的距离精确相等时，从分光镜中看到的两个棱镜的虚象彼此重合，则不产生错位。如果将其中一个棱镜横向移动一定量，则波面将产生二倍的错位量。如果需要很大的错位量，则分光镜必须足够大，以保证错位波面能够通过。同样，直角棱镜（至少其中一个）也

必须足够大。如果使直角棱镜在垂直于错位方向上倾斜，则可引起波面倾斜。如果用的是三面直角棱镜，则不能引起波面倾斜，只能产生单纯的横向错位。

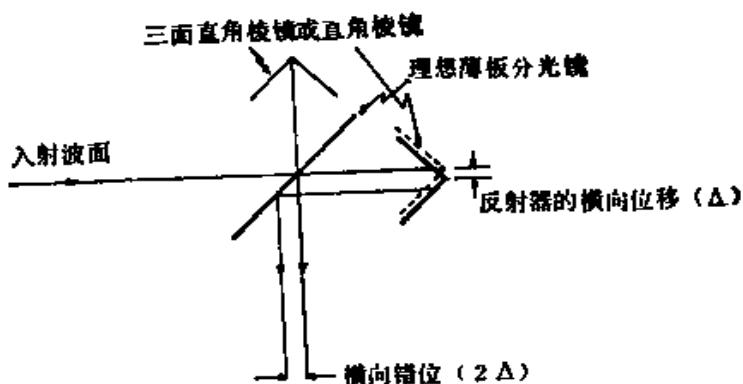


图4.16 将迈克耳逊干涉仪改成横向错位干涉仪的示意图
端部反射镜采用直角棱镜或三面直角棱镜

§ 4.5.3 以循环干涉仪为基础的横向错位干涉装置

循环式干涉仪是这样一种干涉仪，其中两支相干光束在两个方向传播，最后发生干涉。从这个意义上讲，上面讨论过的图4.15所示的雅满干涉仪的变型也可看作是循环式干涉仪。现在研究具有三角形光路的那种典型的循环式干涉仪（Hariharan and Sen 1960）是如何用作横向错位干涉仪的。图4.17所示为一个在准直光路中产生横向错位的典型装置。这里有两种产生横向错位的方法。一种方法是平移其中的一块平面镜，如图4.18所示；另一种方法与图4.15中的作法类似。在对称式干涉仪中，我们可在光路中加入一块平行玻璃板，并使之转动，以产生横向错位。这是一种在实验室也很容易制造的仪器，而且不易受振动和其它影响。图4.19为采用两个半五角棱镜的横向错位干涉装置。其中一个棱镜沿分光面平移就可产生大小可变的错位。

§ 4.5.4 以马赫-曾德尔干涉仪为基础的横向错位干涉装置

图4.20是马赫-曾德尔干涉装置的示意图，其中有两块分光镜和两块平面反射镜。为了在平行光路中产生横向错位，在仪器

必须足够大。如果使直角棱镜在垂直于错位方向上倾斜，则可引起波面倾斜。如果用的是三面直角棱镜，则不能引起波面倾斜，只能产生单纯的横向错位。

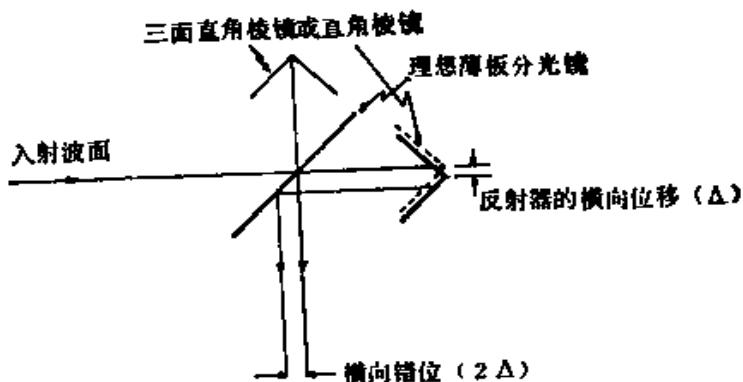


图4.16 将迈克耳逊干涉仪改成横向错位干涉仪的示意图
端部反射镜采用直角棱镜或三面直角棱镜

§ 4.5.3 以循环干涉仪为基础的横向错位干涉装置

循环式干涉仪是这样一种干涉仪，其中两支相干光束在两个方向传播，最后发生干涉。从这个意义上讲，上面讨论过的图4.15所示的雅满干涉仪的变型也可看作是循环式干涉仪。现在研究具有三角形光路的那种典型的循环式干涉仪（Hariharan and Sen 1960）是如何用作横向错位干涉仪的。图4.17所示为一个在准直光路中产生横向错位的典型装置。这里有两种产生横向错位的方法。一种方法是平移其中的一块平面镜，如图4.18所示；另一种方法与图4.15中的作法类似。在对称式干涉仪中，我们可在光路中加入一块平行玻璃板，并使之转动，以产生横向错位。这是一种在实验室也很容易制造的仪器，而且不易受振动和其它影响。图4.19为采用两个半五角棱镜的横向错位干涉装置。其中一个棱镜沿分光面平移就可产生大小可变的错位。

§ 4.5.4 以马赫-曾德尔干涉仪为基础的横向错位干涉装置

图4.20是马赫-曾德尔干涉装置的示意图，其中有两块分光镜和两块平面反射镜。为了在平行光路中产生横向错位，在仪器

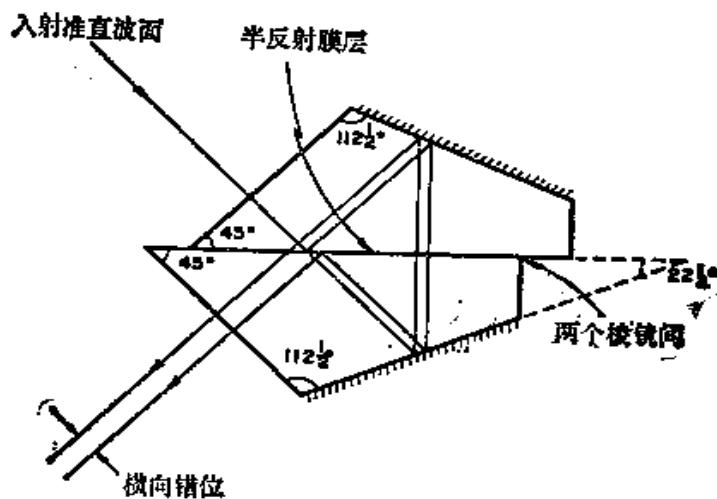


图4.19 以三角形光路干涉仪为基础的横向错位干涉仪示意图

其中用了两个半五角棱镜，使一个棱镜在另一个棱镜上移动，可产生横向错位。此装置适用于检验小孔径光学系统

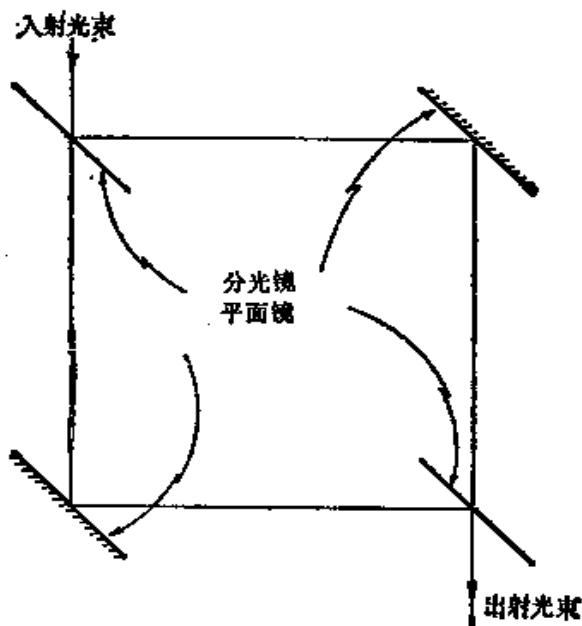


图4.20 用薄板分光的理想的马赫-曾德尔干涉仪示意图

很麻烦，尤其是所有的元件都是分离安装的，而且在每个元件都

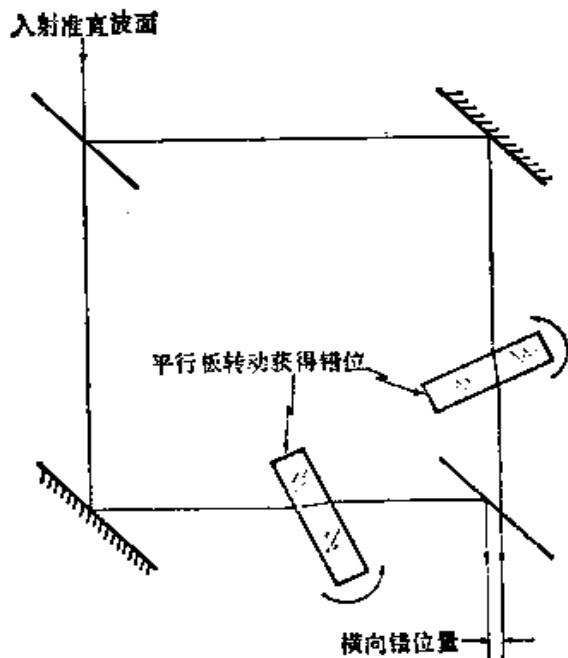


图4.21 马赫-曾德尔干涉仪改成横向错位干涉仪的示意图

两块完全相同的玻璃块分别放在干涉仪的每支光路中，为了产生横向错位，将它们按图示的方向旋转相等的角度

有各自调节倾斜的螺旋的情况下更麻烦。下面我们将了解到，在会聚光路中产生横向错位的马赫-曾德尔干涉仪更为有用。

§ 4.6 会聚光横向错位干涉仪（白光补偿）

§ 4.6.1 以迈克耳逊干涉仪为基础的横向错位干涉装置

图 4.22 是所有会聚光横向错位干涉装置的基本原理图。由于会聚波面近似于球面，并收敛于其曲率中心，所以横向错位干涉仪位于球心附近，故用于会聚光路中的横向错位干涉仪的尺寸总是很小的。图 4.23 所示为理想薄板分光型迈克耳逊干涉仪。来自被检光学系统的会聚光束进入并通过干涉仪时，如果两个平面镜相对分光镜是对称的，并且与分光镜等距，则出射的两个发散球面波没有横向错位，因此整个视场内将看到一个宽的零级条纹。现在假设会聚光束的曲率中心与两个端部反射镜的中心重合，而

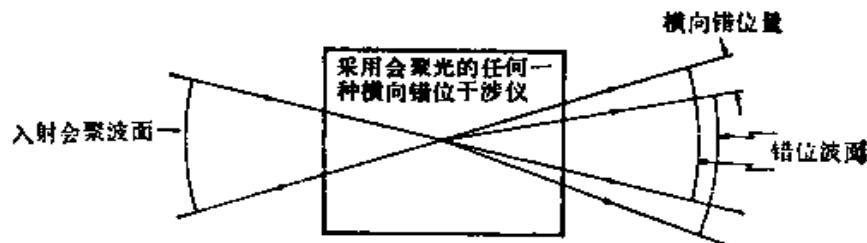


图 4.22 任意类型的会聚光横向错位干涉仪示意图

且其中有一个端部反射镜绕通过曲率中心的横轴转过一个小的角度，则将产生如图 4.24 中所示的横向错位。如果波面有象差，则在错位干涉图中就可看到。如果会聚光束的曲率中心落在平面反射镜的外面一点，造成离焦，则在无象差的情况下将看到常见的直条纹。引人注意的是在垂直方向不能产生倾斜。

实际制造这种干涉仪时，是将两个完全相同的直角棱镜胶合在一起，以产生适当的错位量。实际装置如

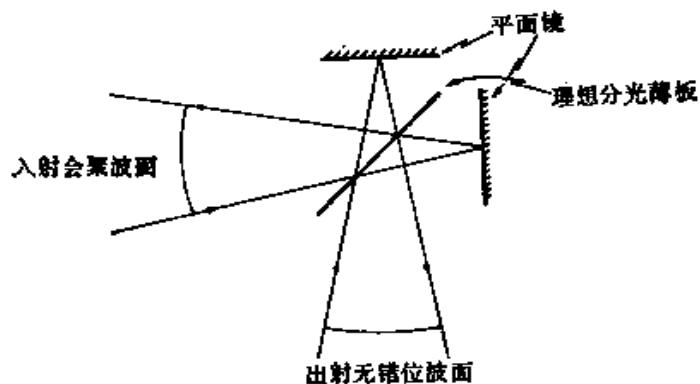


图 4.23 一个理想的迈克耳逊干涉仪用作横向错位干涉仪的示意图

图中两块平面镜精确地对称于分光薄板，并且会聚光束聚焦在这两块反射镜上。在此情况下，横向错位为零

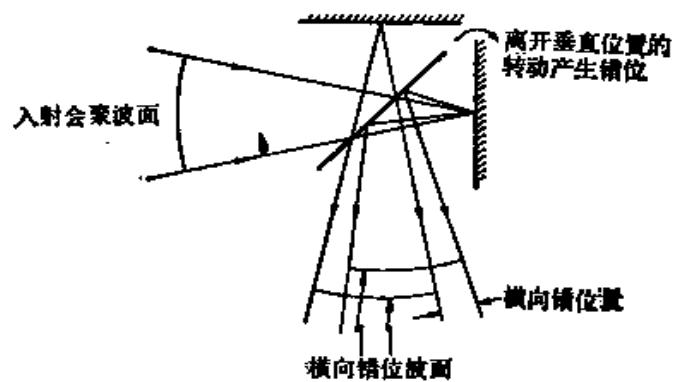


图 4.24 将一个理想的迈克耳逊干涉仪用作横向错位干涉仪时的示意图
令其中一块平面镜绕通过波面会聚点的轴倾斜，则产生如图所示的横向错位

图 4.25 所示。L. 莱努韦尔和 F. 莱努韦尔 (L. Lenouvel and F. Lenouvel, 1938) 可能是这种干涉仪的首创者。几年前, 默蒂 (Murty, 1969)、桑德斯 (Saunders, 1970) 和某些研究者发现这种干涉仪很有用, 也很简易, 并已用于检验光学系统。还可以制作一种与此类似的干涉仪, 采用如图 4.26 所示的方法改变错位量 (Murty,

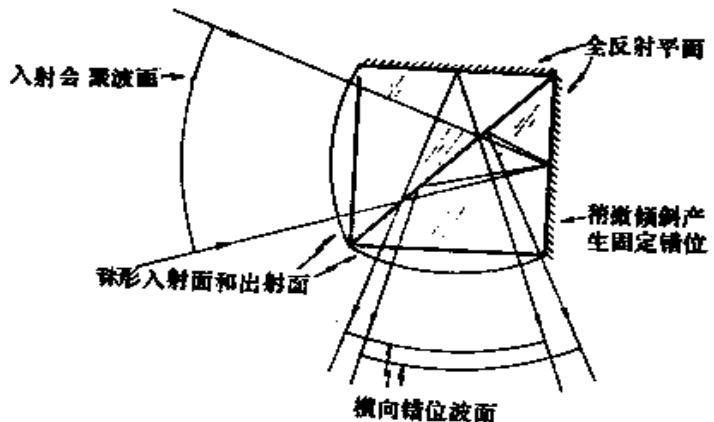


图4.25 胶合立方棱镜式实用横向错位干涉仪示意图

两反射面构成一固定的错位量。入射面和出射面

制成凸球形, 使波面垂直入射和出射

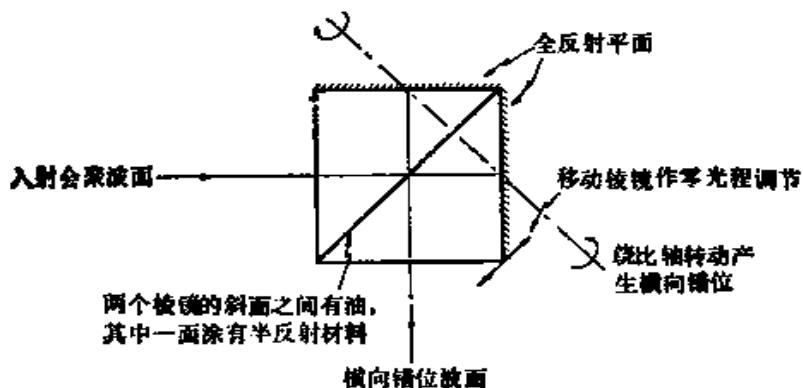


图4.26 以迈克耳逊干涉仪为基础的横向错位干涉仪示意图

其中绕图示的轴旋转一个或两个棱镜时可改变横向错位量

1970)。这时在两个斜面间用了折射液, 并通过一个合适的装置使其中一个棱镜绕某个轴转动 (参看图 4.26)。可以把入射面和出射面作成球形, 使入射光和出射光与表面近似垂直。

§ 4.6.2 以马赫-曾德尔干涉仪为基础的横向错位干涉仪

现在研究如图 4.27 所示的、带有分光薄板的理想马赫-曾德尔干涉仪。图上表明会聚波面聚焦在两块平面镜上。如果其中一块平面镜绕通过此焦点的横轴转动，则从干涉仪出射的两支光束间将产生横向错位。另外，如果第二块分光镜绕如图 4.27 所示的轴倾斜，则在垂直于错位方向上将产生波面倾斜。这个倾斜量的引入是这种干涉仪的一个重要优点。也可使波面聚焦在第二个分光面上，这时平面镜的作用和分光镜的作用互相交换。

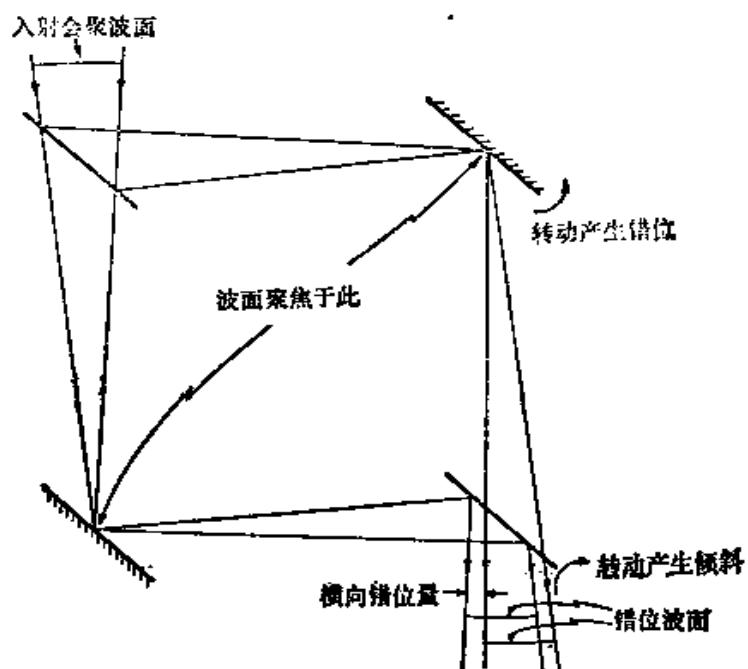


图 4.27 以马赫-曾德尔干涉仪为基础的横向错位干涉仪示意图

其中会聚波面聚焦在如图所示的两个平面镜上

一个由两块分光镜和两块平面镜组成的，而且每个光学零件都各自独立地装在能作各种调节的底座上，这样的装置是很难迅速调整的。因此，我们举出几种根据马赫-曾德尔干涉仪为 基础的原理制作的，预先校正好的横向错位干涉装置的例子。其中用

得最多的是实心玻璃棱镜。图 4.28 是从图 4.27 所示的装置直接演变过来的，是由桑德斯 (Saunders 1965) 设计的。在分光镜和平面镜之间的空间是玻璃材料。会聚光聚焦的两个反射面做得彼此平行，但与分光面不平行，这样可产生固定的横向错位量。为了得到如图 4.28 所示的两个完全一样的棱镜，一般先加工一个棱镜，然后将它切割成两个。此装置中，如果胶合两个棱镜时，胶层稍带楔形，则波面可以绕垂直轴倾斜。图 4.29 是默蒂设计

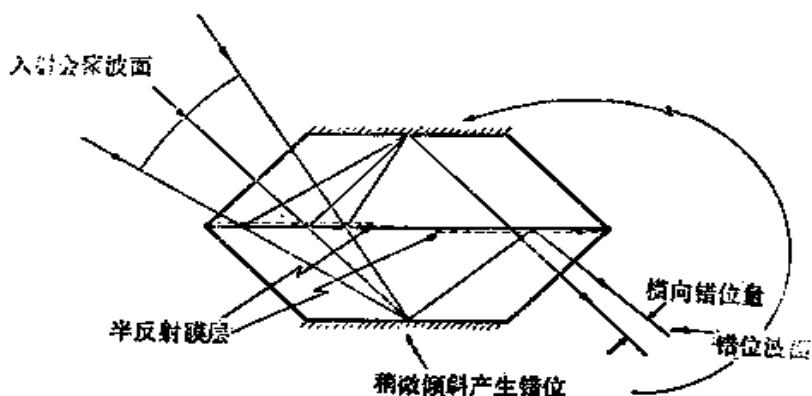


图 4.28 由图 4.27 所示装置演变而成的实体横向错位干涉仪示意图

的一个横向错位量可变的装置。其中两个斜方棱镜胶合在一起，胶合面构成分光面；第二个分光镜是一个立方棱镜。这时，入射波面的曲率中心聚焦于立方棱镜的中心。使立方棱镜绕通过其中心的轴旋转，就能在一定范围内改变错位量。适当地倾斜反射面就可得到固定的倾斜量。

默蒂提出的以马赫-曾德尔干涉仪为基础的另一种横向错位

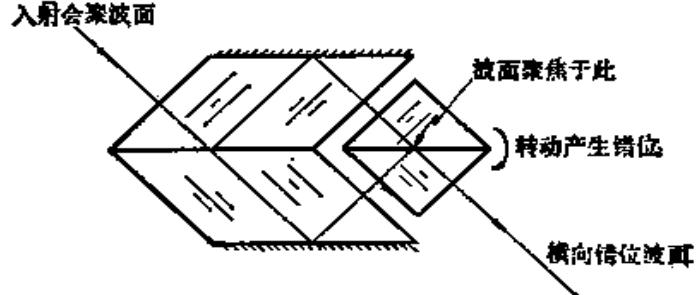


图 4.29 以马赫-曾德尔干涉仪为基础的，错位量可变的横向错位干涉装置示意图

会聚光束聚焦于立方棱镜的中心，立方棱镜通过其中心的轴旋转时，可产生大小可变的横向错位

通过其中心的轴旋转，就能在一定范围内改变错位量。适当地倾斜反射面就可得到固定的倾斜量。

干涉装置示于图 4.30。我们可设想有两个平凸透镜，其中心厚度约为球面曲率半径的一半。两透镜的顶端磨成一个小平面，并镀上合适的反射膜层。这两个平面做得与分光面稍微倾斜。可认为这个装置与图 4.28 所示的装置几乎相同。由于入射面与出射面是球面，所以便于通过大数值孔径的光束。

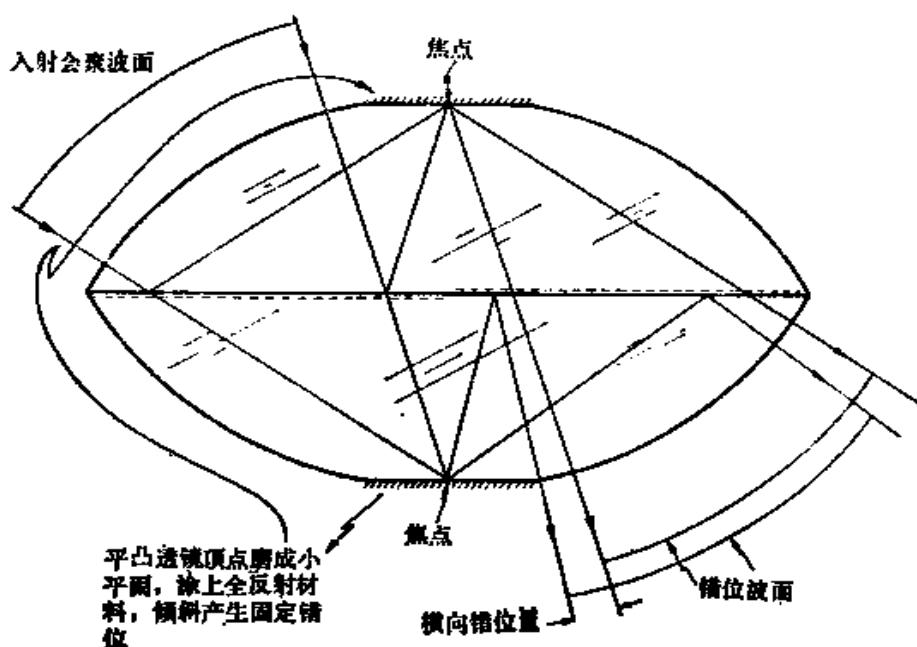


图4.30 由两个厚的平凸透镜制成的横向错位干涉仪示意图

另一个由桑德斯 (Saunders 1964 a) 设计的从马赫-曾德尔干涉仪演变来的装置示于图 4.31。其中的两个棱镜可以从同一个角度为 $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 60^\circ$ 和 $\gamma = 100^\circ$ 的棱镜上切下。会聚波面在棱镜内分别聚焦于两斜面上。假设用一直线连接这两个焦点，则当两个棱镜绕此直线向相反方向转动时，就可获得横向错位。这个装置很容易做成具有固定错位量的干涉仪。在入射面和出射面上胶合适当的平凸透镜，可使制成的仪器本身完全无象差。在两个棱镜之间的胶合面上各自镀一半面积的分光膜，并且使胶层做成适当的楔形，这样也能使波面产生倾斜。

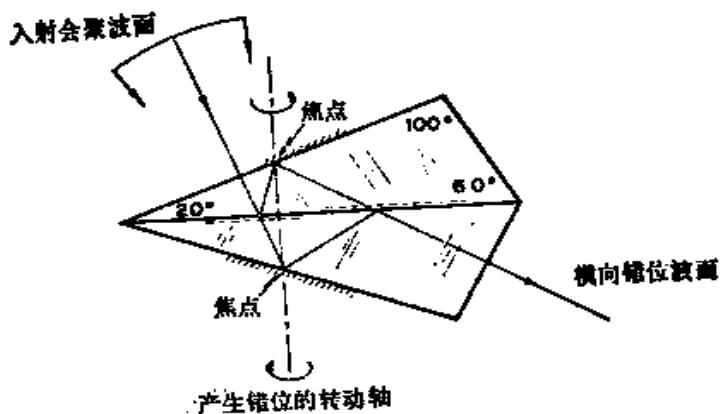


图4.31 由两个棱镜组成的横向错位干涉仪示意图

全聚光束聚焦于两斜面上，绕如图所示的轴转动两个棱镜时可得到横向错位。把两个棱镜胶合后就成了一个具有固定错位量的干涉仪

§ 4.7 应用激光器的横向错位干涉仪

如前所述，任何白光补偿的横向错位干涉仪都可用激光器作光源，但当取消补偿要求时，就可设计出结构更简单、使用更方便的干涉仪。使用最方便的激光器是功率为几毫瓦的、波长为6328埃的氮-氖激光器。一种最简单的横向错位干涉仪是默蒂(Murty 1964 a)设计的平行平板干涉仪。图4.32是这个干涉

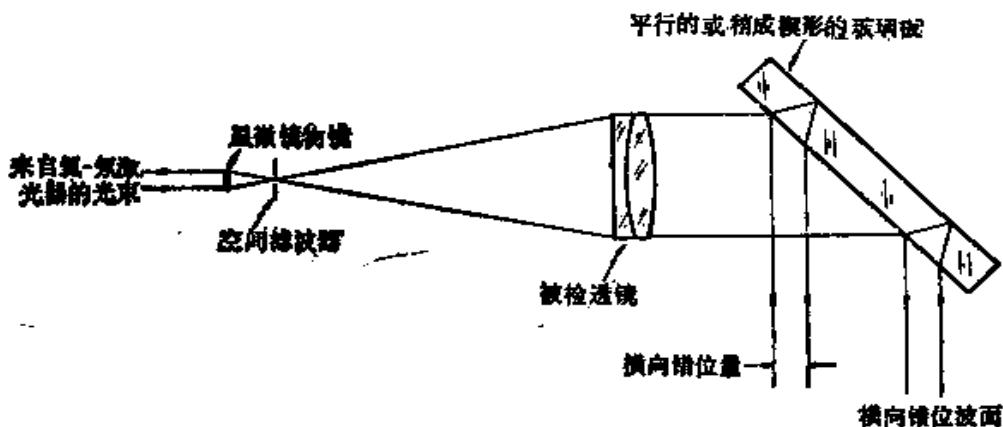


图4.32 使用激光光源和平行玻璃板的横向错位干涉仪示意图
仪的示意图。激光器发出的光由显微物镜聚焦于准直透镜焦点处

的针孔上。准直光束投射在通常两面都不镀膜的平行玻璃板上，光束从玻璃板的前后两表面反射。由于玻璃板有一定的厚度，因此产生一横向错位量。一块厚度为 t ，折射率为 N 的玻璃板对入射角为 i 的光束产生的横向错位量 S 由下式给出 (Malacara 1965 a)

$$S = t \sin 2i (N^2 - \sin^2 i)^{-1/2} \quad (4.30)$$

图 4.33 是 $N = 1.515$ 的玻璃工作在 6328 埃时， S/t 随 i 的变化曲线。由此曲线看出，当入射角为 50° 时， S/t^* 有一个约为 0.8 的最大值。因此，在实际装置中用 45° 入射角是很合适的。

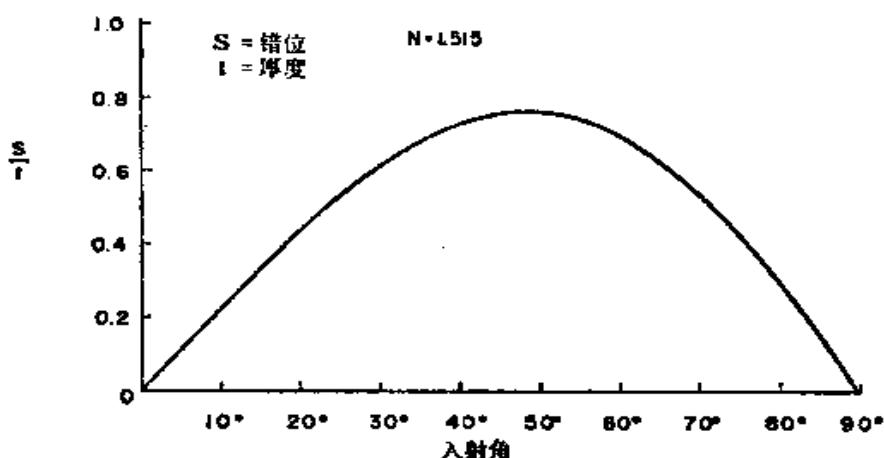


图 4.33 一块典型硼硅冕玻璃板的 S/t 值随入射角变化的曲线

由此曲线看出，入射角为 50° ， S/t 达最大值是很合适的

在平行玻璃板的前后表面都镀上反射材料可以增加干涉条纹的强度。如果这样，则二次反射将有足够的强度，能显示出模糊的二次错位干涉图，因此最好用未镀膜的板。图 4.34 是检验大凹面镜用的改进型装置。如果镜面不是球面，则可在系统内插入一个适当的补偿系统。如果把错位板做成稍带楔形，则可在垂直于错位方向引入一固定的波面倾斜量，这时光楔两面的交线平行于图 4.34 所示的图面。

平行板干涉仪的另一种改型装置 (Hariharan 1975) 示于图

* 原文误为 S —— 校注。

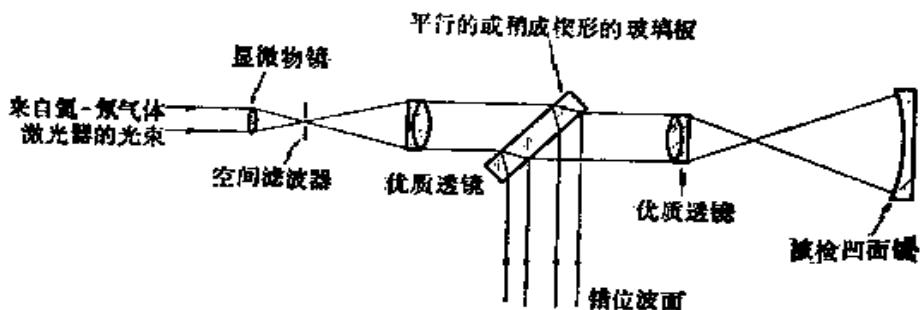


图4.34 检验大凹面镜用的平行板干涉仪示意图

4.35。其中，用两块分离平板作为两个反射面。这两块平板的内表面未镀膜，所以光线在这两个面上有约 4% 的反射。在这两块板的外表面上镀优质增透膜，所以它们不反射光线。其中一块玻璃板装在可移动的平台上，所以两板间的空气隙是可变的，因而可得到可变的错位量。也可以在平面框架上安装调整垂直度的机构，以便引入波面倾斜量。由于反射面是分开的，不象在单个平行玻璃板中那样是一个整体，所以干涉条纹的稳定性取决于机座

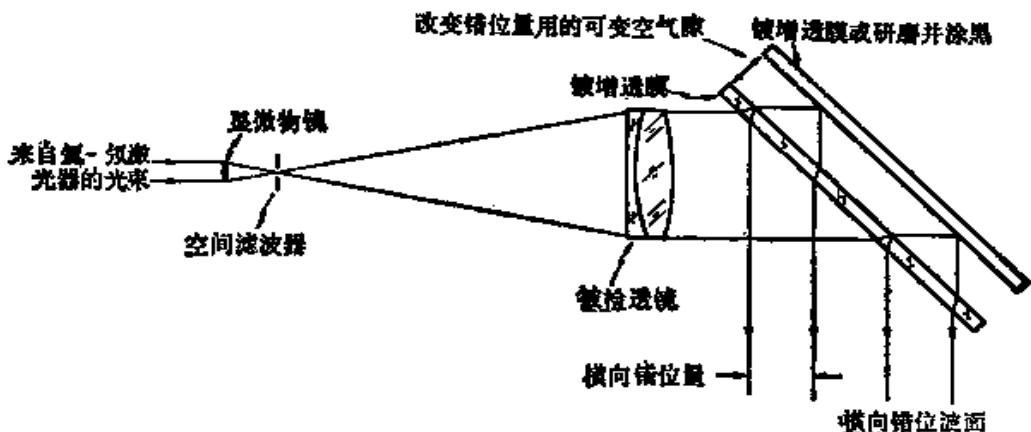


图4.35 采用两块分离式玻璃板的改型平行板干涉仪

利用两玻璃板的内表面反射产生横向错位，而外表面镀增透膜。移动后面一块玻璃板改变空气间隙，可改变横向错位量

和专用装置的稳定性。

图 4.4~4.11 中的各种横向错位干涉图都可用图 4.32 所示的激光干涉仪获得。即使用一块未镀膜的玻璃板，也能在照明较

暗的房间中看到投影在毛玻璃上的具有足够强度的干涉条纹，只需几分之一秒的曝光时间就能够拍摄这种条纹的照片。

§ 4.7.1 平行板干涉仪的其它应用

平行板干涉仪的一个最有效的用途是检验透镜的准直性。在图 4.32 中，如果针孔没有调整在透镜的焦点处，则出射光束将稍稍发散或会聚。这时错位干涉图将如图 4.4 a 和 c 所示。只有当针孔与准直透镜的焦点重合时，两个错位波面的重叠区才没有条纹，如图 4.4 b 所示。如果用一块楔形玻璃板来检验光束的准直性，则可作出更精确的判断。这时，使楔形板首先垂直于准直透镜的出射光束，反射光束显示出指示楔形方向的等厚干涉条纹。由于这时的错位量为零，所以光束稍不准直也没有关系。将平板玻璃在其自身平面内转动，直到等厚干涉条纹成水平为止。然后，绕垂直轴转动平板玻璃，使入射角约为 45° 。如果针孔稍微偏离焦点，则错位条纹不再是水平的而是倾斜的。这时纵向移动透镜，当出现水平条纹时就可断定针孔与焦点重合。针孔通过焦点时的干涉条纹如图 4.5 所示。

平行板干涉仪的另一个用途是测定玻璃试样的不均匀性。试样做成平行玻璃板，并夹在两个优质平板之间，用合适的折射液接触，再把这个夹层玻璃放在准直透镜和错位板之间，如图 4.36 所示。由于通过试样前的波面是一个完善的平面波，所以试样的

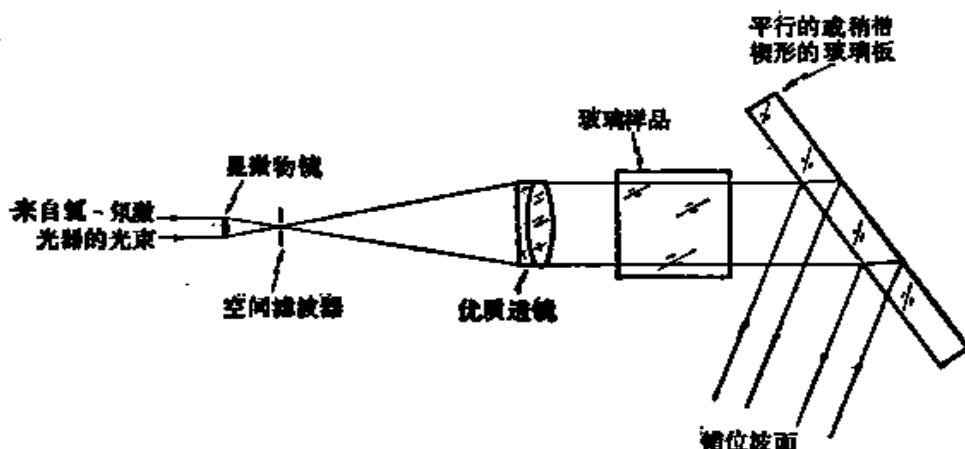


图4.36 检验玻璃试样不均匀性的平行板干涉仪示意图

任何不均匀性都将使通过试样的波面发生变形，此变形波面在横向错位干涉时将显示出试样的不均匀性。用这个方法可以很容易地揭示出材料内部的折射率变化。准直透镜和错位板之间的这个空间也可用作流动、扩散和其它方面的研究。

平行板干涉仪的再一个用途是测量大凹球面或非球面的面形缺陷，所用的仪器由马拉卡拉（Malacara 1965 a）设计，如图 4.37 所示。该系统有两个校正良好的透镜，其中第一个用于准直光束。错位板位于两个透镜之间。这个仪器的另一用途是测量凹球面的曲率半径，如图 4.37 所示（Murty and Shukla 未发表）。测量凹面时，必须向右移动第二个透镜，使其焦点与凹面镜的顶点重合，然后再向左移，使其焦点与凹面镜的曲率中心重合。在作这两次对准时，反射回来的波面是平面，因此看到的干涉场究竟是均匀一片的还是含有水平条纹的，这取决于所用的玻璃板是理想的平行板还是楔形板。透镜在这两个位置间的位移量需要用其

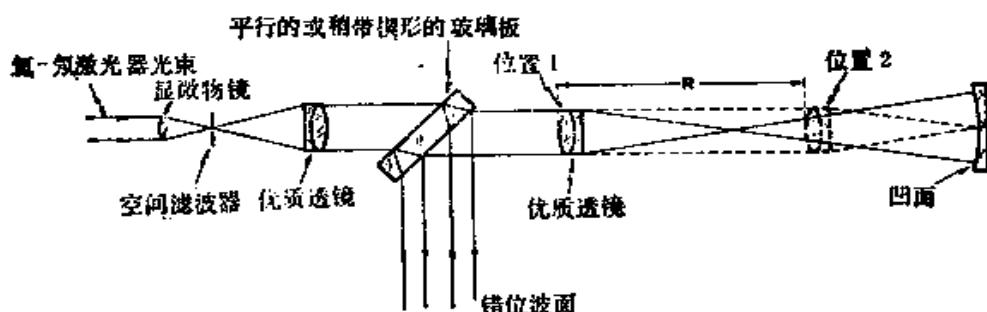


图4.37 测量凹球面曲率半径用的平行板干涉仪示意图

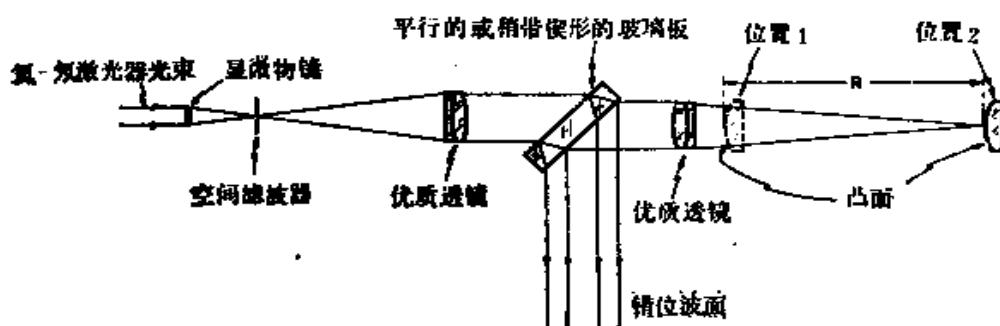


图4.38 测量凸球面曲率半径用的平行板干涉仪示意图

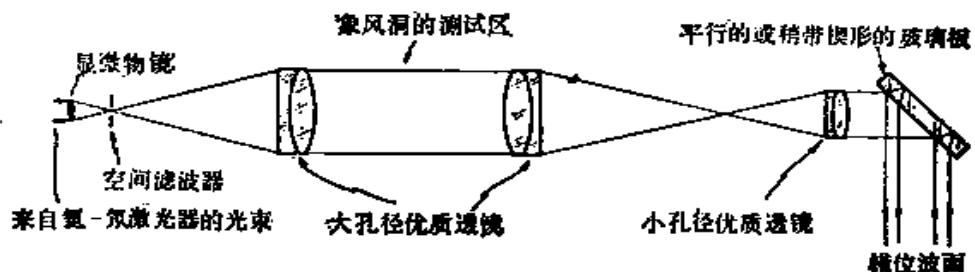


图4.39 在光束会聚点处利用平行薄板产生错位的横向错位干涉仪

他办法精确测定。图4.38是测量凸面时的装置图。这时，能测的最大曲率半径略小于第二个透镜的焦距。作上述各种用途时，准直透镜的质量必须是很好的，其中有些已由马拉卡拉(Malacara 1956)设计出来了。

如图4.39所示，在系统的焦点上，放有一片很小的平行薄玻璃板(Tanner 1965)。激光束由第一个透镜准直，通过足够长的准直区，又被第二个透镜聚焦。在非常接近此焦点处放置一块薄玻璃板，并使入射角约为 45° 。从图4.40容易看出，由于光束从薄板的两个面反射时，两个反射象之间产生纵向分离，因此不可能获得单纯的横向错位。

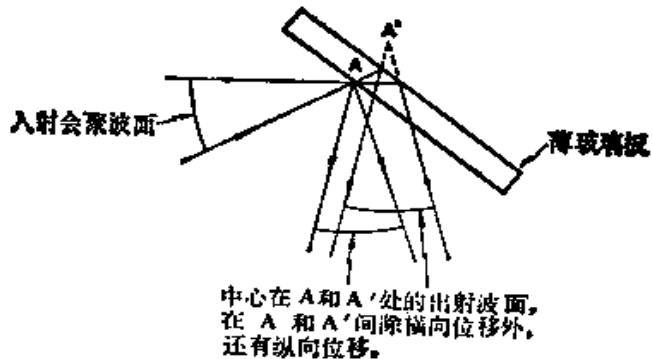


图4.40 说明把薄玻璃板放于焦点时不能获得单纯横向错位的光路图

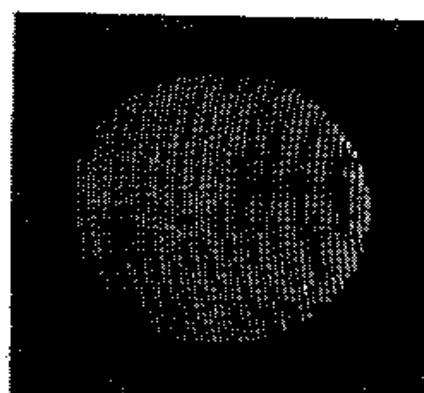


图4.41 用图4.39所示干涉仪得到的典型横向错位干涉图

位，其结果是，即使对校正良好的光学系统，其横向错位条纹也稍有弯曲，如图4.41所示。即使此系统中用的是一块非常薄的、带楔形的玻璃板，或者是空气模式的平板，也只能得到很有限的横向错位量，因此最好使用为进行大口径风洞研究和均匀性测量而设计的系统，该系统如图 4.42 所示。

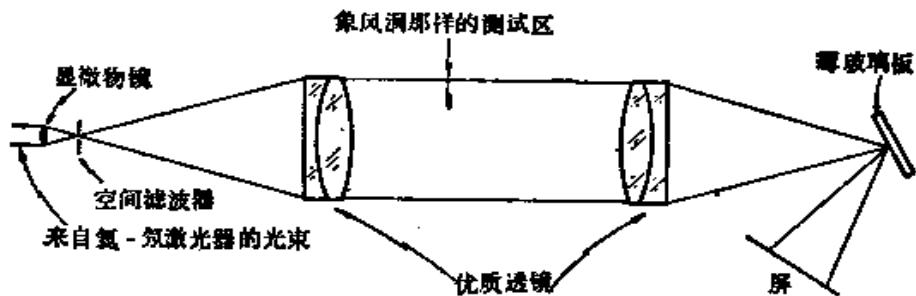


图4.42 用于大口径风洞研究的平行板干涉装置示意图

如图 4.43 所示，平行板干涉仪可修改成能直接用于发散光或会聚光中产生横向错位的装置 (Malacara 等人，1975)。可是，在这种修改装置中总是有一定量的径向错位与横向错位掺杂在一起，因此其应用也受到限制。

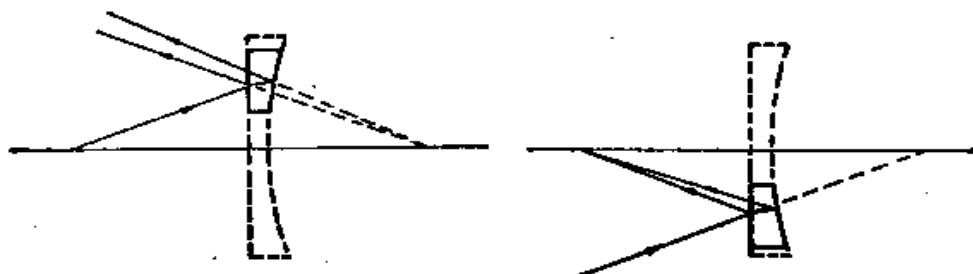


图4.43 改用于会聚波面或发散波面的平行板干涉仪

§ 4.8 其它类型的横向错位干涉仪

至此，我们只研究了将半反射面作为分光镜产生振幅分割的干涉仪。还有若干其它型式的干涉仪也能产生横向错位，其中应用了其它的光学原理。这里，我们只对此作简单的介绍，因为其中有一些将在其它章节中更详细地讨论。

§ 4.8.1 基于衍射原理的横向错位干涉仪

假定有一束会聚光入射在一个周期为 d 的透射式衍射光栅上，其中心光线垂直于光栅，聚焦点与光栅面重合。设会聚光束的锥顶角是 2α ，利用常用的衍射光栅公式，我们可将中心光线的一级衍射角 θ 表示为

$$\sin \theta = \lambda / d \quad (4.31)$$

如果适当选择 d 值，则零级光束和一级光束呈现为互相交叉的圆，如图 4.44 所示。当然，更高级次的光束也将出现，可是级数越高，光束强度将越弱。但也能得到只出现零级和一级光束的光栅。假定，原始波面的象差保存在零级和一级光束内，这在适当的衍射角下使用光栅时是正确的。同时，为了避免混淆，这两个一级光束必须彼此不重叠。因此，要满足这个条件，就应有

$$\theta \geq \alpha \quad (4.32)$$

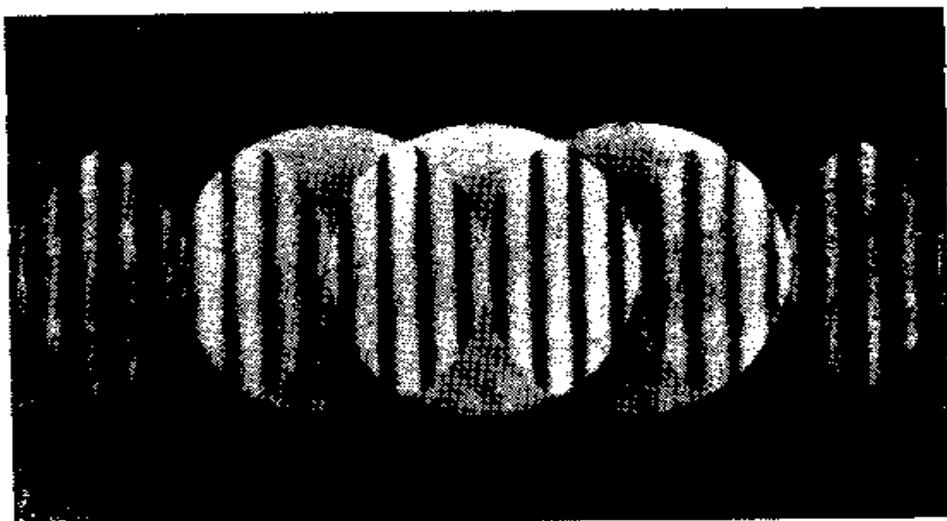


图4.44 朗奇光栅干涉仪选用适当栅距时的典型朗奇干涉图

两个一级光束正好彼此相切，并通过零级光束的中心

这意味着

$$d \leq 2\lambda / f \text{ 数} \quad (4.33)$$

在极限情况下，两支光束正好彼此相切，如图 4.44 所示，此时式 (4.33) 中取等号。因此，光栅的选择取决于系统的 f 数。例如，

设系统的 f 数 = 5、 $\lambda = 0.5$ 微米，则 d 值为 5 微米。因此这时必须用每毫米 200 条线的光栅。另一点值得提出的是光栅干涉仪是白光补偿的，因此如果用大小适当的针孔得到小的强光源，则原则上也可以使用普通光源。当然也可以使用氮-氖激光作光栅干涉仪的光源，这是很方便的。通过记录激光作光源时两平面波之间产生的干涉条纹，可以制成各种不同周期的光栅。改变两平面波之间的夹角就可以得到不同的周期。这样，这些光栅就可用于上述用途。这种型式的干涉仪是由朗奇 (Ronchi 1923) 提出的，并且发表过许多有关文章 (Ronchi 1964)。

由上所述看出，横向错位量为光束直径的一半左右是比较合适的。因此，用单个光栅不可能得到较小的、不混杂的横向错位量。可是，用怀扬特 (Wyant 1973) 设计的双频光栅可得到任意小的错位量。在这种光栅上记录有两个明显不同的频率。选择其中较低的那个频率时，要使零级光束和一级光束明显地分开，选择较高的那个频率时，则应使其给出两个一级光束与低频的一级光束产生错位干涉。光束形状示于图 4.45。插入另一个与原光栅完全相同的光栅，并将其调节到与原光栅垂直，就可在子午和

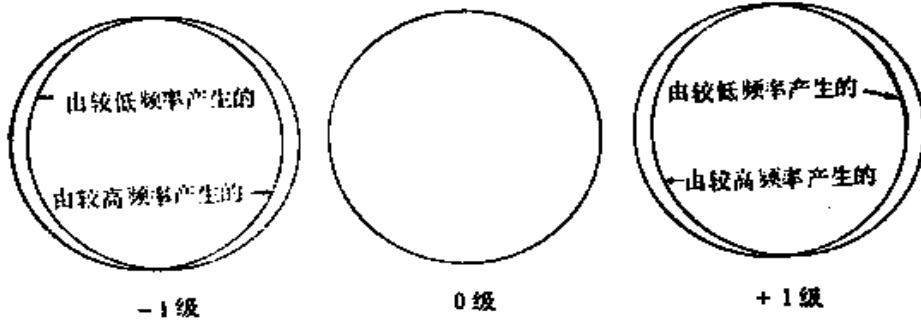


图4.45 用双频光栅时干涉和衍射光束的典型外形

弧矢两个方向上同时获得错位，如图 4.46 所示。图 4.47 是用两个完全相同的彼此垂直并接触的双频光栅得到的会聚波面典型横向错位干涉图。在同一照相底版上也可记录两个彼此垂直的双频光栅。

里默和怀扬特 (Rimmer and Wyant 1975) 提出了利用两

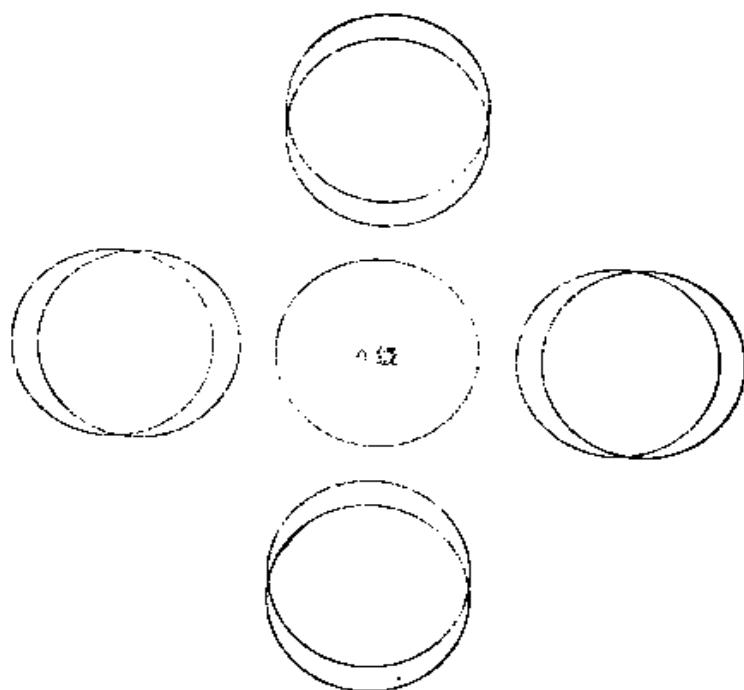


图4.46 用两个彼此垂直的双频光栅，在弧矢和子午方向同时得到横向错位时，横向错位干涉图的外形

一个频率相同且彼此交叉的光栅以获得可变错位的技术。这时，其中一个光栅的微小转动都会引起错位量的变化。图 4.48 是错位的状态，可将它与图 4.46 作一比较。这种系统在需要改变错位量时是很有用的。这个原理后来被马拉卡拉和马立克 (Malacara and Mallick 1976) 用于进行非球面的补偿检验。

§ 4.8.2 基于偏振原理的横向错位干涉仪

当一束非偏振光入射到任何双折射材料上时，都会产生两束互相垂直的偏振光。可是，这两束互相垂直的偏振光并不产生干涉，因为它们是非相干的。但是，如果有一束偏振光照射在这样的材料上，则出射的振动方向互相垂直的偏振光是相干光，因此可以产生干涉。有许多象渥拉斯顿棱镜那样的偏振棱镜，利用这种棱镜可从一束平面偏振的入射光获得两束互相垂直的偏振光。利用这种双象棱镜，设计出了许多干涉仪，其中有些是横向错位干涉仪。这在第三章已经进行了较详细的讨论。

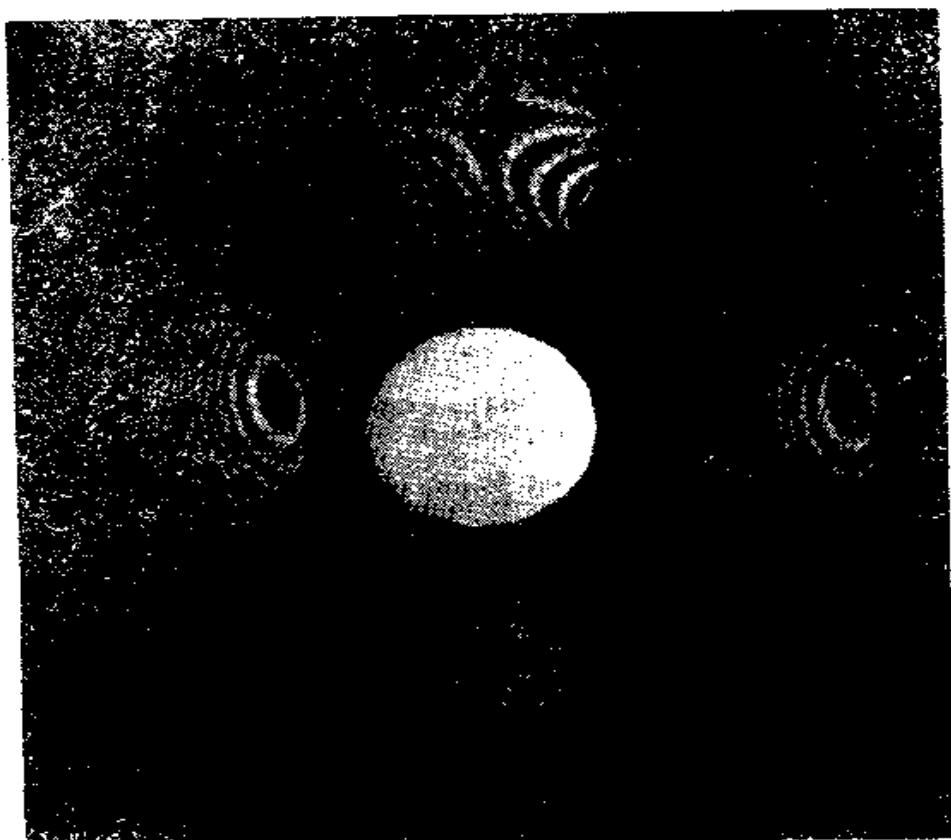


图4.47 典型的双频光栅干涉图

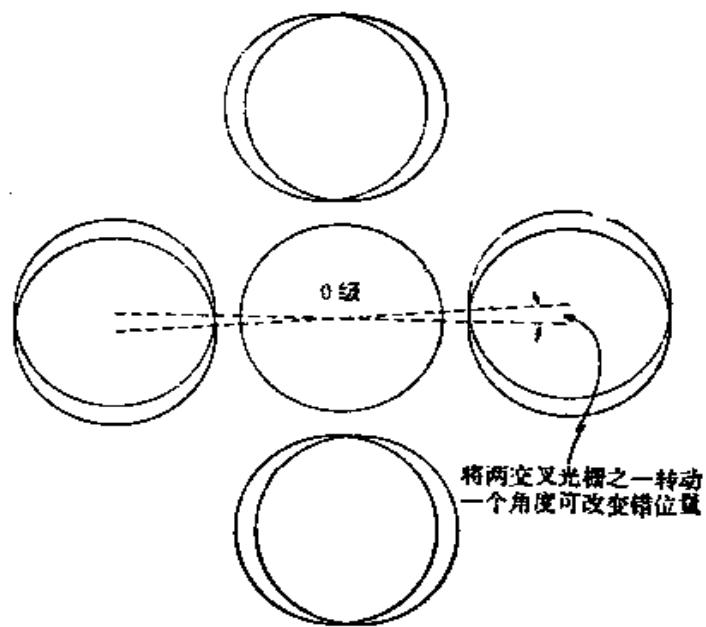


图4.48 另一个在子午和弧矢方向同时得到横向错位的方法

这里两个频率相同的交叉光栅彼此接触，相对转动其中一个光栅可以改变错位量

参考文献

- Dutton, D., A. Cornejo, and M. Latta, "A Semiautomatic Method for Interpreting Shearing Interferograms," *Appl. Opt.*, 7, 125 (1968).
- Hariharan, P., "Simple Laser Interferometer with Variable Shear and Tilt," *Appl. Opt.*, 14, 1056 (1975).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Cyclic Shearing Interferometer," *J. Sci. Instrum.*, 37, 374 (1960).
- Kelsall, D., Thesis, University of London, 1959; *Proc. Phys. Soc.*, 73, 465 (1959).
- Lenoir, L. and F. Lenoir, "Etude des Faisceaux Convergents" (Convergent Beams Study), *Rev. Opt. Theor. Instrum.*, 17, 350 (1938).
- Malacara, D., *Testing of Optical Surfaces*, Ph.D. Thesis, Institute of Optics, University of Rochester, New York, 1965a.
- Malacara, D., "Two Lenses to Collimate Red Laser Light," *Appl. Opt.*, 4, 1652 (1965b).
- Malacara, D. and S. Mallik, "Holographic Lateral Shear Interferometer," *Appl. Opt.*, 15, 2695 (1976).
- Malacara, D. and M. Mendez, "Lateral Shearing Interferometry of Wavefronts Having Rotational Symmetry," *Opt. Acta*, 15, 59 (1968).
- Malacara, D., A. Cornejo, and M. V. R. K. Murty, "A Shearing Interferometer for Convergent or Divergent Beams," *Bol. Inst. Tonantzintla*, 1, 233 (1975).
- Murty, M. V. R. K., "The Use of a Single Plane Parallel Plate as a Lateral Shearing Interferometer with a Visible Gas Laser Source," *Appl. Opt.*, 3, 531 (1964a).
- Murty, M. V. R. K., "Some Modifications of the Jamin Interferometer Useful in Optical Testing," *Appl. Opt.*, 3, 535 (1964b).
- Murty, M. V. R. K., "Fabrication of Fixed Shear Cube Type Shearing Interferometer," *Bull. Opt. Soc. India*, 3, 55 (1969).
- Murty, M. V. R. K., "A Compact Lateral Shearing Interferometer Based on the Michelson Interferometer," *Appl. Opt.*, 9, 1146 (1970).
- Murty, M. V. R. K. and D. Malacara, "Some Applications of the Gas Laser as a Source of Light for the Testing of Optical Systems," Proceedings of the Conference on Photographic and Spectroscopic Optics, Tokyo and Kyoto, 1964, *Jap. J. Appl. Phys.*, 4, Suppl. I, 106 (1965).
- Nystonen, D. and J. M. Jerka, "Lens Testing with a Simple Wavefront Shearing Interferometer," *Appl. Opt.*, 12, 2061 (1973).
- Rimmer, M. P., "A Method for Evaluating Lateral Shearing Interferograms," *Itek Corp. Internal Report* No. 72-5802-1, 1972.
- Rimmer, M. P. and J. C. Wyant, "Evaluation of Large Aberrations Using a Lateral-Shear Interferometer Having Variable Shear," *Appl. Opt.*, 14, 142 (1975).
- Ronchi, V., *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa*, 15 (1923).
- Ronchi, V., "Forty Years of History of a Grating Interferometer," *Appl. Opt.*, 3, 437 (1964).
- Saunders, J. B., "Measurement of Wavefronts without a Reference Standard I: The Wavefront Shearing Interferometer," *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, 65B, 239 (1961).
- Saunders, J. B., "Wavefront Shearing Prism Interferometer," *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, 68C, 155 (1964a).
- Saunders, J. B., "Interferometer Test of the 26-Inch Refractor at Leander McCormick Observatory," *Astron. J.*, 69, 449 (1964b).
- Saunders, J. B., "Some Applications of the Wavefront Shearing Interferometer," Proceedings of the Conference on Photographic and Spectroscopic Optics, Tokyo and Kyoto, 1964, *Jap. J. Appl. Phys.*, 4, Suppl. I, 99 (1965).
- Saunders, J. B., "A Simple Interferometric Method for Workshop Testing of Optics," *Appl. Opt.*, 9, 1623 (1970).
- Saunders, J. B. and R. J. Bruning, "A New Interferometric Test and Its Applications to the 84-Inch Reflecting Telescope at Kitt Peak National Observatory," *Astron. J.*, 73, 415 (1968).
- Tanner, L. H., "Some Laser Interferometers for Use in Fluid Mechanics," *J. Sci. Instrum.*, 42, 834 (1965).
- Wyant, J. C., "Double Frequency Grating Lateral Shear Interferometer," *Appl. Opt.*, 12, 2057 (1973).

- Ashton, A. and A. C. Marchant, "A Scanning Interferometer for Wavefront Aberration Measurements," *Appl. Opt.*, 8, 1953 (1969).
- Bates, W. J., "A Wavefront Shearing Interferometer," *Proc. Phys. Soc.*, 59, 940 (1947).
- Briers, J. D., "Prism Shearing Interferometer," *Opt. Technol.*, 1, 196 (1969).
- Briers, J. D., "Self-Compensation of Errors in a Lateral Shearing Interferometer," *Opt. Commun.*, 4, 69 (1971).
- Briers, J. D., "Interferometric Testing of Optical Systems and Components: A Review," *Opt. Laser Technol.*, 4, 28 (1972).
- Brown, D. S., "A Shearing Interferometer with Fixed Shear, and Its Application to Some Problems in the Testing of Astro-Optics," *Proc. Phys. Soc.*, B67, 232 (1954).
- Brown, D. S., "The Application of Shearing Interferometry to Routine Optical Testing," *J. Sci. Instrum.*, 32, 137 (1955).
- Bryngdahl, O., "Applications of Shearing Interferometry," in *Progress in Optics*, Vol. 4, E. Wolf, Ed., North-Holland, Amsterdam, 1964, Chap. II, p. 39.
- De Vany, A. S., "Some Aspects of Interferometric Testing and Optical Figuring," *Appl. Opt.*, 4, 831 (1965).
- De Vany, A. S., "Quasi-Ronchigrams as Mirror Transitive Images of Shearing Interferograms," *Appl. Opt.*, 9, 1477 (1970).
- De Vany, A. S., "Using a Murty Interferometer for Testing the Homogeneity of Test Samples of Optical Materials," *Appl. Opt.*, 10, 1459 (1971).
- De Vany, A. S., "Scanning Murty Interferometer for Optical Testing," *Appl. Opt.*, 11, 1467 (1972).
- Donath, E. and W. Carlough, "Radial Shearing Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, 53, 395 (1963).
- Drew, R. L., "A Simplified Shearing Interferometer," *Proc. Phys. Soc.*, B64, 1005 (1951).
- Gates, J. W., "Reverse Shearing Interferometry," *Nature*, 176, 359 (1955).
- Haberland, E., "Über Linsenfehler für schiefes Bündel" (Upon the Lens Aberration with Oblique Bundles), *Z. Phys.*, 24, 285 (1924).
- Hariharan, P., W. H. Steel, and J. C. Wyant, "Double Grating Interferometer with Variable Lateral Shear," *Opt. Commun.*, 11, 317 (1974).
- Kelly, J. G. and R. A. Hargreaves, "A Rugged Inexpensive Shearing Interferometer," *Appl. Opt.*, 9, 948 (1970).
- Komissaruk, V. A., "The Displacement Interferogram in the Case of a Wavefront Having Rotational Symmetry," *Sov. J. Opt. Technol.*, 36, 456 (1969).
- Langenbeck, P., "Improved Collimation Test," *Appl. Opt.*, 9, 2590 (1970).
- Langenbeck, P., "Modifying a Shear Interferometer to Obtain a Neutral Reference Beam," *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 172 (1971).
- Lohmann, A. and O. Bryngdahl, "A Lateral Wavefront Shearing Interferometer with Variable Shear," *Appl. Opt.*, 6, 1934 (1967).
- Murty, M. V. R. K., "Interferometry Applied to Testing of Optics," *Bull. Opt. Soc. India*, 1, 29 (1967).
- Murty, M. V. R. K., "A Simple Method of Introducing Tilt in the Ronchi and Cube Type of Shearing Interferometers," *Bull. Opt. Soc. India*, 5, 1 (1971).
- Saunders, J. B., "Measurement of Wavefronts without a Reference Standard. II: The Wavefront Reversing Interferometer," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 66B, 29 (1962).
- Saunders, J. B., "A Simple Inexpensive Wavefront Shearing Interferometer," *Appl. Opt.*, 6, 1581 (1967).
- Sen, D. and P. N. Punjambekar, "Shearing Interferometer for Testing Corner Cubes and Right Angle Prisms," *Appl. Opt.*, 5, 1009 (1966).
- Thomas, D. A. and J. C. Wyant, "High Efficiency Grating Lateral Shear Interferometer," *Opt. En.*, 15, 477 (1976).
- Van Rooyen, E., "Design for a Variable Shear Prism Interferometer," *Appl. Opt.*, 7, 2423 (1968).
- Van Rooyen, E. and V. H. G. Houten, "Design of a Wavefront Shearing Interferometer Useful for Testing Large Aperture Optical Systems," *Appl. Opt.*, 8, 91 (1969).
- Wyant, J. C., "Interferometer for Measuring Power Distribution of Ophthalmic Lenses," *Heck Corp. Internal Report No. OLTN 70-5*, 1971.
- Wyant, J. C., "Use of an AC Heterodyne Lateral Shear Interferometer with Real-Time Wavefront Correction Systems," *Appl. Opt.*, 14, 2622 (1975).
- Wyant, J. C. and F. D. Smith, "Interferometer for Measuring Power Distribution of Ophthalmic Lenses," *Appl. Opt.*, 14, 1607 (1975).

第五章 径向错位干涉仪、旋转错位干涉仪、倒转错位干涉仪

D. 马拉卡拉

§ 5.1 引言

虽然最常用的错位干涉仪是横向错位干涉仪，但其它型式的错位干涉仪同样是有用的。本章我们将研究径向错位干涉仪、旋转错位干涉仪和倒转错位干涉仪。它们的波面错位的基本形式如图 5.1 所示。有许多全面阐述这些干涉仪的文章(Briers 1972,

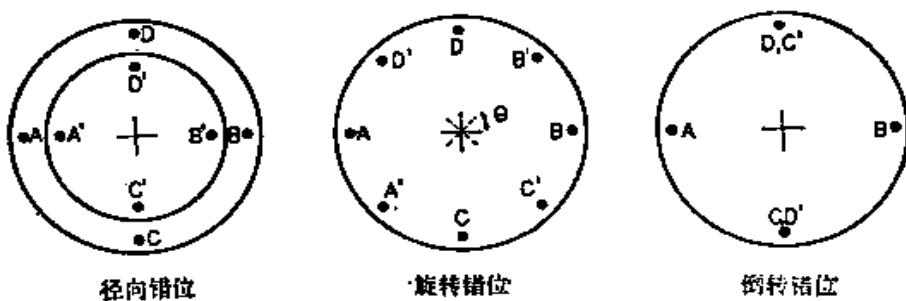


图5.1 两个波面间产生错位的三种方法

Fouéré and Malacara 1975, Murty 1967) 和书籍 (Baird and Hanes 1967, Bryngdahl 1965, Steel 1966)。径向错位干涉仪能产生两个相干波面，这两个相干波面的变形相同，但其中一个波面相对另一个波面缩小了或扩大了。旋转错位干涉仪能产生两个完全相同的波面，其中一个波面相对于另一个波面旋转。倒转错位干涉仪产生的两个波面中，一个波面上的变形与另一个波面上的变形相对称，其对称轴就是波面的直径。

第五章 径向错位干涉仪、旋转错位干涉仪、倒转错位干涉仪

D. 马拉卡拉

§ 5.1 引言

虽然最常用的错位干涉仪是横向错位干涉仪，但其它型式的错位干涉仪同样是有用的。本章我们将研究径向错位干涉仪、旋转错位干涉仪和倒转错位干涉仪。它们的波面错位的基本形式如图 5.1 所示。有许多全面阐述这些干涉仪的文章(Briers 1972,

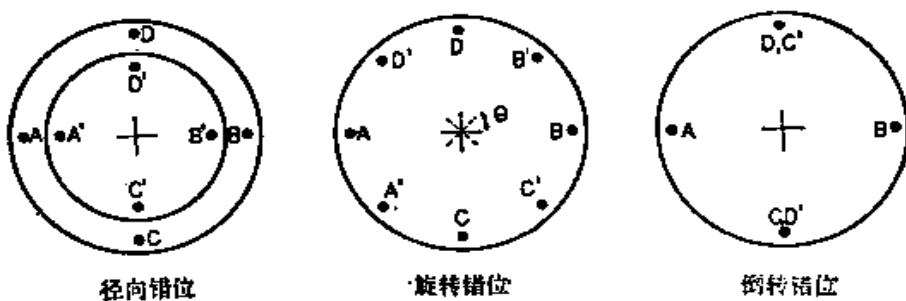


图5.1 两个波面间产生错位的三种方法

Fouéré and Malacara 1975, Murty 1967) 和书籍 (Baird and Hanes 1967, Bryngdahl 1965, Steel 1966)。径向错位干涉仪能产生两个相干波面，这两个相干波面的变形相同，但其中一个波面相对另一个波面缩小了或扩大了。旋转错位干涉仪能产生两个完全相同的波面，其中一个波面相对于另一个波面旋转。倒转错位干涉仪产生的两个波面中，一个波面上的变形与另一个波面上的变形相对称，其对称轴就是波面的直径。

则扩展波面方程可表示为

$$W(\rho'', \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \rho''^n (c_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) \quad (5.5)$$

于是，干涉图方程为

$$\begin{aligned} \text{OPD} &= W(\rho', \theta) - W(\rho'', \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \\ &(1 - R^n) \rho'^n (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) \end{aligned} \quad (5.6)$$

式中有效径向错位 R 定义为

$$R = \frac{S_e}{S_s} \quad (5.7)$$

径向错位干涉仪相对于泰曼-格林干涉仪的相对灵敏度 σ 由下式给出

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{d\text{OPD}/d\rho'}{dW(\rho', \theta)/d\rho'} \\ &= \frac{\sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n n \rho'^{n-1} (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta) (1 - R^n)}{\sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n n \rho'^{n-1} (a_{nl} \cos l\theta + b_{nl} \sin l\theta)} \end{aligned} \quad (5.8)$$

但是如果只有一种象差 (n, l) ，相对灵敏度可表示为

$$\sigma_{n,l} = 1 - R^n \quad (5.9)$$

与某些象差对应的相对灵敏度曲线示于图 5.3。由图看出，有效径向错位量 R 等于 0.5 是一个比较适中的值，这时相对灵敏度很高。应当注意，这时是以 ρ' 作为自变量进行分析的，因为 ρ' 是干涉图的自变量。

如果两个波面中有一个波面是无限扩展的 ($S_s \rightarrow \infty, R \rightarrow 0$)，则把这种干涉仪称之为具有爆发错位的径向错位干涉仪。这个问题在第三章共光路干涉仪中已经研究过了。

径向错位干涉图与第二章中研究过的泰曼-格林干涉图大体

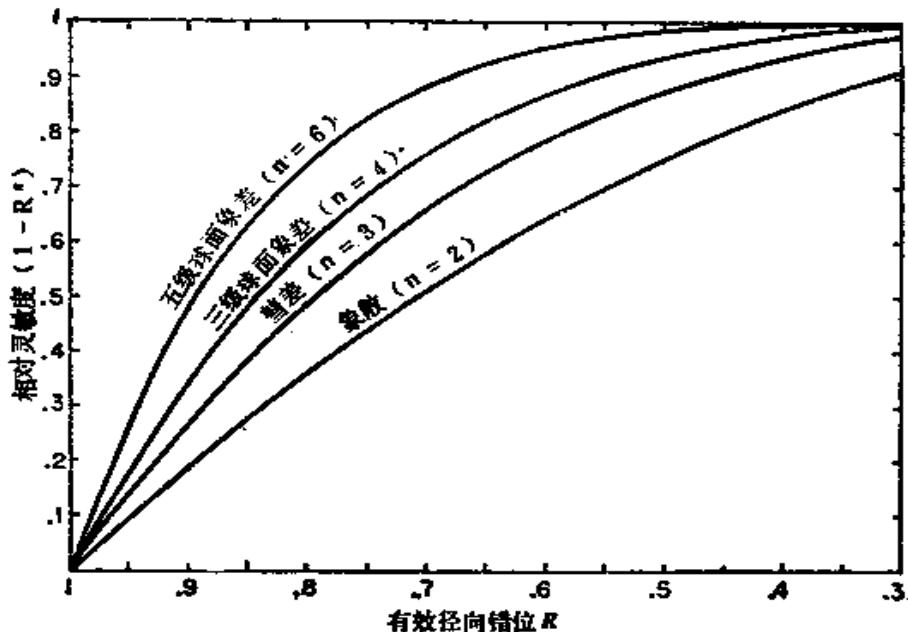


图5.3 相对灵敏度 σ 与径向错位量 R 的关系曲线

上是一样的，尤其是如果只有单纯象差时完全一样。我们特别感兴趣的是旋转对称波面，因为它们是在检验象天文反射镜这样的旋转对称非球面时得到的。马拉卡拉 (Malacara 1974) 介绍了在上述条件下从一幅径向错位干涉图计算波面的方法。

§ 5.2.1 单光程径向错位干涉仪

在这种干涉仪中，光线只通过仪器一次，并产生两个径向错位的干涉波面，如图 5.2 所示。如果干涉仪的照明用的是小的圆形扩展光源，则波面上任何两点间的相干度 g_{11} 为 (Hariharan and Sen 1961 a, Murty 1964 b)

$$g_{11} = \frac{2J_1[(2\pi/\lambda)\alpha d]}{(2\pi/\lambda)\alpha d} \quad (5.10)$$

其中 2α 是从被研究的波面处看到的光源角直径， d 是同一波面上两点间的距离。

在径向错位干涉仪中，在干涉图上的某点相干的波面上两点间的距离 d 可证明为

$$d = \rho' - \rho'' = \rho'(1 - R) \quad (5.11)$$

因此，我们得到这两点的相干度 (Hariharan and Sen 1961a) 为

$$g_{12} = \frac{2J_1[(2\pi/\lambda)(1-R)\rho'\alpha]}{(2\pi/\lambda)(1-R)\rho'\alpha} \quad (5.12)$$

因为干涉条纹的能见度正比于 g_{12} ，所以得到的是如图 5.4 所示的干涉条纹。当 $J_1(x)$ 的自变量 x 等于 1.22π 时，出现第一个能见度最小值。因此，为了在整个干涉图上得到好的能见度，从波面处（干涉仪的入射光瞳处）看到的圆形光源的角半径 α 必须小于下式给定的值

$$\alpha \leq \frac{1.22\lambda}{(1-R)D} \quad (5.13)$$

式中 D 是入瞳直径。

径向错位干涉仪中，如果两支相干光路中含有相同的光学零件和空气程时，则我们说此干涉仪对光源的非单色性（波长带宽）是补偿的。本节要讨论的就是这种干涉仪。

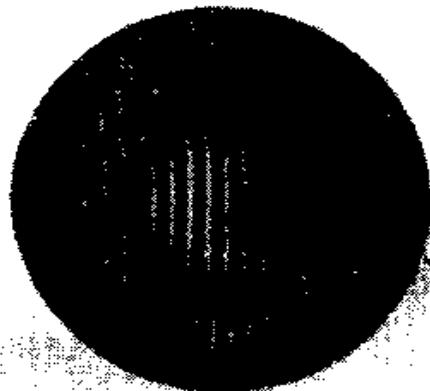


图5.4 径向错位干涉仪中用大尺寸光源照明时干涉条纹能见度的变化情况

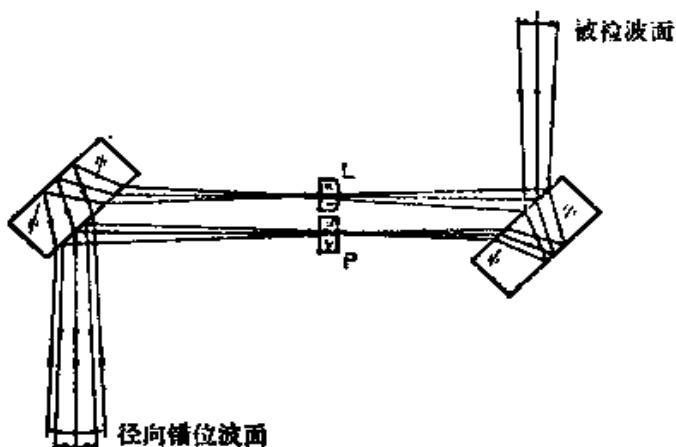


图5.5 布朗设计的径向错位干涉仪

布朗 (Brown 1959) 首先研究了径向错位干涉仪，他设计了如图 5.5 所示的仪器 (Brown 1962)。这个仪器基本上是一个雅满干涉仪，但用的是会聚光，并在其中的一支光路中放了一块小弯月透镜，在另一支光路中放了一块平行补偿板。

另一种早期的径向错位干涉仪是由哈里哈兰和森 (Hariharan and Sen 1961 b) 设计的，如图 5.6 所示。它由一块平行平面分光镜 P 和两块平面镜 M_1 和 M_2 组成。径向错位是由透镜 L_1 和 L_2 产生的，这两个透镜安装在使它们的焦点与分光面重合的位置上。当两个透镜的焦距 f_1 和 f_2 不同时 ($f_2 > f_1$)，就产生径向错位，错位量由下式给定

$$R = \frac{f_1}{f_2} \quad (5.14)$$

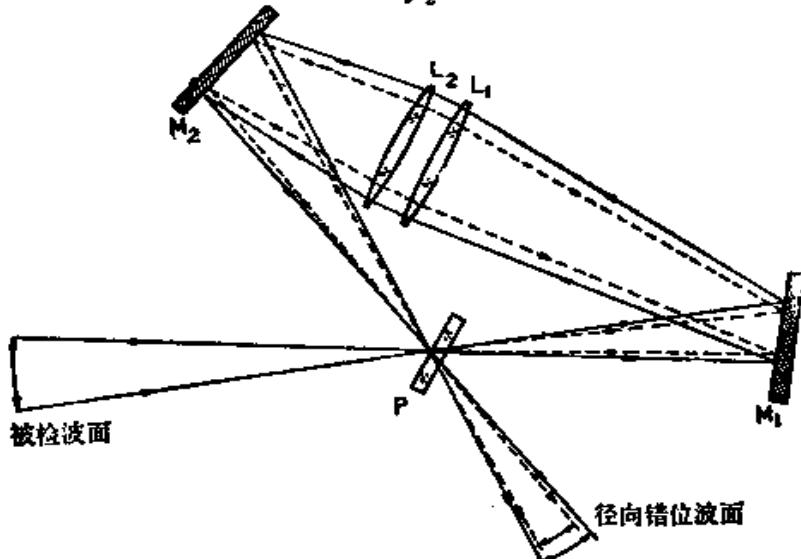


图 5.6 哈里哈兰和森设计的径向错位干涉仪

这两个透镜可用一个透镜代替，但用两个透镜有利于消除透镜产生的象差。

只要两束光的辐照度相同，能见度就等于 1。但由于两束光的扩展程度不同，所以只有在分光镜的反射系数 \mathcal{R} 与透射系数 \mathcal{T} 之比满足下式条件时才有这种可能

$$\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{T}} = \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 \quad (5.15)$$

哈里哈兰和森 (Hariharan and Sen 1962) 曾用这种干涉仪成功地检验过显微物镜。

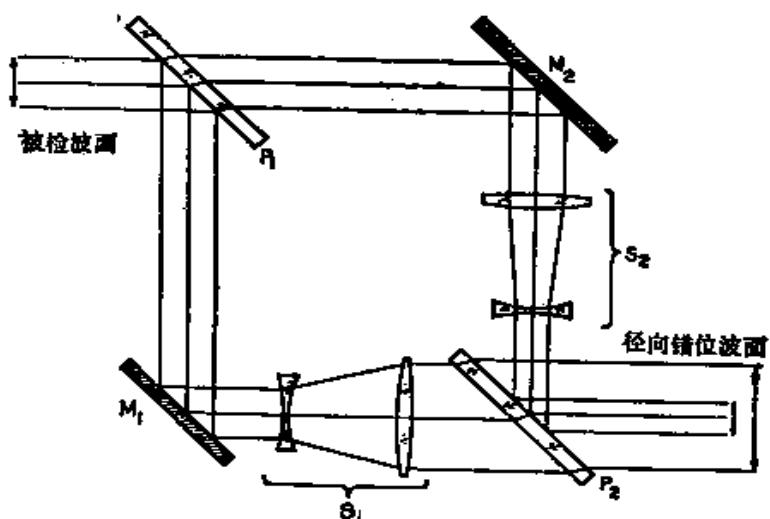


图5.7 在马赫-曾德尔干涉仪中通过加入两个望远系统产生径向错位

默蒂 (Murty 1964 a) 曾提出过几种产生径向错位的装置。其中之一是在马赫-曾德尔干涉仪的基础上，在每支光臂中分别加入了一个望远系统 S_1 和 S_2 ，如图5.7 所示。这时有效径向错位量 F 为 $1/M^2$ ， M 是单个望远镜的放大率。

另一种装置是循环式径向错位干涉仪(示于图5.8)，它与哈里哈兰和森设计的干涉仪相似，但是进入干涉仪的光束应是

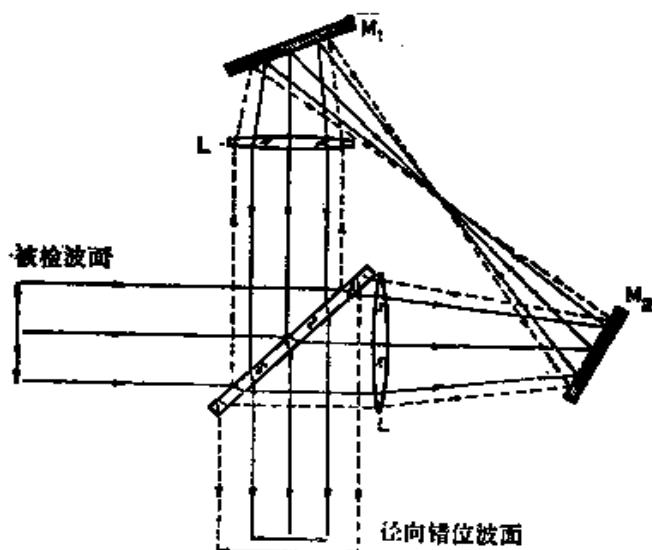


图5.8 用于平行光束的循环式径向错位干涉仪

哈里哈兰和森 (Hariharan and Sen 1962) 曾用这种干涉仪成功地检验过显微物镜。

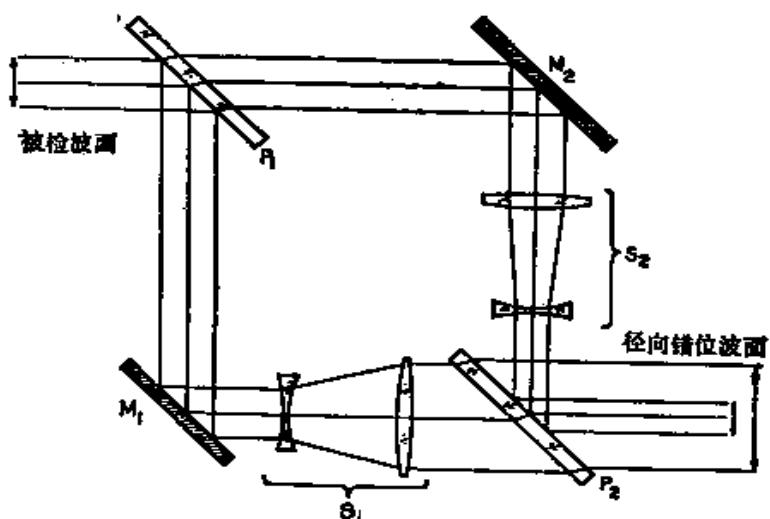


图5.7 在马赫-曾德尔干涉仪中通过加入两个望远系统产生径向错位

默蒂 (Murty 1964 a) 曾提出过几种产生径向错位的装置。其中之一是在马赫-曾德尔干涉仪的基础上，在每支光臂中分别加入了一个望远系统 S_1 和 S_2 ，如图5.7 所示。这时有效径向错位量 F 为 $1/M^2$ ， M 是单个望远镜的放大率。

另一种装置是循环式径向错位干涉仪(示于图5.8)，它与哈里哈兰和森设计的干涉仪相似，但是进入干涉仪的光束应是

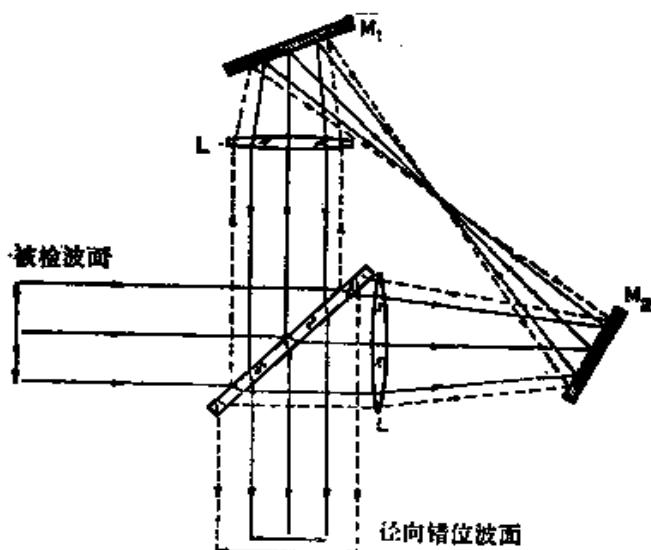


图5.8 用于平行光束的循环式径向错位干涉仪

抽空的，也可以是充填折射液的，以便获得所需的径向错位量。布里恩达尔（Bryngdahl 1970, 1971）还提出过若干很不寻常的、具有阶梯形不连续波面的径向错位干涉仪。

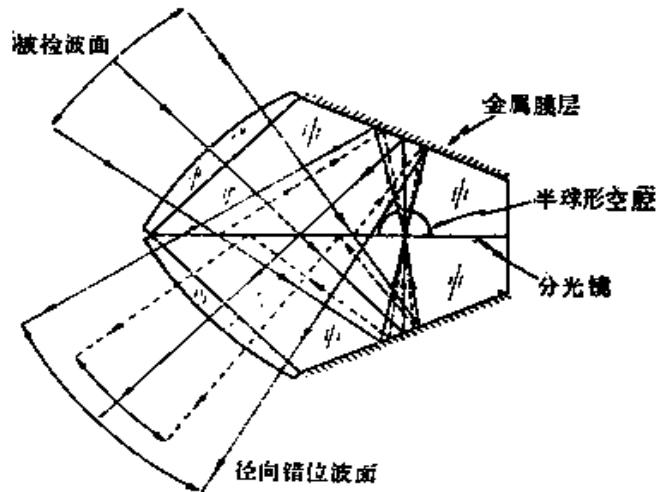


图5.11 默蒂设计的实心的径向错位干涉仪

§ 5.2.2 双光程径向错位干涉仪

双光程径向错位干涉仪的方框原理如图 5.12 所示。有必要

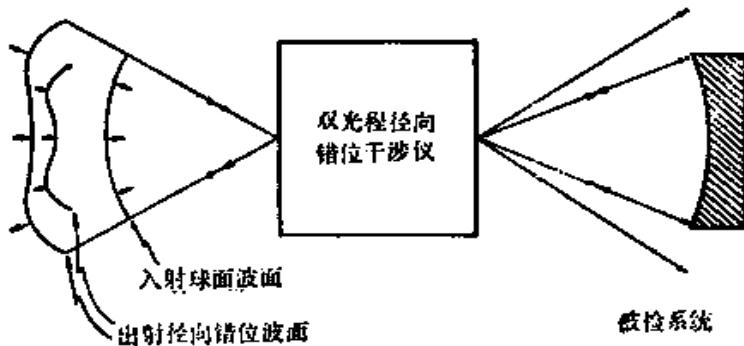


图5.12 双光程径向错位干涉仪

回顾一下图 5.2 所示的单光程干涉仪，这种干涉仪能产生两个干涉图，其中一个干涉图是由通过干涉仪的光束形成的，另一个是由从干涉仪反射回去的光束形成的，这样保持总的能量不变。如果在双光程干涉仪中出现反射干涉图，则观察到的干涉图形非常

复杂，因为这时反射回去的是四支光束相互干涉而不是两支光束相互干涉。如果照明被检系统的两个错位干涉波面在第一次通过仪器后互不干涉，就能避免这些麻烦。这是可以做到的。如果这两个波面是由正交偏振光产生的，但仍然是彼此相干的话，正如布朗 (Brown 1959) 和斯蒂尔 (Steel 1965) 指出的，在双光程干涉仪中对空间相干性的要求是很不严格的，因为它们对光源的大小实际上是补偿的。虽然光源表面不能做得太大——只是单光程干涉仪中的三倍左右 (Brown 1955)——但这就能多提供十多倍的光。

斯蒂尔设计了两个这种类型的干涉仪用于检验显微物镜，其中一个如图 5.13 所示 (Steel 1965)。在这种干涉仪中径向错位由两个双折射系统产生，每个双折射系统都是由两块方解石透镜构成，它们位于两块玻璃透镜之间。玻璃选用西德肖特厂生产的 LaKII，以便与方解石的寻常光折射率相匹配并校正透镜的色

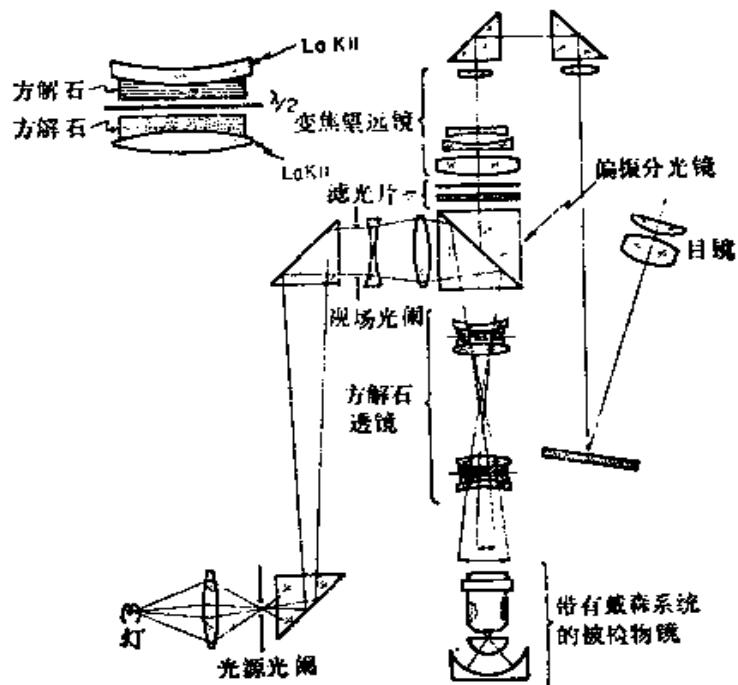


图5.13 用斯蒂尔设计的双光程径向错位干涉仪检验显微物镜

差。方解石透镜设计成中心偏差很小的、曲率半径相等的双凹透镜，并用平面从中切成两半。这两半透镜的晶轴互成 90° 。在两半透镜之间用一个半波片将偏振面转过 90° ，使前一半透镜中的寻常光在后一半透镜中仍为寻常光。两个双折射系统的相对方位取成使第一个系统中的寻常光在第二个系统中变为非常光，反之亦然。

两个双折射系统应调整到满足下列条件：(1)两个径向错位波面的名义曲率中心位在离显微物镜的适当距离(16厘米)处，(2)整个双折射系统的焦平面与显微物镜的出瞳重合，后者也与物镜的后焦面重合。由于第二章中所述的理由，在显微物镜前面用了一个戴森系统。

由于必须是观察物镜出瞳处的干涉条纹，所以用了一个望远镜。

斯蒂尔(Steel 1966)设计的第二种双光程径向错位干涉仪如图5.14所示。其中除了用一个低倍显微物镜中的单透镜代替两个透镜以外，其他与哈里·哈兰和森设计的干涉仪类似。

偏振分光镜1和 $\lambda/4$ 波片组成一个圆偏振光源。当光线在被检系统上反射后并再通过仪器返回时，圆偏振光的旋转方向倒转了(假定是个理想系统)。因此，反射光通过棱镜到达照相机。如果被检系统有缺陷，则在两束具有径向错位并且偏振方向互相垂

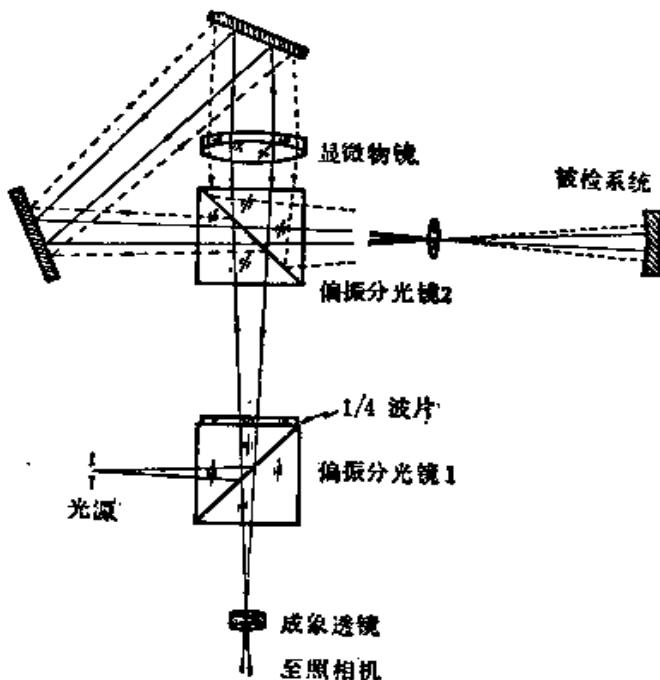


图5.14 斯蒂尔设计的双光程径向错位干涉仪

直的光束间将产生光程差。这样，反射光将不再是圆偏振光而是椭圆偏振光，因此在照相机中将产生暗带(条纹)。

§ 5.2.3 激光径向错位干涉仪

上述的径向错位干涉仪都是具有白光补偿的并且是等光程式 的。这在使用普通光源时是必要的，但使用激光时，两支光束则不必有相同的光程。

激光的采用使干涉仪的设计大大简化，但也引起了某些新的问题。这主要是 在想要的干涉图上出现了许多由于透镜和玻璃表面反射而产生的杂乱条纹。由于激光的相干长度长，所以所有反射光都产生干涉条纹。

第一个激光径向错位干涉仪可能是由桑姆(Som 1970)设计的，如图5.15所示。可是正如默蒂和舒克拉(Murty and Shukla 1973)指出的，由于两个波面的虚发光点 P_1 和 P_2 不重合，使这个设计有很大的毛病，因为，这时一个理想的系统将产生一组与牛顿环类似的同心圆条纹，而用这样的条纹作为分析干涉图的基准是有困难的。默蒂指出，为了便于分析，理想的被检光学系统应当产生一个无条纹的或有一组直条纹的干涉场。

为了解决这个问题，默蒂和舒克拉(Murty and Shukla 1973)改进了桑姆的设计结构，并提出了如图5.16所示的干涉仪方案，其中一个反射面是球面。如果 a 和 b 分别为凹面镜和平面镜到分光面中心的距离，则反射面的曲率半径 r 必定为

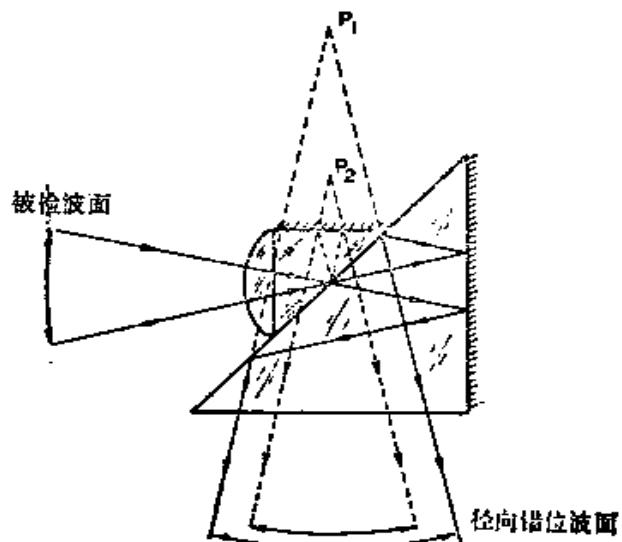


图5.15 桑姆设计的激光径向错位干涉仪

$$r = \frac{(2b - a)a}{b - a} \quad (5.16)$$

有效径向错位量 R 则为

$$R = \frac{a}{2b - a} \quad (5.17)$$

这个干涉仪很容易用一个实心的立方分光棱镜制成。反射面最好是旋转抛物面，因为球面会引入小量的球差。默蒂等人 (Murty et al 1975) 指出，波球差由下式给出

$$\text{OPD} = \frac{-Na^4b^2\alpha^4}{(b - a)^2 r^2} \quad (5.18)$$

式中 N 是玻璃的折射率， α 是数值孔径。可见必须尽可能减小 a 值。如果数值孔径小，则可得到很高的准确度。

马拉卡拉等人 (Malacara et al 1975) 设计了一个采用会聚或发散光束的激光横向错位干涉仪，其中用了一个平凹棱镜玻璃板。象刚才讨论过的干涉仪那样，这种干涉仪也会同时产生一定量的径向错位和横向错位。

斯蒂尔 (Steel 1970) 设计的另一种早期激光径向错位干涉仪如图 5.17 所示，

其中两支光束在一个棱镜的两个不同面上被分开并重新合在一起，这样就消除了在分光镜第二面上引起多余干涉条纹的可能性，

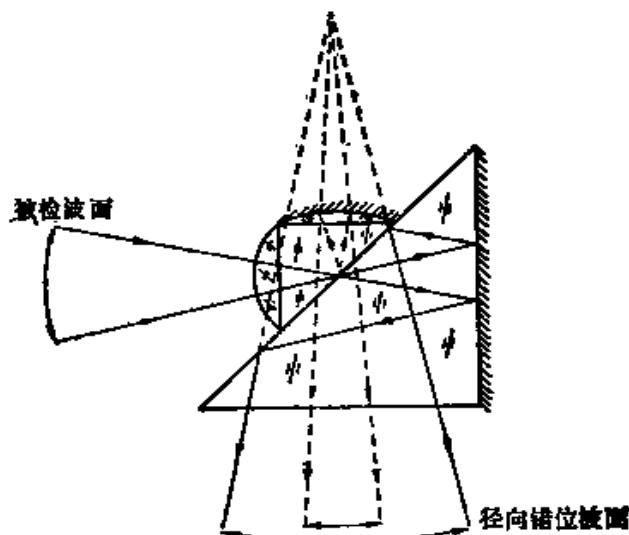


图 5.16 默蒂设计的激光径向错位干涉仪

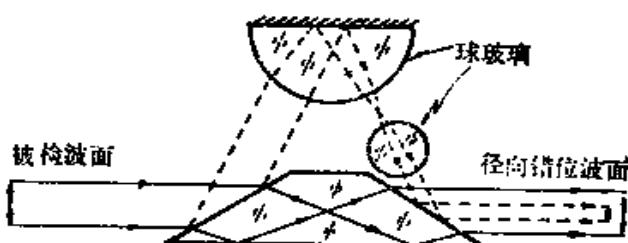


图 5.17 斯蒂尔激光径向错位干涉仪

其中一支光束的直径用一个 5.5 倍的望远镜缩小。使用玻璃球的优点是因为玻璃球不需要对光束进行调整，其缺点是产生球差。必须指出，这种干涉仪在产生径向错位的同时，由于一个波平面相对于另一个波面倒转，所以也会产生倒转错位。

图 5.18 是一个简易的全息径向错位干涉仪，是由富埃雷和马拉卡拉 (Fouéré and Malacara 1974)，以及富埃雷 (Fouéré 1974) 设计的。制作这种干涉仪的第一步是通过拍摄会聚波面与平面波面的干涉图，制作一个盖伯波带片。这个波带片的数值孔径也就是以后干涉仪工作时接收端的数值孔径。第二步是用会聚波面照明盖伯波带片。如果波面的会聚点恰好对应于波带片的焦点，则出射的 +1 级衍射光束为平行光束。现在我们在波带片后面放一照相底片，使其曝光。将照相底片显影后得到全息图。会聚光束 (0 级) 可作为参考光，衍射平行光束 (+1 级) 可当作为物光。

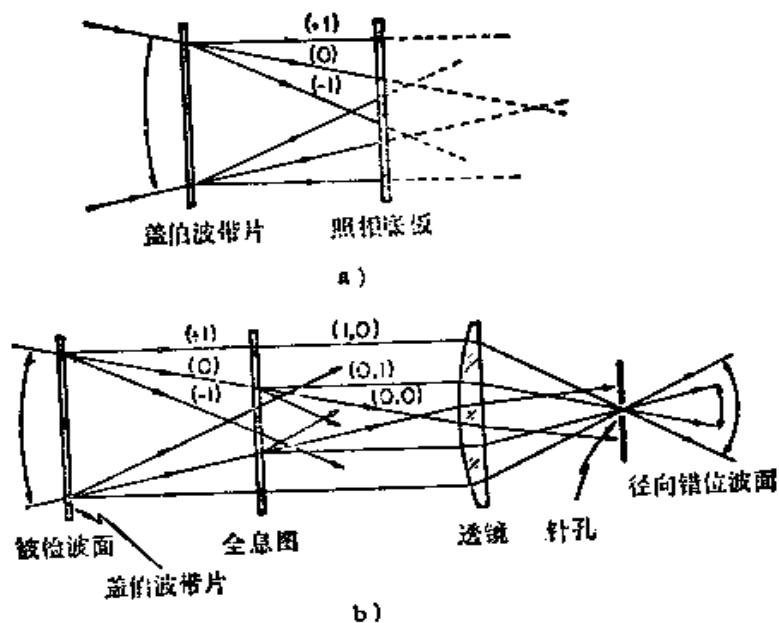


图5.18 全息径向错位干涉仪

现在看一下图 5.18 b。如果我们将全息图精确地放回到原来的位置上，则通过再现将得到一束平行光束 (0, 1)。平行入射的

光束通过全息图后得到平行光束(1, 0)。因此，这两束光线平行出射，但具有不同的放大率，于是就构成了一个径向错位干涉仪。用一个透镜和放在此透镜焦点处的针孔滤掉所有无用的衍射光束。可以证明，玻璃板上的所有疵病可自动消除。在此干涉仪中，通过横向和纵向微微移动盖伯波带片，就可很容易地得到倾斜和离焦。图 5.19 是用这种干涉仪得到的干涉图。

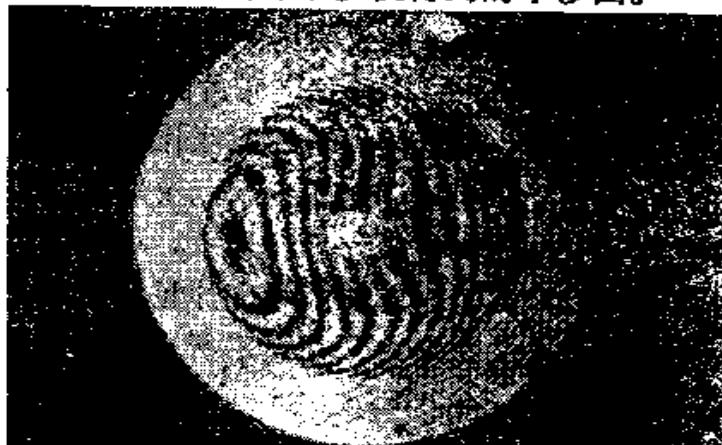


图5.19 在全息干涉仪中得到的干涉图

§ 5.3 旋转错位干涉仪

设用 $W(\rho, \theta)$ 表示一个波面。旋转错位干涉仪就是使一个波面相对另一个波面旋转并产生干涉的一种仪器，其干涉图方程为

$$\text{OPD}(\rho, \theta) = W\left(\rho, \theta - \frac{\phi}{2}\right) - W\left(\rho, \theta + \frac{\phi}{2}\right) \quad (5.19)$$

式中 ϕ 是一个波面相对另一个波面的转角。如果波面函数的一般形式用式 (5.1) 表示，则有

$$\begin{aligned} \text{OPD}(\rho, \theta) = & \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \rho^n \left\{ a_{nl} \left[\cos l \left(\theta - \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \cos l \left(\theta + \frac{\phi}{2} \right) \right] + b_{nl} \left[\sin l \left(\theta - \frac{\phi}{2} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \sin l \left(\theta + \frac{\phi}{2} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.20)$$

式中 n 和 l 都是偶数或都是奇数。有意思的是当 $l = 0$ 的所有各项都相消时，正如所料，旋转错位干涉仪对旋转对称形波面就不起作用。因此，上式求和可从 $n = l = 1$ 开始。如果我们现在假定象差是由轴对称光学系统产生的，则波面将对称于子午面 ($y - z$)，因而所有的系数 b_{nl} 都为零。于是

$$\begin{aligned} \text{OPD}(\rho, \theta) &= \sum_{n=1}^k \sum_{l=1}^n \rho^n a_{nl} \left[\cos l \left(\theta - \frac{\phi}{2} \right) - \cos l \left(\theta + \frac{\phi}{2} \right) \right] \\ &= \sum_{n=1}^k \sum_{l=1}^n 2\rho^n a_{nl} \sin l\theta \sin \frac{l\phi}{2} \end{aligned} \quad (5.21)$$

除了我们可忽略的波面相对 x 轴倾斜这一项 ($n = 1, l = 1$) 外，上式中只含有两种初级象差，这就是象散 ($n = 2, l = 2$) 和彗差 ($n = 3, l = 1$)，因此有

$$\text{OPD}(\rho, \theta) = 2a_{22}\rho^2 \sin 2\theta \sin \phi + 2a_{31}\rho^3 \sin \theta \sin \frac{\phi}{2} \quad (5.22)$$

此式也可表示为

$$\begin{aligned} \text{OPD}(\rho, \theta) &= 2a_{22}\rho^2 \cos 2 \\ &\times \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right) \sin \phi + 2a_{31}\rho^3 \cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \sin \frac{\phi}{2} \end{aligned} \quad (5.23)$$

通过分析上式我们可看出，旋转错位干涉仪相对于泰曼-格林干涉仪的相对象散灵敏度 σ_{ast} 为 (Murty and Hagerott 1966)

$$\sigma_{ast} = 2 \sin \phi \quad (5.24)$$

同时，旋转错位干涉图相对泰曼-格林干涉图转过了 45° ，如图 5.20 所示，并且旋转错位干涉仪对实离焦不敏感，这些也是重要的。在旋转错位干涉仪时，当观察到与泰曼-格林干涉仪中在子



图5.20 旋转错位干涉仪中看到的象散图（在最灵敏时 $\phi = 90^\circ, a_{22} = 2 \lambda$ ）

午和弧矢焦点之间看到的类似的干涉图时，此时所处的位置就是所谓的焦点位置。

彗差的相对灵敏度 $\sigma_{\text{彗差}}$ 由下式给出 (Murty and Hagerott 1966)

$$\sigma_{\text{彗差}} = 2 \sin \frac{\phi}{2} \quad (5.25)$$

旋转错位干涉图相对于对应的泰曼-格林干涉图转过了 90° ，如图 5.21 所示。此干涉图中没有离焦，也不能引入离焦。

象散和彗差的相对灵敏度 $\sigma_{\text{象散}}$ 和 $\sigma_{\text{彗差}}$ 曲线如图 5.22 所示。由图可见旋转错位干涉仪检测象散和彗差时的灵敏度取决于旋转错位量 ϕ 。由图还可以看出，彗差可在 $\phi = 180^\circ$ 处单独分离出来，但象散无论如何也不能被单独分离出来。可是，用一个小平面镜使波面两次通过光学系统就可使彗差消除，而使象散加倍。这个波面先到被检系统(凹面镜)，然后到凹面镜曲率中心附近的小平面镜，再反射回去通过同一光路。

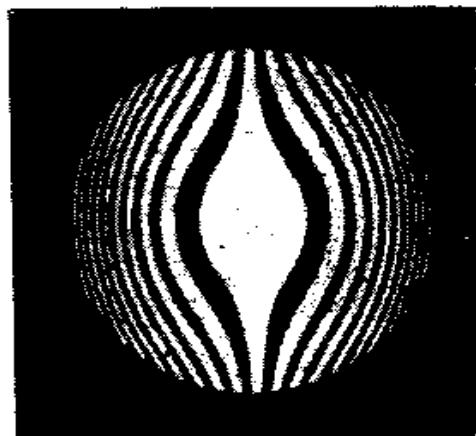


图5.21 旋转错位干涉仪中看到的彗差图(在最灵敏时
 $\phi = 180^\circ, a_{31} = 5 \lambda$)

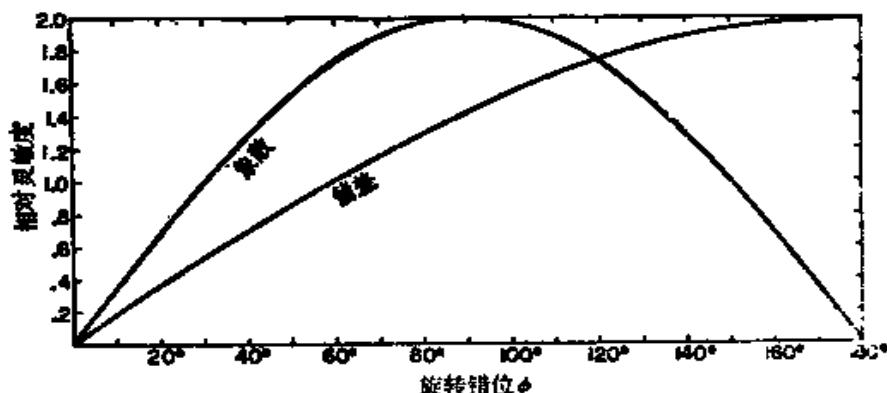


图5.22 旋转错位干涉仪中象散和彗差的相对灵敏度

需要着重指出，当波面来回两次通过被检系统时，无论是波

面的对称分量 ($\cos \theta$ 的偶次幂项) 或非对称分量 ($\cos \theta$ 的奇次幂项)，其差值是彼此独立的。为了分离出非对称分量，可使波面与其本身的象（完全相同，但转过了 180° ）发生干涉，以便得到两者之差。为了分离出对称分量，则将波面转过 180° ，然后令其再次通过被检光学系统，以便使对称型误差加倍并消除非对称型误差。这样就成了一个波面与另一个无象差波面干涉。哈里哈兰和森 (Hariharan and Sen 1961 c) 曾在一个单一装置中采用过这样两个步骤，如本书第七章所述。

正如默蒂和哈格罗特 (Hagerott) 指出的，上述方法在讨论带筋的轻型反射镜的检验问题时是很有意义的。在抛光反射镜时，正对于筋上的表面光圈总是低的，而对应于筋与筋之间的表面光圈总是高的。在旋转错位干涉仪上这种反射镜的象散 ($n = 2$, $t = m$) 产生的光程差 OPD 为

$$\text{OPD} = 2\rho^n a_{n1} \sin m\theta \sin \frac{m\phi}{2} \quad (5.26)$$

式中 m 是支承反射面的加强筋的条数。应当注意， n 和 m 都是偶数或都是奇数。最大相对灵敏度是 2，它出现在 $\phi = 180^\circ / m$ 处。图 5.23 是一块有四根加强筋的反射镜的干涉图。

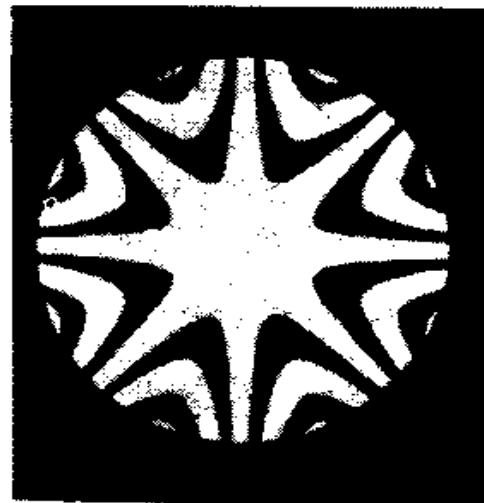


图5.23 在旋转错位干涉仪上检验具有四根加强筋的反射镜时看到的干涉图（在最灵敏时 $\phi = 45^\circ$, $a_{24} = 4 \lambda$ ）

§ 5.3.1 光源大小未补偿的旋转错位干涉仪

式 (5.10) 是计算角直径为 2α 的圆形均匀光源相干度 g_{12} 的公式。由此式可知，要得到好的条纹对比度，旋转错位干涉仪的针孔大小必须合适。如果波面上某点错过一角度 ϕ ，则波面上两相干点间的距离为

$$d = 2 \rho \sin \frac{\phi}{2} \quad (5.27)$$

将此值代入式 (5.10) 得

$$g_{12} = \frac{2J_1[(4\pi/\lambda)\alpha\rho \sin(\phi/2)]}{(4\pi/\lambda)\alpha\rho \sin(\phi/2)} \quad (5.28)$$

根据 § 5.2.1 节所述的理由，要在干涉图上得到好的对比度，针孔尺寸必须小于默蒂和哈格罗特 (Murty and Hagerott 1966) 给出的值

$$\alpha \leq \frac{1.22\lambda}{2D \sin(\phi/2)} \quad (5.29)$$

式中 D 是干涉仪出瞳直径，光源的角直径 2α 就是从出瞳处量起的。

默蒂和哈格罗特也曾设计过旋转错位干涉仪，如图 5.24 所示。它是一个在两块玻璃板间装有两个完全相同的道威棱镜的雅满干涉仪。显微物镜 L_1 准直点光源发出的光，显微镜物镜 L_2 用来观察干涉图。当其中一个道威棱镜转过 α 角时，则该波面就转过 2α 角。

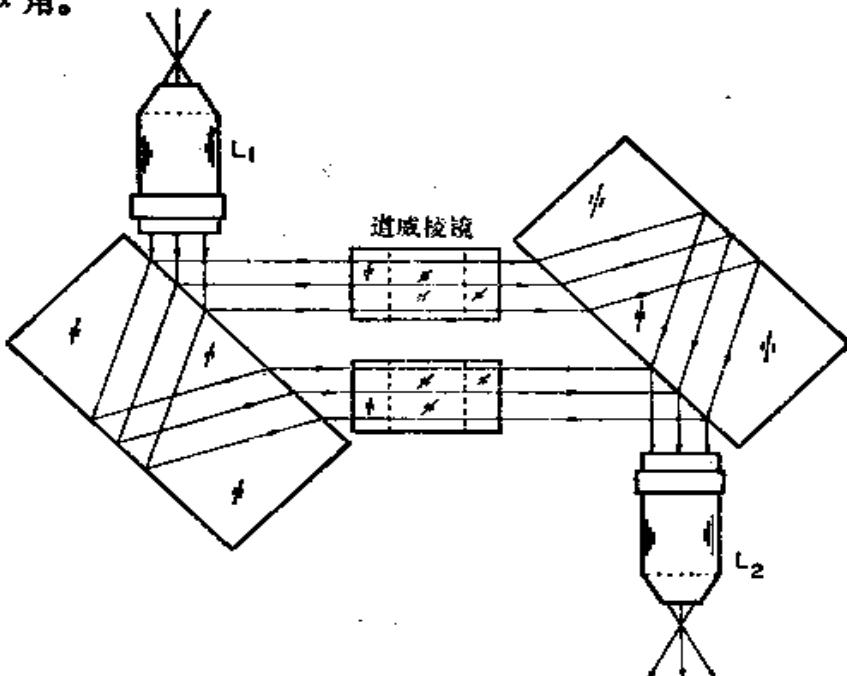


图5.24 默蒂和哈格罗特设计的旋转错位干涉仪

一个普通的泰曼-格林干涉仪，在采取某些措施之后也可改装成为检验发光波面的旋转错位干涉仪。默蒂 (Murty 1964 c) 提出，在泰曼-格林干涉仪的一支光臂中用一个猫眼反射器或一个三面直角棱镜代替反射镜，可以产生 180° 的旋转错位量。阿米塔奇和洛曼 (Armitage and Lohmann 1965) 曾提出过用两个屋脊棱镜作为转象棱镜代替平面镜，当其中一个棱镜绕其光轴旋转 $\phi/2$ 时，旋转错位量将改变 ϕ 。阿米塔奇和洛曼设计的干涉仪如图 5.25 所示。被检波面由透镜 L_1 准直，或者如果 L_1 是被检透镜，则用一个针孔。透镜组 L_2 和 L_3 使位于 L_1 处的入瞳成像于观察屏上。要得到好的相干性，两支光束的偏振状态必须完全相同，但实际并不是这样，因为当屋脊棱镜转过 $\phi/2$ 时，偏振状态将随屋脊棱镜位置的改变而改变。为了解决这个问题可采用下述的偏振耦合法。在干涉仪的前后各放一个偏振方向都处在 0° 的偏振镜；两个四分之一波片放在干涉仪主体和旋转屋脊棱镜之间。其中一个四分之一波片的光轴相对干涉仪主体固定成 45° ，另一个四分之一波片的光轴相对屋脊棱镜的屋脊棱固定成 45° 。两个四分之一波片之间的光线是圆偏振的，屋脊棱镜内的光线是线偏振的，并且平行于屋脊棱。由于光线返回干涉仪主体时，仍恢复其原来的线偏振方向，所以与屋脊棱镜的旋转位置无关。

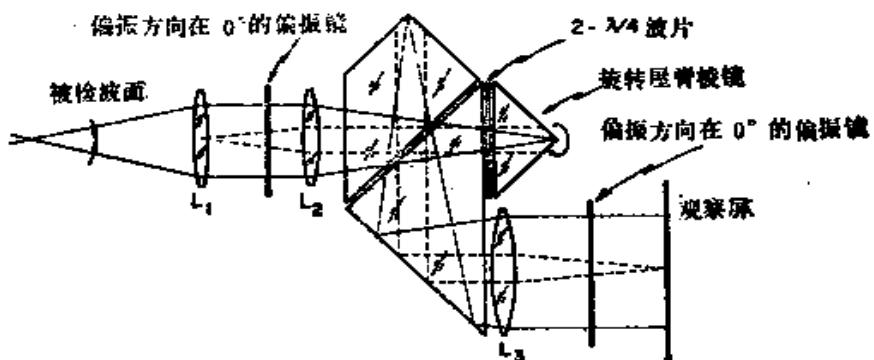


图5.25 阿米塔奇和洛曼设计的旋转错位干涉仪

阿米塔奇和洛曼 (Armitage and Lohmann 1965) 提出的另一种干涉仪是以塞格纳克 (Sagnac) 或循环式干涉仪为基础的。

其中，旋转错位角 ϕ 由位于干涉仪闭合光路中的道威棱镜旋转 $\phi/4$ 产生。

虽然森和庞坦贝克 (Sen and Puntambekar 1965, 1966) 设计的反转式斐索干涉仪并不是真想要作为旋转错位干涉仪，但却产生了 180° 的旋转错位。这种干涉仪及其在球面检验中的应用 (Puntambekar and Sen 1971) 将在第七章介绍。

§ 5.3.2 光源大小补偿的旋转错位干涉仪

如上节所述，由于相干性方面的原因，大尺寸光源一般是不能使用的。要想在使用大尺寸光源的情况下得到好的条纹对比，唯一的办法是使光源的两个象的位置和方向都重合。同时被检物体的两个象必须彼此相对错位。一个解决办法是使两个波面在到达物体前就产生错位，并且与经过物体后产生的主错位大小相等方向相反。这两个错位就相干性而言彼此相消，只有第二个错位才提供关于被检物体的信息。这些想法与第 § 5.2.2 节中对径向错位干涉仪的想法一样，并且在阿米塔奇和洛曼 (Armitage and Lohmann 1965) 设计的某些补偿干涉仪中还得到了进一步的发展。阿米塔奇和洛曼提出的系统主要由两个完全相同的干涉仪组成，这两个干涉仪一个接一个地对称放置，被检物体就放在它们之间。

正如 § 5.2.2 节中所述，用一个双光程形式的旋转错位干涉仪也能得到同样的补偿。

§ 5.4 倒转错位干涉仪

如图 5.26 所示，将一波面相对于倒转轴倒转，从图中 P 点变到 P' 点，变换方程为

$$\rho' \sin \theta' = \rho \sin \theta \quad (5.30)$$

和 $\rho' \cos \theta' = S - \rho \cos \theta \quad (5.31)$

由图可见，对任意轴的倒转相当于对 x 轴的倒转再加上一个 y 方向的横向错位量 S 。如果波面函数用式 (5.1) 表示，则倒转错位干涉仪中的干涉图由下式给出

$$\text{OPD} = W(\rho, \theta) - W(\rho', \theta') \quad (5.32)$$

我们来研究一下只有初级象差的波面

$$\begin{aligned} W(\rho, \theta) = & a_{20}\rho^2 + a_{40}\rho^4 + a_{31}\rho^3 \cos\theta \\ & + a_{22}\cos 2\theta + a_{11}\rho \cos\theta \end{aligned} \quad (5.33)$$

式中各象差系数分别代表离焦、球差、彗差、象散和对 x 轴的倾斜。

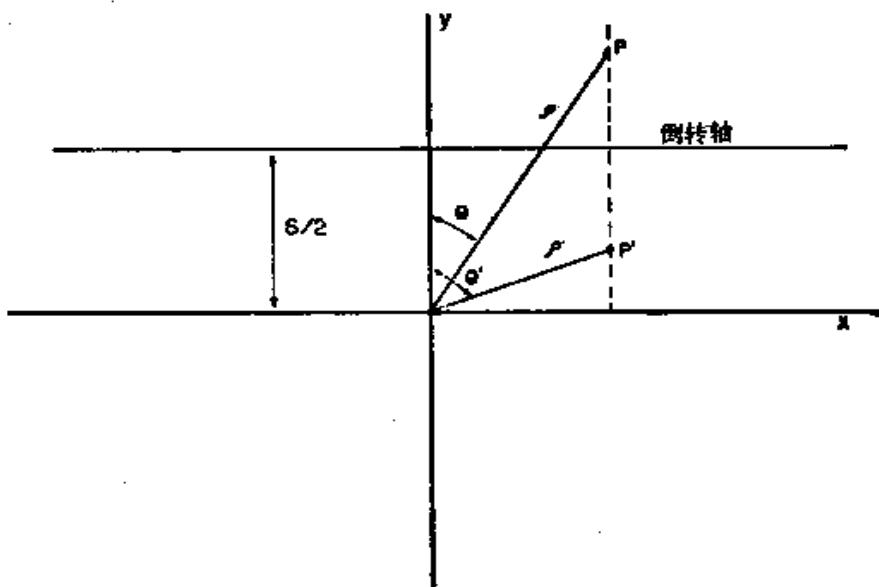


图5.26 波面的倒转

由此可以看出，如果倒转轴与 x 轴重合 ($S = 0$)，则倒转错位干涉仪对例如象离焦 (a_{20})、球差 (a_{40}) 和象散 (a_{22}) 那样的对称象差是不起作用的。当倒转轴移动 $S/2$ 时，如图 5.26 所示，这种干涉仪的干涉图和对对称象差的灵敏度与错位量为 S 的横向错位干涉仪是完全等同的。

$$\text{OPD} = 2a_{31}\rho^3 \cos\theta + 2a_{11}\rho \cos\theta \quad (5.34)$$

因此，无横向错位 ($S = 0$) 的倒转错位干涉仪对象彗差和绕 x 轴倾斜那样的非对称象差的相对灵敏度等于 2。

如果干涉仪对光源大小是未补偿的，即倒转不仅影响被检物体而且也影响光源，则干涉条纹的对比由式 (5.10) 给出 (Murty

1964 c)。任意两相干点的距离为 $(2 \rho \cos \theta - S)$ ，因此其最大值 d 为

$$d = D + S \quad (5.35)$$

式中 D 是波面直径。于是，针孔的最大角直径 α 将为

$$\alpha \leq \frac{1.22 \lambda}{D + S} \quad (5.36)$$

这种型式的未补偿倒转错位干涉仪可以泰曼-格林干涉仪为代表，在其一个光臂中将一直角棱镜作为屋脊棱镜使用。

§ 5.4.1 几种倒转错位干涉仪

本节介绍的三种不同型式的棱镜式倒转错位干涉仪，都是克斯特尔 (Köster 1934) 发明的基本棱镜系统的变型。克斯特尔指出，把两个精确相似的棱镜按他所述的方法任意组合都可以组成一干涉仪，只要棱镜公共面的邻角之一精确地等于公共面对角的一半即可。

盖茨 (Gates 1955 b) 提出的两个系统之一如图 5.27 所示。它以克斯特尔棱镜为基础，用两个 $30^{\circ}-60^{\circ}-90^{\circ}$ 棱镜。由分光面确定的平面与光学系统的直径不重合，就产生横向错位 S 。通过倾斜被检反射镜可控制干涉条纹的疏密。如果在被检透镜后面用一块自准平面镜，则可检验透镜。

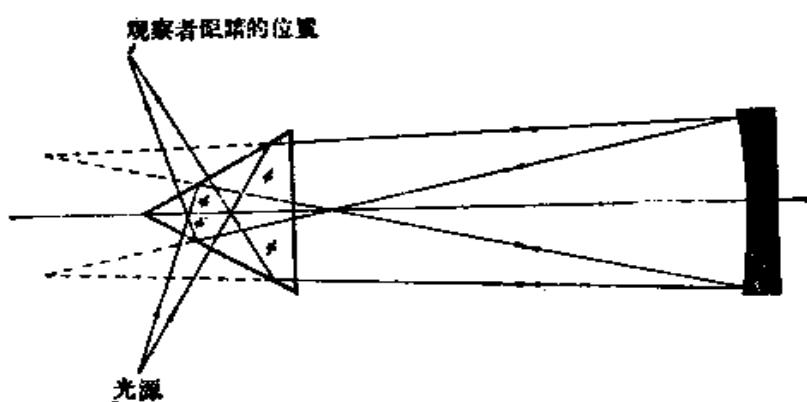


图5.27 克斯特尔型倒转错位干涉仪

这种干涉仪对白光是补偿的，因为两支光程精确相等；对光源大小也是补偿的。但正如盖茨指出的，事实上由于制作中的微小差错，光源的直径限于0.5毫米左右。

利用相同的原理，盖茨（Gates 1955 a）还提出了利用常用的立方分光棱镜制作干涉仪，如图5.28所示。可是这种干涉仪有个缺点，即只能测试小数值孔径的光学系统。

盖茨提出的上述两种干涉仪的两个共同的缺点是（a）虚光源和象不重合而有一个小的距离，（b）在棱镜的出射面上引入某些象差。这些缺点在图5.29所示的由桑德斯（Saunders 1955）设计的棱镜系统中已不存在。桑德斯设计的这种干涉仪在光学系统检

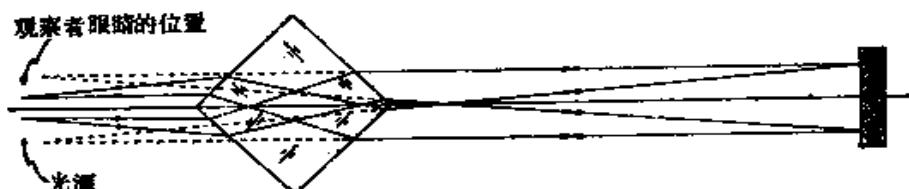


图5.28 盖茨设计的倒转错位干涉仪

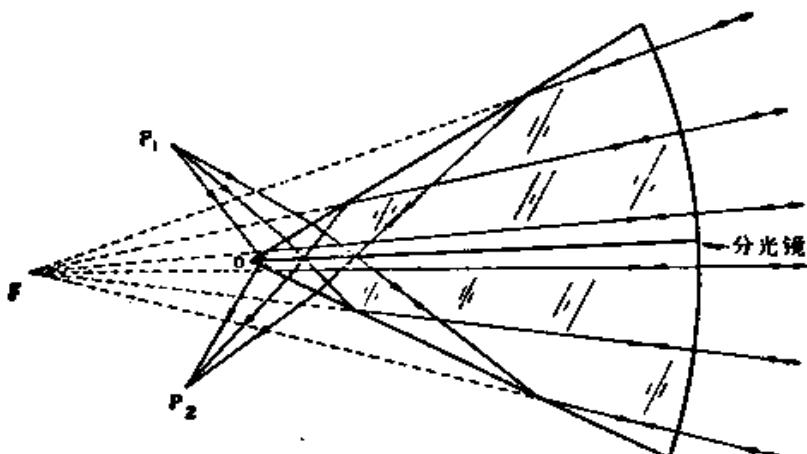


图5.29 桑德斯设计的棱镜系统

验中的应用，如桑德斯（Saunders 1962）所介绍的示于图5.30。此外，这种干涉仪在计量工作中还有广泛的用途（Saunders 1960, Strong 1958）。桑德斯（Saunders 1957）曾详细介绍过这种干涉仪

的设计方法。

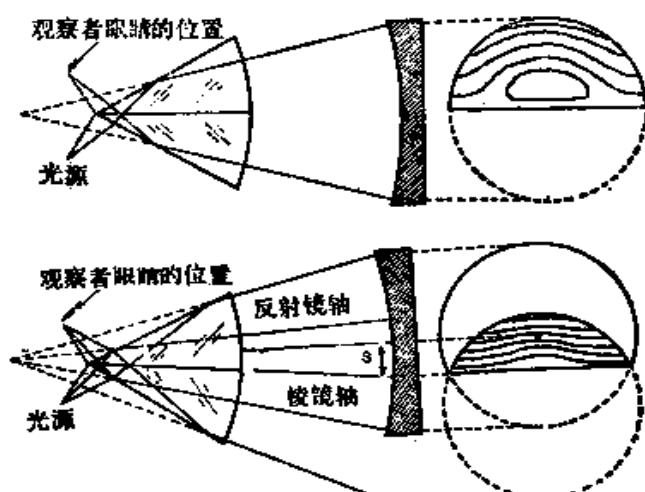


图5.30 桑德斯设计的倒转错位干涉仪

另一种用于检验透镜的有价值的倒转错位干涉仪是由魏茨曼 (Waetzman 1912) 以及后来的默蒂 (Murty 1964 b) 提出的, 如图 5.31 所示。它能产生倒转错位和横向错位, 默蒂 (Murty 1964 b)、森和庞坦贝克 (Sen and Puntambekar 1966) 还曾用这种仪器检验过直角棱镜和三面直角棱镜。由于光束两次通过透镜,

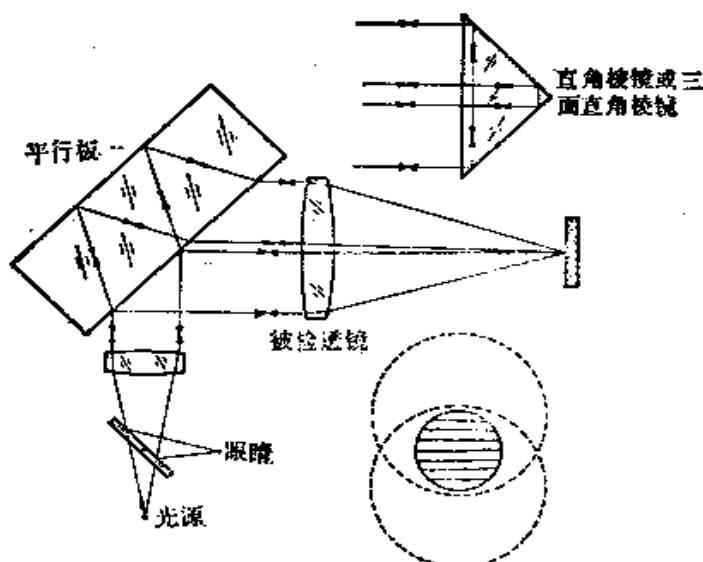


图5.31 用改装的雅满干涉仪检验透镜和棱镜

非对称象差被抵消掉了，倒转干涉仪对对称象差也不起作用。这些对观察测量是很有意义的。因为对称象差只用横向错位检测，因此将这种干涉仪看作是横向错位干涉仪可能更为恰当。

参 考 文 献

- Armitage, J. D. and A. Lohmann, "Rotary Shearing Interferometry," *Opt. Acta*, **12**, 185 (1965).
- Baird, K. M. and G. R. Hanes, in *Applied Optics and Optical Engineering*, Vol. 4, R. Kingslake, Ed., Academic Press, New York, 1967, p. 336.
- Briec, J. D., "Interferometric Testing of Optical Systems and Components: A Review," *Opt. Laser Technol.*, **4**, 28 (1972).
- Brown, D. S., "Radial Shear Interferograms," *Interferometry N.P.L. Symposium No. 11*, Her Majesty's Stationery Office, London, 1959, p. 253.
- Brown, D. S., "Radial Shear Interferometry," *J. Sci. Instrum.*, **39**, 71 (1962).
- Bryngdahl, O., in *Progress in Optics*, Vol. IV, E. Wolf, Ed., North-Holland, Amsterdam, 1965, Chap. II.
- Bryngdahl, O., "Reversed-Radial Shearing Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **60**, 915 (1970).
- Bryngdahl, O., "Shearing Interferometry with Constant Radial Displacement," *J. Opt. Soc. Am.*, **61**, 169 (1971).
- Fouéré, J. C., "Holographic Interferometers for Optical Testing," *Opt. Laser Technol.*, **6**, 181 (1974).
- Fouéré, J. C. and D. Malacara, "Holographic Radial Shear Interferometer," *Appl. Opt.*, **13**, 2035 (1974).
- Fouéré, J. C. and D. Malacara, "Generalized Shearing Interferometry," *Bol. Inst. Tonantzinatl*, **1**, 227 (1975).
- Gates, J. W., "Reverse Shearing Interferometry," *Nature*, **176**, 359 (1955a).
- Gates, J. W., "The Measurement of Comatic Aberrations by Interferometry," *Proc. Phys. Soc.*, **B68**, 1065 (1955b).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Effects of Partial Coherence in Two Beam Interference," *J. Opt. Soc. Am.*, **51**, 1307 (1961a).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Radial Shearing Interferometer," *J. Sci. Instrum.*, **38**, 428 (1961b).
- Hariharan, P. and D. Sen, "The Separation of Symmetrical and Asymmetrical Wavefront Aberrations in the Twyman Interferometer," *Proc. Phys. Soc.*, **77**, 328 (1961c).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Interferometric Measurements of the Aberrations of Microscope Objectives," *Opt. Acta*, **9**, 159 (1962).
- Kösters, W., "Interferenzdoppelprisma für Messwecke," German Patent 595211 (1934).
- Malacara, D., "Mathematical Interpretation of Radial Shearing Interferometers," *Appl. Opt.*, **13**, 1781 (1974).
- Malacara, D., A. Cornejo, and M. V. R. K. Murty, "A Shearing Interferometer for Convergent or Divergent Beams," *Bol. Inst. Tonantzinatl*, **1**, 233 (1975).
- Murty, M. V. R. K., "A Compact Radial Shearing Interferometer Based on the Law of Refraction," *Appl. Opt.*, **3**, 853 (1964a).
- Murty, M. V. R. K., "Some Modifications of the Jamin Interferometer Useful in Optical Testing," *Appl. Opt.*, **4**, 535 (1964b).
- Murty, M. V. R. K., "Interference between Wavefronts Rotated or Reversed with Respect to Each Other and Its Relation to Spatial Coherence," *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 1187 (1964c).
- Murty, M. V. R. K., "Interferometry Applied to Testing to Optics," *Bull. Opt. Soc. India*, **1**, 29 (1967).
- Murty, M. V. R. K. and E. C. Hagerott, "Rotational Shearing Interferometry," *Appl. Opt.*, **5**, 615 (1966).
- Murty, M. V. R. K. and R. P. Shukla, "Radial Shearing Interferometers Using a Laser Source," *Appl. Opt.*, **12**, 2765 (1973).
- Murty, M. V. R. K., R. P. Shukla, and A. Cornejo, "Aberration in a Radial Shearing Interferometer Using a Laser Source," *Indian J. Pure Appl. Phys.*, **13**, 384 (1975).

非对称象差被抵消掉了，倒转干涉仪对对称象差也不起作用。这些对观察测量是很有意义的。因为对称象差只用横向错位检测，因此将这种干涉仪看作是横向错位干涉仪可能更为恰当。

参 考 文 献

- Armitage, J. D. and A. Lohmann, "Rotary Shearing Interferometry," *Opt. Acta*, **12**, 185 (1965).
- Baird, K. M. and G. R. Hanes, in *Applied Optics and Optical Engineering*, Vol. 4, R. Kingslake, Ed., Academic Press, New York, 1967, p. 336.
- Briec, J. D., "Interferometric Testing of Optical Systems and Components: A Review," *Opt. Laser Technol.*, **4**, 28 (1972).
- Brown, D. S., "Radial Shear Interferograms," *Interferometry N.P.L. Symposium No. 11*, Her Majesty's Stationery Office, London, 1959, p. 253.
- Brown, D. S., "Radial Shear Interferometry," *J. Sci. Instrum.*, **39**, 71 (1962).
- Bryngdahl, O., in *Progress in Optics*, Vol. IV, E. Wolf, Ed., North-Holland, Amsterdam, 1965, Chap. II.
- Bryngdahl, O., "Reversed-Radial Shearing Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **60**, 915 (1970).
- Bryngdahl, O., "Shearing Interferometry with Constant Radial Displacement," *J. Opt. Soc. Am.*, **61**, 169 (1971).
- Fouéré, J. C., "Holographic Interferometers for Optical Testing," *Opt. Laser Technol.*, **6**, 181 (1974).
- Fouéré, J. C. and D. Malacara, "Holographic Radial Shear Interferometer," *Appl. Opt.*, **13**, 2035 (1974).
- Fouéré, J. C. and D. Malacara, "Generalized Shearing Interferometry," *Bol. Inst. Tonantzinatl*, **1**, 227 (1975).
- Gates, J. W., "Reverse Shearing Interferometry," *Nature*, **176**, 359 (1955a).
- Gates, J. W., "The Measurement of Comatic Aberrations by Interferometry," *Proc. Phys. Soc.*, **B68**, 1065 (1955b).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Effects of Partial Coherence in Two Beam Interference," *J. Opt. Soc. Am.*, **51**, 1307 (1961a).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Radial Shearing Interferometer," *J. Sci. Instrum.*, **38**, 428 (1961b).
- Hariharan, P. and D. Sen, "The Separation of Symmetrical and Asymmetrical Wavefront Aberrations in the Twyman Interferometer," *Proc. Phys. Soc.*, **77**, 328 (1961c).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Interferometric Measurements of the Aberrations of Microscope Objectives," *Opt. Acta*, **9**, 159 (1962).
- Kösters, W., "Interferenzdoppelprisma für Messwecke," German Patent 595211 (1934).
- Malacara, D., "Mathematical Interpretation of Radial Shearing Interferometers," *Appl. Opt.*, **13**, 1781 (1974).
- Malacara, D., A. Cornejo, and M. V. R. K. Murty, "A Shearing Interferometer for Convergent or Divergent Beams," *Bol. Inst. Tonantzinatl*, **1**, 233 (1975).
- Murty, M. V. R. K., "A Compact Radial Shearing Interferometer Based on the Law of Refraction," *Appl. Opt.*, **3**, 853 (1964a).
- Murty, M. V. R. K., "Some Modifications of the Jamin Interferometer Useful in Optical Testing," *Appl. Opt.*, **4**, 535 (1964b).
- Murty, M. V. R. K., "Interference between Wavefronts Rotated or Reversed with Respect to Each Other and Its Relation to Spatial Coherence," *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 1187 (1964c).
- Murty, M. V. R. K., "Interferometry Applied to Testing to Optics," *Bull. Opt. Soc. India*, **1**, 29 (1967).
- Murty, M. V. R. K. and E. C. Hagerott, "Rotational Shearing Interferometry," *Appl. Opt.*, **5**, 615 (1966).
- Murty, M. V. R. K. and R. P. Shukla, "Radial Shearing Interferometers Using a Laser Source," *Appl. Opt.*, **12**, 2765 (1973).
- Murty, M. V. R. K., R. P. Shukla, and A. Cornejo, "Aberration in a Radial Shearing Interferometer Using a Laser Source," *Indian J. Pure Appl. Phys.*, **13**, 384 (1975).

第六章 多光束干涉仪

C. 罗丘多利

§ 6.1 发展简史

多光束干涉的历史起源可追溯到 1836 年，从艾里推导出由玻璃平板产生多光束干涉公式开始，但是由于当时还没有制作出高反射率膜层，因而没能使这个概念得到进一步发展。未镀反射膜的玻璃板的反射率只有 0.04，用这样的玻璃板只能在反射方向上产生可见度较好的双光束型干涉条纹，在透镜方向则看不到可识别的条纹*。后来，斐索 (Fizeau 1862 a, 1862 b) 设计出了著名的以他的名字命名的斐索干涉仪 (参阅第一章)。他的发明开创了用光干涉计量技术研究面形误差的新途径 (Laurent 1883)。这种由两块未镀膜的玻璃板构成的干涉仪，在反射光路中能得到描绘出面形误差等值线的双光束 (余弦) 型干涉条纹。后来布卢什 (Boulouch 1893) 重新推导了艾里 (Airy 1836) 的多光束干涉公式，并且证明随着斐索表面反射率的增大，不论是反射光路还是透射光路中的多光束干涉条纹都将变得越来越敏锐。

几年之后，法布里和珀罗 (Fabry and Perot 1897) 认识到这种由两块具有高反射率膜层而且间距可变的玻璃平板组成的干涉仪，也就是现在通称的法布里-珀罗干涉仪的潜力。这种干涉仪至今仍然是结构紧凑，分辨本领最高的分光计之一 (Cook 1971)。为了利用其高分辨本领的能力，通常把两块法布里-珀罗板的间距做得较大，而这就使这种仪器能以非常高的定位精度测绘表面微观面形误差的巨大潜力大受影响。1913 年，伯努瓦 (Benoit)、法布里和珀罗用表面镀膜的斐索干涉装置测定了标准米尺。他们

* 前面三个反射光束的相对强度为 0.04、0.037 和 0.000059，前面三个透射光束的相对强度为 0.92、0.0015 和 0.0000024。

亦未达到能使这种多光束斐索干涉仪可用于精密表面检验的“最佳条件”。托兰斯基(Tolansky 1944)提出并证明了这些最佳条件，虽然他自己曾特别提到(Tolansky 1948 a,)从威廉斯与他的私人通信中得知英国的希尔格公司多年来一直在用多光束斐索干涉条纹检验光学平面。在托兰斯基的著作(Tolansky 1948, 1960, 1966, 1968)中，对斐索型多光束干涉仪的原理和应用作了透彻而详细的分析。本章第§ 6.3 节将综述多光束斐索干涉仪的要点。

要想用多光束斐索干涉仪得到明锐的条纹和很高的定位精度，根据托兰斯基特定条件(见下节)，要求两反射镜之间的间距和楔角很小。要达到这个目的，可以用一个高质量检验平面在整个视场中只给出很少几条间隔为 $\lambda/2^*$ 的窄条纹，而其它绝大部分表面不给出任何面形误差信息。次年，托兰斯基(Tolansky 1945 a, 1945 b)发展了一种所谓等色序条纹(FECO)干涉计量技术，其中，用白光而不用准单色光照明，并且通过显示等色序条纹的棱镜分光计逐个地观察检验表面的各个小区域。与多光束斐索干涉条纹相比，FECO的优点是精度较高，而且能够根据彩色条纹的弯曲方向直接区分出“峰”和“谷”。关于这方面的内容在托兰斯基的著作中(Tolansky 1948 a)已有很好的阐述。这里柯勒(Koehler)的贡献(Koehler 1953, 1955 a, 1955 b, Koehler 和 Eberstein 1953, Koehler 和 White 1955)也值得一提。在第§ 6.4 节中我们将扼要介绍 FECO 干涉计量技术，并且还要提到另一种稍有不同但却非常有用的、用两种不同波长的光源可从两个标度不同的单色仪中适当选取(Shaanian and Little 1975)。

以后，有不少人提出了各种缩小 $\lambda/2$ 条纹间隔值的技术，以便在用单色光或准单色光照明的情况下，可以从其它无条纹区域中得到微观面形误差的信息。第一个提出这类技术的桑德斯(Saunders 1951)，他通过控制总的气体量来改变气压，并对各组条纹进行重复摄影曝光的办法，在由两个反射镜构成的干涉薄层中

* 在某些多通道干涉仪中，相邻条纹间的间隔小于 $\lambda/2$ ，参阅第七章。

引入不同的光程差。另一种减小等高线间隔值的办法是采用一组经过适当选择的离散波长照明 (Herriott 1961, Schwider 1968, Pilston and Steinberg 1969)。默蒂 (Murty 1962) 提出的一种更为简单的办法是除了用一组空间分开的针孔外还采用了通常的准单色光照明。这些缩小条纹间隔值的技术将在 § 6.5 节中作简要介绍。

与此同时, 利用普通的平行板 (而不是成楔形的) 法布里-珀罗干涉仪测定表面微观面形误差 (Benedetti-Michelangeli 1968, Hodgkinson 1969) 和精密测定薄膜厚度 (Schulz 1950 a, 1950 b) 的技术也得到了发展。用法布里-珀罗干涉仪检验的方法请参阅第 § 6.6 节。

托兰斯基 (Tolansky 1943, 1946) 首先观察到并利用了由点光源照明法布里-珀罗板时形成的一组稍有不同的多光束条纹, 此时在法布里-珀罗板的后面没有通常所用的条纹聚焦透镜 (参阅图 6.2 和图 6.17)。这些“托兰斯基条纹”的功能将在第 § 6.7 节中讲述。

球面法布里-珀罗干涉仪 (Connes 1958)、普通曲面镜激光谐振腔 (Boyd and Gordon 1961, Fox and Li 1961) 以及扫描球面法布里-珀罗干涉仪 (Herriott 1963) 的发展, 为利用具有高定位精度的多光束干涉条纹 (Herriott 1966) 检验曲面的第一流技术创造了良好条件。

美国的铂金-埃尔默公司 (Heintze et al. 1967) 和英国的科学仪器研究协会 (SIRA) (Biddles 1969) 也独自发展了类似的球面波干涉仪。一种想用多光束干涉条纹相对单个或几个基准面来检验许多球面的强烈愿望与人们对威廉斯干涉仪所掌握的知识 (Williams 1950) 的结合, 为这类干涉仪的发展铺平了道路。我们将在 § 6.8 节中介绍这种检验曲面用的多光束干涉仪。

在多光束干涉计量技术领域内值得提出的还有所谓双干涉计量技术和全息多光束干涉计量技术。前一种技术是在一个双干涉测量装置中将多光束干涉条纹与另一个波面相组合, 利用实时莫

尔条纹技术或控制适宜的背景对比度，尤其是当使用多光束斐索干涉条纹检验不透明反射表面时 (Langbeck 1968, Pastor and Lee 1968)。有关这方面的内容将在 § 6.9 节中讲述。后一种技术，如松本 (Matsumoto 1969) 和布里恩达尔 (Bryngdahl 1969) 建议的那样，当通过将双光束干涉系统改成多光束干涉系统而选用全息干涉计量技术时，可采用这种技术。这在 § 6.10 节中将简要地提到。关于莫尔条纹和全息干涉计量技术的详细阐述请参看第十二章。

下面几篇关于干涉计量技术方面的评述文章对于有更广泛兴趣的读者或许是值得一读的：Vrabel and Brown(1975), Malacara 等人 (1975), Briers (1972), Koppelman (1969), Baird (1967), Baird and Hanes(1967)，以及 Kuhn(1951)。近期关于精密干涉检测方面的有价值的文章可参阅舒尔茨和施维德 (Schultz and Schwider 1976) 的论文。

§ 6.2 多光束干涉计量技术的精度

本书前面各章讨论的光学零件的各种干涉检测法有一个共同点：反映被检表面或波面轮廓的最终干涉图是由两个波面之间的干涉形成的。其次，记录下来的干涉条纹的强度按图 6.1 a 中所示的 $\cos^2\phi$ 或 $(1 + \cos 2\phi)$ 型曲线变化。我们把这样的条纹的所谓条纹质量，即“细度”数定为 2。这可从细度的定义理解，细度是指条纹间隔与条纹半宽度的比值 (图 6.1)。一般，条纹间隔是 $\lambda/2$ ，双光束余弦条纹的目视估测精度很少高于 $\lambda/20$ 。

相反，多光束干涉条纹非常明锐，对反射率约为 99% 的表面，局部细度可高达 300。图 6.1 b 所示的艾里曲线是一个表示大多数多光束干涉条纹的基本特征的典型例子。其条纹细度为 50。对这样的条纹进行简单的测量可测出精度接近于 $\lambda/500$ 的表面微观面形误差。正是因为用这种简易实验装置就可达到的高分辨本领，所以才使多光束干涉计量技术获得如此普遍的应用。

可是我们必须认识到，要获得多光束干涉，干涉仪中的平板

必须镀以高反射膜层。显然，这就要使抛光过程中断一段时间。而在采用双光束干涉计量技术的情况下，被检表面只要简单地清擦一下后就可以直接进行检验。抛光操作者想检验几次就检验几次，比较方便。因此，多光束干涉检测主要用于薄膜技术领域（H. E. Bennett and J. M. Bennett 1967, Eastman 1975）。这种技术也可以相对说来比较容易地（例如代替电子显微术）用于高质量光学面的粗糙度超精密检验（Koehler 1955 b, Koehler and White 1955, Hodgkinson 1970），但这时必须仔细选择能尽可能精确反映基底轮廓的表面镀层材料（通常选择银，参阅 Tolansky 1960），而且还需分析从镀层物质反射时产生的相位变化（Tolansky 1948 a, Koehler 1953）。在双光束干涉计量技术中通常不存在这些问题。对日常的车间检验来说，除非被检表面一定比 $\lambda/20$ 好，否则多光束干涉计量技术并不适用。

当然，多光束干涉计量技术并不是获得高空间精度的唯一方法。如果主要是从提高条纹的锐度考虑，则只要将双光束斐索干涉条纹直接成像在摄像机的高分辨率光导摄像管上，在闭路电视上观察条纹，通过控制图象对比度的电子系统，就可以人为地提高条纹的锐度。这时，简单的目视观测的精度无疑可超过 $\lambda/50$ ，如再通过计算机分析处理时，则可给出非常高的精度。利用非

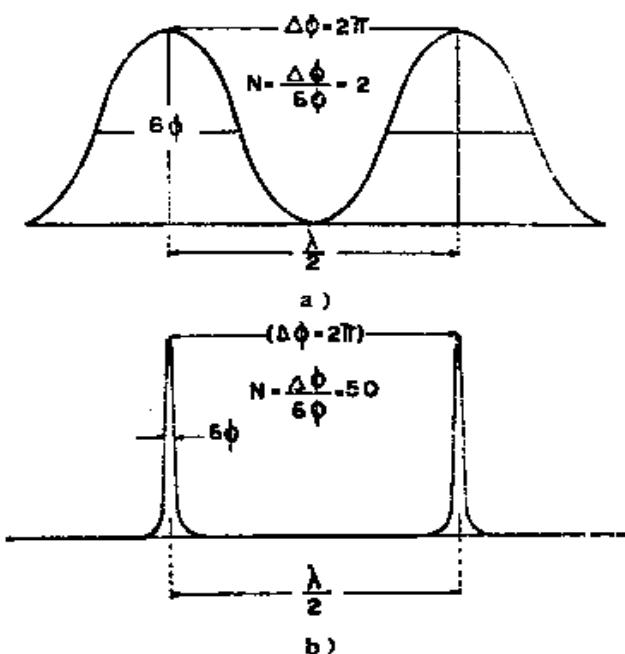


图6.1 细度，即条纹间隔与条纹半宽度之比值

a) 双光束余弦条纹 b) 多光束法布里-珀罗条纹。例如，b) 的细度为50

线性照相技术也可以提高条纹锐度。通过精密测定双光束干涉条纹的正常照相底片的光密度曲线，或直接对于干涉场进行光电扫描，经过适当处理后也可达到很高的精度 (Roesler 1962, Roesler and Traub 1966, Dew 1964, 1966)。一种更新的在简易双光束干涉仪上装有电子分析系统的振动反射镜干涉计量技术（参阅第十三章）可达到 $\lambda/1000$ 的精度 (Raymond 1970, Bruee and Sharpless 1975)。事实上，莫斯 (Moss) 等人和洛根 (Logan) 曾宣称，他们用于引力波探测系统的双光束外差 (迈克耳逊) 干涉测量技术可以高达 10^{-6} 埃的精度检测出反射镜的位移。已经有文献报导另一种稍有不同之处的技术，即通过测量有三个纵横的三反射镜激光谐振腔发出的拍频信号检测出小于 10^{-5} 埃的光程变化 (Boersch et al. 1974)。

还应指出，除非此系统是专门用来测量相对“不稳定性”的 (Dyson 1968)，否则整个干涉装置的热稳定性和机械稳定性必须比要求此系统达到的精度还要高出一个数量级。干涉测量技术的极限精度受到光电探测器中固有噪声的限制 (Hanes 1959, 1963, Hill and Bruce 1962, Raymond 1970)，也受到衍射现象的限制。衍射现象的存在，导致与海森堡测不准原理 (Heisenberg 1949) 相类似的“光学测不准原理”的存在。托兰斯基和埃梅拉 (Tolansky and Emara 1955)、桑顿 (Thornton 1957)、科佩尔曼 (Koppelman 1966)、兰和斯科特 (Lang and Scott 1968) 都对此进行过研究。通过多光束干涉计量技术达到的非常高的分辨率——几个埃或几分之一埃——是在纵向而不是在横向。横向分辨率取决于由衍射产生的辐射波长。

选用多光束干涉测量技术时应当考虑以下几点：(a) 允许花在检验上的时间，(b) 对为特定任务设计的被检表面所确实必须的最高检验精度，(c) 实验室的现有设备。

§ 6.3 多光束干涉仪

§ 6.3.1 干涉条纹的形成条件

多光束斐索干涉仪中包含有一个由两个足够大的反射平面形成的很薄的楔形层。任何入射在此薄层上的光束通常将产生一系列越来越发散的光束(图6.3)。这些多次反射光束不能严格地在任何一个平面内叠加,可是在某种近似程度上恰恰可以形成多光束干涉条纹。因为在了解了法布里-珀罗干涉仪中形成多光束干涉条纹的过程后,对形成干涉条纹的必要条件就更容易理解了,因此我们暂时离开主题来简单地讲一下在这种干涉仪中干涉条纹是如何形成的。

法布里-珀罗干涉仪由两块平面度非常好的并且彼此平行的反射镜组成(图6.2)。一个单个入射波由于多次反射将形成一系列的波,这些波可在透镜的焦面处叠加形成理想的艾里干涉纹(Tolansky 1948 a)。其辐照度分布公式为

$$\begin{aligned} I(\phi) &= \left| \sum_{n=0}^{\infty} T R^n e^{in\phi} \right|^2 \\ &= \left(\frac{T}{1-R} \right)^2 \frac{1}{1 + (4N_s^2/\pi^2) \sin^2 \phi/2} \end{aligned} \quad (6.1)$$

理想反射细度为

$$N_s = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \quad (6.2)$$

式中 T 和 R 分别是两块反射镜的透过率和反射率, ϕ 是任何两个相邻波面之间的总的有效位相差或光程差。

虽然式(6.1)中的级数是无穷的,但事实上总的有效相干光束数是有限的,因为经过 n 次传播后的光束所带的能量 $T^n R^n$ 在 n 足够大时是可以忽略不计的。[参看图6.4的实曲线,该曲线给出一定反射率值下形成与理想艾里曲线(无限项和)相差 0.1%* 以内的有限多光束干涉条纹时所需的叠加光束数]。正如我们将看到的,这点对于任何类型的多光束干涉技术都是很有用的,应当记住。如果真的想要叠加无限多次反射光束以形成理想的艾

* 原文误为1%——译者注。

里干涉仪，则干涉测量工作者为了观察这样的条纹只有无限期地等待下去 (Roychoudhuri 1975)！

在形成多光束法布里-珀罗干涉条纹时，另一点有实际意义的是任何两相邻波面间的位相差 ϕ 是恒定的。因此，一旦 ϕ 值确定后，整个多次反射光束系列就组合成为理想艾里干涉条纹的恰当部分。所以，当 ϕ 是 $2n\pi$ 或 $(2n + 1)\pi$ (n 为任何整数) 时，整个光束系列在叠加时或相长叠加形成亮条纹或相消叠加形成暗条纹。

这就是在平行平面法布里-珀罗干涉仪和楔形斐索干涉仪之间存在的主要不同点。在彼此成楔形的斐索镜中，相邻两波面间的位相差是个逐渐增加的量，而不是象在平行法布里-珀罗干涉仪中那样是个常量。另一个差别是多次反射光束的空间离散（在斐索干涉测量技术中），但这不能用任何聚焦或成象装置完善地加以补偿。图 6.3 表示出了这两个效应。

相位差的累加可按布鲁塞尔 (Brossel 1947) 的很简单但很巧妙的方法计算。这个方法还能进一步用于计算斐索干涉级的强度分布和定位（也可参看 Born and Wolf 1975 第 286 页）。我们将考虑到许多光学车间中使用的以准直光束垂直两反射镜之一照明的这一特殊情形（图 6.3 和 6.6）。两块部分透过的反射镜 M_1 和 M_2 构成一个很小的楔角 ϵ ，其顶点在 O 处。平行于 M_2 镜的入射平面波由于多次反射将产生一系列的光束。图 6.3 a 中的箭头对应于入射波面的“中心”，这就看出了斐索干涉仪中光束发生离散这一缺点。图 6.3 b 表示多次反射波面相对于位在 M_2 镜面 (Y 平

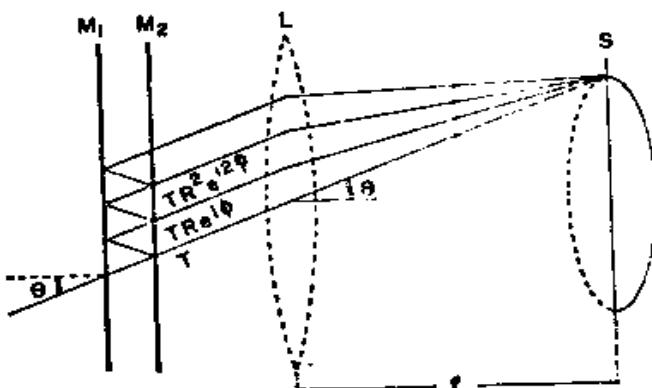


图 6.2 在由一对平行平面镜 M_1 、 M_2 和条纹聚焦透镜 L 组成的法布里-珀罗干涉仪中形成干涉条纹的过程。 S 是 L 焦面处的干涉纹面

面) 处的入射波面的相对位置。之所以选择这样的图形来计算相位差 (Brossel 1947, Tolansky 1948 a) 是因为在两斐索镜构成的楔形顶点 O 处, 各个多次反射波面相对入射波面 (OA_1) 没有任何相位差。各个多次反射波面的倾斜情况用直线 OA_2 ($\angle 2\epsilon$), OA_3 ($\angle 4\epsilon$), $\cdots OA_n$ ($\angle 2n\epsilon$) 表示。如果在透射光路中的任意一点 $P(x, y)$ 处考察叠加效果, 则第一个波面和第 n 个波面间的光程差为

$$d_n(x, y) = PA_n - PA_1 \quad (6.3)$$

但

$$\begin{aligned} PA_n &= PQ + QA_n \\ &= PQ + QO \sin 2n\epsilon \\ &= PQ + (y - QA_1) \sin 2n\epsilon \\ &\approx x \cos 2n\epsilon + y \sin 2n\epsilon \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} d_n(x, y) &= x(\cos 2n\epsilon - 1) + y \sin 2n\epsilon \\ &\quad (6.4) \end{aligned}$$

如果象通常在光学车间中所做的那样, 通过成像装置在镜面 M_2 ($x = 0$) 上观察条纹, 则相位差的表示式简化为

$$d_n(0, y) = 2tn - \frac{4}{3}n^3\epsilon^2t \quad (6.5)$$

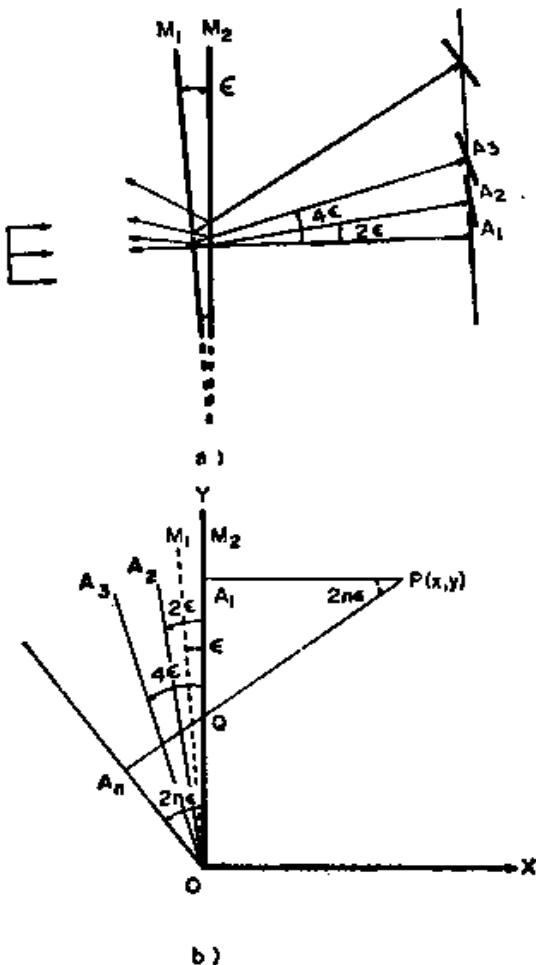


图 6.3

a) 在由一对彼此成楔角 ϵ 的“平面”镜 M_1, M_2 组成的斐索干涉仪中, 用平行于 M_2 的准直波面照明时产生的多次反射光束 b) 计算斐索干涉仪中产生的多次反射光束之间的相对程差的辅助几何图形

式中我们已令 $t = ye$, 它代表 y 处各板的间距, 并且在假定 $2ne$ 仍旧是一个小角度的条件下仅仅取 $\sin 2ne$ 级数展开式的头两项。因为在用平行光垂直照明的平行板法布里-珀罗干涉仪中, 第一个波面和第 n 个波面间的相位差是 $2tn$ 。所以, 斐索干涉仪中第 n 束光的相位比 $2tn$ 滞后了

$$\delta d_n = \frac{4}{3} n^3 e^2 t \quad (6.6)$$

托兰斯基首先看出了这个比较小的相位滞后 (斐索干涉仪中的正弦级数与法布里-珀罗干涉仪中的算术级数 $2tn$ 相比) 是对形成高质量对称明锐条纹的唯一最重要的限制 (这个问题在下一节即将讨论的白光 FECO 干涉测量技术中避免了。因为那时两个反射镜尽可能调成彼此平行)。在

$$\frac{4}{3} n^3 e^2 t = \frac{\lambda}{2} \quad (6.7)$$

的特殊情况下, 则第 n 束光与第一束光是相消地而不是相长地叠加。因此, 要得到对称的明锐的斐索干涉条纹就必须满足以下的托兰斯基不等式

$$\frac{4}{3} n^3 e^2 t < \frac{\lambda}{2} \quad (6.8)$$

式中变化最迅速的量是相干光束数 n 。但是由于多光束斐索干涉的目的就是要用来产生高质量、高细度的干涉条纹, 而这就需要有大量的、位相差有规律的光束相叠加, 因此 n 值就不能太小。当然, 这个数也取决于表面的反射率。图 6.4 中的虚线表示法布里-珀罗干涉条纹的细度 N_s (条纹间隔与条纹半宽度之比) 随反射率的增加而增大的情况。同一图中的实线表示用计算机算出的峰值透过率与艾里值 [式(6.1)的无限项和] 相差小于 0.1% 时的有效光束数 M 随反射率变化的情况。由图可见, 反射率低于 90% 时, 要得到细度为 N_s 所需的迭加有效光束数 M 约为 $2N_s$ 。反射率更高时, 需要的 M 值便不断地增大。

这些曲线可以用于斐索干涉计量技术, 例如当被检表面的反

射率 R 一定(或两个表面的反射率不等时, 等效反射率 $R = \sqrt{R_1 R_2}$ 一定)或要求的条纹细度 N_s 是与反射率 R 相对应的值时, 则由图 6.4 所示的曲线可求出需要叠加的有效光束数 M 。因此, 要保持托兰斯基不等式成立, 就需在式(6.8)中用 M 代替 n , 并且相应地减小 ϵ 和 t 的值。托兰斯基(Tolansky 1948a)曾给出过一些为得到对称的斐索干涉纹所需的典型的 n 、 ϵ 和 t 的值。两玻璃板的间距 t 的最小值通常由无所不在的平均大小一般为 1 微米左右的尘埃粒子所决定。楔角 ϵ 的最低限度值由视场内所需的最少条纹数决定。楔角越小, 相邻两条纹间的空间间距就越大。

当不满足托兰斯基不等式(6.8)时(换言之, 在绝大多数情况下), 在高反射率情况下形成的每一斐索干涉条纹都是强度分布不对称的混合条纹, 在楔形的厚侧形成一个主极大值并跟着一系列的次极大值。这些次极大的强度值随着楔间距的增大而迅速减小。主极大值变宽并不再象法布里-珀罗干涉条纹那样对称, 而且其峰值沿着楔的开口方向移动并减小(Kinosita 1953)。图 6.5 是一般斐索干涉条纹与法布里-珀罗干涉条纹的定性比较示意图。这种一般的斐索干涉条纹与托兰斯基干涉条纹(见图 6.7)明显

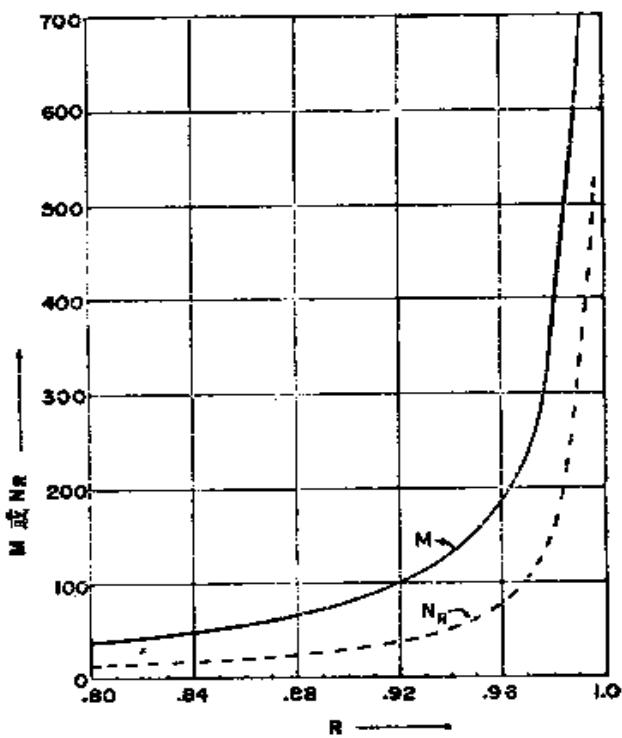


图 6.4 与理想艾里曲线相差 0.1% 以内时, 相干光束数值 M 随反射率 R 的变化曲线(实线)
虚线表示反射细度 N_s 随反射率 R 变化的情形

类似。后者是由用点光源发出的不同方向的斜光束照明的平面平行法布里-珀罗干涉仪产生的。如果利用的是干涉条纹的光滑边缘，则这样的混合条纹并不影响精密检测（Polster 1969）。显示出斐索干涉条纹特征的条纹不仅在薄的楔形膜上形成，而且在称之为福斯纳（Feussner）的面上的各个界限分明之处形成（Barakat et al. 1965）。

斐索干涉仪的另一个重要约束参量是：由楔角 ϵ 引起的第 n 束光线的横向位移 Δ_n (Tolansky 1948 a)

$$\Delta_n = 2n^2 t \epsilon \quad (6.9)$$

这意味着由斐索干涉仪形成的每条多光束干涉条纹，总是给出跨度为 Δ_n 的整个区域内的平均面形的等高线图，而不是精确的点点对应的等高线图。

§ 6.3.2 斐索干涉测量法

斐索干涉测量装置的基本零件如图 6.6 所示。一单色或准单色的准直光束照明彼此成楔形的镀有膜层的两个平面 (M_1, M_2)，在透射方向 (O_t) 和反射方向 (O_r) 都可观察到干涉条纹。透射条纹是明锐的亮纹，它以很高的对比度呈现在几乎是全黑的背景上，而反射条纹恰好是与之相补的（按照简单的能量守恒规律），即暗条纹位于亮背景上（图 6.7）。可是，当反射膜层的吸收系数很高时（例如银层），反射条纹的对比可能很差（Tolansky 1948 a）。

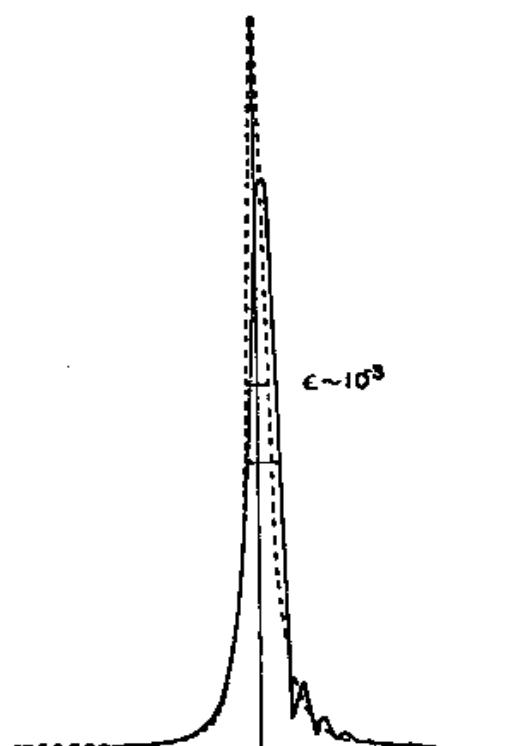


图6.5 由一对彼此成楔形的($\sim 10^{-3}$ 弧度)平面镜产生的混合斐索干涉条纹与同一对彼此完全平行的平面镜产生的法布里-珀罗干涉条纹的比较

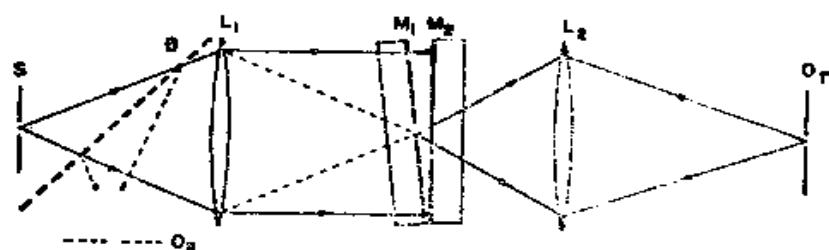


图6.6 斐索干涉测量装置的基本零件

*S*一点光源 *B*—观察反射条纹(*O_a*)的分光镜 *L₁*—准直透镜 *M₁*、*M₂*—斐索反射镜，其中空气模和间距作了很大的夸张 *L₂*—观察透镜，它把斐索镜间的定域条纹成像于观察平面*O_r*处

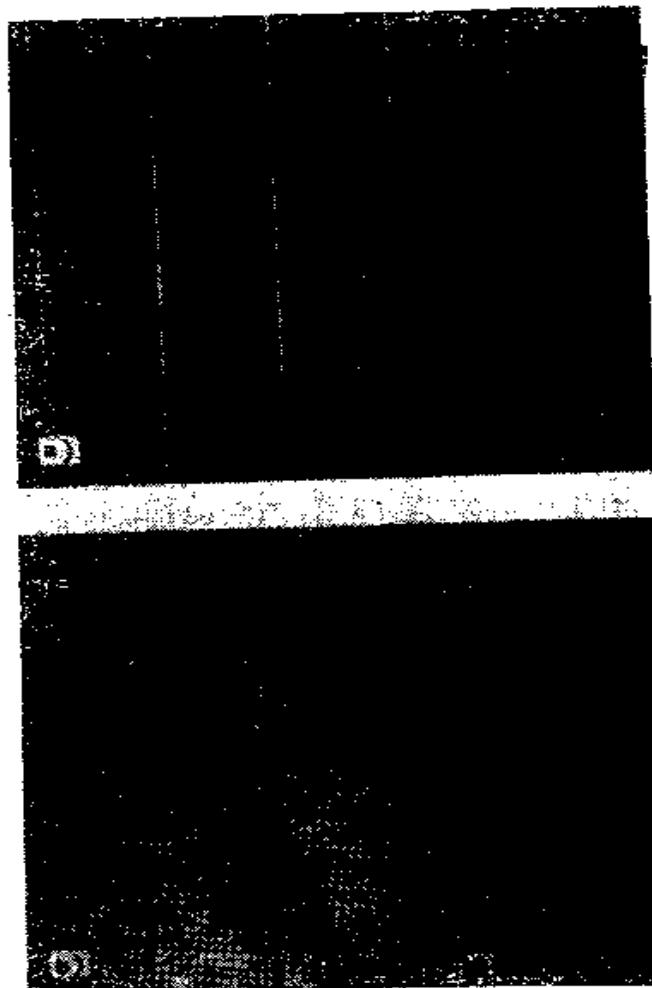


图6.7 透射和反射斐索干涉纹

a) 透射条纹形成明锐的亮线和暗背景。图中插入了用同样的装置产生的但没有图6.6中所示的准直透镜*L₁*的透射条纹 b) 反射条纹形成相补的暗线和亮背景(细条纹是由分光镜的背面反射产生的)

所有的斐索干涉纹的条纹间隔都是 $\lambda/2$, 多光束法布里-珀罗干涉条纹或正常的双光束干涉条纹也一样。这就是为什么明锐的斐索干涉条纹会丢失掉被检表面大部分信息的原因。这类装置的另一种形式将在下节讨论。

因为表面等高线条纹所表示的是两个面的总的光程变化, 所以其中一个面应当是高质量的基本平面, 这样干涉条纹就可以看成仅仅是被检平面的等高线 (Clapham and Dew 1967)。获得高质量平面的方法是利用象液态水银那样的液面。宾纳格尔等人 (Bünnagel et al. 1968) 已经详细介绍过这种斐索干涉仪。可是, 不用绝对基准平面也可以求得表面与绝对平面的偏差。这个方法要求用三个平面, 其中没有一个是高质量的基本平面 (Schulz 1967, Schulz and Schwider 1967, Schulz et al., 1971)。

由托兰斯基不等式 (6.8) 可知, 如果将两平板的间距调成很小, 则比较容易得到高质量的斐索干涉条纹。可是正如莫斯等人 (Moos et al. 1963) 所证明的, 这一条件并不是绝对必要的, 他们用高度准直的激光束照明, 在两平板的间距大至 20 厘米的情况下得到了表面等高线图。当然, 两平板间的倾角必须很小, 他们实验时的楔角小于 10^{-4} 弧度。这一点对车间加工是很值得考虑的, 因为大的间距可以保证不致因直接接触而划伤或损坏反射膜层。大的间距要求安装质量很高, 以保持稳定的相对准直关系。

在兰根贝克 (Langenbeck 1970) 介绍的为提高条纹锐度而采用离轴照明的一个有意义的实例中, 入射角的选择首先使入射光束朝着斐索板的顶角方向反射, 在经过可控制的有限次反射后, 再朝离开顶角的方向反射。这可从图 6.8 看到, 其中如

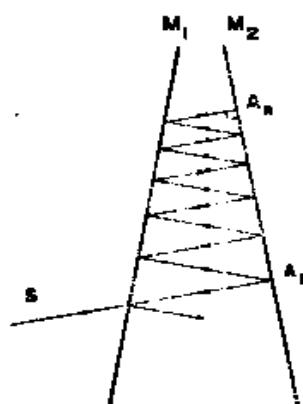


图6.8 提高斐索干涉条纹细度的一种方法
在斐索镜 M_1, M_2 间的
楔角一定的情况下, 适
当选择照明光线 $S A_1$
的方向, 可减小光束离
散的范围, 增加有效相
干光束数, 提高条纹
细度

果照明光束沿着光线 SA_1 的方向传播，经几次反射后在 A_1 处变成垂直反射镜 M_1 入射，然后又开始按其原光路返回。在检验象四面体那样的特殊物体时，要求斐索镜之间有比较大的间距，在这样的特殊情况下，用这种方法可形成较明锐的斐索干涉条纹 (Langenbeck 1970)。

伊斯门和鲍梅斯特 (Eastman and Baumeister 1974) 设计了一台将两块斐索反射镜中的一块装在压电扫描装置上的常规斐索干涉仪。其中干涉条纹不用照相方法记录，而用电子方法检测和分析处理。报导的精度约为 20 埃，但提高测量精度的技术看来还是有的。用双波长照明的斐索干涉测量技术 (Shaan and Little 1975) 将在下一节简要讨论。

§ 6.4 等色序条纹

1945 年托兰斯基发展了一种用白光照明的测量表面微观面形误差的新技术。它是由多光束斐索干涉仪演变出来的一种干涉仪。在多光束斐索干涉仪中，干涉条纹由以两个高反射面为界的薄楔形层形成。由于此楔形会使光束离散，因而使干涉条纹的锐度 (细度) 减小 (图 6.3)。因此托兰斯基 (Tolansky 1945 a, 1945 b) 将这两个表面尽可能调成平行，以增加条纹本身的细度。用准直的白光垂直照明此干涉装置时，将产生所有满足下列关系式的波长 λ_i 的沟槽光谱 (Jenkins and White 1957)

$$2t = n_i \lambda_i \quad (6.10)$$

可是，要看到这样的光谱需要摄谱仪进行色散。当理想干涉薄层 (t 为常数) 的一个狭窄区域通过摄谱仪成像时，将显示出一系列满足式 (6.10) 的横向分开的平行直条纹 (沟槽光谱)。如果在此薄层的成像区内 t 值有变化，则每个点都通过一组与该点 t 值对应的波。于是光谱象就由非直“条纹”组成，其中每一个条纹都将沿着波长标尺方向偏移，而保持 t/λ 不变。所以用等色序条纹 (FECO) 这个名字，就是因为沿着每个条纹，序数 n 是常数。

图 6.9 所示为观察等色序条纹的基本干涉测量装置。图 6.10 a 是解理云母面的部分等色序条纹(黑白复制), 其形貌变化示于图 6.10 b (Tolansky 1945 a)。面形误差的“峰”和“谷”的判断很简单, 因为位于“峰”上的条纹凸向紫色, 位于“谷”上的条纹凹向紫色。表面局部倾斜的程度由直条纹区内垂直条纹方向上单位长度内的条纹数决定 (图 6.10)。有关等色序干涉测量技术的详细介绍, 读者可参阅托兰斯基 (Tolansky 1948 a) 的著作。

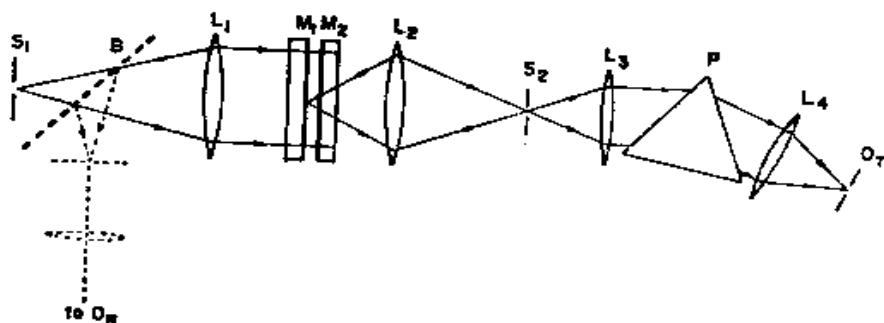


图6.9 观察透射 (O_7) 或反射 (O_6) 等色序条纹 (FECO)
的干涉测量装置的基本元件

S_1 —白光点光源 B —用于观察反射条纹的分光镜 L_1 —准直透镜 M_1 、
 M_2 —构成干涉仪的平行反射镜, 其中一个作为参考镜与另一个进行比较的 L_2 —是将来自 M_1 - M_2 上的一部分的光谱成象于光谱仪狭缝 S_2 上的透镜 (狭缝 S_2 、透镜 L_3 和 L_4 以及棱镜 P 组成光谱仪) O_7 —透射条纹的
观察平面

等色序条纹干涉测量技术在薄膜厚度的精密测定和表面粗糙度测量中非常有用 (H. E. Bennett and J. M. Bennett 1967, J. M. Bennett 1976, Eastman 1975)。由于现代光学工艺中对高质量光学表面要求的不断增长, 促进了等色序干涉测量技术在表面粗糙度研究方面的发展, 并且加深了对抛光机理的理解 (Koehler and White 1955, Koehler 1955 b, Vinokurov et al. 1962, Hodgkinson 1970)。可是, 应当考虑到由基底上的镀层材料引起的反射光的位相变化问题 (Tolansky 1948 a, Koehler 1953, Schulz 1951 a), 以及位相变化与膜层材料的厚度之间的依赖关

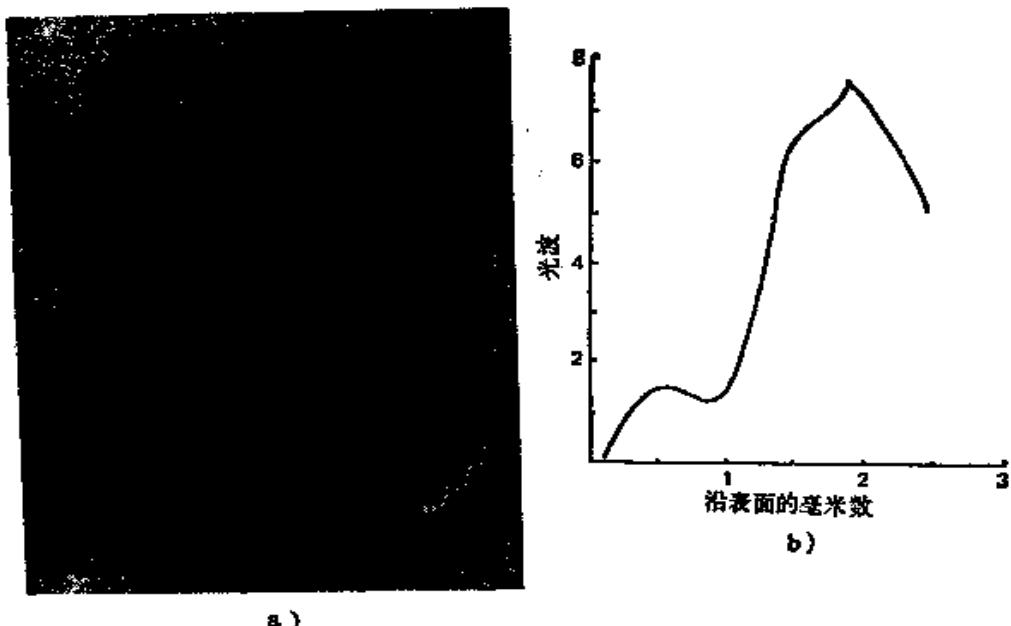


图 6.10

a) 图为以平面镜作为参考面检验新解理的镁铁云母面时得到的等色序条纹。在垂直方向的中央区内有稠密的条纹表明存在很陡的高峰（图中以黑白条纹形式给出）
b) 图为与由(a)图所示的条纹对应的表面高度沿垂直方向变化的定量曲线图

系问题 (Schulz and Scheibner 1950)。业已发现，用银膜 (Tolansky 1948 a) 比用介质膜更能真实地描绘出原始的面形误差。
继托兰斯基之后，沙伦和特利尔 (Shaan and Little 1975)

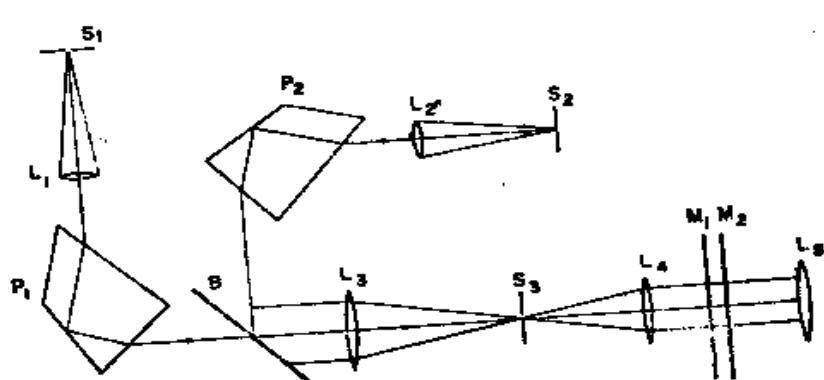


图6.11 用两个校正好的单色仪照明的白光斐索干涉仪

S_1, L_1, P_1 和 S_2, L_2, P_2 —两个单色仪 B —分光镜 L_3 —两个单色仪合用的光谱成象透镜 S_3 —斐索干涉仪 M_1-M_2 的入射线 L_4 —干涉仪的准直透镜
 L_5 —观察透镜

报导了另一种用白光条纹研究表面微观面形误差的技术。为了充分利用这种技术的优点，斐索干涉仪应使用两台校正好的单色仪（如定偏向角单色仪）发出的两种波长同时照明。图 6.11 是其实验装置图。利用这一技术，可很容易地测出晶体解理阶面的高度方向或薄膜的高度方向。首先选择两照明波长之一在感兴趣的区域内形成条纹，然后调节第二个单色仪，以便在阶面的另一边产生颜色不同但匹配的条纹，就可仔细地研究被检表面的任何区域（图 6.12）。因为两个波长是已知的，所以利用式(6.10)可容易地确定阶面的方向和高度，但应当考虑反射产生的相位变化，而这一点在此公式中是不明显的（Shaalan and Little 1975）。

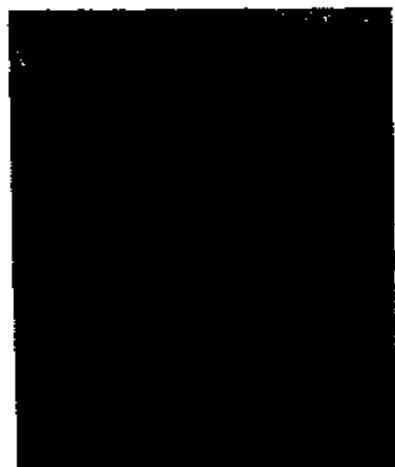


图 6.12 出现在某阶面两边的颜色可变的多束光干涉仪
较亮的条纹与原版彩色照片
中的红色条纹相对应，较暗
的条纹与绿色条纹相对应

§ 6.5 多光束干涉测量技术中如何 减小干涉条纹的间隔值*

在用单色或准单色光照明的大多数常规干涉测量技术中，作为表示光学厚度等高线的干涉条纹，其间隔值为 $\lambda/2$ 。这就是为什么在多光束干涉测量技术中虽然干涉条纹很敏锐，对比度很高，但被检表面的大部分面积内几乎不给出面形误差信息的原因。即使在 § 6.4 节中讨论的白光干涉测量技术中，也只有很小的一部分表面成象于分光仪的狭缝上。我们可以逐区扫描被检物体的表面，可是这个方法比较麻烦。

一种较简单的解决方法是采用准单色光垂直照明的“密封增压扫描”技术 (Saunders 1951)，这时给出明锐的且间隔小于 $\lambda/2$ 的斐索干涉条纹。其基本技术是将整个干涉仪放在密闭室中，

* 条纹间隔也可用多光程干涉测量技术减小，这将在第七章中讨论。

并对于干涉条纹进行一系列的曝光，在每两次曝光之间使干涉条纹移过一段所要求的距离。条纹的移动是通过改变气压控制光程的变化量实现的。另一个可以达到同样目的又比较简便的方法是将干涉的一块反射镜安装在压电扫描装置上，并给压电元件加上合适的梯形电压 (Roychoudhuri 1974)。这种方法不必将整个干涉仪放入密闭系统中。

赫里奥特 (Herriott 1961) 提出的一个不同的解决办法是，用由单色仪提供的一组离散光谱同时照明干涉仪，而单色仪的入射照明则由一组空间分离的狭缝组成，而不是单个狭缝。以后，默蒂 (Murty 1962) 提出了一个更简单的解决方法，他用一个一般的准单色 (或单色) 光源以及一组空间分离的小孔照明干涉仪，得到了一组条纹间隔值缩小了的多重干涉纹。默蒂 (Murty 1962) 还给出了一个求条纹间隔值的简单计算方法。施温德 (Schwider 1968) 也采纳了赫里奥特的多波长照明的想法，但利用了由合适的法布里-珀罗干涉仪产生的沟槽光谱照明。如果利用皮尔斯顿和斯坦伯格 (Pilstor and Steinberg 1969) 介绍的波长可调谐激光器照明，则可大大增加检测的灵活性。利用现在可以买到的连续可调谐染料激光器，则可以很方便而迅速地完成这样的检验。

§ 6.6 平行平面法布里-珀罗干涉仪

出乎意料的是，虽然平行平面法布里-珀罗 (Fabry-Perot 1897) 干涉仪作为一种高分辨率光谱仪器的性能是众所周知的，可是它直到不久以前才用于表面测量 (Schulz 1950a, 1950 b)。为了将这种干涉仪用作分光仪而逐渐发展起来的基准技术，要求 (a) 用扩展光源照明，以获得足够亮度的条纹，(b) 两平板之间保持一合理的间距，以满足足够的分辨率。可能是这两条总的限制条件阻碍了将这种干涉仪用于表面形误差的测量，因为在这两个限制条件下形成的干涉条纹不能点点对应地反映局部缺陷，而是条纹上的每一部分都代表着整个表面的总的缺陷 (Chabbal 1953, 1958)。在下一小节中，我们将按年代顺序介绍法布里-珀罗干涉

仪在表面检验中的若干应用。

§ 6.6.1 薄膜厚度的测量

用通常的法布里-珀罗干涉条纹可在±15 埃（或更好些）的精度范围内测量真空镀膜的薄膜厚度（Schulz 1950 a, 1950 b）。用下述实验可证明这一点，即一个简单钠蒸汽灯能发出一对靠得很近的谱线（5890 埃和 5896 埃），这一对谱线总是形成一对相隔很近的条纹组，尤其是这对条纹组的合拍与不合拍将取决于干涉仪两平板间的间距。这样，知道了波长以及这对条纹组位于平板两不同层上的适当位置时的平板间距后，就可求得薄膜的厚度。舒尔茨（Schulz 1950 a, 1950 b）曾经介绍过精密的定量分析法。这个方法比多光束斐索干涉法优越之处在于，形成干涉仪的两个表面不必紧贴在一起以致危及高质量的表面和（或）反射膜层。[但在此应当指出，斐索干涉纹也可用间距大而楔角很小的两块板形成（Moos et al. 1963）]。

舒尔茨（Schulz 1951 a, 1951 b）还将他提出的方法推广到测量从薄膜表面反射时产生的相位变化上。此相位变化取决于波长和材料厚度，以及薄膜的吸收系数。

§ 6.6.2 表面平面度偏差

本尼德蒂-米切兰格利（Benedetti-Michelangeli 1968）发展了一种测量平面局部差的方法，其中采用窄的准直激光束局部照明由被检平板和基准平板组成的法布里-珀罗干涉仪。测量结果正如他在文章中所介绍的那样是利用法布里-珀罗干涉纹的直径与干涉仪参量之间的标准关系式计算的。照明方法是采用窄的准直光束照明平行板，而且其入射角可以连续变化。报导的平直度精度是 $\lambda/400$ ，但提高精度的潜力还是很大的。还有，这种方法的一个优点是被检平板不必彼此紧贴在一起以致可能损伤表面。[本尼德蒂-米切兰格利（Benedetti-Michelangeli 1968）的这篇论文的一个突出的优点是它简明扼要地阐述了所有影响法布里-珀罗干涉纹质量的主要因素]。一种更精确的方法是利用艾里透射曲线的很陡的斜率和采用窄的准直光束垂直照明平行板。通过改变窄

的准直光束的照明位置，可以找出局部差。用此方法，可获得 $\lambda/1000$ 的精度(Koppelmann and Krebs 1961)。所有这些方法中，不论哪一种方法都有一个主要缺点，即可测定其平均缺陷的最小面积受准直扫描光束的空间尺寸的限制，这一尺寸几乎不可能小于一毫米。下面各段将介绍逐点测定表面缺陷的方法。

霍奇金森(Hodgkinson 1969)可能是第一位利用法布里-珀罗干涉仪的巨大潜力去研究表面缺陷的学者。大多数用于面形误差测量的多光束干涉检验都有个共同的缺点，即它们不是同时记录下整个表面的完整的面形，而是如前面提到过的那样，仅仅是沿着各条狭窄的干涉条纹取样，而其余大部分表面都被漏过去了。减小条纹间隔值的技术(§ 6.5)只能部分地解决这个问题。霍奇金森(Hodgkinson 1969)提出了一种方法，他通过将法布里-珀罗干涉仪的一个反射镜平行其自身缓慢地移动，记录下透射波面的积分干涉图。照明光束是垂直入射的准直单色光，干涉仪中每一点的透过率与该点的极间距成比例。当积分干涉图经过适当的显影处理后(Hodgkinson 1969)，根据此积分干涉图的透射特性曲线可得到所有的面形信息，以及面形误差分布函数(Chabbal 1958)。曝光和显影过程应保证透过率特性曲线与表面面形误差之间差不多成正比。由于受照相技术的限制，用这种方法测量面形误差的精度约为 $\lambda/500$ 。

如果用空间扫描光电探测器(或高分辨率光导摄像管摄像机)自动检测透射波面，并把信息存贮起来以备详细分析(图6.13)，则有可能省去积分干涉图的中

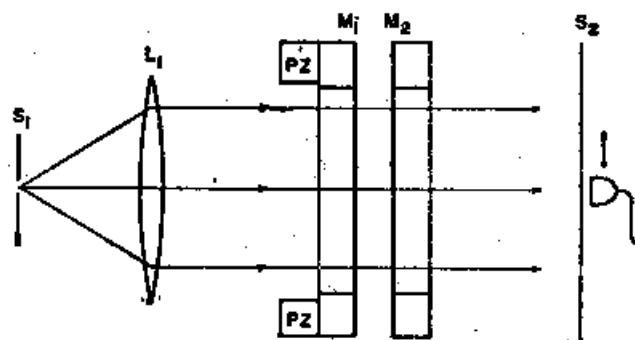


图6.13 确定一对反射镜上所有各点的表面缺陷的法布里-珀罗干涉测量装置

整个干涉仪用准直光束照明。表面缺陷通过测量透过率的变化确定。其中一块反射镜装在压电材料(PZ)上以选择所要求的透过率值

间记录环节。参考反射镜可装在压电扫描装置上。精确地调节两反射镜的间距，使探测器能记录到例如来自中心小区域的峰值透过率的二分之一。然后将此中心区的透过率值作为参考信号去测量其它各点的平直度偏差。为了直接进行图解计算，将沿波检面任何直径方向的透过率曲线与“理想的”艾里曲线进行比较，前者是当其中一块反射镜进行扫描时以示波器波形的形式通过中心参考区记录下来的。图6.14就说明了这一点。“理想”艾里曲线的半宽度公式为

$$PP' = \frac{2\pi}{N} \equiv \frac{\lambda}{2N} \quad (6.11)$$

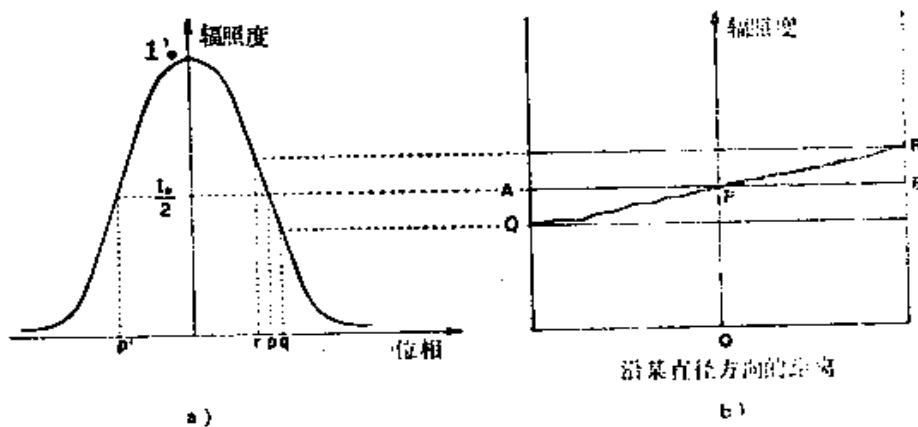


图6.14 用法布里-珀罗干涉技术测定一对反射
镜的表面所有各点的缺陷

a) 有校正轴的法布里-珀罗镜的参考(或理想)艾里透过率曲线 b) 当中心参考区的透过率值用压电材料调整到恰好为峰值透过率的二分之一时，沿法布里-珀罗镜某特定直径方向的透过率曲线

图6.14 a 中的横座标位相是线性变化的，细度 N 既可以通过对中心参考区的实际艾里曲线的测量求出，也可以根据反射膜层的反射率求出（见图6.15）。于是透过率的变化量 AQ 或 BR （分别对应于光程变化量 pq 或 pr ）可利用式（6.11）直接换算为波长的小数部分。这个方法的精度取决于可探测到的最小信号值，如图中的 pq 所示，它受艾里曲线的斜率控制（Polster 1969）。这个精度受光电探测器固有噪声的限制。虽然如此，当干涉仪的反射细度

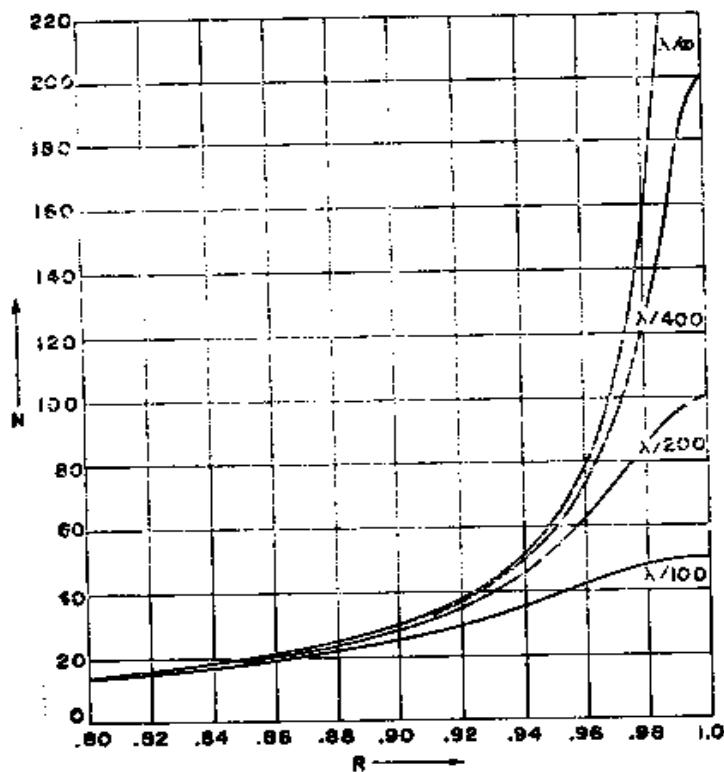


图6.15 一个存在球面形残余面形误差的法布里-珀罗镜的有效表面细度N-反射比R曲线
图中示出了四种不同表面平直度时的曲线

约为100(反射率~97%)时,用示波器和中等质量的光电探测器可得到 $\lambda/1000$ 或更好的精度。

在结束本节之前,我们还要提一下法布里-珀罗干涉技术的另一个优点。上面我们已经讨论了如何测定表面局部缺陷的位置和大小问题。不管怎么说,在大多数光学检验中,整个表面大致的(平均的)总质量 λ/m 也是有意义的。这个值是很容 易得到的,只要将基准板和被检板组成一个已知理想反射细度的法布里-珀罗干涉仪,并将这个理想反射细度与由干涉仪给出的实验细度进行比较。图6.15和6.16所示是两组有效细度-表面反射率曲线。第一组是被检面残存有纯球面形误差时的曲线,第二组是被检面残

存有偏离理想平直度的高斯型随机偏差时的曲线。这些曲线是用查伯尔(Chabba1 1958)分析法计算得到的 (Roychoudhuri)，它们的实用价值可通过一个简单的例子来说明。假定参考平面和被检平面的反射率为 98%，其理想反射细度接近 155，但实验细度为 80。然后通过仔细考察图 6.15 和 6.16 的曲线可以得出结论。如果被检表面有纯球面形残余误差，则平直度平均偏差值稍低于 $\lambda/200$ ，如果表面误差是高斯型的或是规则误差和高斯型误差的综合，则平均误差必定小于 $\lambda/400$ 。此外，我们还可以根据透过率的峰值 (Chabba1 1958, Jacquinot 1960, Hodgkinson 1969) 或加宽的法布里-珀罗干涉条纹的性质 (Hill 1963, Bhatnagar et al. 1974) 更精确地识别和表示面形误差。

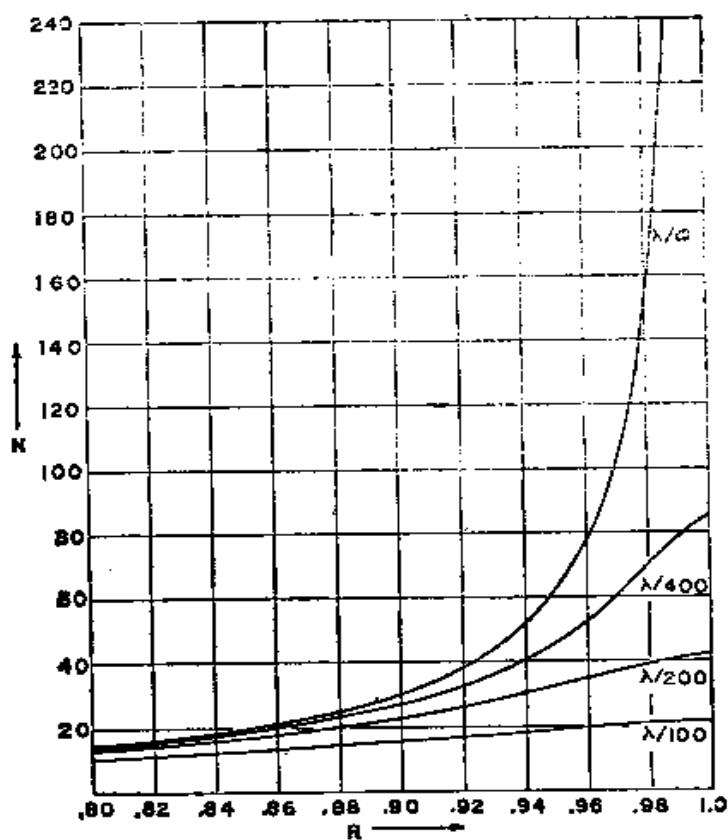


图6.16 一个具有高斯型面形误差的法布里-珀罗镜的有效表面细度 N -反射比 R 曲线

§ 6.7 用法布里-珀罗干涉仪产生的托兰斯基干涉条纹

当用点光源照射一对高反射平行平面的表面时，在离反射面任何距离处都可观察到一系列具有复合圆形特征的条纹（伴有衰减的次最大值）。这种呈现在发散锥面上的非定域条纹是托兰斯基首先发现并将其用于薄晶片的研究的（Tolansky 1943, 1946）。因此我们称这些非定域多光束条纹为托兰斯基条纹。

通过使点光源在两反射镜面间成象，托兰斯基条纹可用于精密定位检验。要使这个方法真正有效，必须使两反射镜彼此相当靠近。只要在远处用一个屏幕截取条纹而不必用任何显微镜或类似的装置就可观察这种条纹（图 6.17）。托兰斯基（Tolansky 1948 a）作过一些简化分析。这些条纹的角直径近似为 $20''$ 。 θ_s 遵守法布里-珀罗公式

$$2t \cos\theta_s = n\lambda \quad (6.12)$$

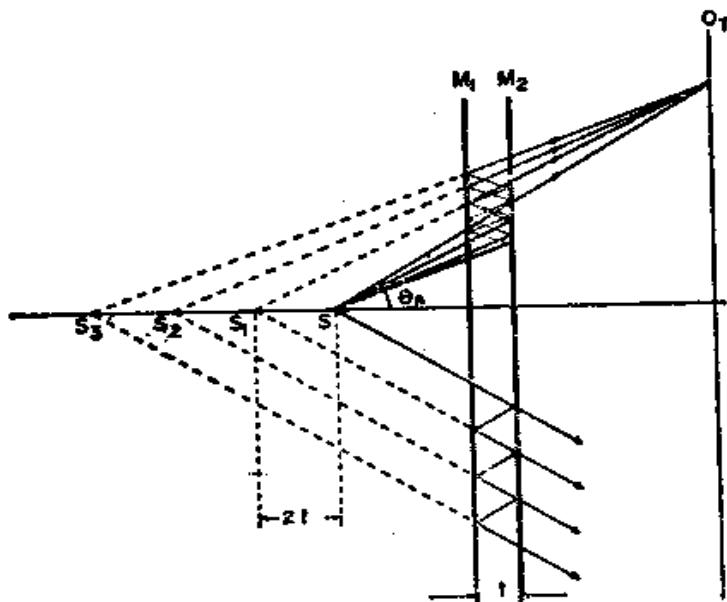


图6.17 用点光源 S 照明法布里-珀罗镜 M_1-M_2 时。

在平面 (O_r) 处形成非定域托兰斯基条纹

埃比舍尔（Aebischer 1971）对这些条纹的特性作了详细的计算。

托兰斯基条纹在快速调整激光器谐振腔（Bergman and Th-

ompson 1968) 和法布里-珀罗干涉仪 (Ford and Shaw 1969, Roychoudhuri 1973 b) 时也很有用。如果这时用的是透射条纹，则应将次极大精确地调整到与主极大同心。当次极大穿过主极大时 (图 6.18 a 和 b)，则说明调整中还有明显的残余倾斜。可是用反射条纹进行调整时 (很弱的次极大值，暗条纹几乎看不见)，应使干涉条纹组与条纹锥的轴线 (或照明的点光源) 同心。

托兰斯基条纹的另一个应用是测量高质量法布里-珀罗干涉仪 (或激光器谐振腔) 的长期稳定性。如上所述，由被测法布里-珀罗镜形成的条纹可以在远处用一个屏幕截取，以毫米为单位测量出条纹的收缩 (扩展) 量，就可以求出以波长的若干分之一计的法布里-珀罗干涉仪的轴向膨胀 (收缩) 量。通过观测主条纹穿过次条纹的情况，也可测出法布里-珀罗镜的倾斜量。我们已用这种技术测量过一台商品化法布里-珀罗干涉仪 (全般钢结构) 和一台自制的法布里-珀罗干涉仪 (带热补偿装置的全 Cervit 陶瓷结构) 的长期稳定性 (Roychoudhuri 1973 a, 1973 b)。后者具有较好的稳定性。

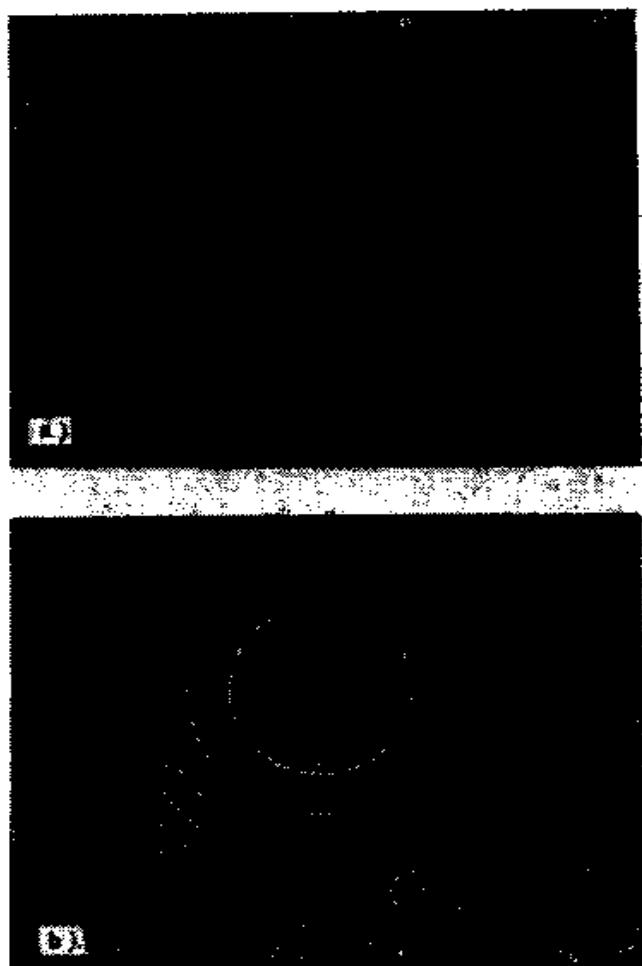


图6.18 某些非定域的托兰斯基条纹

- a) 法布里-珀罗板是“理想”平行的
- b) 法布里-珀罗板有倾斜

§ 6.8 检验曲面用的多光束干涉仪

如在引言中提到的，检验曲面用的多光束干涉仪是由赫里奥特 (Herriott 1966)、海因策等人 (Heintze et al. 1967) 和比德尔斯 (Biddles 1969) 各自独立研制出来的。这样的干涉仪对精密检验各种具有不同曲率的表面是很有用的。这时将被检表面和一个合适的基准面组成一个同心系统进行比较测量。类似的干涉测量装置也适用于其它的精密测量，如风洞、激波管等中的热梯度、压力梯度或成分梯度的精密测量 (Herriott 1966)。

干涉仪的基本元件示于图 6.19，其中消球差标准透镜 M_1 和被检表面 M_2 组成一同心系统。点光源 S 由透镜 L_1 成象于共同中心 C 处。用这个精确同心的装置，在观察平面 (O_r 或 O_t) 处可看到具有理想球形的均匀波面。只要将其中一面镜子横向移动（产生直条纹）或纵向移动（产生圆形条纹）一个很小的量，就会形成一组等高线条纹。〔后者也可用于共焦球面法布里-珀罗干涉仪中产生高色散的光谱条纹 (Persin and Vukicevic 1973)〕。由于这样移动后会使光束发散，所以赫里奥特 (Herriott 1966，参阅该文图 5) 在共同中心 C 处加入了一个补偿透镜 L_2 ，使 M_1 成象于 M_2 上 (反之亦然)，这样，各反射光线又被折回至镜面 M_1 或 M_2 上的各个原出射点，于是仍保持了表面定位检验的能力。有关这种基本干涉仪的各种改型装置可参阅参考文献 (Herriott 1966, Heintze et al. 1967, Biddles 1969)。

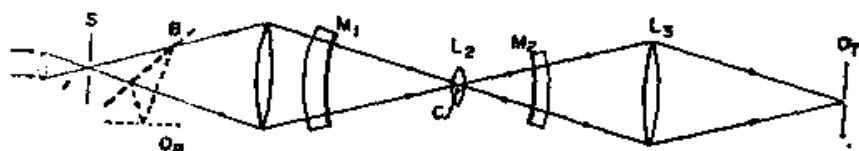


图6.19 检验曲面用的多光束干涉测量装置

镜面 M_1 和 M_2 调整成与 C 点基本同心。透镜 L_1 使点光源 S 成象于共同中心 C 处。在透射 (O_r) 和反射 (O_t) 方向都可进行观察。透镜 L_2 使表面 M_1 成象于 M_2 上，反之亦然，以便消除光束离散这一缺陷。

这样的球面干涉仪也可用多波长（例如，几个波长）照明，使条纹间隔值从 $\lambda/2$ 缩小到 $\lambda/2n$ ，因而提高了检验精度（在 § 6.5 节中讨论过）。因为这样的干涉仪通常都有较大的间距，所以可以一般的多纵模激光器通过适当匹配激光器谐振腔和干涉仪腔的长度来发挥其优点。在匹配谐振腔时，应当注意激光器模的间距（激光器谐振腔长度）、干涉仪的自由光谱范围（干涉仪腔长度）和干涉仪的细度。此处的匹配并不意味着要求各腔的长度相等，它们可以根据具体情况的要求彼此成整数倍或分数倍（Herriott 1966）。在将一般的多纵模激光器用于长光程干涉仪时，必须考虑要获得稳定的高对比条纹是比较困难的（Batishko and Shannon 1972）。

§ 6.9 植合干涉仪和串联干涉仪

本节我们要介绍两种有意义并且很有用的改型多光束斐索干涉仪。第一种是将斐索干涉仪耦合到泰曼-格林干涉仪中作为一个双干涉测量装置，如图6.20所示（Pastor and Lee 1968, Langenbeck 1968, Aebischer 1970）。有关这种干涉仪的细节，可参看卡格内特（Cagnet 1954）和坎德勒（Candler 1951）的文章。第二种是用三块板串联在一起（参看图 6.22）而不是象通常的斐索干涉仪中那样用两块板（Saunder 1954, Post 1954, Roberts and Langenbeck 1969）。

§ 6.9.1 耦合干涉仪

一个由泰曼-格林干涉仪和把它的一面反射镜用斐索干涉仪

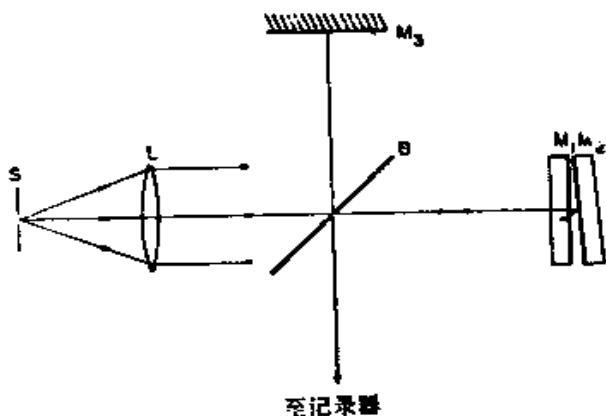


图6.20 一个用泰曼-格林干涉仪和斐索干涉仪耦合成的干涉测量装置，借以控制对比并利用斐索干涉技术中的动态莫尔技术

代替而组成的耦合干涉仪，把许多优点都集中到一台仪器上来了。在斐索装置中研究不透明光学平面时有一个共同的缺点，就是反射条纹是亮背景上的很细的暗条纹。这本身并不是什么主要问题，虽然用象银膜那样的吸收较大的反射膜层时对比是很差的 (Tolansky 1948 a, Schulz 1951 b)。为获得优质斐索干涉纹而必须遵守的托兰斯基条件 (式 6.8) 要求视场内只能有很稀少的干涉条纹，并且正如前面指出的那样，由于干涉条纹很细，大部分区域并没有提供任何信息 (解决这个问题的几个办法已在 § 6.4 和 § 6.5 中讨论过)。用白光 (§ 6.4) 或多波长光线照明 (§ 6.5) 的办法不适用于反射条纹的情况，因为由一种波长产生的很亮的背景将冲淡另一种波长产生的很细的暗条纹。这个用反射斐索干涉纹研究不透明表面时固有的问题，可以用这种双干涉仪 (图 6.20) 得到解决。这种双干涉仪能使对比反转，并且在反射斐索干涉中得到与透射条纹类似的条纹 (Pastor and Lee 1968)。可是，在这样的耦合干涉仪中，参考面 (斐索臂的)、泰曼镜面、分光镜以及光的准直都必须具有很好的光学质量。

这种耦合干涉仪的其它优点已由兰根贝克 (Langenbeck 1968) 作过详细介绍，我们将只提一下它的主要之点。众所周知，在适当的条件下，利用莫尔干涉技术可以提高检验灵敏度 (详细内容可参见第十二章)，这时是将检验干涉图叠加到一个合适的基准参考图上。如果基准参考图中已经包含有干涉仪本身的固有象差 (例如，由泰曼-格林干涉仪的分光镜引入的误差)，则显示出来的将是只有绝对误差的莫尔干涉图。这样的参考基准可以实时地从双干涉仪的一个臂的斐索楔中得到。这种“实时”条纹还有另一个很有用的优点：根据合成干涉图可以直接判断出表面偏差的绝对方向 (“峰”和“谷”)，尤其是如果将斐索干涉条纹当作参考莫尔光栅时 (因为参考条纹的级次是直接知道的)。这些可由图 6.21 中的照片得到说明。

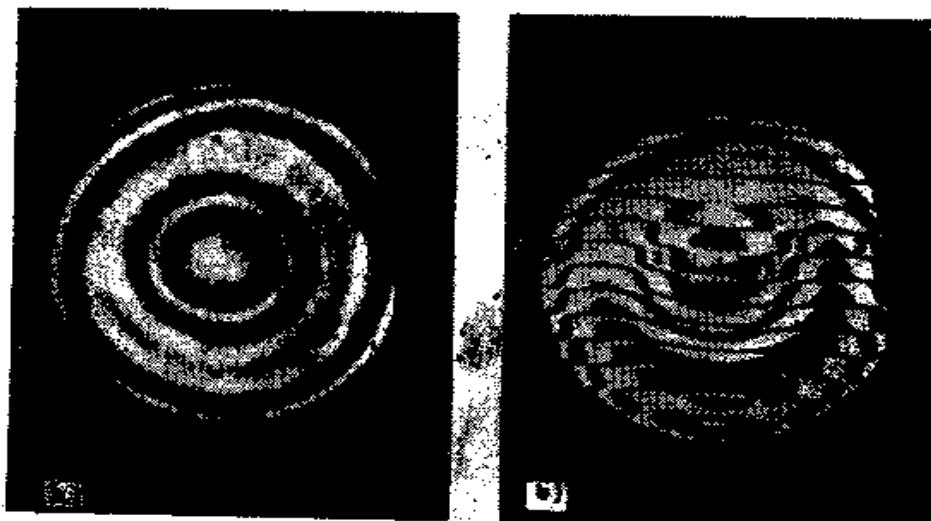


图 6.21

a) 一个变形反射镜的泰曼-格林干涉图。同心圆条纹表示的可能是高的也可能是低的区域。为了确定干涉级的方向需要进行动态观察 b) 条件相同，但根据叠加的模形场可确定干涉级的方向

§ 6.9.2 串联干涉仪

在用于测量光学平板均匀性的第二种改型斐索干涉仪中，被检平板插在两块参考斐索镜之间（图 6.22）。这样的装置对检验高质量的分光镜很有价值，因为要求分光镜既要保证波面无畸变地反射也要保证无畸变地透射。因此仅仅检验分光镜反射面的表面平直度是不够的。当被检平板位在观察者一侧，并且同时存在面形误差时，则仅仅根据反射斐索干涉条纹还不能直接测出折射率的变化。由于相干光束在这样的三板干涉仪中（图 6.22）多次通过被检平板，所以折射率变化量或均匀性测量的灵敏度大大提高了。这种干涉仪已被其发明者们分别命名为“珠链式干涉仪”(Saunders 1954)和“串联干涉仪”(Post 1954)。本章引用

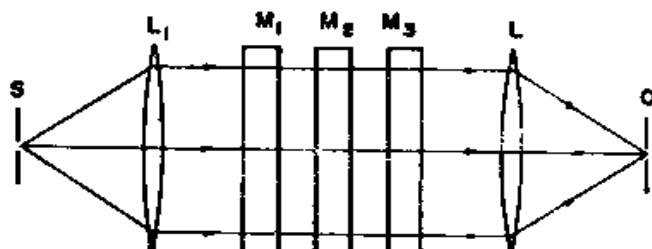


图6.22 一个装有三块镜子的用于精密检测平板 (M_2) 均匀性的串联式干涉仪

的参考文献介绍了对这类干涉仪中各块平板的各种不同使用条件和反射比要求。在较新的文献中，沿着类似的思路研究此问题的还有艾什顿和马钱特 (Ashton and Marchant 1967) 以及罗伯茨和兰根贝克 (Roberts and Langenbeck 1969)，后者介绍了如何计算出折射率微差值小于 10^{-5} 的等折射率线图。

§ 6.10 全息多光束干涉仪

光学零件的全息干涉检验法的优点将在第十二章中介绍。当已经选定全息干涉测量法时，利用全息图再现许多波面并彼此合成明锐的多光束干涉仪，则可以得到与多光束干涉技术相当的精度。这可通过由非线性记录的全息图产生若干较高级次的再现光束而实现。松本 (Matsumoto 1969) 和布里恩达尔 (Bryngdahl 1969) 介绍过这样的技术，他们用这种技术记录了单波长照明的一次曝光全息图。这个方法的一个明显的优点是可从被检物体的漫射面得到多光束斐索型干涉条纹。

伯奇等人 (Burch et al. 1966) 提出了一种不同的方法。他们采用线性全息记录，但在改变物体的方位时进行多次曝光。改变照明方向或用多波长照明也可得到多次曝光而不用改变物体的方位。但在着手进行还存在一定困难的多光束全息检验以前，首先应当确切地弄清楚，采用带有高质量干涉条纹检测装置的简单的双光束干涉技术是否能满足精度要求。

参 考 文 献

- Aebischer, N., "Etudes d'Interférences en Ondes Multiples par Diagramme Complex Visualiser les Franges en Réflexion," *Nouv. Rec. Opté Appl.*, 1, 233 (1970).
- Aebischer, N., "Calculs de Profils Dissymétriques Observables sur des Figures d'Interférences en Ondes Multiples Sphériques," *Nouv. Rec. Opté Appl.*, 2, 351 (1971).
- Airy, G., *Mathematical Transactions*, 2nd ed., 1836, p. 301. (obtainable from Library of British Museum, London).
- Ashton, A. and A. C. Marchant, "Note on the Testing of Large Glass Panels," *Opt. Acta*, 14, 293 (1967).
- Baird, K. M., "Interferometry: Some Modern Techniques," in *Advances in Optical Techniques*, A. C. S. Van Heel, Ed., North-Holland, Amsterdam, 1967, Chap. 4.
- Baird, K. M. and G. R. Hanes, "Interferometers," in *Applied Optics and Optical Engineering*, Vol. IV, R. Kingslake, Ed., Academic Press, New York, 1967, Chap. 9.

- Barakat, N., A. S. Farghaly, and A. Abd-El-Azim, "Studies on Multiple-Beam Interference Fringes Formed on High Order Planes of Localization: Intensity Distribution and Fringe Shift between Successive Planes of Localization," *Opt. Acta*, **12**, 205 (1965).
- Batishko, C. R. and R. R. Shannon, "Problem in Large-Path-Difference Laser Interferometry," *Appl. Opt.*, **11**, 195 (1972).
- Benedetti-Michelangeli, G., "A New Technique for the Evaluation of the Quality of Plane Surfaces," *Appl. Opt.*, **7**, 712 (1968).
- Bennett, H. E. and J. M. Bennett, "Precision Measurements in Thin Film Optics," in *Physics of Thin Films*, Vol. IV, G. Hass and R. F. Thun, Eds., Academic Press, New York, 1967, Chap. I.
- Bennett, J. M., "Measurement of the RMS Roughness, Autocovariance Function and Other Statistical Properties of Optical Surfaces Using a FECO Scanning Interferometer," *Appl. Opt.*, **15**, 2705 (1976).
- Bergman, T. G. and J. L. Thompson, "An Interference Method for Determining the Degree of Parallelism of Laser Surfaces," *Appl. Opt.*, **7**, 923 (1968).
- Bhatnagar, G. S., K. Singh, and B. N. Gupta, "Transmission Profile of a Fabry-Perot Interferometer Suffering from Asymmetric Surface Defects," *Nova. Rev. Opt.*, **5**, 237 (1974).
- Biddle, B. J., "A Non-contacting Interferometer for Testing Steeply Curved Surfaces," *Opt. Acta*, **16**, 137 (1969).
- Boersch, H., H. J. Eichler, M. Pfundstein, and W. Wiesemann, "Measurement of Length Shifts Down to 10^{-5} Å with a Three-Mode Laser," *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-10**, 501 (1974).
- Born, M. and E. Wolf, *Principles of Optics*, 5th ed., Pergamon, Oxford, 1975.
- Boulouch, M. R., "Dédoublement des Franges d'Interférence en Lumière Naturelle," *J. Phys.*, 3rd series, **2**, 316 (1893).
- Boyd, G. D. and J. P. Gordon, "Confocal Multimode Resonator for Millimeter through Optical Wavelength Lasers," *Bell Syst. Tech. J.*, **40**, 489 (1961).
- Briers, J. D., "Interferometric Testing of Optical Systems and Components: a Review," *Opt. Laser Technol.*, **4**, 28 (1972).
- Brossel, J., "Multiple-Beam Localized Fringes. I: Intensity Distribution and Localization; II: Conditions of Observation and Formation of Ghosts," *Proc. Phys. Soc.*, **59**, 224, 234 (1947).
- Bruce, C. F. and F. P. Sharpless, "Relative Flatness Measurement of Uncoated Optical Flats," *Appl. Opt.*, **14**, 3082 (1975).
- Bryngdahl, O., "Multiple-Beam Interferometry by Wavefront Reconstruction," *J. Opt. Soc. Am.*, **59**, 1171 (1969).
- Bünnagel, R., H. A. Oehring and K. Steiner, "Fizeau Interferometer for Measuring the Flatness of Optical Surfaces," *Appl. Opt.*, **7**, 331 (1968).
- Burch, J. M., A. E. Ennos, and R. J. Wilton, "Dual- and Multiple-Beam Interferometry by Wavefront Reconstruction," *Nature*, **209**, 1015 (1966).
- Cagnet, M., "Méthodes Interférométriques Utilisant les Franges de Superposition," *Ren. Opt.*, **33**, 1, 113, 229 (1954).
- Candler, C., *Modern Interferometers*, Hilger and Watts, London, 1951.
- Chabbal, R., "Recherche des Meilleures Conditions d'Utilisation d'un Spectromètre Photoélectrique Fabry-Perot," *J. Rech. Cent. Natl. Rech. Sci.*, No. 24, p. 138, 1953..
- Chabbal, R., "Finesse Limite d'un Fabry-Perot Formé de Lames Imparfaites," *J. Phys. Radium*, **19**, 295 (1958).
- Clapham, P. B. and G. D. Dew, "Surface Coated Reference Flats for Testing Fully Aluminized Surfaces by Means of a Fizeau Interferometer," *J. Sci. Instrum.*, **44**, 899 (1967).
- Combes, P., "L'Étalon de Fabry-Perot Sphérique," *J. Phys. Radium*, **19**, 262 (1958).
- Cook, A. H., *Interference of Electromagnetic Waves*, Clarendon Press, Oxford, 1971.
- Dew, G. D., "A Method for Precise Evaluation of Interferograms," *J. Sci. Instrum.*, **41**, 160 (1964).
- Dew, G. D., "The Measurement of Optical Flatness," *J. Sci. Instrum.*, **43**, 409 (1966).
- Dyson, J., "Optics in a Hostile Environment," *Appl. Opt.*, **7**, 569 (1968).
- Eastman, J. M., "Effects and Measurement of Scattering and Absorption of Thin Films,"

Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., 50, 43 (1975).

- Eastman, J. M. and P. W. Baumeister, "Measurement of the Microtopography of Optical Surfaces Using a Scanning Fizeau Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, 64, 1569 A (1974).
- Fabry, C. and A. Perot, "Sur les Franges des Lames Mincees Argentees et Leur Application à la Mesure de Petites Epaisseurs d'Air," *Ann. Chim. Phys.*, 12, 459 (1897).
- Fizeau, M. H., "Recherches sur les Modifications que Subit la Vitesse de la Lumière dans le Verre et Plusieurs," *Ann. Chim. Phys.*, 66, 429 (1862a).
- Fizeau, M. H., "Recherches sur les Modifications que Subit la Vitesse de la Lumière dans le Verre et Plusieurs Autres Corps Solides sous l'Influence de la Chaleur," *C. R. Acad. Sci. Paris*, 54, 1237 (1862b).
- Ford, D. L. and J. H. Shaw, "Rapid Method of Aligning Fabry-Perot Etalons," *Appl. Opt.*, 8, 2555 (1969).
- Fox, A. G. and T. Li, "Resonant Modes in a Maser Interferometer," *Bell Syst. Tech. J.*, 40, 453 (1961).
- Hanes, G. R., "Limiting Precision in Optical Interferometry," *Can. J. Phys.*, 37, 1283 (1959).
- Hanes, G. R., "Quantum Limit to Precision of Wavelength Determination," *Appl. Opt.*, 2, 465 (1963).
- Heintze, L. R., H. D. Polster, and J. Vrabel, "A Multiple-Beam Interferometer for Use with Spherical Wavefront," *Appl. Opt.*, 6, 1924 (1967).
- Heisenberg, W., *The Physical Principles of the Quantum Theory*, Dover, New York, 1949.
- Herriott, D. R., "Multiple-Wavelength Multiple-Beam Interferometric Observation of Flat Surfaces," *J. Opt. Soc. Am.*, 51, 1142 (1961).
- Herriott, D. R., "Spherical-Mirror Oscillating Interferometer," *Appl. Opt.*, 2, 865 (1963).
- Herriott, D. R., "Long-Path Multiple-Wavelength Multiple-Beam Interference Fringes," *J. Opt. Soc. Am.*, 56, 719 (1966).
- Hill, R. M., "Some Fringe-Broadening Defects in a Fabry-Perot Etalon," *Opt. Acta*, 10, 141 (1963).
- Hill, R. M. and C. I. Bruce, "Limiting Precision in a Scanning Optical Interferometer," *Aust. J. Phys.*, 15, 194 (1962).
- Hodgkinson, I. J., "A Method for Mapping and Determining the Surface Defects Function of Pairs of Coated Optical Flats," *Appl. Opt.*, 8, 1373 (1969).
- Hodgkinson, I. J., "The Application of Fringes of Equal Chromatic Order to the Assessment of the Surface Roughness of Polished Fused Silica," *J. Phys.*, E3, 300 (1970).
- Jacquinot, M. P., "New Developments in Interference Spectroscopy," *Rep. Prog. Phys.*, 23, 267 (1960).
- Jenkins, F. A. and H. E. White, *Fundamentals of Optics*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1957.
- Kinosita, K., "Numerical Evaluation of the Intensity Curve of a Multiple-Beam Fizeau Fringe," *J. Phys. Soc. Jap.*, 8, 219 (1953).
- Koehler, W. F., "Multiple-Beam Fringes of Equal Chromatic Order. I: Phase Change Considerations; II: Mechanism of Polishing Glasses," *J. Opt. Soc. Am.*, 43, 738, 743 (1953).
- Koehler, W. F., "Multiple-Beam Fringes of Equal Chromatic Order. IV: Use of Multilayer Film," *J. Opt. Soc. Am.*, 45, 934 (1955a).
- Koehler, W. F., "Multiple-Beam Fringes of Equal Chromatic Order. VII: Mechanism of Polishing Glass," *J. Opt. Soc. Am.*, 45, 1015 (1955b).
- Koehler, W. F. and A. Eberstein, "Multiple-Beam Fringes of Equal Chromatic Order. III: The Cleavage of Topaz," *J. Opt. Soc. Am.*, 43, 747 (1953).
- Koehler, W. F. and W. C. White, "Multiple-Beam Fringes of Equal Chromatic Order. V: Fringe Fine Structure; VI: Method of Measuring Roughness," *J. Opt. Soc. Am.*, 45, 940, 1011 (1955).
- Koppelman, G., "Eine beugungsbedingte Auflösungsgrenze in der Mehrstrahl-Interferometrie," *Opt. Acta*, 13, 211 (1966).
- Koppelman, G., "Multiple-Beam Interference and Natural Modes in Open Resonators," in *Progress in Optics*, Vol. VII, E. Wolf, Ed., Wiley-Interscience, New York, 1969, Chap. 1.
- Koppelman, G. and K. Krebs, "Eine Registriermethode zur Vermessung der Reliefs hochwertiger Oberflächen," *Optik*, 18, 349 (1951).
- Kuhn, H., "New Technique in Optical Interferometry," *Rep. Phys. Soc. Prog. Phys.*, 14, 80.

- (1951).
- Lang, J. and G. Scott, "Resolution Limits in Multiple-Beam Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **58**, 81 (1968).
- Langenbeck, P., "Optical Wavefront Mapping by Dual Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **58**, 499 (1968).
- Langenbeck, P., "Fizeau Interferometer—Fringe Sharpening," *Appl. Opt.*, **9**, 2053 (1970).
- Laurent, L., "Sur Fisieurs Appareils d'Optique, Destinés à Contrôler les Surfaces Plates: Parallèles, Perpendiculaires et Obliques," *C. R. Acad. Sci. Paris*, **96**, 1035 (1883).
- Logan, J. L., "Gravitational Waves—a Progress Report," *Phys. Today*, March, p. 44 (1973).
- Malacara, D., A. Cornejo, and M. V. R. K. Murty, "Bibliography of Various Optical Testing Methods," *Appl. Opt.*, **14**, 1065 (1975).
- Matsuimoto, K., "Holographic Multiple-Beam Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **59**, 777 (1969).
- Moos, H. W., G. F. Imbusch, L. F. Mollenauer, and A. L. Schawlow, "Tilted-Plate Interferometry with Large Plate Separations," *Appl. Opt.*, **2**, 817 (1963).
- Moss, G. E., L. R. Miller, and R. L. Forward, "Photon-Noise-Limited Laser Transducer for Gravitational Antenna," *Appl. Opt.*, **10**, 2495 (1971).
- Murty, M. V. R. K., "Multiple-Pinhole Multiple-Beam Interferometric Observation of Flat Surfaces," *Appl. Opt.*, **1**, 364 (1962).
- Pastor, J. and P. H. Lee, "Transmission Fringes in Reflection Multiple-Beam Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **58**, 149 (1968).
- Persin, A. and D. Vukicevic, "Block Defocused Spherical Fabry-Perot Interferometer," *Appl. Opt.*, **12**, 275 (1973).
- Piston, R. G. and G. N. Steinberg, "Multiple-Wavelength Interferometry with Tunable Source," *Appl. Opt.*, **8**, 553 (1969).
- Polster, H. D., "Multiple-Beam Interferometry," *Appl. Opt.*, **8**, 522 (1969).
- Post, D., "Characteristics of the Series Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, **44**, 243 (1954).
- Raymond, O. J., "Limiting Fringe Pointing Precision in a Scanning Two-Beam Interferometry," *Appl. Opt.*, **9**, 1140 (1970).
- Roberts, F. E. and P. Langenbeck, "Homogeneity Evaluation of Very Large Disks," *Appl. Opt.*, **8**, 2311 (1969).
- Roesler, F. L., "Mapping of High Quality Optical Flats without Reflection Coating," *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, 471 (1962).
- Roesler, F. L. and W. Traub, "Precision Mapping of Pairs of Uncoated Optical Flats," *Appl. Opt.*, **5**, 463 (1966).
- Roychoudhuri, C., "Brillouin Spectra of CaF₂ Microcrystals Using a Stable 3-Pass Fabry-Perot Interferometer," *Appl. Phys. Lett.*, **23**, 543 (1973a).
- Roychoudhuri, C., *Multi-pass Fabry-Perot Interferometer for Brillouin Scatter Measurements*, Ph. D. Thesis, University of Rochester, New York, 1973b; University Microfilms No. 74-14413.
- Roychoudhuri, C., "Dynamic and Multiplex Holography with Scanning Fabry-Perot Fringes," *Opt. Commun.*, **10**, 160 (1974).
- Roychoudhuri, C., "Response of Fabry-Perot Interferometers to Light Pulses of Very Short Duration," *J. Opt. Soc. Am.*, **65**, 1418 (1975).
- Saunders, J. B., "Precise Topography of Optical Surfaces," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **47**, 143 (1951).
- Saunders, J. B., "In-Line Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, **44**, 241 (1954).
- Schulz, G., "Ein Interferenzverfahren zur absoluten Ebenheitsprüfung längs beliebiger Zentralschnitte," *Opt. Acta*, **14**, 375 (1967).
- Schulz, G. and J. Schwider, "Precise Measurement of Planeness," *Appl. Opt.*, **6**, 1077 (1967).
- Schulz, G. and J. Schwider, "Interferometric Testing of Smooth Surfaces," in *Progress in Optics*, Vol. xiii, E. Wolf, Ed., American Elsevier, New York, 1976.
- Schulz, G., J. Schwider, C. Hiller, and B. Kicker, "Establishing an Optical Flatness Standard," *Appl. Opt.*, **10**, 929 (1971).
- Schulz, L. G., "Accurate Thickness Measurements with a Fabry-Perot Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, **40**, 177 (1950a).
- Schulz, L. G., "An Interferometric Method for Accurate Thickness Measurements of Thin Evaporated Films," *J. Opt. Soc. Am.*, **40**, 690 (1950b).

- Schulz, L. G., "The Effect of Phase Changes in White Light Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.*, **41**, 261 (1951a).
- Schulz, L. G., "An Interferometric Method for the Determination of the Absorption Coefficients of Metals, with Results for Silver and Aluminum," *J. Opt. Soc. Am.*, **41**, 1047 (1951b).
- Schulz, L. G. and E. J. Scheibner, "An Experimental Study of the Change in Phase Accompanying Reflection of Light from Thin Evaporated Films," *J. Opt. Soc. Am.*, **40**, 761 (1950).
- Schwider, J., "Informationssteigerung in der Vielstrahlinterferometrie," *Opt. Acta*, **15**, 351 (1968).
- Shaanian, M. S. and V. I. Little, "The Application of Multiple-Beam White-Light Fringes to the Study of Surfaces," *J. Phys.*, **D8**, 1003 (1975).
- SIRA, "New Aid for the Optical Industry: an Interferometer for Testing Deeply Curved Lens Surfaces," *SIRA News-Sheet ("Impact")*, No. 5, 1967.
- Thornton, B. S., "An Uncertainty Relation in Interferometry," *Opt. Acta*, **4**, 41 (1957).
- For a complete list of Tolansky's work see the bibliography in Tolansky (1960).*
- Tolansky, S., "New Non-localized Interference Fringes," *Philos. Mag.*, **34**, 555 (1943).
- Tolansky, S., "New Contributions to Interferometry. II: New Interference Phenomena with Newton's Rings; III: The Differential Polarization Phase Change on Reflection at a Thin Silver Film," *Philos. Mag.*, Ser. 7, **35**, 129, 179 (1944).
- Tolansky, S., "New Contributions to Interferometry. V: New Multiple-Beam White Light Interference Fringes and Their Applications," *Philos. Mag.*, Ser. 7, **36**, 225 (1945a).
- Tolansky, S., "Topography of Crystal Faces. I: The Topography of a (100) Face of a Left-Handed Quartz Crystal; II: The Topography of Cleavage Faces of Mica and Selenite," *Proc. Roy. Soc.*, **A184**, 41, 51 (1945b).
- Tolansky, S., "Further Interferometric Studies with Mica: New Multiple-Beam Fringes and Their Application," *Proc. Roy. Soc.*, **A186**, 251 (1946).
- Tolansky, S., *Multiple-Beam Interferometry of Surfaces and Films*, Oxford University Press, Oxford, 1948a, Dover, New York, 1970.
- Tolansky, S., *Multiple-Beam Interferometry*, Oxford University Press, Oxford, 1948b.
- Tolansky, S., *Multiple-Beam Fringes*, Clarendon Press, Oxford, 1948c.
- Tolansky, S., *Surface Microtopography*, Interscience, New York, 1960.
- Tolansky, S., *Introduction to Interferometry*, Longmans, London, 1966.
- Tolansky, S., *Microstructure of Surfaces Using Interferometry*, Edward Arnold, London, 1968.
- Tolansky, S. and S. H. Emara, "Precision Multiple-Beam Interference Fringes with High Lateral Microscopic Resolution," *J. Opt. Soc. Am.*, **45**, 792 (1955).
- Vinokurov, V. M., A. L. Ardamatski, and L. V. Popov, "The Structure of the Disrupted Layer," in *Generation of Optical Surfaces*, K. G. Kumanin, Ed., Focal Library, London 1962, Chap. I.
- Vrabel, J. and E. B. Brown, "The Practice of Interferometry," *Opt. Eng.*, **14**, 124 (1975).
- Williams, W. E., *Applications of Interferometry*, Methuen, London, 1950.

第七章 多通干涉仪

P. 哈里哈兰

本章讨论几种光学检验使用的由普通干涉仪派生出来的干涉仪。这些派生出来的干涉仪都有一个（或多个）波面被反射回去，并两次或多次通过光学系统或系统的一部分。这种双通或多通干涉仪对某些测量检验具有一定的优点。

§ 7.1 双通干涉仪

§ 7.1.1 象差的分离

用泰曼-格林干涉仪虽然可以得到透镜出瞳处波面的等高线干涉图，然而在许多象差同时存在的情况下，要估算单个象差的大小却是很困难的。如果采用双通的泰曼-格林干涉仪(Hariharan and Sen 1961 d)，则这个问题就简单了。对称的和非对称的波象差（见附录3）将在彼此分开的干涉图中显示出来。

如图7.1所示，从干涉仪的透镜 L_2 射出的光束被放在该透镜焦点处的平面反射镜 M_2 ，反射回该透镜，从透镜 L_2 射出的双通光束通过辅助分光镜 S_2 聚焦在观察光阑上。如果将光源略微横向移动一下，则在观察光阑处形成的光源的两个象就会

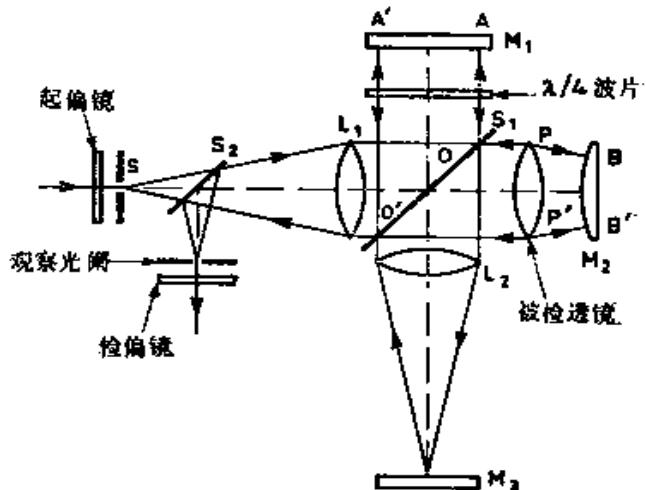


图7.1 用于分离对称和非对称波象差的泰曼-格林双通干涉仪

按相反的方向偏离光轴，这样人们就能够既观察到由双通光束产生的干涉条纹又能观察到由一般的干涉光束产生的干涉条纹。

一条从分光镜 S_1 的 O 点处射入的光线被分成四条双通光线，它们可简单表示为 AA' 光线 ($SOAOM, O'A'O'S$)， AB' 光线 ($SOAOM, O'B'O'S$)、 BA' 光线 ($SOBOM, O'A'O'S$) 和 BB' 光线 ($SOBOM, O'B'O'S$)。括号中的字母表示这些光线所走的路径。由于从干涉仪射出的波面在反射回去之前被翻转了，因此很容易看出，如果 BB' 光线在第一通路中通过被检透镜光瞳处的 $P(r, \phi)$ 点，则在第二通路中将通过与 P 点相对的直径方向上的另一点 $P'(r, \pi + \phi)$ 。同样当 BA' 光线通过光瞳的 P 点时， AB' 光线则通过 P' 点。

在这两点处，整个波象差表达式中包含 $\cos \phi$ 偶次方的各项（也就是离焦、球差及象散项）均具有相同数值，而包含有 $\cos \phi$ 奇次方各项（也就是畸变和彗差项）数值相等，但符号相反。这四条双通光线的总光程可表示为

$$\left. \begin{aligned} D_{AA'} &= D \text{ (假定)} \\ D_{BB'} &= D + 2W_m + 2W_s + \Delta D \\ D_{BA'} &= D + 2W_m - 2W_s + \Delta D \\ D_{AB'} &= D + 2W_m + 2W_s + \Delta D + 2W_m - 2W_s + \Delta D \\ &= D + 4W_m + 2\Delta D \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

式中 W_m 为包含 $\cos \phi$ 的偶次方的各项的总和； W_s 为包含 $\cos \phi$ 的奇次方的各项的总和（见附录 3）； ΔD 为 A 光路与 B 光路之间的主光线的光程差。

为了选择所需的双通光束来进行组合，令从准直透镜发出的光束为在垂直面内偏振，并且把一个四分之一波片插入 A 光路中。这样 AB' 和 BA' 光束的偏振面将旋转 90° ，而 AA' 和 BB' 光束的偏振面仍保持不变。因此，当检偏镜的光轴线垂直时， AB' 和 BA' 光束将消失， AA' 和 BB' 光束之间将发生干涉，其光程差为

$$D_{AA'} - D_{BB'} = 4W_m + 2\Delta D \quad (7.2)$$

于是，象离焦、球差及彗差这样的对称误差，就显示在此干涉图中，并且其灵敏度将提高一倍，然而 $\cos \phi$ 中的偶次方项却从干涉图中消失了。

当把检偏镜的光轴旋转成水平时， AB' 和 BA' 这两束光线就被分离出来并产生干涉，其光程差为

$$D_{BA'} - D_{AB'} = 4W_{\pi} \quad (7.3)$$

此时只有畸变和彗差这样的非对称象差及由于参考镜的倾斜（这相当于引入一个额外的奇次项）而引起的波差一起反映在干涉图中。

用一个未校正的象差透镜得到的一组典型干涉图示于图 7.2，其中图 (a) 为泰曼-格林干涉仪的一般干涉图；图 (b) 和图 (c) 为双通干涉图，它们分别表示波象差的偶次成分和奇次成分。根据象差表示式中各项最主要的象差画出的波面等高线图示于图 7.2 中的每个干涉图的下面。

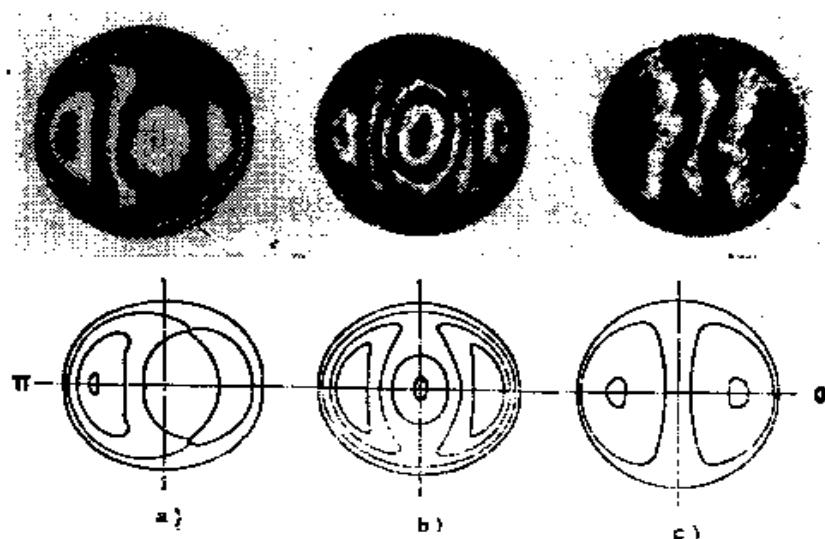


图7.2 用双通泰曼-格林干涉仪得到的干涉图

在每个干涉图下绘出了根据象差表示式中各主要象差画出的波面等高线图 (a) 一般干涉图： $2W = 0.25 + 1.85r \cos \phi - 3.99r^2 - 2.75r^2 \cos^2 \phi - 1.57r^3 \cos \phi + 4.33r^4 + 1.72r^4 \cos^2 \phi$ (b) 只表示出偶次项的双通干涉图： $4W_{\text{偶}} = 0.50 - 7.98r^2 - 5.50r^2 \cos^2 \phi + 8.06r^4 + 3.44r^4 \cos^2 \phi$ (c) 只表示出奇次项的双通干涉图：

$$4W_{\text{奇}} = 3.70 \cdot 10^{-5} - 3.14r^3 \cos \phi$$

§ 7.1.2 相干条件的简化

平行玻璃板的残余楔形误差一般用斐索干涉仪测量。这有一个缺点，就是相干波面之间的光程差是被检玻璃板光学厚度的两倍。因此在检验厚玻璃板时，必须用一束经过很好准直的单色光束。甚至使用激光作光源也必须用一个很好校正象差的物镜。但如果干涉仪是双通式的，在被检玻璃板及其倒象之间会形成重叠的条纹，这时这一缺点可以克服。

一种方法是通过一个辅助远焦系统把透过被检玻璃板和由被检玻璃板反射回去的波面利用起来 (Cagnet, 1954)。这时必须在被检玻璃平板的两表面镀膜，以使之具有足够的反射率。当用类似高压水银蒸汽灯那样的宽带光源照明时，产生的干涉条纹的光强分布将与普通斐索干涉仪中使用较纯的单色光源时由反射率为 R^2 的表面所产生的条纹相同。

另一种方法不需要把表面镀膜，也几乎不用什么辅助光学系统，而是利用一个两次反射的条纹系统 (Sen and Puntambekar, 1965)，其光路如图 7.3 所示。它除

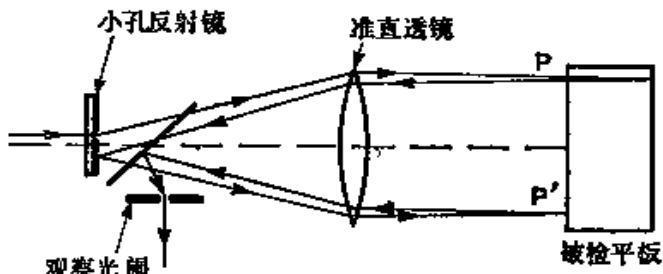


图 7.3 检测平面平行玻璃板用的
双通斐索干涉仪

了针孔光源是位于一平面反射镜的反射面上这一点以外，其它结构都和一般的斐索干涉仪相同。如果此针孔稍稍偏离轴线，则从被检玻璃平板反射回来的光线就会在位于光轴另一侧的反射镜上聚焦。因而这些光线将再次通过系统反射回来。这些双通光束最终被分光镜反射后在观察光阑处聚焦成一点。

一条第一次在被检玻璃板上的 $P(x, y)$ 点处通过的光线，第二次则在被检玻璃板上的 $P'(-x, -y)$ 点通过。用 $t(x, y)$ 表示玻璃板上 P 点的光学厚度， $\xi = (2\pi/\lambda)[t(x, y) + t(-x, -y)]$

和 $\psi = (2\pi/\lambda)[t(x, y) - t(-x, -y)]$, 并且假定光源的谱带宽度对相位差 ξ 来说不会产生任何干涉, 同时在此带宽范围内 ψ 的变化可以忽略不计。一块表面未镀膜的玻璃平板的反射率 R 是很低的, 其任一点处的条纹强度为

$$I(x, y) = 2I_0 R^2 (2 + \cos 2\psi) \quad (7.4)$$

式中 I_0 为原入射光线的强度, 这与双光束干涉条纹中能见度为 0.5 时的光强分布相对应。这对大多数测量来说可以认为是满意的。此干涉图只表示出被检玻璃的非对称误差 (即楔形差), 其灵敏度是普通斐索干涉仪灵敏度的两倍。

双通斐索干涉仪还可用于检验直角棱镜和三面直角棱镜 (Sen and Puntambekar, 1966), 其光路如图 7.4 所示。图中棱镜弦面的一半被挡掉了, 以便把两个反射面分离开来, 其中一个波面是由棱镜弦面的未挡掉的一半反射回来的, 另一个波面是透过棱镜并从棱镜的被挡掉的那一半弦反射回来的。这两个波面之间的夹角由于光线两次通过棱镜而增加了一倍, 所以反映角度误差的灵敏度也比用泰曼-格林干涉仪检验时增加了一倍。

由图 7.4 所示的干涉仪派生出来的另一种干涉仪, 如图 7.5 所示。它可用于检验凹面 (Puntambekar and Sen 1971)。在普通的斐索干涉仪中, 当采用热光源时, 由于基准面和凹面镜

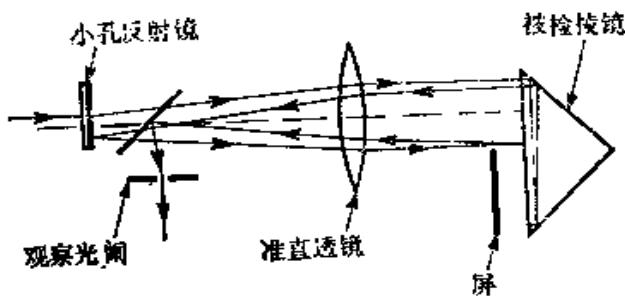


图 7.4 检测反射棱镜用的双通斐索干涉仪

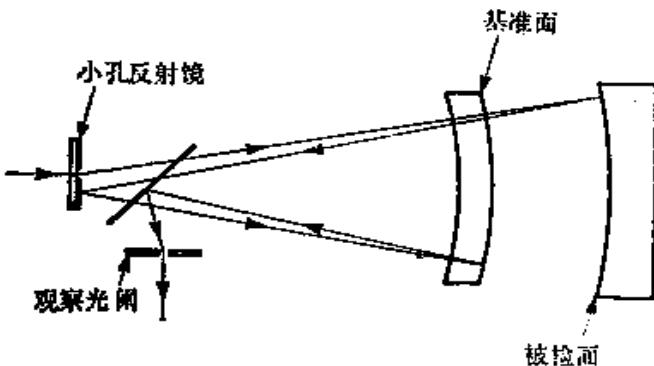


图 7.5 检测凹表面用双通斐索干涉仪

之间的距离不能很大，所以一定的基准面只能用于检验曲率半径变化范围有限的凹面。如果采用激光光源，这一问题可以解决，但是由于其他表面的反射将出现许多干扰条纹。采用双通干涉则可在使用单一基准面和热光源的情况下大大扩大被测件的曲率半径范围。

当光线第一次和第二次通过被检系统时与被检系统的光轴对称时，则干涉图中就只出现非对称误差。但是如果将小孔反光镜围绕某轴线转过一角度并且通过共同的曲率中心，则在彼此倒置的两波面之间就会产生一附加的错位，这样就可从得到的干涉图中求出对称误差。虽然错位和非错位干涉图中利用的是基准面的不同部分，但如果基准面是一种非常精确的球面，那就不会产生任何误差。

§ 7.1.3 提高精度的双通干涉仪

用一般双光束干涉仪进行测量时所能达到的精度取决于确定干涉条纹的局部差 ΔQ 时所能达到的精度，也就是能精确到平均条纹间距 Q 的几分之几。此精度受到双光束条纹的正弦光强分布的限制。要想大大提高条纹的测量程度，方法之一是采用本书第六章所述的多光束干涉技术。采用双通干涉技术 (Hariharan

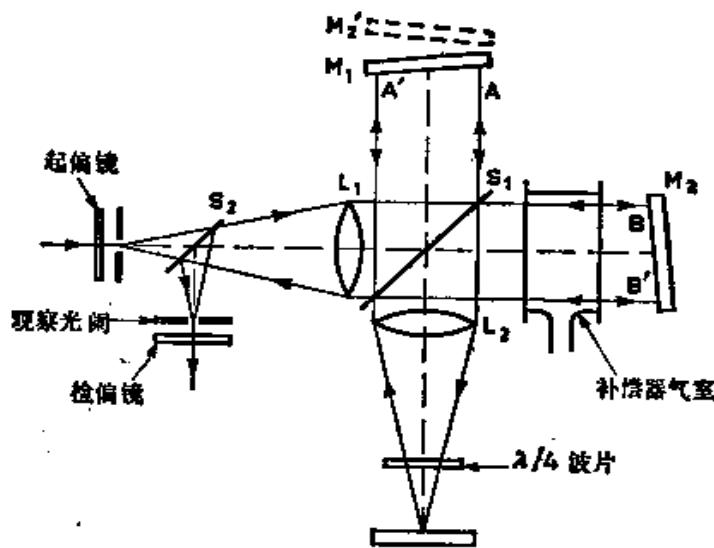


图7.6 用泰曼-格林双通干涉仪得到调制干涉条纹

and Sen 1960 a, 1961 b) 也可能更为有利。

设一泰曼-格林双通干涉仪如图 7.6 所示, 假定其两端部反光镜 M_1 和 M_2 垂直于水平面(即图面), 但与水平面内的初始入射光线成 $(\pi/2) + \alpha$ 的角度, 因此 M_2 经分光镜所成的虚象 M_2' 与 M_1 之间就构成一个 2α 的楔角。在此情况下, 唯一存在的象差项就是“奇次”倾斜项, 因此根据式 (7.1) 可以写出水平面内离视场中心 x 距离处, 从干涉仪射出的四条双通光线的总光程分别为

$$D_{AA'} = D \text{ (假定)}$$

$$D_{AB'} = D + 4x\alpha + 2d$$

$$D_{BA'} = D - 4x\alpha + 2d$$

$$D_{BB'} = D + 4d$$

(7.5)

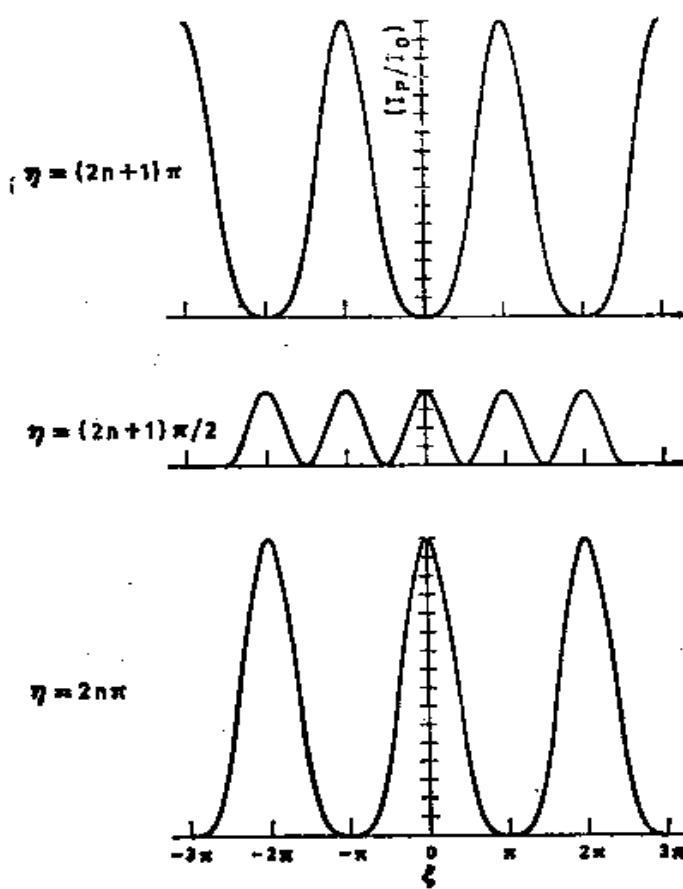


图7.7 用泰曼-格林双通干涉仪得到的各个不同 η 值时干涉条纹图的光强分布
 η 为两束之间的相位差

式中 d 为视物中心处 M_1 和 M'_1 之间的距离。如果这四束光线都进行干涉，则 x 点处的合振幅 A_x 可写成

$$A_x = A \exp - \left(\frac{2\pi i D}{\lambda} \right) \times [1 + \exp - 2i \times (\eta - \xi) + \exp - 2i(\eta + \xi) + \exp - 4i\eta] \quad (7.6)$$

式中 $\xi = (2\pi/\lambda) \times 2x\alpha$; $\eta = (2\pi/\lambda) \times d$; A 为与单光束对应的振幅。 x 点处的光强 I_x 则通过将 A_x 值与其共轭复数相乘求出，即为

$$I_x = 4I_0 (\cos 2\xi + \cos 2\eta)^2 \quad (7.7)$$

式中 I_0 为单光束的光强。

当视场中心两束光之间的相位差 η 分别为三个不同数值时，按式 (7.7) 算出的干涉条纹的光强分布如图 7.7 所示。 η 的变化并不引起条纹的位移，而仅仅引起光强分布的变化。当 $\eta = 0$ 或 $n\pi$ (这里 n 为整数) 时，条纹交替消失，而当 $\eta = (2n+1)\pi/2$ 时，所有条纹都具有相同的光强。在后一种情况下，当 η 值有微小变化时就会使相邻条纹之间的光强产生明显的差别。利用这一效应再配合一个合适的补偿器，就可实现精密补偿调整，测出 $\lambda/500$ 的光程变化量。

此技术非常适合于测量薄膜的折射率和厚度 (Hariharan and Sen 1961 c)。即使是更高的精度，利用双通斐索干涉仪也是可能达到的 (Hariharan and Sen 1960 b, 1961 a)。

§ 7.2 多通干涉仪

用多通干涉技术可以得到高精度的、直观的波面误差图。在这种测量技术中，波面的总变形量与波面在被检光学系统中的反射或透射次数成正比，因而可以提高条纹偏移量 ΔQ 与平均条纹间距 Q 的比值。

多通泰曼-格林干涉仪 (Langenbeck 1967) 的光学系统如图 7.8 所示，在干涉仪的一个光臂中加进了一个附加分光镜。如果使附加分光镜与被检反射镜之间形成一很小的楔角，则楔角间形

成的多次反射光束将在透镜 L_2 的焦面附近形成一组横向分开的光源象。这样通过一个放在 L_2 的焦面上的小孔光阑就可把一束被检反光镜上反射了所要求次数的光束分选出来。如果调节参考反射镜的倾斜量，使由它反射的光线也通过此小孔光阑，则参考波面和在被检反光镜上经历了几次反射，因而显示出 $2n\Delta t$ 的波面变形量的波面之间将产生双光束干涉条纹。此处 Δt 是指被检表面的平面度的偏差。

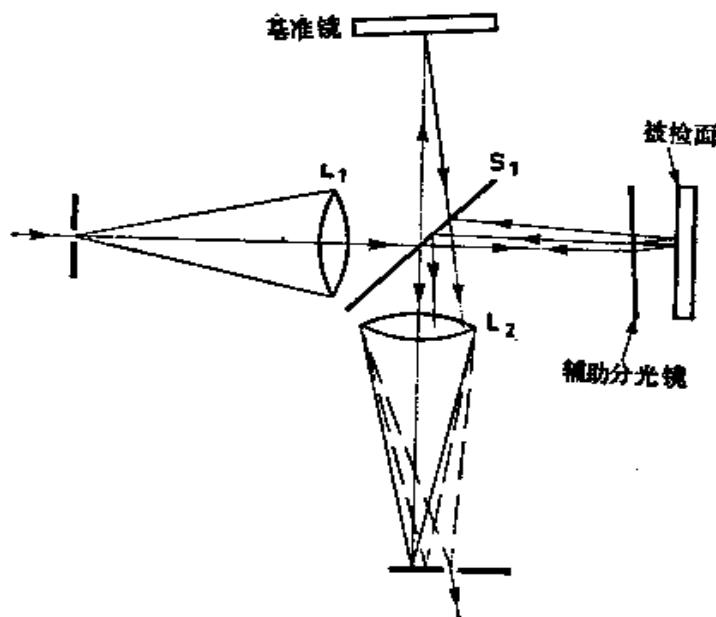


图7.8 多通泰曼-格林干涉仪

在所得的干涉图中， $\Delta Q/Q = 2n\Delta t/\lambda$ ，因此条纹测量灵敏度为普通的泰曼-格林干涉仪的 n 倍。

如果辅助分光镜的透过率很高，且用一块表面未镀膜的玻璃作为参考反光镜，就可使两相干光束的光强大致相同，使条纹的能见度达到最好。有一种比较好的解决办法 (Langenbeck, 1969 a) 是采用一个改进光学系统，其中参考光束从未镀膜的玻璃面上以布儒斯特角反射。通过旋转一个 $\lambda/2$ 波片，使照明光束的偏振面随之旋转，就能够控制参考光束的衰减程度。

图 7.9 所示为一组典型的多通干涉仪图，它是以一块中间有



图7.9 用泰曼-格林多通干涉仪得到的一组平面检验干涉图
被检平面中心有一深度为 $\lambda/8$ 的低洼 a) 普通干涉图(一次反射) b) 二次反射 c) 三次反射 d) 四次反射 e) 五次反射

一个深 $\lambda/8$ 的方形凹坑的平面得到的。其中图a为经过一次反射的普通泰曼-格林干涉图。图b到图c分别为经过二次、三次、四次和五次反射的多通干涉图。由图可见，条纹的相对位移量 $\Delta Q/Q$ 随反射次数的增加而增加。

布比斯(Bubis, 1972)曾经介绍过一种用于检验大型凹面镜用的改进型多通干涉仪。它基本上是一种用激光作光源的不等臂干涉仪，在其测量光臂中装有一辅助凹面镜。

如图7.10中所示，激光光源发出的会聚光束被分光镜分成两光束，其中一光束被一块小凹面镜反射回去形成一参考波面，另一束光则在由被检凹面镜和辅助凹面镜组成的系统中，经过预定的反射次数后再返回分光镜与参考波面相干涉(光束的反射次数可通过调节被检反射镜和辅助反射镜的中心偏加以控制)。通过检偏器和比较光臂中的 $\lambda/4$ 云母片可使两相干光束的振幅调整到相等。仪器的测量灵敏度可提高五倍。

如果令零次反射光束和多次反射光束之一发生干涉，则斐索

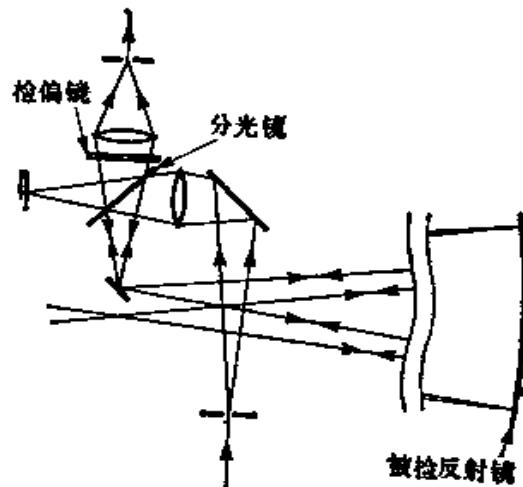


图7.10 检验大凹面的多通干涉仪

干涉仪也可当作多通干涉仪使用 (Langenbeck 1969 a, 1969 b)。为此就要求两表面之间的楔角足够大, 以使各个不同次数的反射光束在焦平面上能彼此分开。如图 7.11 所示用一个开有两个小孔的光阑可以把零次和比较合适的某一多次反射光束分选出来。用一个前焦面与光阑面重合的辅助透镜可绘出两个名义平面波之间产生的干涉条纹。

两相干光束的相对振幅可通过一简单的偏振系统使其调整到彼此相等。零次光束从一个局部镀膜反射镜上的未镀膜部分以布儒斯特角反射出来, 而高次反射光束从镀有金属膜的那一部分反射出来。通过旋转带有 $\lambda/2$ 波片的照明光束的偏振片就可把零次光束衰减到任何所要求的程度。

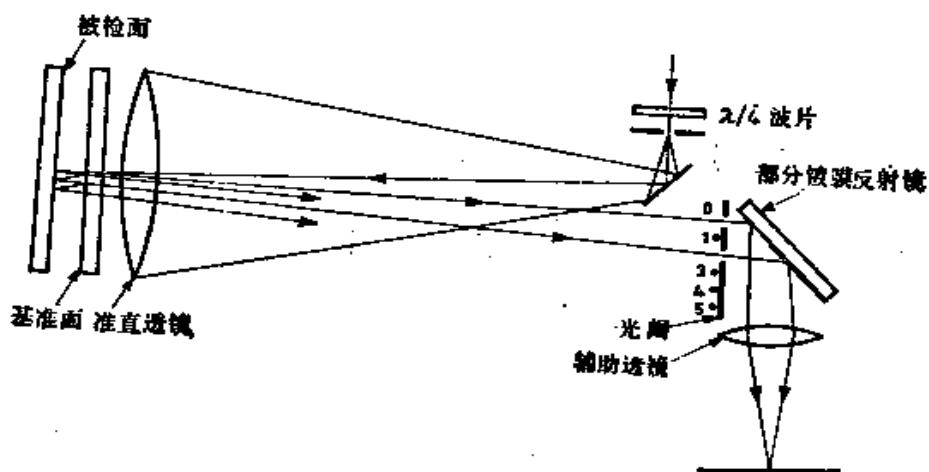


图7.11 多通斐索干涉仪

因为零次光束和第 n 次光束之间的夹角较大, 产生的干涉条纹太密而无法直接观察, 同时考虑到最好通过莫尔技术来观察干涉图, 因此, 在象平面上放了一块刻线间距与平均条纹间距相等的光栅。所看到的莫尔条纹与一般的间距相同的双光束干涉条纹的形式相同。通过相对于干涉图旋转光栅, 即可控制莫尔条纹的间距。

利用一块刻线间距等于平均条纹间距的 $1/m$ 的光栅也能得

到较高次的莫尔条纹。这时相对灵敏度就象通过视场中的莫尔条纹数那样，也增加到 m 倍，但这是以牺牲条纹对比度为代价的。

在多通干涉技术中最严重的一个问题是光束的离散，其结果使被检表面上一定范围内的面形误差彼此累积，并且使被检面上没有面形误差地方的条纹也产生偏移。光束离散的程度取决于多通反射镜分开的距离和楔角。通过相对于入射光束倾斜干涉仪，使测试光路的入射光束起初朝楔形的薄端反射，而后垂直投射到辅助分光镜上并沿原路返回。这样可以减小光束的离散程度。然而在大多数情况下，反射次数必然是有所选择的，因此光束的离散量与被检面形误差的横向尺寸相比是很小的*。

多通干涉图的判读错误也可能是由于焦平面内光阑的调整误差造成的。如果此光阑由于偶然的原因切割掉了光源象中的低频部分，则就会产生象傅科检验中所看到的那种强衍射效应。

多通干涉技术还可用于测量玻璃平板的均匀性以及精密测定精度要求很高的屋脊棱镜和三面直角棱镜的 90° 和 45° 角 (Langenbeck, 1969 b)。另一个有趣的应用例子 (Langenbeck, 1969 a) 是用于掠射干涉技术中，其优点是在牺牲测量灵敏度的条件下可以用小孔径系统测量较大的表面，其光学系统图如图 7.12 所示。当入射角为 α 时，从干涉图中看到的第 n 次反射光线产生的条纹弯曲量为

$$\left(\frac{\Delta Q}{Q} \right)_n = \frac{4n\Delta t \cos \alpha}{\lambda} \quad (7.8)$$

可见由于增大入射角而造成的灵敏度损失可适当选择高次反射光束来弥补。

* 这一限制在某些情况下，例如在测量均匀薄膜的厚度时并不适用。图波依索特和罗斯特斯 (Dupoisot and Lostis 1973) 曾介绍过一种专门用于测量均匀薄膜厚度的光学系统，其中利用了窄光束并且能使光束来回通过50次。

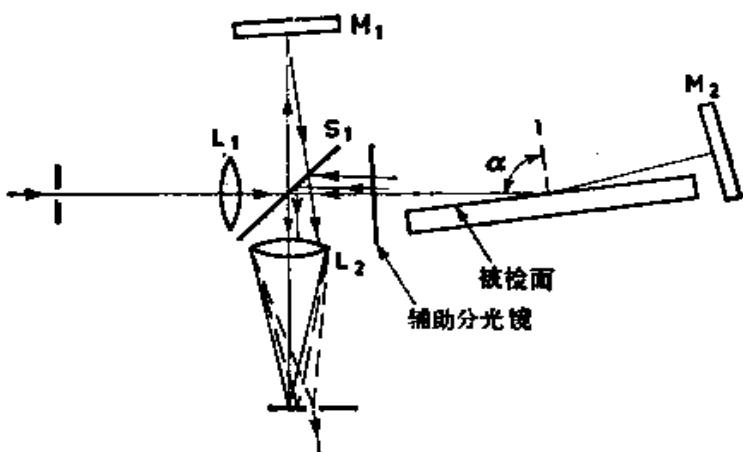


图7.12 检验有小孔的光学系统的大型表面所使用的掠射多通干涉仪

参 考 文 献

- Bubis, I. Ya., "Multipass Interferometer for Surface Shape Inspection," *Sov. J. Opt. Technol.*, **39**, 411 (1972).
- Cagnet, M., "Méthodes Interférométriques Utilisant les Franges de Superposition (voir Erratum, p. 552)," *Reu. Opt.*, **33**, 1, 113 (1954).
- Dupoisot, H. and P. Lostia, "Interférométrie à Passages Multiple et Mesure des Très Faibles Épaisseurs," *Nouv. Rev. Opt.*, **4**, 227 (1973).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Double-Passed Two-Beam Interferometers," *J. Opt. Soc. Am.*, **50**, 357 (1960a).
- Hariharan, P. and D. Sen, "The Double-Passed Fizeau Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, **50**, 999 (1960b).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Double-Passed Fizeau Interferometer. II: Fringe Systems Formed by the Reflected Beams," *J. Opt. Soc. Am.*, **51**, 400 (1961a).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Fringes of Equal Inclination in the Double-Passed Michelson Interferometer," *J. Opt. Soc. Am.*, **51**, 617 (1961b).
- Hariharan, P. and D. Sen, "Double-Passed Two-Beam Interferometers, II: Effects of Specimen Absorption and Finite Path Difference," *J. Opt. Soc. Am.*, **51**, 1212 (1961c).
- Hariharan, P. and D. Sen, "The Separation of Symmetrical and Asymmetrical Wave-Front Aberrations in the Twyman Interferometer," *Proc. Phys. Soc.*, **77**, 328 (1961d).
- Hopkins, H. H., *Wave Theory of Aberrations*, Clarendon Press, Oxford, 1950, p. 48.
- Langenbeck, P., "Multipass Twyman-Green Interferometer," *Appl. Opt.*, **6**, 1425 (1967).
- Langenbeck, P., "Multipass Interferometry," *Appl. Opt.*, **8**, 543 (1969a).
- Langenbeck, P., in *Optical Instruments and Techniques*, J. Home Dickson, Ed., Oriel Press, Newcastle-upon-Tyne, 1969b...
- Puntambekar, P. N. and D. Sen, "A Simple Inverting Interferometer," *Opt. Acta*, **18**, 719 (1971).
- Sen, D. and P. N. Puntambekar, "An Inverting Fizeau Interferometer," *Opt. Acta*, **12**, 137 (1965).
- Sen, D. and P. N. Puntambekar, "Shearing Interferometers for Testing Corner Cubes and Right Angle Prisms," *Appl. Opt.*, **5**, 1009 (1966).

第八章 傅科刀口法、细丝法及调相法

J. 欧捷达-卡斯坦达

§ 8.1 引言

已经证明傅科(Foucault 1858, 1859) 所提出的刀口检验法和所有的阴影技术——托普勒(Topler 1836)、瑞奇(Ritchey 1904)、哈特曼(Hartmann 1908)、普拉兹克和盖维俄拉(Platzeck and Gaviola 1939)、沃尔特(Wolter 1956) 等人发明的各种阴影技术——在检验光学表面方面是极其有用的。光学象差、衍射或变形的粗糙面可能使光线偏离原有的轨迹(或可能使波面变形)。阴影技术的基本概念是通过遮挡或变更这些位移的光线来测定光线的横向位移。把光阑放在被检验光学表面透射或反射的光线所会聚的任意一个平面上，即可遮挡或变更光线。

阴影技术的主要优点是设备简单和定性分析灵敏度高(至少从几何的观点来看是如此)。当然，为了在同类方法中评价某一种方法比其他方法的优越之处，则必须在其检测(a)大于照明辐射波长的象差(成象的几何原理)和(b)小于照明辐射波长的象差(成象的物理原理)的两种情况下研究其特性。

根据不同情况来选定不同的检验方法。

§ 8.2 傅科检验法和刀口检验法

§ 8.2.1 说明

一般可以把刀口检验法看作是一种检测有无横向象差的方法。作法是把光线或衍射光所穿过的一个平面的某一部分遮挡住，使有象差的范围内出现阴影，如图 8.1 所示。傅科检验法的操作简便、识别容易，在众多光学检验方法中是独一无二的。完全可

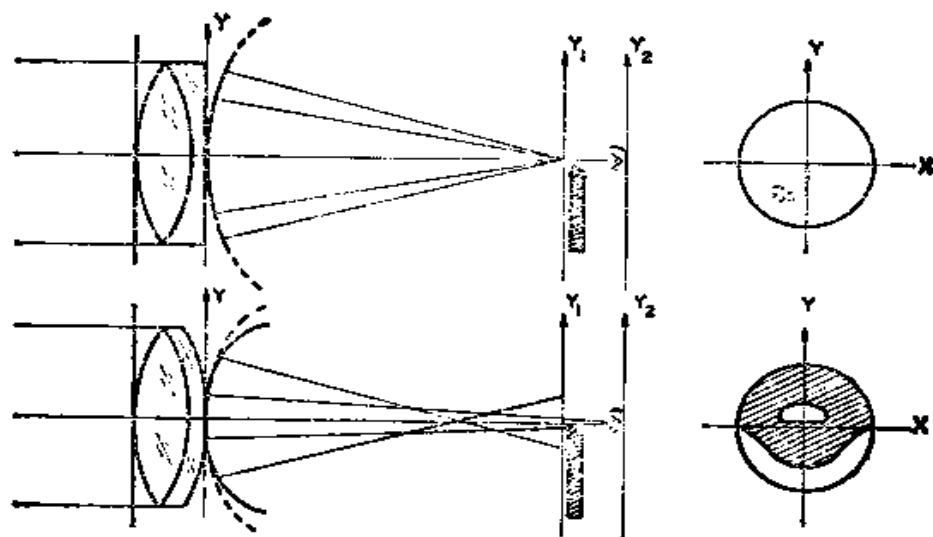


图8.1 检验透镜的傅科刀口法

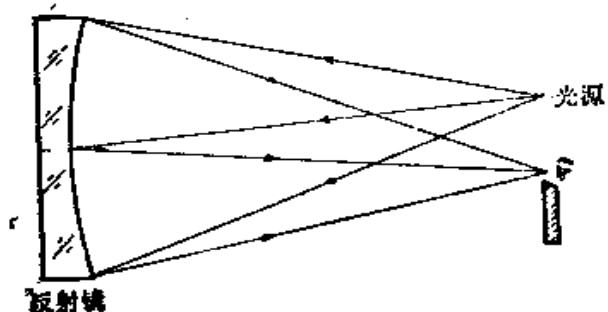


图8.2 检验凹面镜的刀口装置



图8.3 抛物面镜的傅科图

a) 放入刀口之前 b) 放入刀口之后

可以把傅科刀口检验法看做是光学车间使用的一种最重要的检验方法，其他各种光学检验法都是在其基础上发展而成的。

傅科检验法是把一个针孔大小的发光光源放在一凹球面镜曲率中心的一侧，如图 8.2 所示。该针孔光源的象呈点光源形状并位于球面镜曲率中心的另一侧。

用刀口切割成象照明光束时，观察者（置于象后方）可看到在未被均匀照明的镜面上出现了一阴影图（见图 8.1 和 8.3）。如果是“理想的”球面镜，在焦点以内（靠近球面镜）放上刀口，阴影图中就会明显地分出暗区和明区，如图 8.4 和图 8.5 所示。当刀口移动时，暗区就会按刀口移动的同一方向移过镜面。反之，

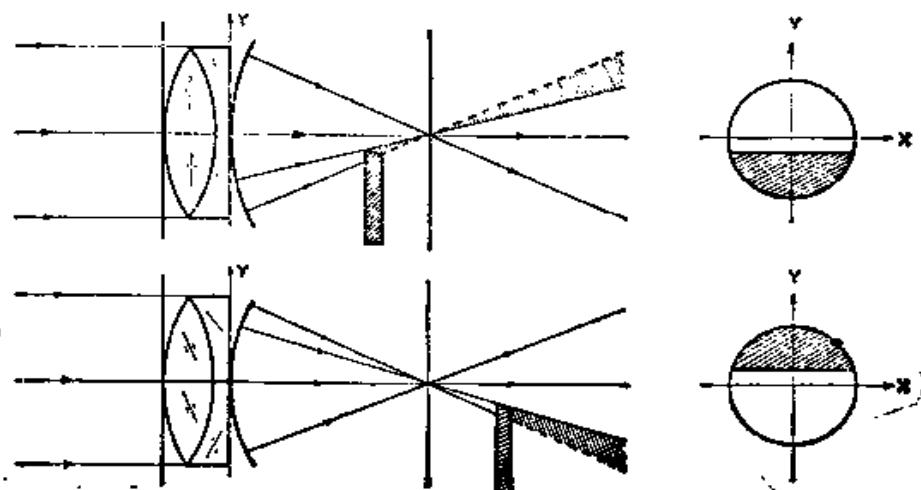


图8.4 用刀口法检验无象差透镜的情况

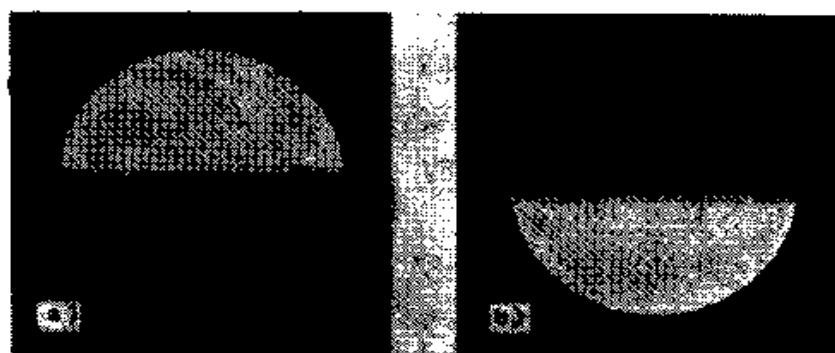


图8.5 有定焦误差的无象差镜面的傅科图

a) 焦内 b) 焦外（刀口从下方置入）

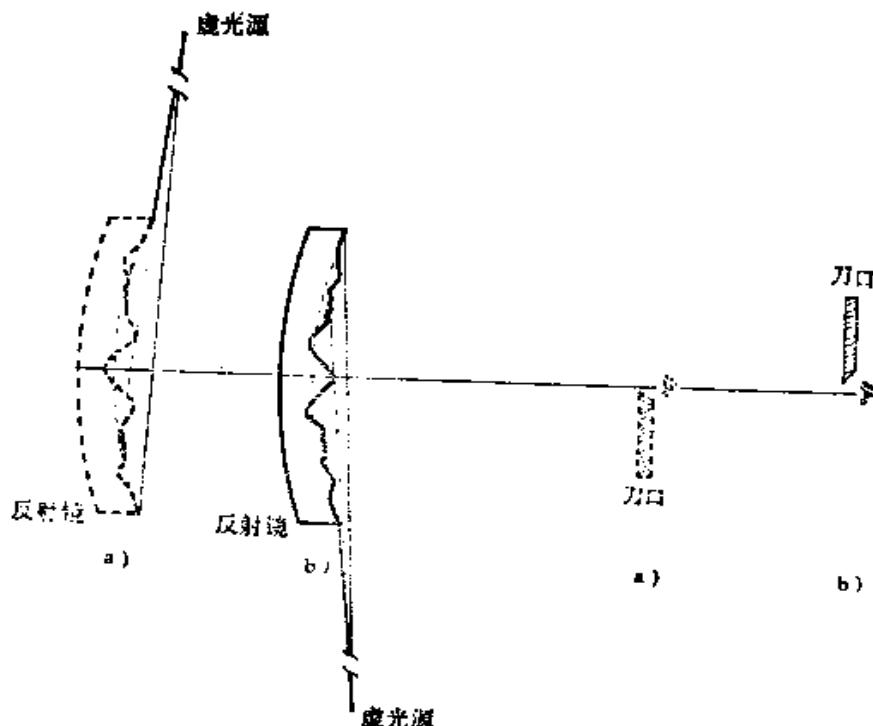


图8.6 用刀口检验时阴影图形成形象化表示

注意假想光源与刀口分别处在光轴的对侧

如果在焦点以外（远离球面镜）放置刀口，阴影图的暗区就会按刀口移动的相反方向移动镜面。如果把刀口准确地放在焦点上，则镜面立刻变暗，阴影图没有任何明显的移动。这是一种确定曲率中心的极精确的方法。

此外，如果凹面镜不是球形，那末镜面上每一个区域都有不同的曲率半径。在这种情况下，放置刀口时，随着刀口在光轴上的不同位置会出现相应的暗区。

一个不规则的凹面镜有许多不同的曲率半径和不同曲率中心的区带。在这种情况下放置刀口时，整个镜面上许多不相同区带



图8.7 不规则镜面的傅科阴影图

变暗了。一种形象地说明怎样形成这一阴影图象的直观方法（由 R. W. 波特提出）是假设在与刀口相反的位置上在镜面的一侧有一照明光源，见图 8.6。用这种方法照明，则凡是有正向倾斜面区域都被照明而反向倾斜面的区域就不被照明，或者反过来也一样，如图 8.7 所示。

总而言之，傅科检验法可用来（1）测量反射镜上各个带区的曲率半径；（2）作为补偿检验方法用来检查想象球面波的所有带区是否都是相同的曲率半径。

实践中发现，使用一发光狭缝代替点光源，也可使傅科检验法取得理想的效果，如图 8.8 b 及 c 所示。这是因为狭缝光源上的每一个点都产生一个形状相同并与刀口的距离相等的象，因此所有点都形成完全相同的傅科阴影，结果使看到的图形亮度有很大的增益。但是如果要保持一定的准确度，这种图形须确实完全相同。也就是说，狭缝

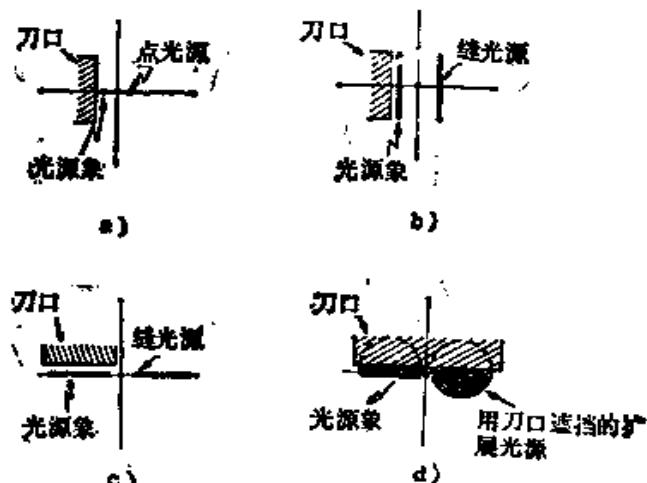


图8.8 光源及刀口的几种不同放置方法

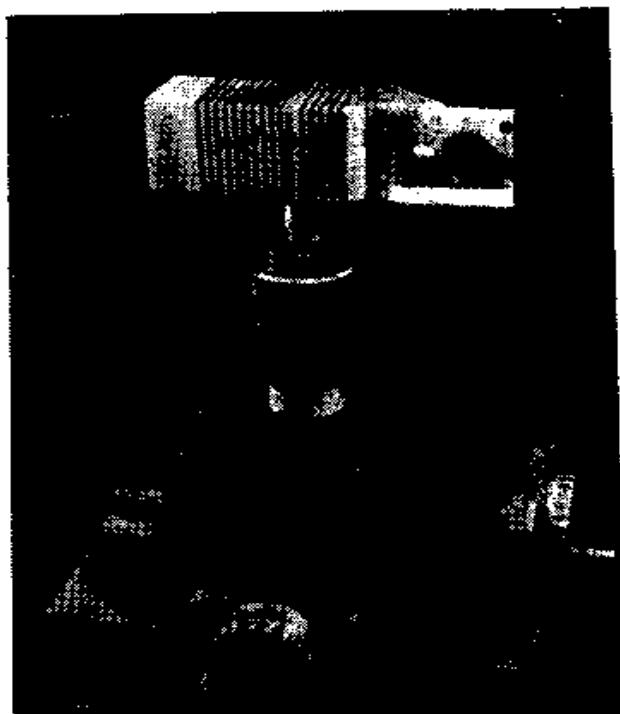


图8.9 傅科刀口仪照片

与刀口必须严格平行。为了避免在调整刀口与狭缝严格平行时出现麻烦，达金（Dakin 1967）设计了一种如图8.8 d 所示的结构。

图 8.9 和 8.10 是进行傅科刀口检验的仪器。这种仪器装在一滑动支架上，能够沿光轴或垂直于光轴横向或者上下移动。

§ 8.2.2 几何原理

在傅科检验法中，刀的边沿线与主光线的交点 (X_1-Y_1 平面的原点) 的距离为 r_1 ， Y_1 轴与刀口之间的夹角为 ϕ_1 ，如图 8.11 所示。如果刀口的斜率为正，角 ϕ_1 也就为正，则刀的边沿线由下式规定

$$x_1 \cos \phi_1 - y_1 \sin \phi_1 = r_1 \quad (8.1)$$

该平面上的透过率可表示为

$$T(x_1, y_1) = \begin{cases} 1 & \text{设 } x_1 \cos \phi_1 - y_1 \sin \phi_1 < r_1 \\ 0 & \text{设 } x_1 \cos \phi_1 - y_1 \sin \phi_1 \geq r_1 \end{cases} \quad (8.2)$$

但是由于理想的波面 W 会聚的近轴平面由 X_1-Y_1 平面所规定，所以这一平面上的任意一点 (x_1, y_1) 大致上都有下式特征（Rayces 1964）

$$(x_1, y_1) = \left(-R \frac{\partial W}{\partial x}, -R \frac{\partial W}{\partial y} \right) \quad (8.3)$$

式中 R 为 $X-Y$ 平面至 X_1-Y_1 平面的距离。以所得值代入式 (8.2)，可得透过函数为

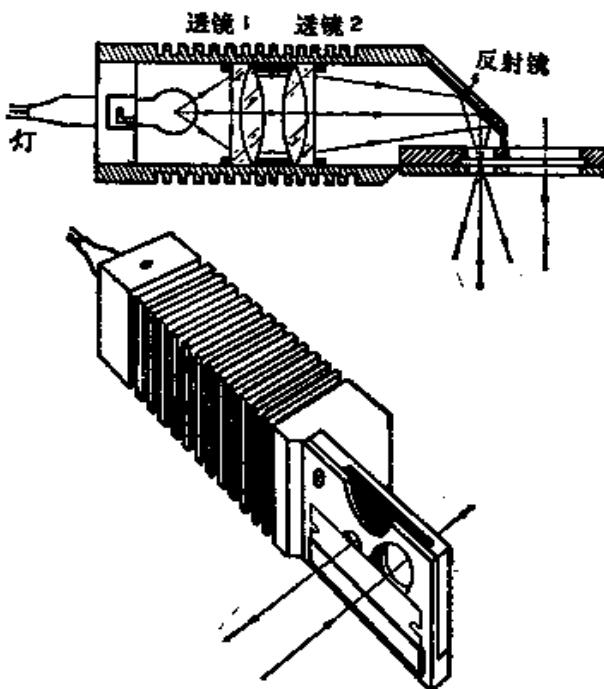


图8.10 傅科刀口仪结构简图

$$T\left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}\right) = \begin{cases} 1 & \text{设 } -\frac{\partial W}{\partial x} \cos\phi_1 + \frac{\partial W}{\partial y} \sin\phi_1 < \frac{r_1}{R} \\ 0 & \text{设 } -\frac{\partial W}{\partial x} \cos\phi_1 + \frac{\partial W}{\partial y} \sin\phi_1 \geq \frac{r_1}{R} \end{cases} \quad (8.4)$$

对于特殊的旋转对称象差， X_1-Y_1 平面上的任一轴都可用来作为规定刀口位置的基准。就我们的要求而言，选择 X 轴比较方便，因此 $\phi_1 = 90^\circ$ ，所以式(8.4)可简化为

$$T\left(\frac{\partial W}{\partial y}\right) = \begin{cases} 1 & \text{设 } \frac{\partial W}{\partial y} < \frac{r_1}{R} \\ 0 & \text{设 } \frac{\partial W}{\partial y} \geq \frac{r_1}{R} \end{cases} \quad (8.5)$$

焦点误差 现在研究第一种情况。在这种情况下有一个无象差的光学面，把刀口放在离会聚平面 X_1-Y_1 的某一距离上。换言之，在波面象差函数中只存在焦点误差，即

$$W(x, y) = D(x^2 + y^2) \quad (8.6)$$

根据式(8.5)，当 $D \neq 0$ 时，暗区与明区的边界（明区，设 $y_1 < r_1$ ，则 $T = 1$ ）可表示为

$$y_1 = \frac{r_1}{2DR} \quad (8.7)$$

因此，根据刀口放在焦点以内（ D 为负）或焦点以外（ D 为正）的不同情况，沿 Y 轴的阴影（即与 X 轴平行）就会由这一侧换到另一侧，如图 8.5 中所示，分别从 Y 轴的负侧转换到 Y 轴的正侧。

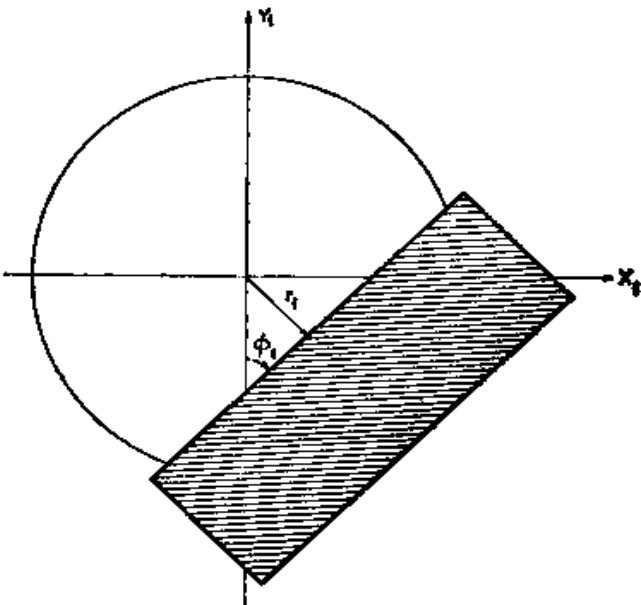


图8.11 在观察系统入瞳平面上的刀口位置

这一情况恰恰是前面描述过的。在置入刀口时，指出在“理想”球面镜那一侧出现暗区。

刀口接触光轴时，出现了特殊情况。阴影图一半是暗半圆，另一半是亮半圆。换句话说，亮区与暗区的边界线是在任何 $D \neq 0$ 的情况下， $r_1 = 0$ 时， $y_1 = 0$ 的位置处。

初级球面象差 当存在初级球面象差和焦点误差时，象差函数由下式给出

$$W(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + D(x^2 + y^2)$$

因此，通过式(8.5)，求阴影图边界的方程式为

$$y^3 + \left(\frac{D}{2A} + x^2 \right) y - \frac{r_1}{4AR} = 0 \quad (8.8)$$

应注意，由于此式随 x 而变化，故阴影边界一般不限于直线。

在这情况下，设式(8.8)中的 $x = 0$ 而得出沿 Y 轴的阴影边界，则式(8.8)可改写为

$$y^3 + \frac{D}{2A} y - \frac{r_1}{4AR} = 0 \quad (8.9)$$

上式为三次方程，因此有三个根。当然，我们所关心的只是实数根。参数 Δ 的定义为

$$\Delta = \left(\frac{r_1}{8AR} \right)^2 + \left(\frac{D}{6A} \right)^3 \quad (8.10)$$

从代数的已知结果，可得

- (1) 设 $\Delta < 0$ ，则有三个不相等的实根；
- (2) 设 $\Delta = 0$ ，则有三个实根，其中至少有两个相等；
- (3) 设 $\Delta > 0$ ，则只有一个实根和两个共轭虚根。

因此，如果符合条件(1)和(2)，阴影图将会出现一个以上的暗区。这一情况只是在散焦系数和初级象差系数的符号相反时才会出现。换言之，设 $\Delta \leq 0$ ，可从式(8.10)得

$$\left(\frac{r_1}{R} \right)^2 \leq \frac{\left(-\frac{2}{3} D \right)^3}{A} \quad (8.11)$$

由于式中左边项总是正值，因此当把刀口放在焦点以内（ D 为负值）并有正的初级象差时，或者同样地，当把刀口放在焦点以外，有负的初级象差时，则阴影图会出现两个暗区。

另外，当刀口接近光轴时，上述结果就会出现特殊情况。在这种情况下， $r_1 = 0$ ，式(8.9)变为

$$y \left(y^2 + \frac{D}{2A} \right) = 0 \quad (8.12)$$

解上式得

$$y = 0 \quad (8.13a)$$

和 $y = \pm \sqrt{-\frac{D}{2A}}$ (8.13b)

事实上很明确， D 和 A 的符号必须相反，以便求出式(8.13b)的实根。图8.1、8.12和8.13中所示为球差的傅科图形。关于球差的不同处理方法，读者可参考康拉第(Conrad 1924)和金斯莱克(Kingslake 1937)的著作。

初级彗差 如果出现初级彗差和焦点误差，则象差函数由下

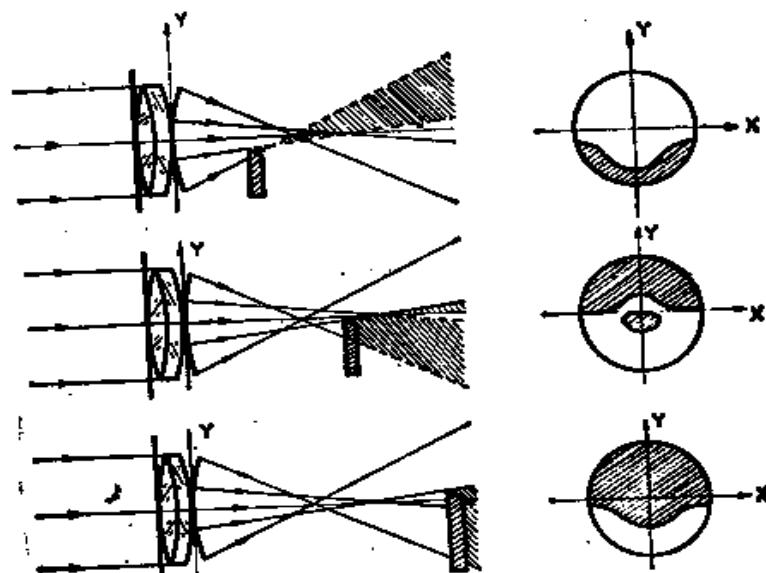


图8.12 有球差透镜的刀口检验法光路结构

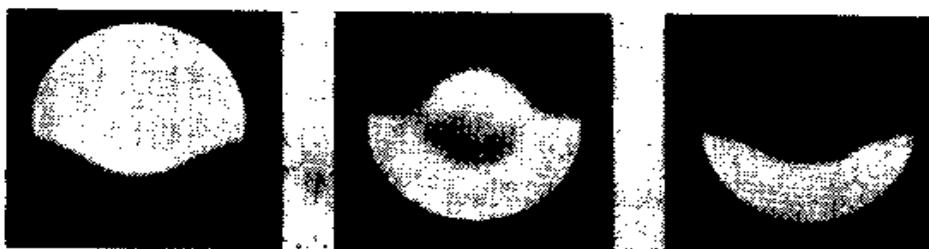


图8.13 非球面镜的傅科图形

式表示

$$W(x, y) = By(x^2 + y^2) + D(x^2 + y^2) \quad (8.14)$$

因为初级彗差没有径向对称性，因此将考虑刀口分别沿 X_1 轴及 Y_1 轴移动的两种情况。采用和上面举例相同的步骤，如果把刀口放在 X_1 轴上，与原点的距离为 r_1 时（与 Y_1 轴平行， $\phi_1 = 0$ ），则将得到符合下式的阴影图

$$2Bxy + 2Dx = \frac{-r_1}{R} \quad (8.15)$$

为便于使用，可将该式写为

$$\left(y + \frac{D}{B} \right)x = \frac{-r_1}{2RB} \quad (8.16)$$

显然，阴影图成为以 $[0, -(D/B)]$ 点为中心的等轴双曲线，见图8.14 a。

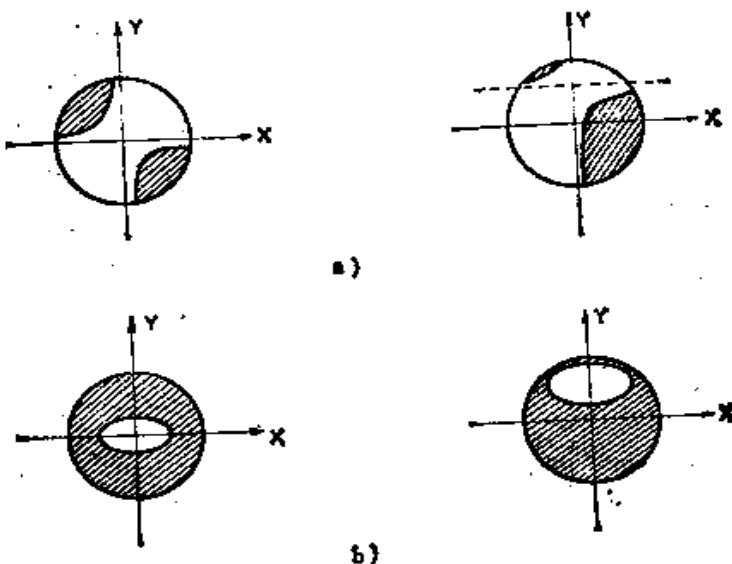


图8.14 有彗差的阴影图
a) 刀口与 Y_1 轴平行 b) 刀口与 X_1 轴平行

另一方面，在把刀口放在 Y_1 轴上的某点时（与 X_1 轴平行， $\phi = 90^\circ$ ），对于 y 的波面象差函数的偏导数为

$$\frac{\partial W}{\partial y} = B(x^2 + 3y^2) + 2yD \quad (8.17)$$

因此，阴影图边界可从下式得出

$$x^2 + 3\left(y + \frac{D}{3B}\right)^2 = \frac{r_1}{RB} + \frac{1}{3}\left(\frac{D}{B}\right)^2 \quad (8.18)$$

该式是一个以 $[O, -(D/3B)]$ 为中心的椭圆方程，椭圆的长轴与 X 轴平行，而短轴将与 Y 轴方向一致，见图 8.14 b。

在刀口检验法中，通常采用的方法是把刀口放在近轴平面内。这样，上述阴影图就会以被检光学表面的原点为中心。这时在阴影图上放一标尺，可以容易地得出等轴双曲线或椭圆图形的参数。换言之，把刀口放在近轴平面内，这时 $D = 0$ 。因此，当刀口方向与 Y_1 轴平行时，在高斯平面中，我们从式 (8.16) 可知阴影图将由下式表示

$$yx = \frac{-r_1}{2RB} \quad (8.19)$$

因为，沿 X_1 轴的刀口位置 r_1 以及被检光学表面与近轴平面之间的距离 R 均是已知参数，因此通过测量比值 $r_1/2RB$ 即可得出 B 值。

用类似的方法，刀口的方向与 X_1 轴平行时，在高斯平面内式 (8.18) 中的阴影图可写成

$$x^2 + 3y^2 = \frac{r_1}{RB} \quad (8.20)$$

在此式中，仍可通过求出参数 r_1 和 R ，并且测出比值 r_1/RB ，即可确定彗差量。

象散 如果被检的光学表面有象散，并且（为了在一平面中配置刀口位置）我们在波面象差函数上再加上焦点误差，可得

$$W(x, y) = C(x^2 + 3y^2) + D(x^2 + y^2) \quad (8.21)$$

正如在彗差的情况下一样，因为象散没有径向对称性，因此

必须考虑在特定方向上放置刀口的影响。接着，要考虑沿着与 Y_1 轴相交夹角为 ϕ_1 的某轴的方向引入刀口而产生的各种情况。因为对于 x 的波面象差函数的偏导数为

$$\frac{\partial W}{\partial x} = 2Cx + 2Dx \quad (8.22a)$$

而且对于 y 的波面象差函数的偏导数为

$$\frac{\partial W}{\partial y} = 6Cy + 2Dy \quad (8.22b)$$

因此由式(8.4)，得到阴影图的边界表示式为

$$-(C + D)x \cos \phi_1 + (3C + D)y \sin \phi_1 = \frac{r_1}{2R} \quad (8.23)$$

因此很清楚，有象散的光学表面会出现一条具有斜率 ψ 的直线，它由下式表示

$$\tan \psi = \frac{3C + D}{C + D} \tan \phi_1 \quad (8.24)$$

如果沿 X_1 轴放置刀口（方向与 Y_1 轴平行，即 $\phi_1 = 0^\circ$ ），则由式(8.24)得出阴影图边界为与 Y 轴平行的直线，如图 8.15a 所示，即

$$x = \frac{-r_1}{2R(C + D)} \quad (8.25)$$

并且 $\psi = 0^\circ$ 。另一方面，当刀口（方向与 X_1 轴平行，即 $\phi_1 = 90^\circ$ ）沿 Y_1 轴放置时，则阴影图的边界也有一条与 X 轴平行的直线，如图 8.15b 中所示，即

$$y = \frac{r_1}{2R(3C + D)} \quad (8.26)$$

并且 $\psi = 90^\circ$ 。应用式(8.24)求出与刀口和如同在朗奇检验中（见第九章）一样的阴影图边界线的夹角相关的斜率。在分析象散中利用这个斜率比较方便

$$\tan(\psi - \phi_1) = \frac{C \sin 2\phi_1}{D + C(2 - \cos 2\phi_1)} \quad (8.27)$$

由此可见，在近轴平面 ($D = 0$) 内，刀口与阴影图边界之间的夹

角与被检光学表面射出的波面内存在的象散数量无关。

此外，由于刀口沿光轴移动（即 D 在变化），所以当 ϕ_1 在 0° 和 90° 之间（不包括 0° 和 90° ）变化时，阴影边界线斜率也随之变化。结果，当被检的光学表面有象散时，可观察到如图 8.15 所示的阴影图边界线的旋转状况。

值得注意的是，当用一个离轴放置的针孔光源检验一块小焦距的凹面镜时（如图 8.2 所示），即使是理想的凹面镜，也会产生象散波面（见附录 1）。为了避免这种假象散误差（即不是镜面面形产生的）的影响，可以用如图 8.16 所示的分光镜在光轴上检验该凹面镜。

§ 8.2.3 物理原理

如本章引言中所指出的，我们对依据衍射原理的刀口检验的分析只限于

象差小于照明辐射波长的情况。对于更详细的叙述感兴趣的读者，可参阅下列文献：巴拉卡特 (Barakat 1969)，巴纳吉 (Banerji 1918)，盖斯科恩 (Gascoigne 1944)，林福特 (Linfoot 1945, 1946, 1955)，瑞利 (Rayleigh 1917)，泽耐克 (Zernike 1934a, 1934b, 1942)。

可以把被检光学面简便地看作是由需要的和不需要的两个表

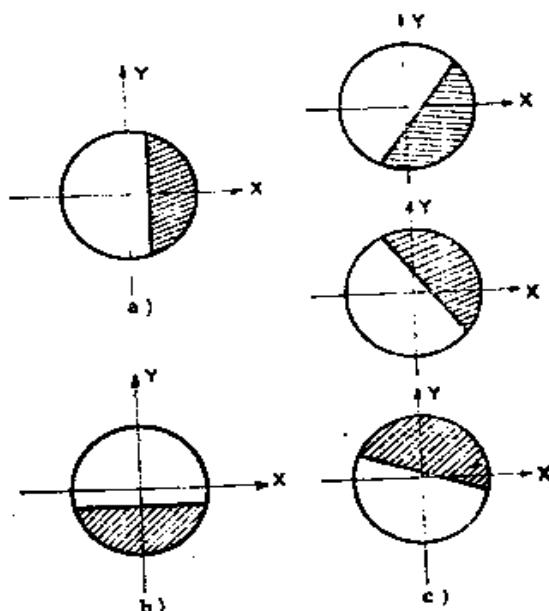


图 8.15 具有象散的阴影图
a) 刀口与 Y_1 轴平行 b) 刀口与 X_1 轴平行
c) 刀口在与 Y_1 轴成角 ϕ 的轴上

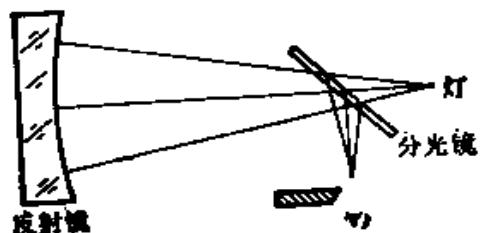


图 8.16 在光轴上进行检验的
傅科刀口装置

面组成的。从需要的表面到不需要的表面的位移产生小于照明辐射波长的象差时，可把被检的光学面所产生的复振幅有效地简化为均匀的背景（由于需要的表面形成的）和描述象差的复振幅（由于不需要的表面形成的）二者之和，两者之间的相位差为 $\pi/2$ ，即

$$A(x, y) = \begin{cases} \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} W(x, y)\right] \approx 1 + i \frac{2\pi}{\lambda} W(x, y) & x^2 + y^2 \leq S_{\max}^2 \\ 0 & x^2 + y^2 > S_{\max}^2 \end{cases} \quad (8.28)$$

式中 $W(x, y)$ 指光学面上呈现的象差（见附录 3）， λ 为照明辐射波长。在这种分析过程中，我们研究这样一种情况，即

$$|W(x, y)| < \lambda \quad (8.29)$$

当然，如果光学面没有象差，则式(8.28)可简化成

$$A(x, y) = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 \leq S_{\max}^2 \\ 0, & x^2 + y^2 > S_{\max}^2 \end{cases} \quad (8.30)$$

被检光学面的“理想”象（指一个既无象差也无焦点误差而仅有一个有限孔径的光学系统所成之象）的强度分布将与被检光学面强度分布相等。换言之，象的光强度由下式表示

$$I(x, y) = A(x, y) \cdot A^*(x, y) = 1 \quad (8.31)$$

式中的 * 符号指复共轭，从这里并不能得知有无象差。所以，为了知道有无象差，必须形成一被检光学表面的改进象。在这里，就是将刀口放置在横穿过被检光学表面产生的会聚波面的近轴平面而形成的。

由于近轴面上的复振幅 $a(x_1, y_1)$ 是由式(8.28)的傅里叶变换得出的，因而有

$$\begin{aligned} a(x_1, y_1) &= \iint_{x^2 + y^2 \leq S_{\max}^2} A(x, y) \\ &\times \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda R} (x_1 x + y_1 y)\right] dx dy \end{aligned}$$

$$= \frac{2J_1(\rho)}{\rho} + iw(x_1, y_1) \quad (8.32)$$

式中 $\rho = (2\pi/\lambda R)[x_1^2 + y_1^2]^{1/2}$, $J_1(\rho)$ 是指一阶贝塞尔函数, 并且

$$\begin{aligned} w(x_1, y_1) &= \iint_{x^2 + y^2 \leq S_{max}^2} W(x, y) \\ &\times \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda R}(x_1 x + y_1 y)\right] dx dy \quad (8.33) \end{aligned}$$

为 $W(x, y)$ 的傅里叶变换, 并表示象差所产生的近轴面上的复振幅。分布在近偏轴面上的复振幅被刀口遮挡, 其振幅透过率如下

$$M(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, & -r_1 < y_1 \\ 0, & -r_1 > y_1 \end{cases} \quad (8.34)$$

式中 r_1 为实数, 表示刀口在如式 (8.1) 中所示的 Y_1 轴上的位置 (与 X_1 轴的方向平行)。

如果 $(2\pi/\lambda R)r_1 \gg 3.83$, 从式 (8.33) 及 (8.34) 可得知由于均匀背景在近轴面上形成的艾里圆半径“实际上”不被改变而通过, 并且在被检光学表面的图象上产生均匀的强度分布。如果刀口放在约等于艾里圆半径 ($\rho = 3.83$) 的距离上, 则象中与直射光有关的复振幅也会得到调制。因此, 无象差光学表面象的复振幅由下式给出

$$\begin{aligned} A'(x_2, y_2) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} M(x_1, y_1) \frac{2J_1(\rho)}{\rho} \\ &\times \exp\left[\frac{i2\pi}{\lambda R_1}(x_2 x_1 + y_2 y_1)\right] dx_1 dy_1 \quad (8.35) \end{aligned}$$

利用卷积定理很容易将上式简化为物体复振幅无象差部分的希耳伯特变换, 即

$$A'(x_2, y_2) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{y_2/\lambda R_1 - y/\lambda R} \text{circ}(x, y) dx dy \quad (8.36)$$

式中 $\text{circ}(x, y)$ 在被检光学面之内等于 1, $x^2 + y^2 \leq S_{max}^2$, 否则等于 0。将式 (8.36) 积分可得

$$A'(x_2, y_2) = \text{常数} \ln \left| \frac{y_2 + (S_{2\max}^2 - x_2^2)^{1/2}}{y_2 - (S_{2\max}^2 - x_2^2)^{1/2}} \right| \quad (8.37)$$

式中“ln”指自然对数函数。由这一函数式(8.37)可得知在无象差面的象边缘有一亮环，即所谓瑞利衍射环。不能把这种亮环理解为一种卷边或者与被检面上的任何其它误差混淆。当然，在本式中，象在周边上的光强度可达无限大，这在实际上是不可能的。这是因为正如瑞利所指出的，可以把刀口所在的调制平面看作是无限扩展的。为了便于进行纯数学研究，不考虑任何观察系统(形成被检光学表面的象)都有一个有限孔径这一事实。威尔福特(Welford 1970)证实，如果认为观察系统上有一有限孔径的话，象强度的一个有限最大值取代了奇异值。

总之，近轴平面射向象面的复振幅由下式表示

$$\begin{aligned} a'(x_1, y_1) &= M(x_1, y_1) a(x_1, y_1) \\ &= 2 \frac{J_1(\rho)}{\rho} + i \frac{2\pi}{\lambda} M(x_1, y_1) w(x_1, y_1) \end{aligned} \quad (8.38)$$

因此，计算式(8.38)的傅里叶逆变换可得象面上的复振幅，即

$$\begin{aligned} A'(x_2, y_2) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} a'(x_1, y_1) \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_2 x_1 + y_2 y_1) \right] dx_1 dy_1 \\ &= 1 + i \frac{2\pi}{\lambda} W'(x_2, y_2) \end{aligned} \quad (8.39)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } W'(x_2, y_2) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} M(x_1, y_1) w(x_1, y_1) \\ &\times \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_2 x_1 + y_2 y_1) \right] dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (8.40)$$

为衍射光的傅里叶逆变换是由未被刀口所遮挡的象差产生的。显然，如果振幅透射率函数 $M(x_1, y_1)$ 在近轴面上等于 1，则得

$$W'(x_2, y_2) = W(x_2, y_2)$$

并且式(8.31)的结果再次说明丢失了有关象差的信息。因此，必须以这样的方式修正函数 $w(x_1, y_1)$ ，即 $W'(x_2, y_2)$ 将成为一个纯虚函数或一个虚部不等于零的复函数，即

$$W'(x_2, y_2) = W_r'(x_2, y_2) + i W_i'(x_2, y_2) \quad (8.41)$$

式中符号 r 和 i 分别指实数和虚数部分。

将式(8.41)代入式(8.19), 可计算出象的强度分布

$$\begin{aligned} I'(x_2, y_2) &= A'(x_2, y_2) A'^*(x_2, y_2) \\ &= 1 - \frac{4\pi}{\lambda} W'_i(x_2, y_2) \end{aligned} \quad (8.42)$$

显然, 假设对近轴平面内物体的傅里叶谱进行修正, 以使 $W'_i(x_2, y_2) \neq 0$, 那末象平面中的强度变化说明有象差存在。象的强度变化的对比度由下式表示

$$\gamma = \frac{4\pi}{\lambda} W'_i(x_2, y_2) \quad (8.43)$$

为了清楚地说明上述象强度变化与光学表面上象差的关系, 现在详细讨论 $W'_i(x_2, y_2)$ 项。由于 $w(x_1, y_1)$ 是纯实函数 $W(x, y)$ 傅里叶变换, 因此, 只有调制函数 $M_1(x_1, y_1)$ 有一项是纯实奇函数和(或者)纯虚偶函数, 则从式(8.40)才能得到 $W'_i(x_2, y_2) \neq 0$ 。由于任一函数都可根据其偶数和奇数部分进行分解, 那就总有可能找出调制函数 $M(x_1, y_1)$ 中使 $W'_i(x_2, y_2) \neq 0$ 的那一项。这样, 辨别和研究这一项的特性, 就可找出式(8.42)中的象强度变化与象差函数 $W(x, y)$ 的关系。

在使用刀口法的情况下, 决定象强度的变化的调制函数项为纯实奇函数

$$g(x_1, y_1) = \begin{cases} -0.5, & y_1 < -r_1 \\ 0, & |y_1| < r_1 \\ 0.5, & y_1 > +r_1 \end{cases} \quad (8.44)$$

如图8.17 a 所示。因此, 从下式可得出象强度变化项

$$\begin{aligned} W'_i(x_2, y_2) &= \frac{1}{i} \int_{x_1=-\infty}^{+\infty} \left\{ -0.5 \int_{y_1=-\infty}^{-r_1} w(x_1, y_1) \right. \\ &\quad \times \left[\exp i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_2 x_1 + y_2 y_1) \right] dy_1 \\ &\quad \left. + 0.5 \int_{y_1=r_1}^{+\infty} w(x_1, y_1) \left[\exp i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_2 x_1 + y_2 y_1) \right] dy_1 \right\} dx_1 \end{aligned}$$

式中符号 r 和 i 分别指实数和虚数部分。

将式(8.41)代入式(8.19), 可计算出象的强度分布

$$\begin{aligned} I'(x_2, y_2) &= A'(x_2, y_2) A'^*(x_2, y_2) \\ &= 1 - \frac{4\pi}{\lambda} W'_i(x_2, y_2) \end{aligned} \quad (8.42)$$

显然, 假设对近轴平面内物体的傅里叶谱进行修正, 以使 $W'_i(x_2, y_2) \neq 0$, 那末象平面中的强度变化说明有象差存在。象的强度变化的对比度由下式表示

$$\gamma = \frac{4\pi}{\lambda} W'_i(x_2, y_2) \quad (8.43)$$

为了清楚地说明上述象强度变化与光学表面上象差的关系, 现在详细讨论 $W'_i(x_2, y_2)$ 项。由于 $w(x_1, y_1)$ 是纯实函数 $W(x, y)$ 傅里叶变换, 因此, 只有调制函数 $M_1(x_1, y_1)$ 有一项是纯实奇函数和(或者)纯虚偶函数, 则从式(8.40)才能得到 $W'_i(x_2, y_2) \neq 0$ 。由于任一函数都可根据其偶数和奇数部分进行分解, 那就总有可能找出调制函数 $M(x_1, y_1)$ 中使 $W'_i(x_2, y_2) \neq 0$ 的那一项。这样, 辨别和研究这一项的特性, 就可找出式(8.42)中的象强度变化与象差函数 $W(x, y)$ 的关系。

在使用刀口法的情况下, 决定象强度的变化的调制函数项为纯实奇函数

$$g(x_1, y_1) = \begin{cases} -0.5, & y_1 < -r_1 \\ 0, & |y_1| < r_1 \\ 0.5, & y_1 > +r_1 \end{cases} \quad (8.44)$$

如图8.17 a 所示。因此, 从下式可得出象强度变化项

$$\begin{aligned} W'_i(x_2, y_2) &= \frac{1}{i} \int_{x_1=-\infty}^{+\infty} \left\{ -0.5 \int_{y_1=-\infty}^{-r_1} w(x_1, y_1) \right. \\ &\quad \times \left[\exp i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_2 x_1 + y_2 y_1) \right] dy_1 \\ &\quad \left. + 0.5 \int_{y_1=r_1}^{+\infty} w(x_1, y_1) \left[\exp i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_2 x_1 + y_2 y_1) \right] dy_1 \right\} dx_1 \end{aligned}$$

将此式与式(8.45)相比较。现在就可作出评论：在下列几种情况中，象平面中的强度变化与象差函数 $W(x_1, y_1)$ 是不同的。

- (1) 前者的量与后者相比减小了一半；
- (2) 在区间 $(0, r_1)$ 之内的象差的傅里叶谱并不参与成象；
- (3) 正弦与余弦函数的系数可以互换。假定 $u(x_1, \infty) = v(x_1, \infty) = 0$ ，则互换可以用下式表示

$$\begin{aligned} W'_i(x_2, y_2) = & -\frac{\lambda R_1}{2\pi y_1} \int_{x_1=-\infty}^{+\infty} \int_{y_1=r_1}^{+\infty} \left[u(x_1, y_1) \frac{d}{dy_1} \right. \\ & \times \left(\cos \frac{2\pi}{\lambda R_1} y_2 y_1 \right) - v(x_1, y_1) \frac{d}{dy_1} \\ & \left. \times \left(\sin \frac{2\pi}{\lambda R_1} y_2 y_1 \right) \right] dy_1 \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda R_1} x_2 x_1 \right) dx_1 \end{aligned}$$

或可写为

$$\begin{aligned} W'_i(x_2, y_2) = & \frac{\lambda R_1}{2\pi y_1} \int_{x_1=-\infty}^{+\infty} \left[u(x_1, r_1) \cos \frac{2\pi}{\lambda R_1} y_2 r_1 \right. \\ & - v(x_1, r_1) \sin \frac{2\pi}{\lambda R_1} y_2 r_1 \left. \right] \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda R_1} x_2 x_1 \right) dx_1 \\ & + \frac{\lambda R_1}{2\pi y_2} \int_{x_1=-\infty}^{+\infty} \int_{y_1=r_1}^{+\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y_1} \cos \frac{2\pi}{\lambda R_1} x_2 x_1 \right. \\ & \left. - \frac{\partial v}{\partial y_1} \sin \frac{2\pi}{\lambda R_1} y_2 y_1 \right) dy_1 \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda R_1} x_2 x_1 \right) dx_1 \end{aligned} \quad (8.47)$$

象强度变化则与象差函数傅里叶谱的逆变换有关。

最后，如果将肉眼能看出的最小对比度($\gamma = 2\%$)代入式(8.40)中，在这种近似法中有可能获得这一方法灵敏度的理论极限，即

$$\frac{\lambda}{200\pi} = W'_i(x_2, y_2) \quad (8.48)$$

这与 $\frac{\lambda}{600}$ 很吻合。这个值是泰克斯劳(Texereau, 1957)报导的，当时他将此法与利奥特(Lyot)相衬技术进行了对比，检查了此法的灵敏度。

§ 8.3 细丝检验法

从 § 8.2 可以清楚地知道傅科刀口法在检验区带误差时是十分灵敏的。但不幸的是这种检验在测量这种误差方面并不太灵敏。此外，由于不能检测出非球面性的微小细节，傅科图在检验非球面镜时用处不大。

为了测量反射镜的非球面性，瑞奇 (Ritchey, 1904) 提出，在用傅科法检验镜面时，使用一块开缝的带状非球面光阑。这样，就有可能计算各个带区的横向象差量（当刀口沿在光轴移动到达某一位置时，带区正好变暗），而且有可能把光轴相对两侧的这一带区的两个开缝的照度进行对比，以检查开缝后面的镜面部分是否规则，并使其互相匹配。

因为抛物镜面是最常用的镜面，所以为了检验这种光学表面而设计了一种遮光光阑，只允许镜面上的三个区域受到照射，即中心（近轴）区、轮缘（边缘）区和上两者之间的中间区。这三个区分别与焦散的两端和中心（见附录 1）有关（见图 8.18）。只要光阑屏放到镜面上，就可用刀口找到从一特定带区的相对两端发出的光线沿光轴会聚的位置。也就是通过找到上述三个带区变暗时的位置，就可确定焦散区间隔的两个极限位置以及它的中心。

假定光源与刀口同时移动，由于法线的横向象差量（在与曲

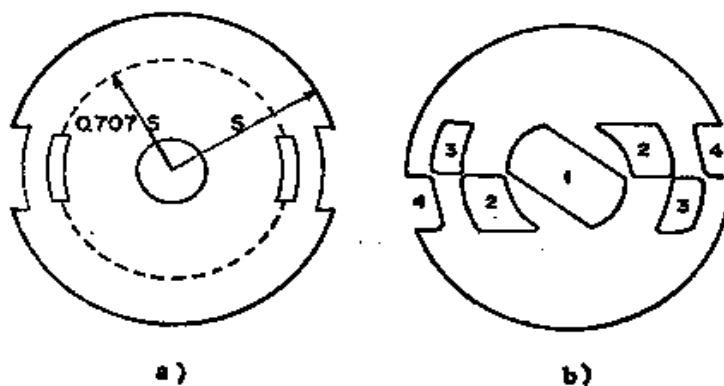


图 8.18 带区傅科检验法中使用的 a) 带区光阑， b) 柯德式光阑

率中心检验的抛物面中存在的球差有关)等于 cS^3 。其中 $S^2 = x^2 + y^2$ 仍为镜面任一带区的半径, c 等于镜面近轴区的曲率半径分之一, 那末, 如果我们想要使其中间的理想横向象差为边沿理想横向象差的一半, 以使光轴相交在焦散线的中心上, 则遮光的中间带区半径必须是 $S = 0.707S_{\max}$ 。

光阑上开缝的宽度必须通过实验来确定, 开缝必须足够窄, 以便提高局部精确度, 但又不能过窄以免产生衍射的影响。

柯德(Couder, 1932)设计了一种通用性更强的遮光光阑(见图8.18 b)。这种光阑上只有外区(边缘区)的宽度必须由实验来确定, 而内区的半径和宽度可根据下述情况来确定, 即: 各带区彼此直接相连而且相邻两个带区的半径平方之差为一常数。换言之, 如果边缘径向宽度的实验值为 δS , 由于 n 倍开缝的半径是 $(n-1)$ 倍带区的外径, 这一 n 倍带区的内外半径之差为:

$$S_n^2 - S_{n-1}^2 = (\delta S)^2$$

因此 $(n-1)$ 倍带区的内径, 或 $(n-2)$ 倍带区的外径可由下式求出:

$$S_{n-1}^2 - S_{n-2}^2 = (\delta S)^2$$

这样, 所有区域的半径都可以确定。

这种光阑的优点是能够观察整个镜面, 而且能够检验一个表面的整个形状。另一方面, 任何一种光阑检验方法都有一个缺点, 即测量的误差约等于抛光光学表面的允差(Schroader, 1953), 所以对非球面要求有更精密的检验方法。在这种情况下, 细丝检验法和普拉兹克-盖维俄拉检验法(见§8.4)的效果比较好。细丝检验法只能用检验二次曲线非球面镜或非二次曲线非球面镜, 其使用方式与带区刀口检验法相类似, 即在一个非常窄的带区内遮挡偏离光线(或衍射光)。为此在靠近各种环状带区的法线与被检反射镜或表面的光轴相交处逐次放置一根不透明细丝(见图8.19)。这样, 当被检验的环带在均匀的明亮背景下变暗时, 就能找到光学面上一个特殊环带的法线的特殊交点。实际上, 是把细丝和针孔光源一起移动来完成的(即移动包括细丝和针孔光源的平面)。针

交点比较精确，并且用这个方法还可测出交点实验值与理想值之间的偏差值。换言之，可确定各个法线的象差(见图8.20)。

此外，细丝法的优点是光轴与法线交点的测量值与第一环带或近轴环带的交点界理论值有关。这个优点对于检验有中心孔的光学零件毛坯极为有用。

因为细丝遮盖的区域仅仅相当于傅科检验法中刀口的边缘，所以用细丝检验法获得的阴影图只包含有细的、暗黑的轮廓线，如图8.21所示。请把这些细丝法阴影图同图8.22中傅科刀口检验法的对应阴影图进行比较。

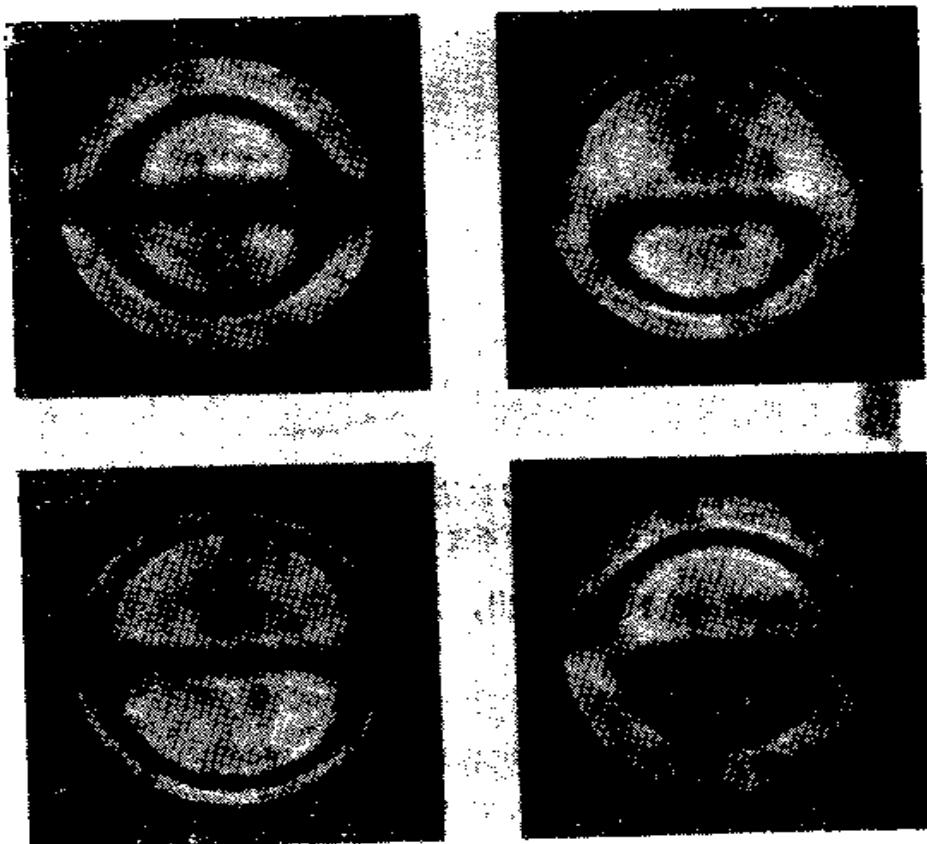


图8.21 使用细丝检验法所得的阴影图

实践证明，细丝检验法是检验正在修琢的非球形光学面的一种好方法，也是检验纵向象差的有效方法。使用数学积分还有可能获得波面象差(Buchroader et al. 1972, Fell 1968, Loomis

1968, Smith 1966)。细丝法的主要缺点是, 当细丝沿光轴移动时阴影图的宽度有时会掩盖整个阴影的微小位移。

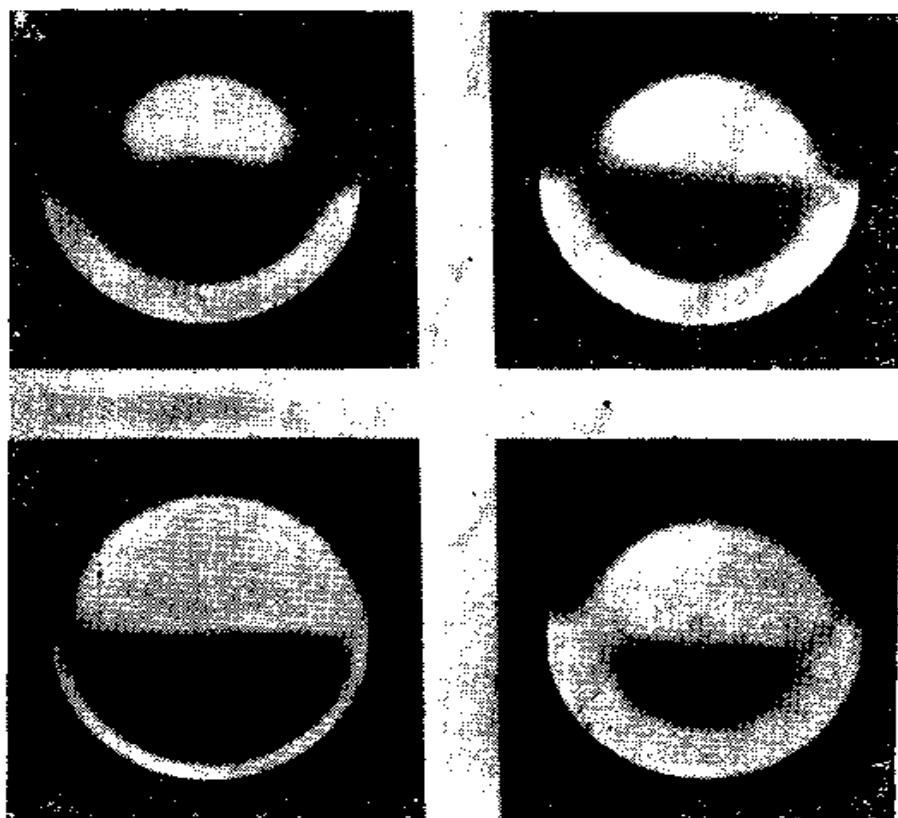


图8.22 使用刀口法所得的阴影图

注意与图8.21中图形的相似处

梅尼尔(Meinel 1968)指出, 通过判定环形阴影是否是圆形, 还可用于检验象散。

§ 8.3.1 几何原理

如果用 r_1 表示细线中心部分的位置, 细丝宽度用 $2\delta r$ 表示, 则近轴平面中的振幅透过率由下式表示

$$T(x_1, y_1) = \begin{cases} 1 & \text{设 } |x_1 \cos\phi_1 - y_1 \sin\phi_1| > \delta r \\ 0 & \text{设 } |x_1 \cos\phi_1 - y_1 \sin\phi_1| < \delta r \end{cases} \quad (8.49)$$

用细丝检验法所得的暗轮廓线中心与用傅科刀口法所得的阴影图明、暗区之间的边界是一致的。当然, 因为细丝没有刀口连接部

分的遮挡现象，所以暗区将变为沿边界位置的暗线条。

我们将要在本节描述用实验测量光轴与法线的交点以求得被检光学面的波面象差的方法。设被检光学面法线与光轴交点的实验值和理论值分别为 Z'_n 和 Z_n 。横向象差可由下式得出

$$TA = (Z'_n - Z_n) Sc \quad (8.50)$$

式中 如附录 1 所述， c 为重心区曲率半径的倒数，并且 $S^2 = x^2 + y^2$ 。由下式可得波面象差

$$W = c^2 \int_{S=0}^S (Z'_n - Z_n) S dS \quad (8.51)$$

用梯形法则求此积分的数学解(将此积分区分为 M 个子区间)，即

$$W_n = \frac{c^2}{2} \sum_{m=1}^{M-1} [(Z'_n - Z_n)_{m+1} S_{m+1} + (Z'_n - Z_n)_m S_m] (S_{m+1} - S_m) \quad (8.52)$$

用这个公式可由实验值 Z'_n 、 S_m 、 S_{m+1} 及理论值 Z_n 计算出波面象差。

计算过程如下：

(1) 法线与光轴交点的理论值可由(附1.23)式(附录 1)得出

$$Z_n = \frac{1}{c} - Kz \quad (8.53)$$

式中 $K = -e^2$ (e 为二次曲面偏心率)， z 是通过由计算式附1.1 的 S_n 实验值时得到的。

(2) 然后可计算 $(Z'_n - Z_n)_m S_m$ 各项的值，最后得出被检光学表面上的波面象差 W_n 。

§ 8.3.2 物理原理

前面我们以相同的方式用衍射理论解释刀口检验法，下面也将用衍射理论解释细丝检验法。丝缝检验法的调制函数为

$$M(x_1, y_1) = \begin{cases} 1 & \text{设 } |x_1 + r_1| > \delta r \\ 0 & \text{设 } |x_1 + r_1| < \delta r \end{cases} \quad (8.54)$$

式中 r_1 表示细丝位置, $2\delta r$ 为其宽度, 在穿过近轴面以后, 如前所述, 根据 $M(x_1, y_1)$ $a(x_1, y_1)$ 可得出复振幅。通过近轴平面发出的复振幅的傅里叶变换可得出在象平面上的复振幅分布

$$A'(x_2, y_2) = 1 + i \frac{2\pi}{\lambda} W'(x_2, y_2) \quad (8.55)$$

式中

$$\begin{aligned} W'(x_2, y_2) = & \int_{-\infty}^{+\infty} M(x_1, y_1) w(x_1, y_1) \\ & \times \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_1 x_2 + y_1 y_2) \right] dx_1 dy_1 \end{aligned}$$

仍然表示 $M(x_1, y_1)$ $w(x_1, y_1)$ 的傅里叶逆变换。如果我们使用一些与刀口检验法中计算象强度相同的自变量, 即找出调制函数中引起象强度变化的可见项分量, 我们可得

$$g(x_1, y_1) = \begin{cases} -0.5 & |x_1 + r_1| < \delta r \\ 0 & |x_1 \pm r_1| > \delta r \\ 0.5 & |x_1 - r_1| < \delta r \end{cases} \quad (8.56)$$

这可与式(8.44)和图8.17中的曲线 a 和 c 相比较。由式(8.56)可见, 检验微小象差时使用的振幅刀口法与细丝检验法二者之间的唯一差别是细丝检验的象强度变化仅仅由于经被检光学面在 $(r_1 - \delta r)$ 到 $(r_1 + \delta r)$ 的区间附近的光被衍射。

另外, 由于两种方法的象强度变化的对比都一样, 所以, 细丝法比振幅刀口法唯一优越之处就是通过选择细丝的位置和宽度就可选择光衍射。换言之, 细丝法提供了在被检光学表面上检测微小区域的一种可供选用的方法。

§ 8.4 普拉兹克-盖维俄拉检验法

由普拉兹克和盖维俄拉介绍的所谓焦散检验法, 事实根据是“理想的”抛物面镜上的任一离轴部分的曲率中心不是在光轴上, 而是如魏兹沃斯(Wadsworth 1902)所指出的在中心之外的一条所谓焦散曲线上。为了证明这一点, 普拉兹克和盖维俄拉做了一

一个极好的实验。在一个抛物镜面上除两个对称的椭圆形带区以外全都遮挡住，然后用一狭缝光源来照明该抛物面镜，根据照明狭缝光源的不同位置记录下这种光学系统所成的象。

从镜子的焦内和焦外不同位置上拍摄的一组照片（表示照明狭缝的象）清楚地表明（见图8.23，这是普拉兹克和盖维俄拉斯所摄的照片示意图），当两束光与光轴相反时，图象并不清晰。但是当光学系统有焦点误差时，伴随所得图象会出现衍射斑纹。此外，在同一组照片中，发现这些象的焦点平面，似乎是在两个象与光轴相交的区域的后面。

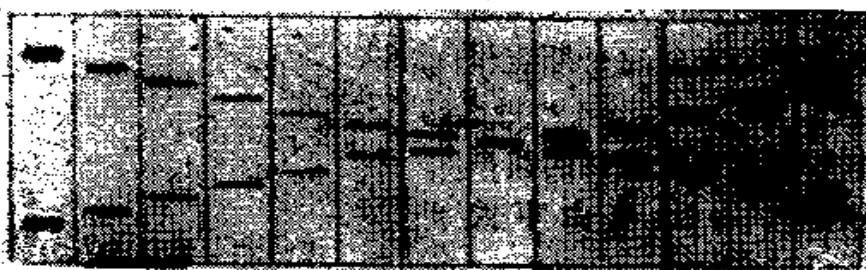


图8.23 普拉兹克-盖维俄拉使用两个在镜面上的狭缝所摄取的照片的示意图

因此，普拉兹克和盖维俄拉得出结论：为使测量精确，必须利用这个图象在光轴外侧的聚焦平面作为修正平面。而且，由于细丝照明狭缝的象一致，所以用一根不透明的细丝做修正屏更为适合一些。

这种方法本身已证明了它的用途与精确度正如斯柯罗德（Schroader 1953）所指出的，这种方法的主要优点是：

- (1) 一次能够观察遮光屏的一个孔；
- (2) 可以在遮光屏上打一些比检验带区误差的振幅刀口法使用的孔要大得多的孔；
- (3) 为了知道由遮光屏上一个孔所露出的镜子那部分的曲率中心，即通过一不透明细丝或窄条带的最小照度的依据比在轴上以刀口检验去对照两个孔范围的强度分布的依据更加可靠。

§ 8.4.1 几何原理

在本节中，我们首先要说明如何计算任何回转二次曲线某一部分的理论曲率中心 (Cornejo and Malacara 1977)，然后再说明根据被检光学面上几个部分的曲率中心的实验和理论数据来测量镜面形状的方法。

我们规定一组新的座标 (η, ξ) ，又称焦散座标，即平面的原点位于中心带区的曲率中心，如图8.24所示。任何带区的曲率中心都以这一原点作基准。

任一回转二次曲线的曲率中心座标 (η, ξ) 可由下式得出

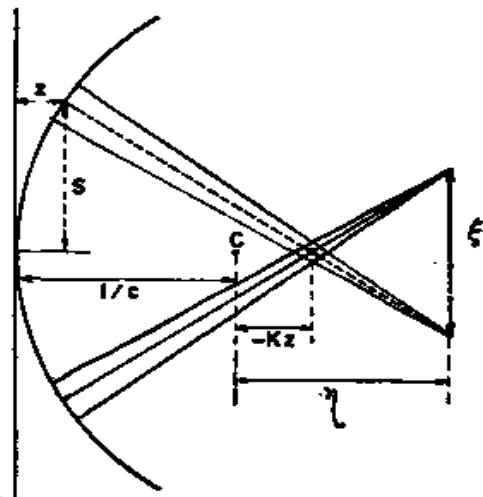


图8.24 焦散的几何图

$$\frac{\xi}{2(\eta + Kz)} = \frac{S}{(1/c) - (K+1)z} \quad (8.57)$$

如图8.24中虚线所示的三角形。从同一图中，镜面上座标为 (z, S) 的一点和在 $(1/c + \eta, \xi/2)$ 上的曲率中心之间的距离 R 可由下式求出

$$R^2 = \left(S + \frac{\xi}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{c} + \eta - z \right)^2 \quad (8.58)$$

当然， R 是曲率半径，也可用求任一函数 S 的曲率半径的著名计算公式得出，即

$$R = \frac{[1 + (dz/dS)^2]^{1/2}}{d^2z/dS^2} \quad (8.59)$$

所以， z 对于 S 的一阶导数由式(附1.21)给出，即

$$\frac{dz}{dS} = cS[1 - (K+1)c^2S^2]^{-1/2} \quad (8.60)$$

从上式可计算二阶导数，得

$$\frac{dz}{dS^2} = c [1 - (K+1)c^2 S^2]^{-3/2} \quad (8.61)$$

如果将这两个结果代入式(8.59)，可得

$$R = \frac{1}{c} (1 - Kc^2 S^2)^{1/2} \quad (8.62)$$

但如果将式(8.57)中的 $\xi/2$ 值代入式(8.58)，可得

$$R^2 = \left(\frac{1}{c} + \eta - z \right)^2 \left\{ 1 + \frac{S^2}{[(1/c) - (K+1)z]^2} \right\} \quad (8.63)$$

所以，从式(8.62)和(8.63)可得 η 的值，即

$$\eta = \frac{\frac{1}{c} (1 - Kc^2 S^2)^{1/2}}{\left\{ 1 + \frac{S^2}{[(1/c) - (K+1)z]^2} \right\}^{1/2} + z - \frac{1}{c}} \quad (8.64)$$

为消去 S ，可用 z 的表示式代入上式

$$\eta = -Kz\{3 + cz(K+1)[cz(K+1) - 3]\} \quad (8.65)$$

以 η 值代入式(8.57)而得 ξ 值，即

$$\xi = -2ScKz \left\{ \frac{2 + cz(K+1)[cz(K+1) - 3]}{1 - cz(K+1)} \right\} \quad (8.66)$$

从式(8.66)中可以计算出反射镜上座标为 (z, S) 的一特定区带的曲率中心 $(\eta, \xi/2)$ 的理论位置。

使用焦散法时，一般程序如下(Schroader 1953)：

- (1) 根据镜中心带区的曲率半径 c 。
- (2) 在遮光屏上切割出许多奇数带区，以便得到一个中心带区。
- (3) 当细丝沿光轴移动时，依照镜面的阴影图形确定中心带区的曲率中心。
- (4) 当细丝挡住遮光屏的每一个开口发出的光线时，计算出某特别带区的曲率中心的 (η, ξ) 的理论值及 (η', ξ') 的实验值。

应注意的是，只有用此法才能对特定带区的每一开缝进行单独的检验。因此，这种方法对检验非对称分布的误差可能特别有

用。

(5) 如果用理论值减实验值，其所得出的差是正值，则对特别区的校正过度。反之，如果差为负值，也是校正过度。

西蒙(Simon 1971)和普拉兹克(Platzeck and Simon 1974)曾经研究了这种检验法的衍射原理。

§ 8.5 调相检验法

泽耐克(Zernike 1934)用衍射理论分析过傅科刀口检验法。同时，他还提出一种刀口法的改进形式，称之为“相衬法”。利奥特(Lyot 1946)独自一人发现了与相衬法基本上相同的检验法。以后沃尔特(Wolter 1956)进一步发展了调相检验技术的应用。

§ 8.5.1 泽耐克检验及其与斯马特干涉仪的关系

相衬技术主要是用一个具有 $\lambda/4$ 的光学厚度、半径为 r 的圆盘作为调制光阑。换言之，即穿过圆盘或狭缝的一束光线与从圆盘外通过的一束光线之间的光程差为 $\lambda/4$ (λ 是照明辐射的波长)。

如果波面象差对于所使用的波长而言是小的话，那末，直射光(与被检光学面的“理想”部分有关)和偏离光(与光学面的“象差”部分有关)之间有 90° 的相位差，如式(8.28)所示。因为象差小，所以被检表面上所产生的振幅其光强度与直接光产生的象振幅的光强度相同。因此，正如式(8.31)所示的一般形式，在象上看不见象差。

当采用上述的调制光阑时，直接光在通过这个光阑之后会出现一个 90° 的相位延迟(见图8.25)。这时直接光和偏离光的相位相同，所产生被检面的象上的波面象差由于光强度的改变而成为可见，于是表示了波面象差的大小和符号。

再者，适当地降低背景光强度，则有可能提高极弱的偏离光可见度(否则无法检测)。换言之，就是有可能提高象平面中包含有象差的光强度，即迭加图样与背景光强度的对比度。这是一种检验有微小象差光学表面的高度灵敏检验方法。

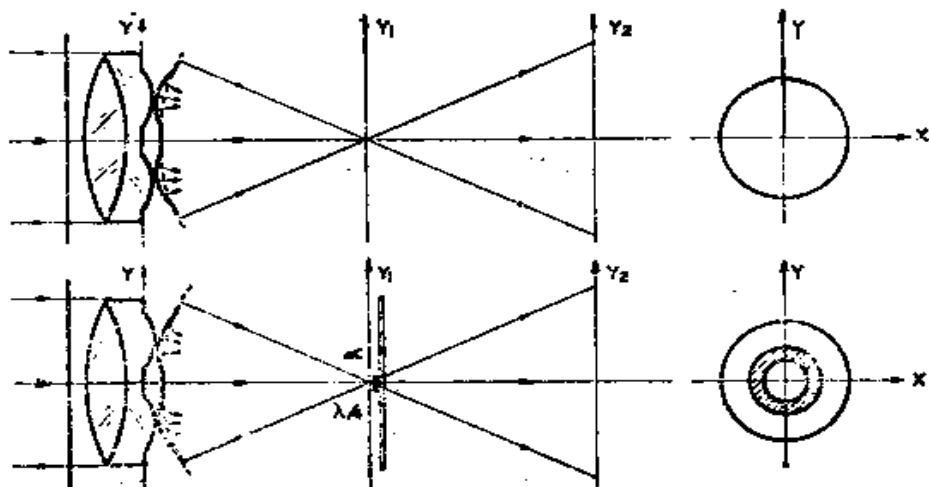


图8.25 相衬法

总之，相衬法在检验象差小于照明辐射波长的光学表面时，具有以下的优点：

(1) 象差是作为一种在均匀背景光强上的线性迭加项而存在的。

(2) 通过减小背景照明的光强度，也就是通过减小透过 $\lambda/4$ 区的光透射率来增大这一均匀背景光强上的象差对比度。下面将讨论与此有关的数学公式。

在相衬检验中所使用的修正函数可看作是一个振幅吸收圆斑，它的真正振幅透过率等于 α 并且半径等于艾里圆斑的半径， $\rho = 3.83$ 。在圆斑之外，复振幅透过率等于 i ，即

$$M(x_1, y_1) = \begin{cases} \alpha, & x_1^2 + y_1^2 < r_1^2 \\ i, & x_1^2 + y_1^2 > r_1^2 \end{cases} \quad (8.67)$$

因此，由式(8.38)得出射向图象平面的复振幅

$$a'(x_1, y_1) = M(x_1, y_1) \left[2 \frac{J_1(\rho)}{\rho} + i \frac{2\pi}{\lambda} w(x_1, y_1) \right] \quad (8.68)$$

结果，可由式(8.68)的傅里叶逆变换计算出图平面上的复振幅

$$A'(x_2, y_2) = \alpha - \frac{2\pi}{\lambda} W'(x_2, y_2) \quad (8.69)$$

式中

$$W'(x_2, y_2) = \iint_{x_1^2 + y_1^2 > r_1^2} w(x_1, y_1) \times \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda R_1} (x_2 x_1 + y_2 y_1)\right] dx_1 dy_1 \quad (8.70)$$

图象的光强度可由下式求出

$$I'(x_2, y_2) = A'(x_2, y_2) A'^*(x_2, y_2)$$

得

$$I'(x_2, y_2) = \alpha^2 - \alpha \frac{4\pi}{\lambda} W'(x_2, y_2) \quad (8.71)$$

从式(8.71)得出象光强度变化与象差函数成正比。当然，如果象差是分布在物体上的一个平滑的变化函数，则它的衍射图形可能在中心圆斑旁边。所以，使用相衬法时，在图象光强度分布中还是看不见衍射图形的。

相衬检验法的图象光强变化的对比度由下式表示

$$\gamma = \frac{4\pi}{\alpha\lambda} W'(x_2, y_2) \quad (8.72)$$

显然，降低图象背景的光强度，即增大中心圆斑的吸收量，可以提高对比度 γ 。这在总结此法优点的第二条中已经指出了。

在双光束干涉或多光束干涉中常常使用相衬法(Francon 1952, Golden 1977 a)。从事光学检验的人员可能比较熟悉这种方法。同时，由于斯马特(Smartt 1944)依据这一基本观点提出了一种点衍射干涉仪，所以在这里对这一方法做一简短说明。对此无兴趣的读者可以不必阅读这一部分内容。

我们用下式表示发自被检验表面的复振幅

$$A(x, y) = \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} W(x, y)\right] \quad (8.73)$$

式中 $W(x, y)$ 仍为波面的象差函数。该振幅表示式可简便改写为

$$A(x, y) = \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \bar{W}(x, y)\right] + \left\{ \exp i \left[\frac{2\pi}{\lambda} W(x, y) \right] - \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \bar{W}(x, y)\right] \right\} \quad (8.74)$$

式中 $\bar{W}(x, y)$ 是一个离开“理想”光学面的波面所具有的相位变化量（见图 8.26）。从式(8.74)中可清楚看出复振幅可以用一条与参考波面有关的光束（首项）加上一束与参考波面上的象差有关的光束（末项）之和表示。象平面上的复振幅也可写为

$$\begin{aligned} A'(x_2, y_2) = & \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} \bar{W}(x_2, y_2) \right] \\ & + \left\{ \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} W(x_2, y_2) \right] - \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} \bar{W}(x_2, y_2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (8.75)$$

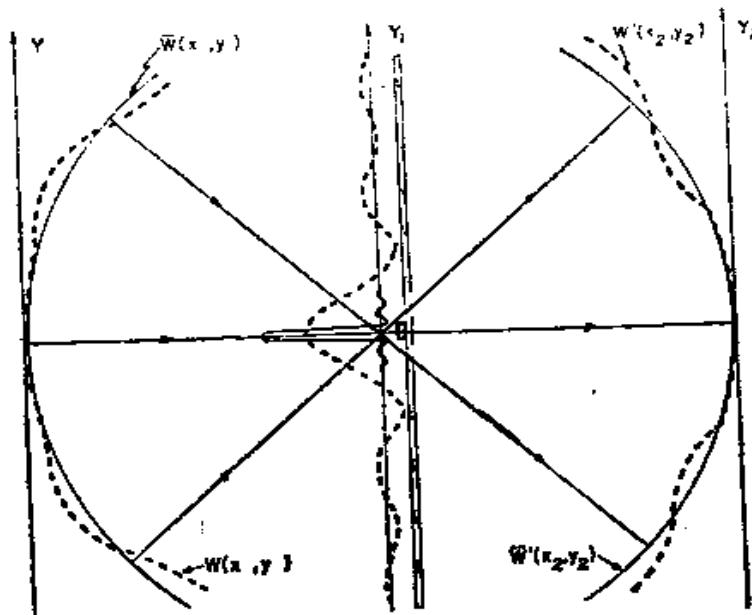


图8.26 相衬法与斯马特干涉仪的原理简图

当然，在式(8.75)中用两束光表示的数学上的分离纯粹是为了方便。因为象的光强度由下式给出

$$I(x_2, y_2) = A'(x_2, y_2) A'^*(x_2, y_2) = 1$$

这是原来估计的。但是由于在近轴平面 $X_1 - Y_1$ 中两个分量分布不同，因此在某种程度上，可以分别加以修正，所以可把这图象看作是两个不同光束的干涉。

在相衬法中和点衍射干涉仪中采用的正是这种技术。换言之，

其设计思想就是当第一条光束在旁轴平面上会聚时，为了获取不等于1的象的光强度变化，就要改变这条光束的振幅和相位。象中的复振幅可表示为

$$\begin{aligned} A'(x_2, y_2) = & \alpha \exp i \delta \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} \bar{W}(x, y) \right] + \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} W(x, y) \right] \\ & - \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} \bar{W}(x, y) \right] \end{aligned} \quad (8.76)$$

式中 α 为真正振幅透过率， δ 为参考光束中引用的相位差。从式(8.76)可以计算象的光强度

$$\begin{aligned} I(x_2, y_2) = & \alpha^2 + 4 \sin^2 \left\{ \frac{\pi}{\lambda} \left[\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2) \right] \right\} \\ & - 4 \sin \left\{ \frac{\pi}{\lambda} \left[\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2) \right] \right\} \\ & \cdot \alpha \sin \left\{ \frac{\pi}{\lambda} \left[\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2) + \delta \right] \right\} \end{aligned} \quad (8.77)$$

当然，这种普通情况发生在 $\alpha = 1$, $\delta = 0$ 的时候，其图象的光强度在整个象平面上等于1。

根据一般式(8.77)，设 $\delta = \pi/2$ ，我们得出的相衬法是一种特殊情况，因此象的光强度为

$$\begin{aligned} I(x_2, y_2) = & \alpha^2 + 4 \sin^2 \left\{ \frac{\pi}{\lambda} \left[\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2) \right] \right\} \\ & - 2 \alpha \sin \left\{ \frac{2\pi}{\lambda} \left[\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (8.78)$$

显然，当 $[\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2)] \ll 1$ 时，第二项可以忽略不计，如果设 $W' = \bar{W} - W$ ，则又得到式(8.71)。

设 $\delta = 0$ ，根据式(8.77)*，就很容易采用干涉测量技术。因此，象的光强度变化可由下式给出

$$I(x_2, y_2) = \alpha^2 + (1 - \alpha) 4 \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} [\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2)] \quad (8.79)$$

* 原文误为(8.78)式——译者注。

因为到目前为止对函数 $\bar{W}(x_2, y_2)$ 没有加以限制，同样对于 $\bar{W}(x, y)$ 也没有加以限制，所以，只要把沿着 $X_1 - Y_1$ 平面的包含振幅 α 变化的点分别放在焦内或焦外，这一函数就可以表面倾斜或焦点误差（和在点衍射干涉仪中的情况一样）。

显然，在点衍射干涉仪中，象的光强度变化的对比度 γ 由下式给出

$$\gamma = 4 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} [\bar{W}(x_2, y_2) - W(x_2, y_2)] \quad (8.80)$$

减少 α 可提高对比度，这一方法将说明在函数 $\bar{W}(x_2, y_2)$ 周围有小象差。

在式(8.77)中 δ 的其它任意值与不同光学厚度相对应，或等于双光束干涉仪其中一个光臂的位移。但是由于小象差最敏感的区域相当于 $\delta = \frac{\pi}{2}$ ，这里就不作探讨了。

§ 8.5.2 利奥特检验法

最后，如泰克斯劳 (Texerau 1957) 所指出的，虽然已经证明相衬技术在显微技术方面极为有用，但在光学检验方面的价值似乎是有限的。问题在于这种检验是涉及光度学的，即以光强度变化为基础，并且对所得结果的解释和应用都不是直接的。从物理光学的观点来看，当对这种检验方法的性质缺乏了解时，尤为明显。在光学检验中，相衬法用得最多的是检测小面积和小振幅的表面缺陷。

如前所述，泽耐克检验法通常采用点光源（白光或单色光）和有一小圆盘的相位板（小圆盘比艾里斑小或者一样大）。另外采用一种新型相衬显微镜的办法是使用圆扩展光源和阻滞带区与光源的几何图象完全一致的相位板。这种方法的优点是使用更多的光，而且制作更大的相位板比较容易。利用这一原理，利奥特 (Lyot 1946) 研究成功了一种与泽耐克检验法不同的技术，他使用较宽的狭缝（100 至 200 微米）作为照明光源。这一狭缝通过被检验光学面在一个光学厚度为 $\lambda/4$ 的相位阻滞狭缝上成象。为了提高对比度，阻滞狭缝的透过率减低至大约 $T = 10^{-5}$ ， D 为光

学密度，其范围为 1.5~3.0。

因为光源是一狭缝，不是圆形的，所以在狭缝方向，衍射光不会改变与非衍射光相对的相位。这样，就不能检测出相应误差。也就是说，只能够测到垂直于狭缝方向变化的误差。这种误差的择优取向示于图 8.27，是用垂直狭缝拍摄的。假定真实误差为随机取向，则可以忽视不计误差的取向。

利奥特相衬法相当灵敏，以致有可能看到对比度等于 15% 的与平均表面偏差为 1 埃的缺陷。

如果使用一个多色光源，则调相光阑对不同的波长有不同的光学厚度，而且象的光强度变化带有彩色。

关于实际制作相位盘或相狭缝的方法，可参阅伯奇 (Burch 1934)、泽耐克 (Zernike 1942) 弗朗松和诺玛斯基 (Françon and Nomarski 1952) 以及哥登 (Golden 1977 b) 的文章。

§ 8.5.3 沃尔特检验法

沃尔特 (Wolter 1956) 提出的 $\lambda/2$ 相位边缘或相位刀口检验法可看作是对细丝检验法或带区傅科刀口法的一种改进。这种方法的基本概念不是象在使用刀口法时那样遮住衍射光，而是有效地利用一侧的衍射光。

这种方法是基于将通过一半平面的复振幅的符号相反，而使另外一半平面的符号不变。采用一光学厚度等于 $\lambda/2$ 的透明半平面即可做到这一点。此法也称为希耳伯特变换法 (见 Belvaux and Vareille 1971, Lowenthal and Belvaux 1967)，因为在对物体作希耳伯特变换时，是用数学方法得出图象的。

由于在这一检验中，更多的衍射光进入观察者的眼睛，所以，这是一种产生有较高对比度的阴影图的理想方法。因此，这种 $\lambda/2$

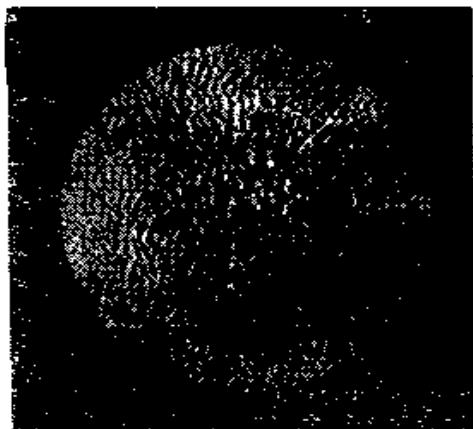


图 8.27 用垂直相位狭缝拍摄的利奥特图

相位刀口检验法确定被检非球面上相位刀口的投影位置方面要比一般刀口检验法更灵敏和更精确。在这里，也象在相衬法中一样，不可能用几何光学的观点来解释在近轴焦平面附近引入 $\lambda/2$ 相位刀口时在象平面上的光强度变化。然而，兰德格雷夫 (Landgrave 1974) 又提出另外一种假设：只有通过 $\lambda/2$ 相位刀口边沿的光线才会有相消干涉。

虽然这种方法可能比较原始，但是符合以下事实：一个 $\lambda/2$ 相位刀口的菲涅耳衍射图象在对应相位刀口边缘处的象光强度值为零 (Hopkins 1952, Ojeda-Castañeda 1976)，如图 8.28 所示。沃尔特检验法的确是非常有用的，因为把 $\lambda/2$ 相位刀口认

为是与细丝检验法等效的。换言之，可以把 $\lambda/2$ 相位刀口的边缘看作是不透明的刀口边缘，而且可以把 $\lambda/2$ 相位刀口的“暗”侧看作和“明”侧一样，其透过率等于 1。所以根据几何光学的观点可以把用 $\lambda/2$ 相位刀口得到的阴影图形看作为全同于用细丝检验法得到的阴影图形。经分析，阴影图形的边界全同于 § 8.2.2 节中所提出的边界。注意图 8.9 中的傅科刀口检验法的图形和图 8.29 中一个有彗差的透镜的相位刀口照片 (兰德格雷夫提供) 之间的相似之处。

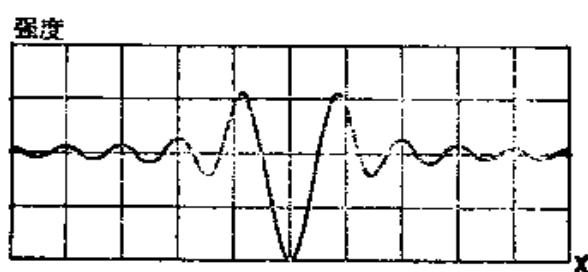


图8.28 在被检光学面上观察到的 $\lambda/2$ 相位刀口的菲涅耳衍射图



图8.29 用 $\lambda/2$ 相位刀口法检验一个有彗差的透镜时所得的阴影图

曾经有文章讲述过，用 $\lambda/2$ 相位刀口得到的阴影图的暗线对背景光强度的对比要比用刀口检验法和细丝检验法得到的暗线对背景光强的对比度好(Vasil'ev 1971, Landgrave 1974)。因此， $\lambda/2$ 相位刀口检验法的灵敏度比使用不透明刀口法或细丝检验法所取得的灵敏度要高。图 8.30 中的四幅照片是用细丝检验法和相位刀口检验法检验同一个非球面镜所得的阴影图。请分别把图 8.30 a 与 8.30 b 和 8.30 c 与 8.30 d 进行对照。

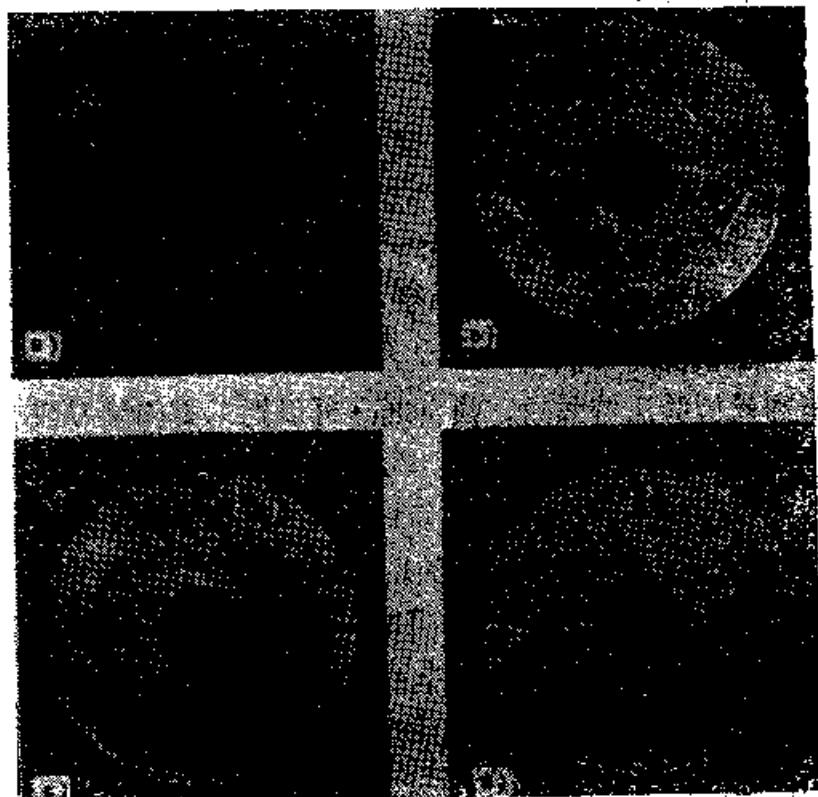


图 8.30 双曲面镜的阴影图

a) 离轴细丝法 b) 离轴外相位刀口法 c) 轴上细丝法 d) 轴上相位刀口法

显然，对灵敏度的正式的分析实际上很复杂，在此就不讨论了。但是能够证明对于比入射的辐射波长短的象差， $\lambda/2$ 相位刀口法产生的图象其对比度要比用不透明刀口法所产生的对比度高一些(Ojeda Castañeda 1976, 1978)。下面将重复研究这个问题。

相位刀口法的调制函数为

$$M(x_1, y_1) = \begin{cases} -1, & x_1 < -r_1 \\ 1, & x_1 > -r_1 \end{cases} \quad (8.81)$$

从调制平面向象平面传播的复振幅，在通过函数 (8.81) 调制以后，又可由 $M(x_1, y_1) a(x_1, y_1)$ 重新得出。分布在象平面上的复振幅可从傅里叶逆变换来计算，为

$$A'(x_2, y_2) = 1 + i \frac{2\pi}{\lambda} W'(x_2, y_2) \quad (8.82)$$

式中 $W'(x_2, y_2)$ 仍是 $M(x_1, y_1) w_1(x_1, y_1)$ 的傅里叶逆变换。在计算象的光强时，忽略不计 λ^{-1} 中的二次项，可以进行同样的近似运算。通过近似运算，正如有关刀口法和细丝法衍射理论的各节中所指出的一样，只有调制函数的实奇数分量才能在象光强度变化中得出可见项。因为在此情况下，函数为

$$g(x_1, y_1) = \begin{cases} -1, & x_1 < -r_1 \\ 0, & |x_1| < r_1 \\ 1, & x_1 > r_1 \end{cases} \quad (8.83)$$

我们不必计算象的光强度，因为我们知道其结果会与使用刀口法计算的象光强度所得结果一样。除此之外必须注意的是，函数 (8.83) 有两个振幅透过率（见图 8.17 中的 a、b）。所以在使用相位刀口法时，象的光强度变化的对比是使用刀口法时所得对比度的两倍，即

$$\gamma_{pe} = 2\gamma_{ke} = \frac{8\pi}{\lambda} W_i(x_2, y_2) \quad (8.84)$$

§ 8.6 瑞奇-康芒检验法

据瑞奇 (Ritchey 1904) 介绍，这种检验法是由康芒 (Common) 提出的一种检验大口径光学样板的方法。为此，要使用一块高质量球面镜，并把样板也作为反射镜，以便组装一台类似于刀口法使用的检验装置，见图 8.31。

任何被检表面的微小球形凹陷或凸起，在照明点光源象中，就呈现出象散象差。据此可以准确地找到与弧矢焦点和子午焦点有关的两个焦平面（如 § 8.1 中指出的使用刀口检验法），并且

运用这一数据，可以计算出被检表面的曲率半径。当然，也可观察出任何局部的变形或平面上的不平度。

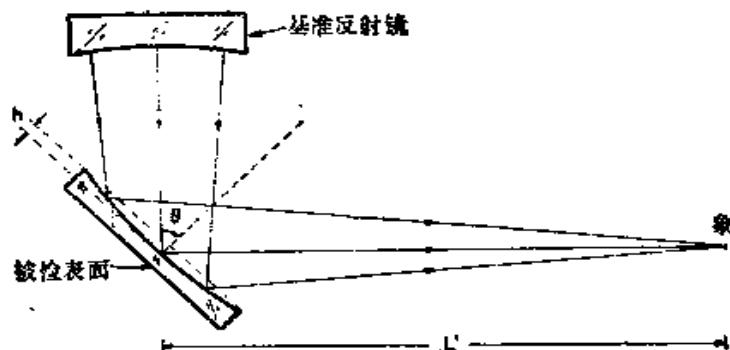


图8.31 瑞奇-康芒检验法的光路结构图

瑞奇-康芒检验法比其它方法的优越之处是不需要象牛顿或斐索干涉检验那样使用基准样板。自动准直法要求有一个与被检平面最大尺寸一样大小的抛物面。另一方面，在瑞奇-康芒法使用的辅助镜为一球面形，这是最易制作和检验的。另一个优点是，如果被检反射镜是象望远镜或其它仪器上使用的许多直角反射镜一样呈椭圆形状，那么只需要使球面镜和较小直径（短轴）一样大。

如果我们测量象散，便可得到“样板”镜的凹陷或凸起的量，但是假定该反射镜的形状是球面的，而不是环形的。如果反射镜不是圆形而是椭圆形，则在抛光时变成环形的可能性是很大的。这种环形会产生额外的象散，使分析复杂化。有兴趣的读者可参考泰蒂安 (Tatian 1967) 的著作。

这里所作的数学描述是假设被检镜面并非是环形并且按照柯德 (Couder 1932) 和斯特朗 (Strong 1938) 所采用的方法，即从求象散的考丁登 (Coddington) 方程求出曲率。在以下的步骤中，假设针孔光源与细线在同一平面中一起移动，因此，在计算横向象差值时，必须将在此法中所得值乘以 0.5，以得到横向象差实际值。但是由于在瑞奇-康芒检验中，在被检光学样板上反射两次，使波面象差被加倍，所以在计算横向光线象差值时，可以省略掉

乘以双重反射的二倍和0.5倍。

用著名的考丁登象散方程来求一个反射面的象散时，发现一束入射到光学反射面上的会聚光束的弧矢焦线由下式给出（见图8.32）

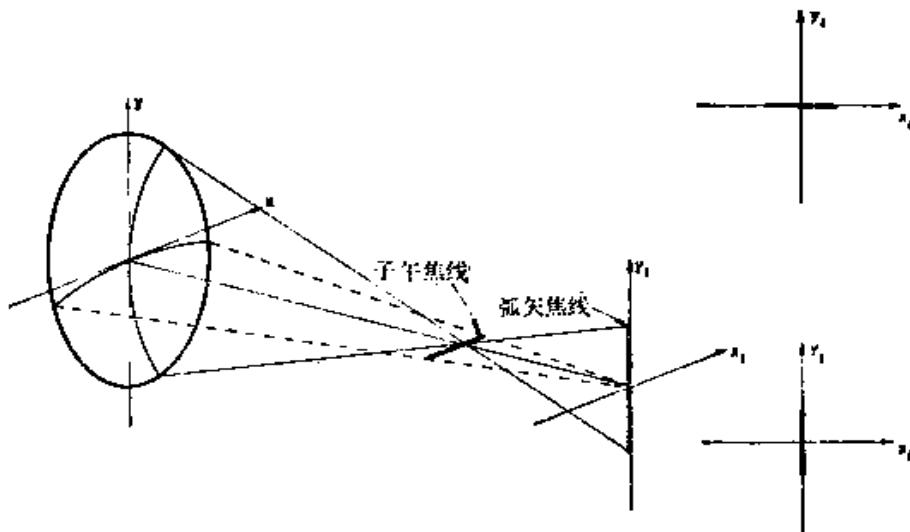


图8.32 一个象散波面及其有关的焦线象

应注意在使用图8.31的装置时，象的取向就会改变，即弧矢象为水平线，子午象为垂直线

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{2 \cos \theta}{r} \quad (8.85)$$

以及子午焦线由下式表示

$$\frac{\cos^2 \theta}{t'} = \frac{\cos^2 \theta}{t} + \frac{2 \cos \theta}{r} \quad (8.86)$$

式中 θ 为光射向被检表面的入射角； r 为被检光学表面的曲率半径。

如果假设入射光束没有象散，即 $s = t$ ，则可用式(8.85)及式(8.86)得出

$$\frac{s' - t'}{s' t'} = \frac{2 \sin^2 \theta}{r \cos \theta} \quad (8.87)$$

然后，设 $s' = L' + \delta L'$ 和 $t' = L'$ ，并将其代入式(8.87)，可得

$$r = 2L' \left(1 + \frac{L'}{\delta L'} \right) \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \quad (8.88)$$

由于 $|L'/\delta L'| > 1$, 当弧矢焦线大于子午焦线时 ($\delta L' > 0$), 从式 (8.88) 可得被检表面有一正曲率半径, 即表面是凸面。否则, 当弧矢焦线小于子午焦线时 ($\delta L' < 0$), 则表面有一负曲率半径, 因而是凹面。直径为 D , 曲率半径为 r 的表面矢高 h 的近似值, 可由下式求出

$$h = \frac{D^2}{8r} \quad (8.89)$$

将式 (8.88) 代入式 (8.89) 可得

$$h = \frac{D^2 \cos \theta}{16L' (1 + L'/\delta L') \sin^2 \theta} \quad (8.90)$$

因为 $L' \gg \delta L'$ ($|L'/\delta L'| \gg 1$), 将式 (8.90) 简化为

$$h = \frac{D^2 \delta L' \cos \theta}{16L'^2 \sin^2 \theta} \quad (8.91)$$

上式可得出被检光学面任一入射角 θ 的矢高。对于 $\theta = 45^\circ$ 的特殊情况, 矢高由下式给出

$$h = \frac{D^2 \delta L'}{11.3 L'^2} \quad (8.92)$$

柯德 (Couder 1932, Texereau 1957) 曾经指出检验光学样板的最佳角为 $\theta = 54^\circ 45'$ 。当然, 实际上设 $\theta = 60^\circ$ 更为方便。实践中还普遍使用一目镜来代替刀口, 通过确定图 8.32 中右边表示的图形的位置来直观地确定弧矢焦线和子午焦线的位置。

结 束 语

正如在本章引言中所提到的, 上述例子说明了阴影技术及有关的调相检验法的灵活性和实用性。当然, 应根据具体情况选用合适的检验方法。

参 考 文 献

- Banerji, S., "On Some Phenomena Observed in the Foucault Test," *Astrophys. J.*, 48, 50 (1918).
- Barakat, R., "General Diffraction Theory of Optical Aberration Tests, from the Point of View of Spatial Filtering," *J. Opt. Soc. Am.*, 59, 1432 (1969).

- Belvaux, Y. and J. C. Varselle, "Visualisation d'Objets de Phase par Transformation de Hilbert," *Nouv. Rev. Opt. Appl.*, 2, 147 (1971).
- Buchroader, R. A., L. H. Elmore, R. V. Shuck, and F. N. Slater, *Optical Sciences Center Technical Report No. 79*, 1972.
- Burch, C. R., "On the Phase-Contrast Test of F. Zernike," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 94, 384 (1934).
- Conrad, H. G., "Study of the Significance of the Foucault Knife-edge Test when Applied to Refracting Systems," *Trans. Opt. Soc.*, 25, 219 (1924).
- Cornejo, A. and D. Malacara, "Caustic Coordinates in Platzeck-Gaviola Test of Conic Mirrors," *Appl. Opt.* (in press).
- Couder, A., *Recherches sur les Déformations des Grands Miroirs Employés aux Observations Astronomiques*, Thesis, Faculté des Sciences de Paris (1932); reproduced in *Bull. Astron.*, 7, (1932).
- Dakin, R. K., "An Improved Foucault Testing Device," *Sky Telesc.*, 33, 45 (1967).
- Fell, B., "Optical Surfaces: Computer Program Facilitates Work in Optical Shop," *Opt. Sci. Newslett.*, 2, 5, 127 (1968).
- Foucault, L. M., "Description des Procédés Employés pour Reconnaître la Configuration des Surfaces Optiques," *C. R. Acad. Sci. Paris*, 47, 958 (1858); reprinted in *Classiques de la Science*, Vol. II, by Armand Colin.
- Foucault, L. M., "Mémoire sur la Construction des Télescopes en Verre Argenteé," *Ann. Obs. Imp. Paris*, 5, 197 (1859).
- Francon, M., "Etude Théorique Comparative du Contraste de Phase et de Méthodes Interférentielles," in *Contraste de Phase et Contraste par Interférences*, M. Francon, Ed., Editions de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, Paris, 1952, p. 48.
- Francon, M. and Nomarski, "Les l'Anes de Phase par Réflexion," in *Contraste de Phase et Contraste par Interférences*, M. Francon Ed., Editions de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, Paris, 1952, p. 136.
- Gascoigne, S. C. B., "The Theory of the Foucault Test," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 104, 326 (1944).
- Gaviola, E., "On the Quantitative Use of the Foucault Knife-Edge Test," *J. Opt. Soc. Am.*, 26, 163 (1936).
- Golden, L. J., "Zernike Test. 1: Analytical Aspects," *Appl. Opt.*, 16, 202 (1977a).
- Golden, L. J., "Zernike Test. 2: Experimental Aspects," *Appl. Opt.*, 16, 214 (1977b).
- Hartmann, J., "An Improvement of the Foucault Knife-Edge Test in the Investigation of Telescope Objectives," *Astrophys. J.*, 27, 254 (1908).
- Hopkins, H. H., "Phase Structures Seen in the Ordinary Microscope" in *Contraste de Phase et Contraste par Interférences*, M. Francon Ed., Editions de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, Paris, 1952, p. 142.
- Kingslake, R., "The Knife-Edge Test for Spherical Aberration," *Proc. Phys. Soc.*, 49, 376 (1937).
- Landgrave, J. E. A., *Phase Knife-Edge Testing*, Master of Science Report, Imperial College of Science and Technology, United Kingdom, 1974.
- Linfoot, E. H., "A Contribution to the Theory of the Foucault Test," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 105, 193 (1945a).
- Linfoot, E. H., "Astigmatism under the Foucault Test," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 105, 193 (1945b).
- Linfoot, E. H., "On the Interpretation of the Foucault Test," *Proc. R. Soc.*, A193, 248 (1946a).
- Linfoot, E. H., "On the Zernike Phase-Contrast Test," *R. Astron. Soc.*, 58, 759 (1946b).
- Linfoot, E. H., "The Foucault Test," in *Recent Advances in Optics*, Oxford University Press, 1955, Chap. II.
- Loomis, D. A., "Testing Techniques Arouse Interest," *Opt. Sci. Newslett.*, 2, 3, 73 (1968).
- Lewenthal, S. and Y. Belvaux, "Observation of Phase Objects by Optically Processed Hilbert Transform," *Appl. Phys. Lett.*, No. 2, 49, 1967.
- Lyot, B., "Procédés permettant d'Etudier les Irrégularités d'une Surface Optique Bien Polie," *C. R. Acad. Sci. Paris*, 222, 765 (1946).
- Meinel, A. B., "Quantitative Reduction of a Wire Test (Azimuthal) is Explained," *Opt. Sci. Newslett.*, 2, 5, 134 (1968).
- Ojeda-Castañeda, J., *Images of Certain Type of Phase Objects*, Ph. D. Thesis, University of

- Belvaux, Y. and J. C. Varselle, "Visualisation d'Objets de Phase par Transformation de Hilbert," *Nouv. Rev. Opt. Appl.*, 2, 147 (1971).
- Buchroader, R. A., L. H. Elmore, R. V. Shuck, and F. N. Slater, *Optical Sciences Center Technical Report No. 79*, 1972.
- Burch, C. R., "On the Phase-Contrast Test of F. Zernike," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 94, 384 (1934).
- Conrad, H. G., "Study of the Significance of the Foucault Knife-edge Test when Applied to Refracting Systems," *Trans. Opt. Soc.*, 25, 219 (1924).
- Cornejo, A. and D. Malacara, "Caustic Coordinates in Platzeck-Gaviola Test of Conic Mirrors," *Appl. Opt.* (in press).
- Couder, A., *Recherches sur les Déformations des Grands Miroirs Employés aux Observations Astronomiques*, Thesis, Faculté des Sciences de Paris (1932); reproduced in *Bull. Astron.*, 7, (1932).
- Dakin, R. K., "An Improved Foucault Testing Device," *Sky Telesc.*, 33, 45 (1967).
- Fell, B., "Optical Surfaces: Computer Program Facilitates Work in Optical Shop," *Opt. Sci. Newslett.*, 2, 5, 127 (1968).
- Foucault, L. M., "Description des Procédés Employés pour Reconnaître la Configuration des Surfaces Optiques," *C. R. Acad. Sci. Paris*, 47, 958 (1858); reprinted in *Classiques de la Science*, Vol. II, by Armand Colin.
- Foucault, L. M., "Mémoire sur la Construction des Télescopes en Verre Argenteé," *Ann. Obs. Imp. Paris*, 5, 197 (1859).
- Francon, M., "Etude Théorique Comparative du Contraste de Phase et de Méthodes Interférentielles," in *Contraste de Phase et Contraste par Interférences*, M. Francon, Ed., Editions de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, Paris, 1952, p. 48.
- Francon, M. and Nomarski, "Les l'Anes de Phase par Réflexion," in *Contraste de Phase et Contraste par Interférences*, M. Francon Ed., Editions de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, Paris, 1952, p. 136.
- Gascoigne, S. C. B., "The Theory of the Foucault Test," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 104, 326 (1944).
- Gaviola, E., "On the Quantitative Use of the Foucault Knife-Edge Test," *J. Opt. Soc. Am.*, 26, 163 (1936).
- Golden, L. J., "Zernike Test. 1: Analytical Aspects," *Appl. Opt.*, 16, 202 (1977a).
- Golden, L. J., "Zernike Test. 2: Experimental Aspects," *Appl. Opt.*, 16, 214 (1977b).
- Hartmann, J., "An Improvement of the Foucault Knife-Edge Test in the Investigation of Telescope Objectives," *Astrophys. J.*, 27, 254 (1908).
- Hopkins, H. H., "Phase Structures Seen in the Ordinary Microscope" in *Contraste de Phase et Contraste par Interférences*, M. Francon Ed., Editions de la Revue d'Optique Théorique et Instrumentale, Paris, 1952, p. 142.
- Kingslake, R., "The Knife-Edge Test for Spherical Aberration," *Proc. Phys. Soc.*, 49, 376 (1937).
- Landgrave, J. E. A., *Phase Knife-Edge Testing*, Master of Science Report, Imperial College of Science and Technology, United Kingdom, 1974.
- Linfoot, E. H., "A Contribution to the Theory of the Foucault Test," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 105, 193 (1945a).
- Linfoot, E. H., "Astigmatism under the Foucault Test," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 105, 193 (1945b).
- Linfoot, E. H., "On the Interpretation of the Foucault Test," *Proc. R. Soc.*, A193, 248 (1946a).
- Linfoot, E. H., "On the Zernike Phase-Contrast Test," *R. Astron. Soc.*, 58, 759 (1946b).
- Linfoot, E. H., "The Foucault Test," in *Recent Advances in Optics*, Oxford University Press, 1955, Chap. II.
- Loomis, D. A., "Testing Techniques Arouse Interest," *Opt. Sci. Newslett.*, 2, 3, 73 (1968).
- Lewenthal, S. and Y. Belvaux, "Observation of Phase Objects by Optically Processed Hilbert Transform," *Appl. Phys. Lett.*, No. 2, 49, 1967.
- Lyot, B., "Procédés permettant d'Etudier les Irrégularités d'une Surface Optique Bien Polie," *C. R. Acad. Sci. Paris*, 222, 765 (1946).
- Meinel, A. B., "Quantitative Reduction of a Wire Test (Azimuthal) is Explained," *Opt. Sci. Newslett.*, 2, 5, 134 (1968).
- Ojeda-Castañeda, J., *Images of Certain Type of Phase Objects*, Ph. D. Thesis, University of

- 1720 (1970).
- Francon, M. and D. Wagner, "Etude des Défauts d'Homogénéité par la Méthode l'Ombre Portée," *C. R. Acad. Sci. Paris*, **230**, 1850 (1950).
- Gaviola, E., "A New Method for Testing Cassegrain Mirrors," *J. Opt. Soc. Am.*, **29**, 480 (1939).
- Hansler, R. L., "A Holographic Foucault Knife-Edge for Optical Elements of Arbitrary Design," *Appl. Opt.*, **7**, 1863 (1968).
- Haven, A. C., Jr., "A Simple Recording Foucault Test," *Sky Telesc.*, **38**, 51 (1969).
- Holder, D. W. and R. J. North, *Schlieren Methods*, Notes on Applied Science Series No. 31, National Physics Laboratory, London, 1963.
- Kutter, A., "Testing Long Focus Convex Secondary Mirrors," *Sky Telesc.*, **18**, 348 (1958).
- Martin, L. C., *Technical Optics*, Vols. 1 and 2, Pitman, London, 1950.
- Meyer-Arendt, Jr., J., "Testing of Glass Surfaces by an Incident Light Schlieren Method," *J. Opt. Soc. Am.*, **46**, 1090 (1956).
- Philibert, M., "Procédé Analogique Associé à la Méthode de Foucault pour la Détermination Rapide du Profil d'une Surface d'Onde par Voie Électronique," *Opt. Acta*, **14**, 169 (1967).
- Phillips, F. W., "Aspherizing and Other Problems in Making Maksutov Telescopes," *Sky Telesc.*, **25**, 110 (1963).
- Plaskett, J. S., "83-Inch Mirror of McDonald Observatory," *Astrophys. J.*, **89**, 84 (1939).
- Raiskii, S. M., "One Way of Realizing the Shadow Method," *J. Exp. Theor. Phys.*, **20**, 378 (1950).
- Schultz, L. G., "Quantitative Test for Off-Axis Parabolic Mirrors," *J. Opt. Soc. Am.*, **36**, 583 (1946).
- Stetson, H. J., "Optical Tests of the 69-Inch Perkins Observatory Reflector," *J. Opt. Soc. Am.*, **23**, 293 (1933).
- Strong, C. L., "Foucault Test Gear," *Sci. Am.*, **193**, No. 6, 124 (1955).
- Yoder, P. R., F. B. Patrick, and A. E. Gee, "Permissible Tolerance on Percentage Correction of Paraboloidal Mirrors," *J. Opt. Soc. Am.*, **43**, 702 (1953).

第九章 朗奇检验法

A. 科尼约-罗杰格兹

§ 9.1 引言

自从发明了朗奇检验法以来，人们一直广泛地应用这种检验法进行光学表面的定性检验而不是定量检验。由于朗奇检验法比较简单，并且识别检验结果也不难，所以人们常常以几何光学的观点来概念性地解释这种检验法。本章 § 9.2 节和 § 9.5 节反映了这种观点。然而，从以下两个方面比较全面地介绍朗奇检验法，会使我们更深刻地了解这种检验法。这两个方面是：1) 对数据进行定量分析；2) 从物理的观点研究朗奇检验法，并且与几何光学方法相比较 (Toraldo di Francia 1941 a)。§ 9.3 节和 § 9.4 节分别叙述了这两个研究内容。当然，在这两节中不可避免地需要用数学运算。可能有些读者对这两节不感兴趣（这样做并不会影响阅读的连贯性），而另外一些需要更全面了解朗奇检验法的读者会发现这两节内容是有价值的。

最后的 § 9.6 节简单讲述了几种在各方面与经典的朗奇检验法有关的检验法。

§ 9.1.1 发展简史

朗奇检验法是评价和测量光学系统象差的最简单、最有效的手段之一。意大利物理学家威斯科·朗奇 (Vasco Ronchi 1923 a) 发现当把一个刻线光栅放置在接近一面反射镜的曲率中心时，光栅的象又回落在光栅上，产生一种莫尔条纹，朗奇称其为组合条纹。由于这些组合条纹的形状取决于被检反射镜的象差，所以朗奇联想到利用这种现象检验反射镜的质量。但是识别这些组合条纹极为困难。我们现在所知道的朗奇检验法是他在意大利比萨高等师范学校求学时发表的毕业论文 (Ronchi 1923 b)。

朗奇检验法的最初应用之一是测量伽利略望远镜 (Ronchi 1923 c) 和托里赛利 (Torricelli) 制作的透镜 (Ronchi 1923 d) 的象差。最早利用朗奇检验法检验天文望远镜的是安德森和波特 (Anderson and Porter 1929)，从此以后专业天文学家和业余天文爱好者开始广泛应用朗奇检验法检验天文望远镜 (King 1934, Kirkham 1953, Phillips 1963, Porter 1953, Strong 1938)。

在朗奇发明了这种检验方法之后几个月，莱努维尔在法国发表了他采取和朗奇提出的相同方法进一步研究这种检验法的成果 (Lenouvel 1924 a, 1924 b, 1925 a, 1925 b)。

在许多评论文章里都能找到综述朗奇检验法的内容 (Adachi 1962 a, Briers 1972, Moraes 1958, Murty 1967, Ronchi 1925, 1954, Wehn 1962)。朗奇本人也曾经精辟地论述了这种检验法的发展史 (Ronchi 1962, 1964)。

舒尔茨把用朗奇光栅得到的图样命名为‘朗奇图’ (Schulz 1948)。值得注意的是曾经有人试图用朗奇检验法测定透镜的光学传递函数 (Adachi 1962 b)，甚至测量透镜的色差 (Malacara and Cornejo 1971, Toraldo di Francia 1942 b)。萨尔兹曼用朗奇检验法评价了棒状激光晶体材料的质量 (Salzmann 1970)。

§ 9.2 几何原理

朗奇检验法可以用两个等同的原理解释：一个是几何原理，另一个是物理原理。几何原理是把形成的条纹看作是光栅带的阴影；物理原理是把形成的条纹看作是由于衍射和干涉作用而形成的图形。正如本章论述的一样，在光栅刻线密度不很高的时候，几何解释和物理解释都会得到同样的结果。朗奇在他早期发表的文章中对几何的和物理的两种解释都做了叙述。延奇 (Jentzsch 1928) 进一步对几何原理做了很好的论述，马丁 (Martin 1960) 也扼要地解释了朗奇检验法的几何原理。

正如马拉卡拉 (Malacara 1965 c) 所解释的，朗奇检验法实际上 是直接测量横向象差 TA 的方法，如图 9.1 所示。图中物体和

象都位于光轴上，所以从光轴上能够测定，并且观察到横向象差，其中包括散焦和其它几种象差。

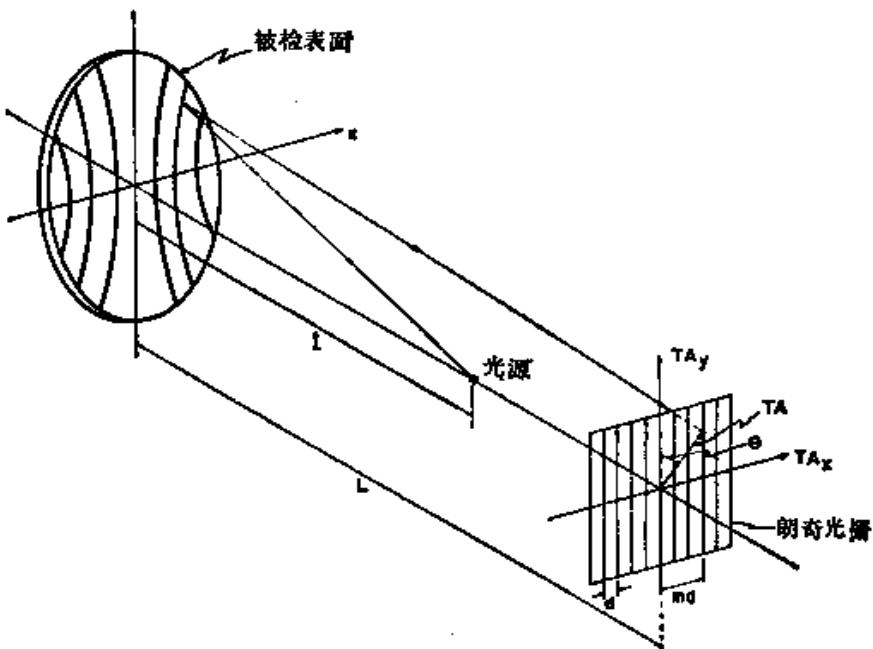


图9.1 朗奇检验法的示意图

利用雷瑟斯 (Rayces 1964) 给出的以下公式，确定在被检光学系统出射光瞳上的波象差

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{TA_x}{r-W}, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{TA_y}{r-W} \quad (9.1)$$

如果把式(9.1)改写成下列形式，就能够在任何实际应用中得到非常精确的结果

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{TA_x}{r}, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = -\frac{TA_y}{r} \quad (9.2)$$

式中 r 是波面的曲率半径。因此，假定一个朗奇光栅的刻线间距为 d ，则通常可以用下式表示第 m 个条纹上的点 (x, y)

$$\frac{\partial W}{\partial x} \cos \varphi - \frac{\partial W}{\partial y} \sin \varphi = -\frac{md}{r} \quad (9.3)$$

式中 假定朗奇光栅刻线与 y 轴之间的夹角为 φ ，如图 9.2 所示。

上式是朗奇检验法的几何原理的基本公式。

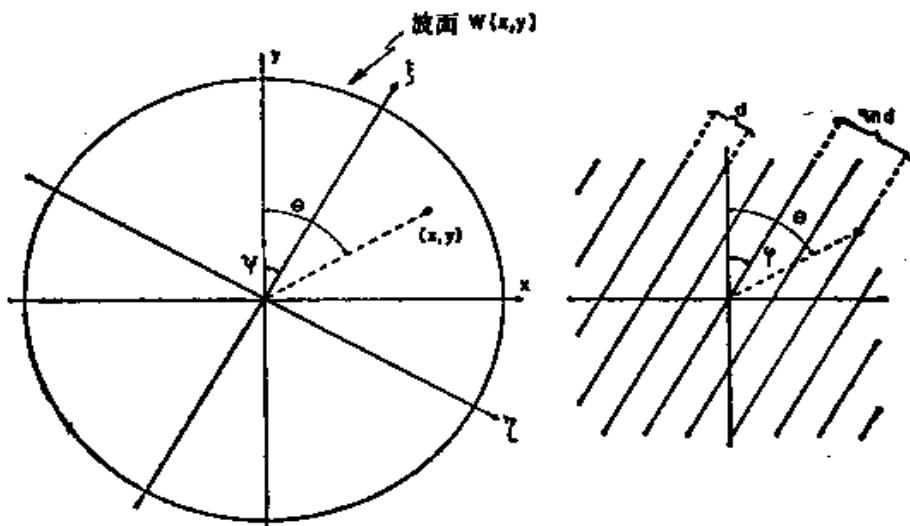


图9.2 波面和光栅刻线的取向

§ 9.2.1 初级象差的朗奇图

有许多关于得到初级象差的朗奇图的研究性文章。埃德奇(Adachi 1960 a, 1960 b), 克里诺(Crino 1933), 舒尔茨(Schultz 1928) 和特拉多·弗兰西萨(Toraldo di Francia 1947, 1954)等人曾经发表了有关朗奇图的综述文章。

用下式能够表示有初级象差的光学系统的波面(见附录3)

$$W = A(x^2 + y^2)^2 + Bx(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) + Dx(x^2 + y^2) \quad (9.4)$$

式中 A 、 B 和 C 分别表示球差系数、彗差系数和象散系数。最后的系数 D 是散焦系数, 是用朗奇光栅到近轴焦点的距离 l' 来表示的

$$D = \frac{l'}{2r^2} \quad (9.5)$$

由于朗奇检验法对倾斜不灵敏, 所以不包括倾斜项。

如果把式(9.4)代入式(9.3)中, 则可得到

$$\begin{aligned} & 4A(x^2 + y^2)(x \cos \varphi - y \sin \varphi) + B[2x^2 \cos \varphi - (3y^2 \\ & + x^2) \sin \varphi] + 2C(x \cos \varphi - 3y \sin \varphi) + 2D(x \cos \varphi \\ & - y \sin \varphi) = -\frac{md}{r} \end{aligned} \quad (9.6)$$

在研究各个象差时，借助于下列关系把转角 ψ 代入以上表达式中常常更方便

$$\begin{aligned}x &= \eta \cos \psi + \xi \sin \psi \\y &= -\eta \sin \psi + \xi \cos \psi\end{aligned}\quad (9.7)$$

式中 η 和 ξ 是两个新的坐标轴。

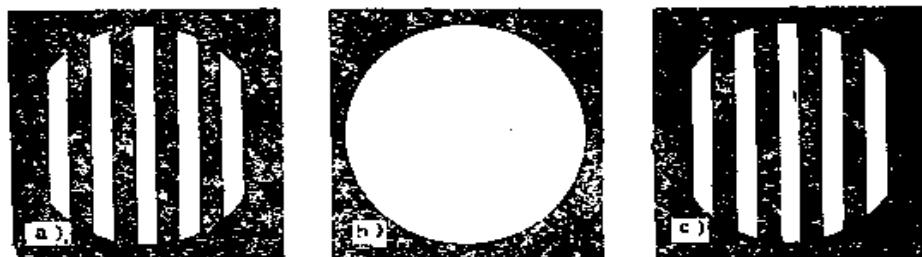


图9.3 带散焦的朗奇图样
a) 焦点外部 b) 焦点上 c) 焦点内部

散焦 把转角 $\psi = \varphi$ 代入散焦项，得出

$$2D\eta = -\frac{md}{r} \quad (9.8)$$

因此，得出等间距直带状条纹，这些带状条纹相互平行并平行于光栅刻线缝。这些条纹在被研究的波面上的间距 S 为

$$S = \frac{d}{2Dr} \quad (9.9)$$

图 9.3 是这些带状条纹图形。

带散焦的球差 博克奇诺 (Bocchino 1943) 和斯坎多恩 (Scandone 1933) 最早研究了球差的朗奇图。代入

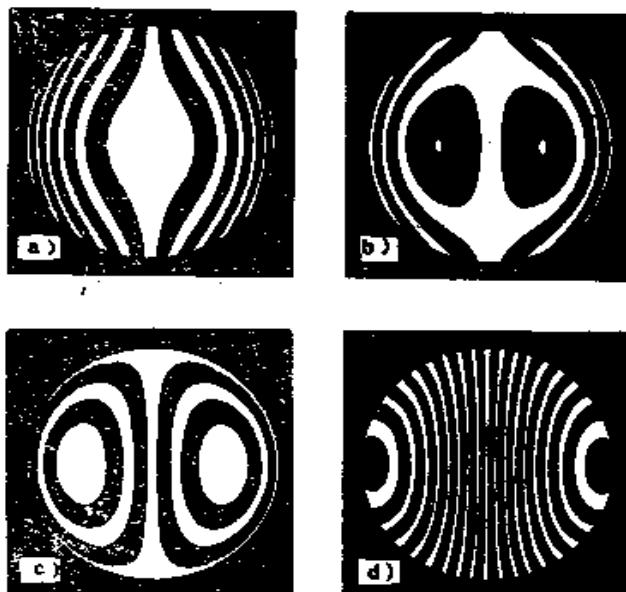


图9.4 带球差的朗奇图样 ($A = -20$)
a) 近轴焦点 b) 近轴和边缘焦点之间
c) 边缘焦点 d) 焦点外部

转角 $\psi = \varphi$, 得出球差项和散焦项

$$4A(\eta^2 + \xi^2)\eta + 2D\eta = -\frac{md}{r} \quad (9.10)$$

由此可以看出图中的对称轴平行于光栅狭缝, 如图 9.4 所示。这些条纹用 η 的三次曲线表示。这种没有散焦的朗奇图与用泰曼-格林干涉仪检验彗差时得到的干涉图完全相同。在这幅朗奇图中加上散焦就和在泰曼-格林干涉图中加上倾斜一样。

在没有散焦时, 中心条纹非常宽, 因此, 把这个近轴焦点称为纺锤形焦点或均匀焦点 (Crino 1939, Di Jorio 1939 a, Ricci 1939)。

博克奇诺 (Bocchino 1940)、埃多斯 (Erdös 1959) 和斯坎多恩 (Scandone 1930) 研究了五级球差的朗奇图。

彗差 布鲁斯卡格莱昂尼 (Bruscaglioni 1932 b) 和维拉尼 (Villani 1930, 1932) 研究了彗差的朗奇图。把转角 $\psi = \varphi/2 + \pi/4$ 代入式(9.6)中的彗差项, 得出

$$B[-\eta^2(1 + 2 \sin \varphi) + \xi^2(1 - 2 \sin \varphi)] = -\frac{md}{r} \quad (9.11)$$

根据 φ 的不同值 (刻线倾斜于子午面), 得到以下不同的图 (见图 9.5)。

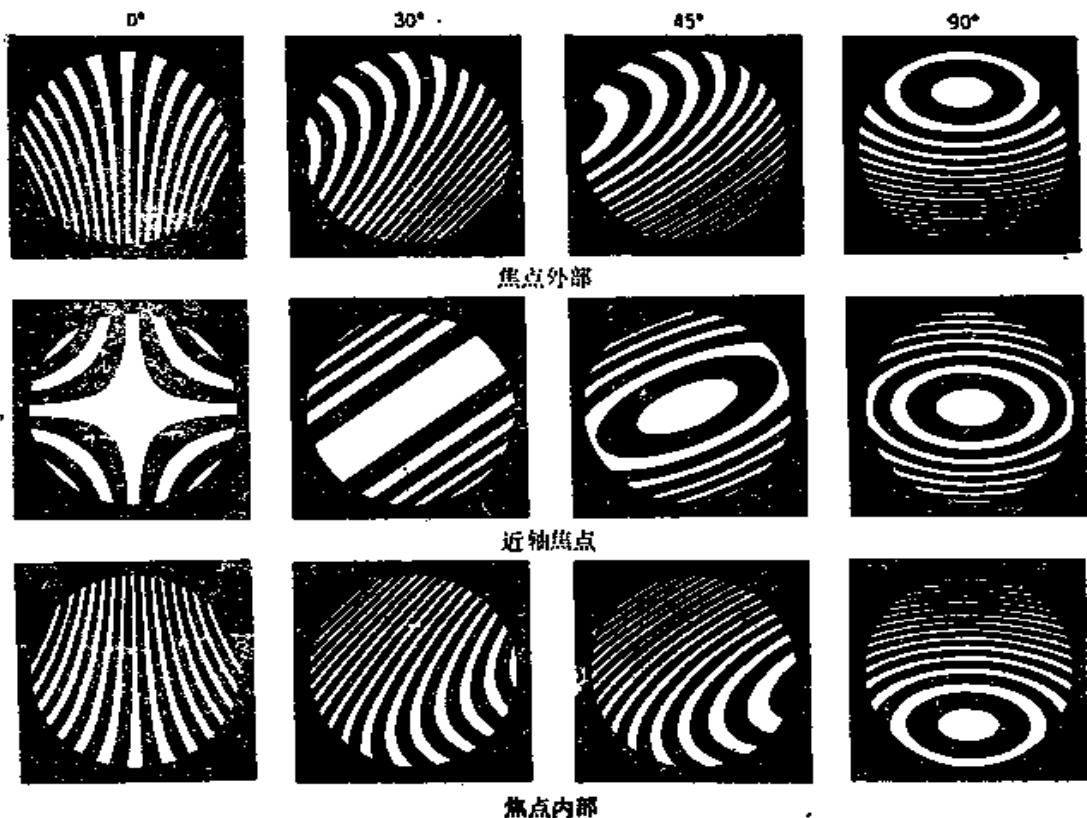
$\varphi = 0^\circ$	双曲线
$\varphi = 90^\circ$	半轴线比为 $\sqrt{3}:1$ 的椭圆线
$0^\circ < \varphi < 30^\circ$	倾斜 ψ 角的双曲线
$\varphi = 30^\circ$	直带状条纹
$30^\circ < \varphi < 90^\circ$	倾斜 ψ 角的椭圆线

如果把式(9.11)改写成下式

$$B[-2(1 + \sin \varphi)(\eta^2 + \xi^2) + (\eta^2 + 3\xi^2)] = -\frac{md}{r} \quad (9.12)$$

可以看出这个图全同于检验带有散焦象散的泰曼-格林干涉图, 其中表现散焦的大小可以用角 Ψ 表示。

带散焦的象散 布鲁斯卡格莱昂尼 (Bruscaglioni 1932 b)、克拉梅 (Calamai 1938)、斯坎多恩 (Scandone 1931 a) 和维拉尼

图9.5 具有彗差的朗奇图 ($B = -30$)

(Villani 1930, 1932) 曾经广泛研究了象散朗奇图。把转角 $\psi = \varphi$ 代入式(9.6)中相应的项中, 可得出

$$2C[\eta(2 - \cos 2\varphi) - \xi \sin 2\varphi] + 2D\eta = -\frac{md}{r} \quad (9.13)$$

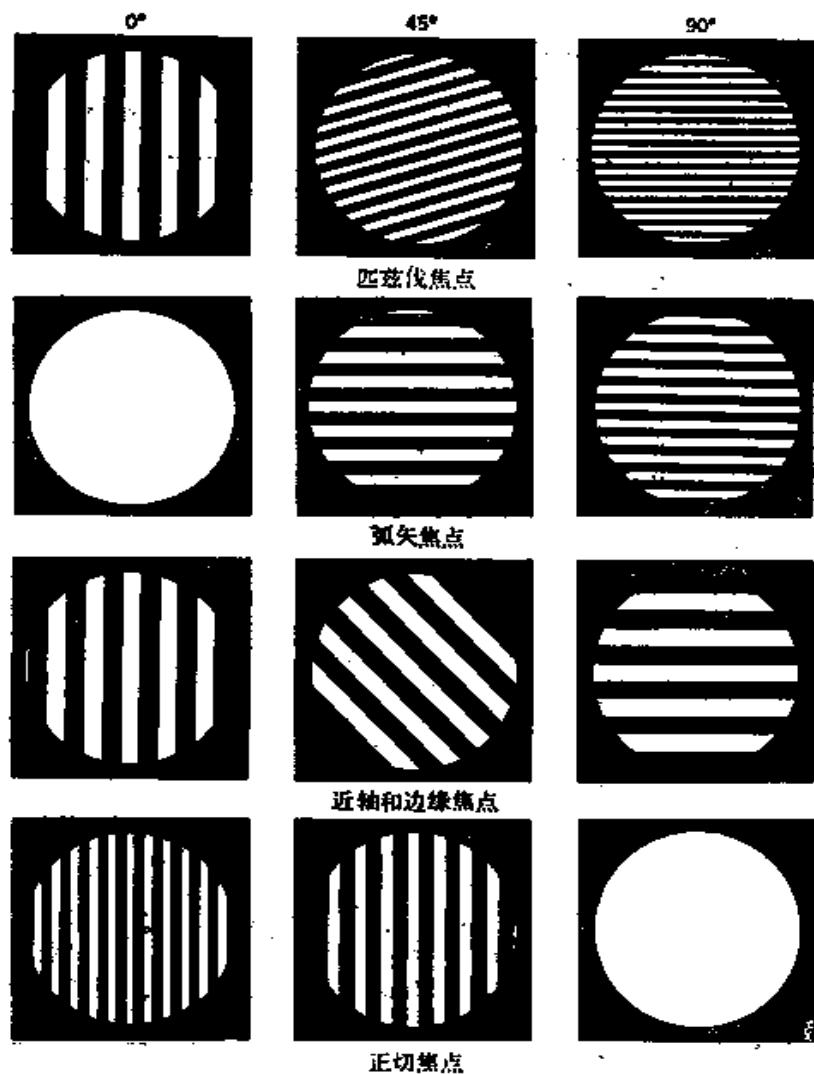
可以看出朗奇图是由等间距平行直条带组成的, 这些条带与光栅狭缝之间的倾角 α 可用下式表示 (见图 9.6)

$$\tan \alpha = \frac{C \sin 2\varphi}{D + C(2 - \cos 2\varphi)} \quad (9.14)$$

条带与 ξ 轴的交点是固定不变的, 与散焦项 D 无关, 在等间隔的点上其间隔 $\Delta\xi$ 是

$$\Delta\xi = \frac{d}{2r C \sin 2\varphi} \quad (9.15)$$

α 的值随散焦项 D 而变化 (光栅沿光轴定位), 使条带在光栅沿光轴移动时发生旋转。布鲁斯卡格莱昂尼 (Bruscaglioni 1932 a) 和

图9.6 带象散的朗奇图 ($C = -20$)

斯坎多恩 (Scandone 1931 b) 详细地研究了这种所谓“原地跳跃”的效应。在

$$D + C(2 - \cos 2\varphi) = 0 \text{ 时} \quad (9.16)$$

即出现 D/C 值在 -1 (当 $\varphi = 0^\circ$, 在弧矢焦点上) 和 -3 (当 $\varphi = 90^\circ$, 在子午焦点上) 之间的情况下, 干涉条带变为垂直于光栅狭缝。其中不包括等于 -1 和 -3 的 D/C 精密度, 因为在这两个点上 $\sin 2\varphi = 0$, 所以 $\Delta\xi \rightarrow \infty$, 而使象散的检验变得不灵敏了。当 $\Delta\xi$ 与波面的直径相比是尽可能小的时候, 就能够达到最高灵敏

度。因此，测量象散的最佳角度是 $\psi = 45^\circ$ ，并且当 $D/C = -2$ 时，条带垂直于光栅狭缝($\alpha = 90^\circ$)。

带象散和散焦的球差 斯坎多恩(Scandone 1931a, 1931b)研究了这种混合象差的干涉图。将转角 $\psi = \varphi$ 代入式(9.6)的相应项中，得到

$$4A\eta(\eta^2 + \xi^2) + 2\eta[D + C(2 - \cos 2\varphi)] \\ - 2C\xi \sin 2\varphi = -\frac{md}{r} \quad (9.17)$$

斯坎多恩描述了这种象差混合产生的“S”形条纹，如图9.7所示。式(9.17)中的第一项表示球差，该项与泰曼-格林干涉法中的彗差项完全相同。第二项表示散焦 D (光栅位置)和象散 C ，该项与泰曼-格林干涉法中绕 ξ 轴的倾斜项完全相同。第三项表示象散，该项与泰曼-格林干涉法中绕 η 轴的倾斜项完全相同。

默蒂(Murty)

1971)根据朗奇检验中的象散与泰曼-格林干涉中的倾斜的相似性，提出用引进象散的方式把绕 η 轴的假倾斜加进朗奇检验中。他把一面柱透镜放在光束中使其轴线与光栅狭缝成 45° 角来产生象散。为了使得到的仅仅是绕 η 轴的假倾斜，要求

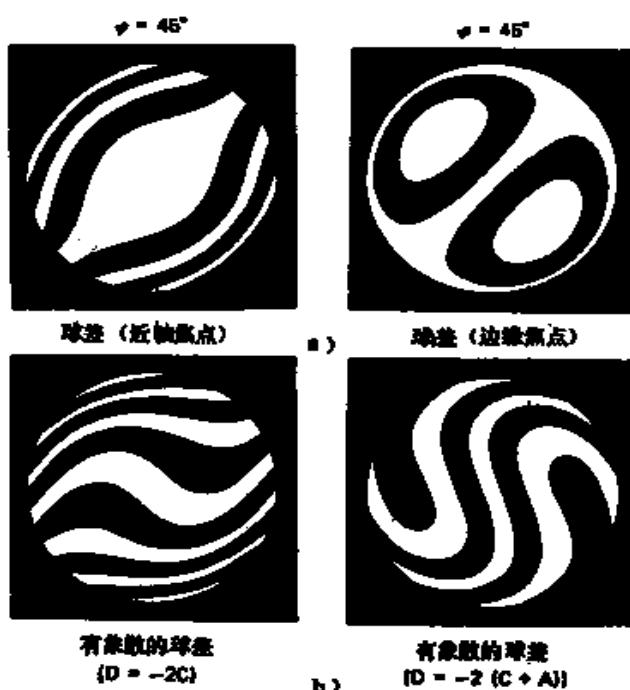


图9.7 只有球差($A = -10$)的朗奇图
(a图)和有球差和象散混合($C = -10$)的朗奇图(b图)

$$\begin{aligned} D + C(2 - \cos 2\varphi) &= 0 \\ C \sin 2\varphi &\neq 0 \end{aligned} \quad (9.18)$$

对于 $\varphi = 45^\circ$ 的特殊情况

$$D = -2C \quad (9.19)$$

式(9.19)是在绕 ξ 轴产生零倾斜时，假定散焦项恰好足够抵消象散的影响。为了在边缘焦点上产生绕朗奇图的 η 轴的假倾斜，必须引入一个等于 $-2A$ 的附加散焦，因此得出

$$D = -2(C + A) \quad (9.20)$$

§ 9.2.2 非球面的朗奇图

朗奇检验法对于检验包括天文望远镜使用的大口径反射镜在内的非球面非常有用 (Popov 1972)。假定下列近似关系式能够成立，那末就能够在式(9.3)中的 $\varphi = 0^\circ$ 时计算附录 1 中定义的任何非球面的理想朗奇图

$$z(x, y) - z_0(x, y) = 2W(x, y) \quad (9.21)$$

式中 z 表示非球面， z_0 表示密接球面。但是这种计算方法只是近似求值法，并不精确。另外一种比较精确的方法是用反射定律追迹光线。值得指出的是最早试图用朗奇检验法检验非球面的是沃兰德 (Walnd 1938) 和舒尔茨 (Schulz 1948)。

舍伍德 (Sherwood 1958) 和马拉卡拉 (Malacara 1965a, 1965b) 各自用不同的方法证明了，当使用图 9.1 的检验光路结构时，朗奇光栅平面的横向象差 TA 用下式表示

$$TA(S) = \frac{(l + L - 2z) \left[1 - \left(\frac{dz}{dS} \right)^2 \right] + 2 \frac{dz}{dS} \left[S - \frac{(l - z)(L - z)}{S} \right]}{\frac{l - z}{S} \left[1 - \left(\frac{dz}{dS} \right)^2 \right] + 2 \frac{dz}{dS}} \quad (9.22)$$

式中 S 是从光轴到反射镜上一点的距离。从图 9.1 中可以看出

$$TA = \frac{md}{\sin \theta} \quad (9.23)$$

先给定几个 S 值，然后计算不同 m 值时的 θ ，就可以得到朗奇图。通常在拍摄照片时，总希望在平行并接近反射镜的平面上得到朗奇图。在大多数情况下，考虑到反射镜表面上的条纹引起的误差是非常小的，但是在反射镜的曲率半径比其直径小的情况下，误差就显得重要了。

在描绘朗奇图时，如果用 S_p 代替计算得到的 S ，那么就能够补偿这个误差，如图 9.8 所示 (Malacara 1965 b)，其中 S_p 用下式表示

$$S_p = S \left\{ 1 - \left[\frac{z(S_{max}) - z(S)}{I - z(S)} \right] \left(1 - \frac{TA}{S} \right) \right\} \quad (9.24)$$

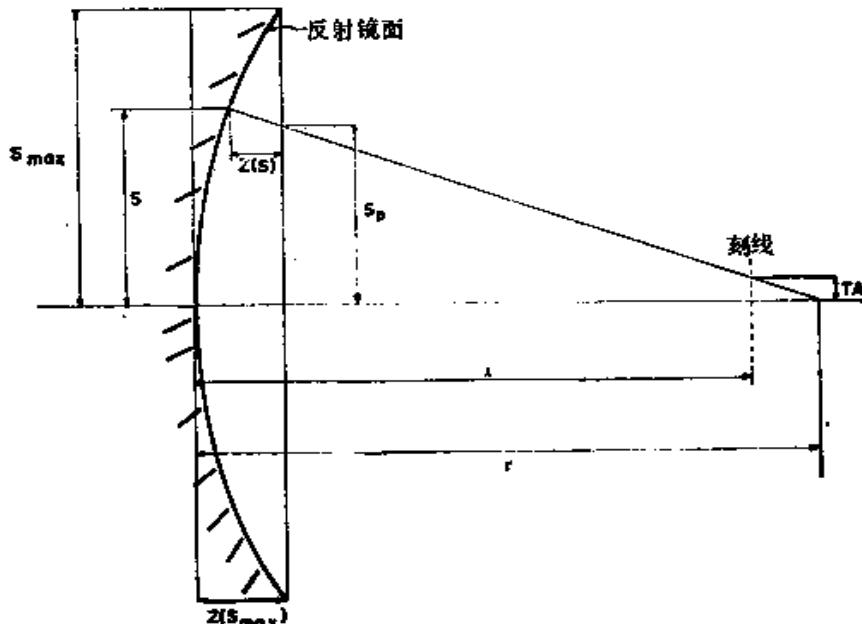


图9.8 条纹在平面上的投影

拉姆利 (Lumley 1960, 1961) 和舍伍德 (Sherwood 1960) 计算了供业余天文爱好者使用的抛物面镜的理想朗奇图。

为了便于识别朗奇图，希望避免产生任何闭合的环形条纹，只有在附录 1 中描述的焦散范围之外，才有可能避免出现这种闭合条纹，如图 9.9 所示。图中明显表示出，当光栅位于边缘焦点上时，在反射镜里面只有闭合环状条纹，而外面的一个条纹靠近

反射镜边缘。

还应当认识到，当出现弯曲条纹时，例如在近轴焦点上时，丢掉了靠近反射镜中心的许多信息。因此，为了得到最多的信息，如果 $K > 0$ ，就要在近轴焦点上获取朗奇图，如果 $K < 0$ ，就要在焦散的末端获取朗奇图。

§ 9.2.3 补偿朗奇光栅

已经证明，当被检表面是非球面时，朗奇条纹不是直的，而是弯曲的。根据条纹对理想形状的偏差，能够计算出表面误差。用计算机处理所得数据后，能够得到很好的结果，本章 § 9.3 节将讲述这种方法。对于技术人员来说，如果不使用计算机，根据直线比根据曲线更容易检测出形状偏差。另外，在条纹是弯曲的时候，衍射效应容易造成条纹的扩散，从而使测量更加困难。

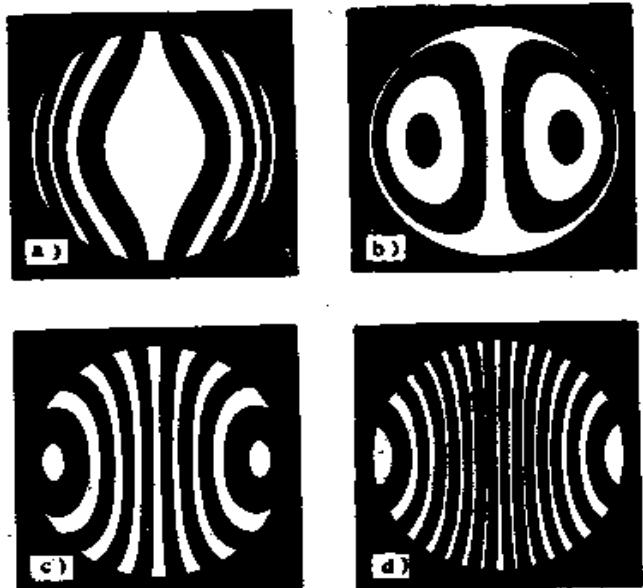


图9.9 在不同光栅位置上涉及焦散的一个非球面的朗奇图

a) 近轴焦点 b) 边缘焦点 c) 在边缘焦点和焦散末端之间 d) 焦散末端

使用一种具有弯曲刻线的特殊朗奇光栅，可以克服这些缺点。为了产生固定宽度的直条纹，用刻线的曲率补偿表面的非球面性。这种概念是帕斯特 (Pastor 1969) 首先定性地提出来的，以后分别由波波夫 (Popov 1972)、马拉卡拉和科尼约 (Malacara and Cornejo 1974 c) 定量地发展了这种概念。他们采取的方法是先用光线追迹法，然后列出并解五个线性方程。莫斯贝 (Mobsby 1973, 1974) 发明了一种设计这些用于抛物面补偿的朗

奇光栅的近似方法。

另一个精确的方法是用式(9.22)计算从反射镜中心到边缘的各个不同 S 值的横向象差 $TA(S)$ 。然后取在非球面上的理想直条纹与计算了 $TA(S)$ 的圆的相交点。对于每个相交点都有一个角 θ , 该角 θ 在要计算的光栅刻线上都相等。对于反射镜上半径为 S 的圆来说, 光栅上的径向座标即是计算得出的 $TA(S)$ 。

另外还有一种以计算三级横向球差为基础的近似方法(Malacara and Cornejo 1976 b)。设 \bar{x} 和 \bar{p} 分别是补偿朗奇光栅中某一条纹上一个点的 x 座标和径向座标, 可用下式计算出光栅刻线

$$\bar{p}^2 = -\frac{r^2 \bar{x}^2}{K m^2 (\Delta x)^3} - \frac{r \Delta r \bar{x}^2}{K m^2 (\Delta x)^2} \quad (9.25)$$

式中 r 是反射镜的曲率半径, K 是圆锥常数; m 是条纹级次, Δx 是反射镜上的条纹间距, Δr 是光栅对近轴焦点的位移量, 如果移离焦点之外, 则 Δr 是正的。



图9.10 两个补偿朗奇光栅
a) 在近轴焦点上 b) 在近轴焦点内部



图9.11 一个球面的正常朗奇图和补偿朗奇图

计算光栅的方法是先给定 \bar{x} 一些值，然后计算 \bar{r} ，从 \bar{x}_{ini} 开始计算， \bar{x}_{ini} 用下式表示

$$\bar{x}_{\text{ini}} = - \frac{K m^2 (\Delta x)^2}{r^2} - \frac{m (\Delta x) (\Delta r)}{r} \quad (9.26)$$

这里假定光源位于曲率中心。现已证明这个近似方法在大多数实际应用中能够得到十分精确的结果。

图 9.10 是计算补偿朗奇光栅的两个实例。图 9.11 是一个正常的和一个补偿的朗奇图。很明显，在补偿检验中条纹不仅是直的，而且含意更明确（图 9.11 b）。

与常规检验法相比，补偿检验法的缺点是在检验时，必须把光栅非常精确地放置在沿光轴的预先计算好的位置上。这是因为非球面性的补偿在光栅上画一个圆有很大帮助，而这个圆在反射镜上的投影与反射镜表面的外缘相重合。

另一个重要的限制是光源不能用光栅可遮盖的扩展光源，就象在通常的朗奇检验中一样，而必须使用点光源。

§ 9.3 波面形状的测定

根据朗奇图能够确定波面或反射镜变形。帕斯拉 (Pacella 1927) 大概是第一位试图这样做并且辨别象差类型的。仅仅通过朗奇图就能够非常容易地得到关于反射镜变形的定性的概念。(De Vany 1965, 1970)。图 9.12 是十个可能出现的图形，图 9.13 是这十个所对应的表面偏差。表 9.1 列出了这些朗奇图与表面变形的关系。埃德奇 (Adachi 1960 a, 1960 b) 曾经详细论述了初级象差的识别和测量。

下一节将比较全面地叙述具有各种变形的表面。

§ 9.3.1 普通情况

在考察完全不对称的表面时，所作的唯一假设是表面足够平滑，可以用下列第 k 级的二维多项式表示

$$W(x, y) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i B_{ij} x^i y^{i-j} \quad (9.27)$$

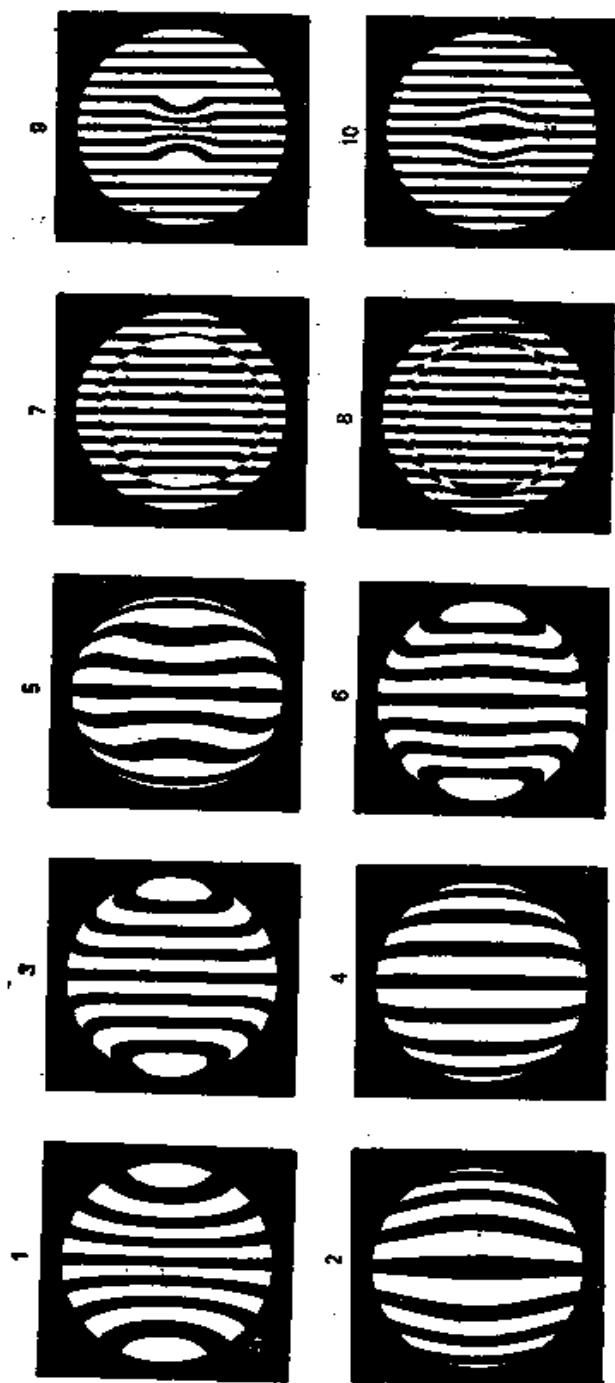


图9.12 几种典型的表面变形的明暗图

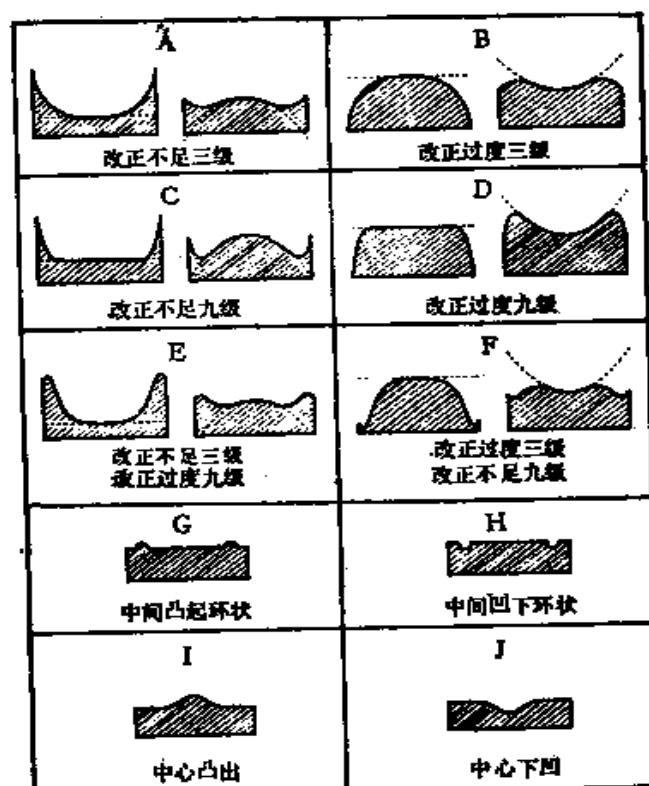


图9.13 与图9.12中各个朗奇图相对应表面变形

表9.1 图9.12中的朗奇图与图9.13中表面变形的关系

朗奇图	表 面			
	反 射		折 射	
	光 棚 焦点的外面	光 棚 焦点的里面	光 棚 焦点的外面	光 棚 焦点的里面
1	B	A	A	B
2	A	B	B	A
3	D	C	C	D
4	C	D	D	C
5	F	E	E	F
6	E	F	F	E
7	H	G	G	H
8	G	H	H	G
9	J	I	I	J
10	I	J	J	I

因此, $W(x, y)$ 对 x 和 y 的偏导数可表示为

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^i (j+1) B_{i+1, i+j} x^j y^{i-j} \quad (9.28)$$

和 $\frac{\partial W}{\partial y} = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^i (i-j+1) B_{i+1, i+j} x^j y^{i-j} \quad (9.29)$

但是根据式(9.3)中朗奇检验法的基本关系, 可以写出下式

$$\frac{\partial W}{\partial x} \cos \varphi - \frac{\partial W}{\partial y} \sin \varphi = - \frac{[m(x, y) - m_0(x, y)]}{r} d \quad (9.30)$$

式中 $m(x, y)$ 是在实际朗奇图中某点 (x, y) 上 m 的测定值, $m_0(x, y)$ 是在完善的朗奇图中同一点 (x, y) 上, 利用式(9.22)和式(9.23)所得的计算值。现在分别用 $m_x(x, y)$ 和 $m_y(x, y)$ 表示光栅刻线取向为 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 90^\circ$ 时的两个 $m(x, y)$ 值。以上结果是由两个刻线互相垂直的光栅对应两个朗奇图而得到的。因此可以写出这两个图形的公式

$$\frac{\partial W}{\partial x} = - \frac{[m_x(x, y) - m_0(x, y)]}{r} d \quad (\varphi = 0^\circ) \quad (9.31)$$

和 $\frac{\partial W}{\partial y} = \frac{[m_y(x, y) - m_0(x, y)]}{r} d \quad (\varphi = 90^\circ) \quad (9.32)$

利用最小二乘方法能够使差分函数 $(m_y - m_0)$ 拟合第 $(k-1)$ 级次的二维多项式, 得出

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^i C_{ij} x^j y^{i-j} \quad (9.33)$$

和 $\frac{\partial W}{\partial y} = \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^i D_{ij} x^j y^{i-j} \quad (9.34)$

如果将式(9.28)和式(9.29)与以上两个关系式相比较, 可以看出

$$B_{ij} = - \frac{C_{i-1, i-j}}{j} - \begin{cases} i = 1, 2, 3, \dots, k \\ j = 1, 2, 3, \dots, i \end{cases} \quad (9.35)$$

$$\text{和 } B_{ij} = \frac{D_{i-1,j}}{i-j} \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3, \dots, k \\ j = 0, 1, 2, \dots, (i-1) \end{cases} \quad (9.36)$$

对于 $m = 0$ 的值，只能使用式 (9.36)，因此

$$B_{i0} = \frac{D_{i-1,0}}{i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, k \quad (9.37)$$

对于 $m = n$ 的值，只能使用式 (9.35)，因此

$$B_{ii} = \frac{C_{i-1,i-1}}{i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, k \quad (9.38)$$

对于 n 和 m 的所有其它组合，既能够使用式 (9.35)，也能够使用式 (9.36)。因此，为了提高准确度，我们取两个数值的平均值

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{i-1,j-1}}{j} + \frac{D_{i-1,j-1}}{i-j} \right) \quad \begin{cases} i = 2, 3, \dots, k \\ j = 1, 2, 3, \dots, (i-1) \end{cases} \quad (9.39)$$

一旦确定系数 B_{ij} ，就能够用式 (9.27) 计算出波面偏差 $W(x, y)$ ，然后用式 (9.21) 求出反射镜的表面偏差。

§ 9.3.2 旋转对称的表面

假设表面是旋转对称性的，那末用一个 $\Psi = 0^\circ$ 的朗奇图就足以完整地确定该表面的形状。一种途径是通过测量条纹与 x 轴的交点来确定在这些点上的横向象差 $TA(S)$ (Malacara 1965a, 1965b)。 S 是从图的中心到条纹与 x 轴的交点之间的距离， TA 等于 md 。然后使用最小二乘方法，将这些测量值拟合一个只有 S 的奇次幂的多项式，并且用一个 $TA(S)$ 的简单积分就能够计算出波面。

然而，这种方法不能提供充分的数据，因为得不到各条纹交点之间区域的信息。因此，要使用这种方法时，有时表面轮廓要比预想的平滑得多。

使用马拉卡拉和科尼约 (Malacara and Cornejo 1975) 提出的方法，就可以假定反射镜上的理想条纹并不一定是直的，而可

以是弯曲的，如图 9.14 所示。图中实线表示有缺陷反射镜上条纹的实际形状，虚线表示完好表面上条纹的理想形状。可用下式定义残留的横向象差 $TA(S)$

$$TA(S) = TA_s(S) - TA_0(S) \quad (9.40)$$

式中 $TA_s(S)$ 表示有缺陷表面的实际总横向象差； $TA_0(S)$ 表示计算的理想横向象差。从图 9.14 可以看出

$$\frac{S_0}{x_0} = \frac{S}{x} = \frac{TA_s(S)}{TA_0} \quad (9.41)$$

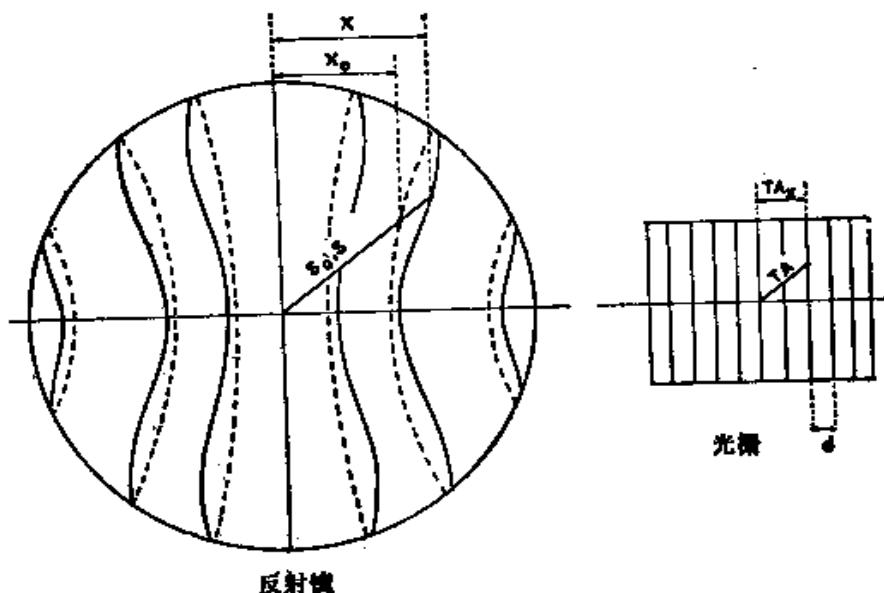


图9.14 在有旋转对称性的表面上朗奇的构成

由于把实际条纹和理想条纹上的点看作是与表面的中心成一直线，所以这些点必须对应于光栅上的同一点，因此

$$TA_0(S_0) = TA(S) \quad (9.42)$$

同时，由于光栅上的线是直线，所以可以写成 $TA_s = md$ ，从式 (9.41) 得出

$$TA_s(S) = \frac{md}{x} S \quad (9.43)$$

将该式代入式 (9.40) 得出

$$TA(S) = \frac{md}{x} S - TA_0(S) \quad (9.44)$$

为了确定 $TA(S)$, 需要测出对于每一个 S 值的一个 x 值。但是一个已知 S 值通常有几个 x 值, 一个值表示一个条纹。可以用下式表示 x/m 的平均值

$$\left(\frac{x}{m}\right)_{\text{平均}} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i m_i}{\sum_{i=1}^N m_i^2} \quad (9.45)$$

式中 N 是半径为 S 的圆上有 x 数据的点的数目。用数值积分就能求出被检反射镜的实际形状, 而无须使用拟合这些数据的多项式。

§ 9.4 物理原理

正象朗奇在他撰写的第一篇文章中指出的 (Ronchi 1923b), 可以根据物理学的观点把朗奇检验看作是一种干涉仪。最初朗奇作了许多努力, 设法建立一个好的物理理论模型 (Ronchi 1924a, 1924b, 1926a, 1926b, 1928), 最后得到了一个合理的好的解释, 即假设朗奇光栅实际上是起一个衍射光栅的作用, 产生许多衍射级次, 每一个衍射级次产生一个光瞳的横向错位象, 如图 9.15 所示。以后狄·杰里欧 (Di Jorio 1939a, 1939b, 1939c, 1939d, 1942, 1943)、帕洛蒂诺 (Pallottino 1941) 和特拉多·弗兰西萨 (Toraldo di Francia 1941a, 1941b, 1942a, 1943a, 1943b) 进一步发展了这种理论, 他们用物理理论得到了条纹的确切形状, 并且论证了这些条纹与阴影条纹的相似性。他们还研究了许多与这个理论有关的细节 (Ronchi 1962, 1964)。

§ 9.4.1 数学分析

利用傅里叶理论对朗奇检验法进行数学分析是埃德奇 (Adachi 1963) 首先提出来的, 以后巴拉克特 (Barakat 1969) 又发

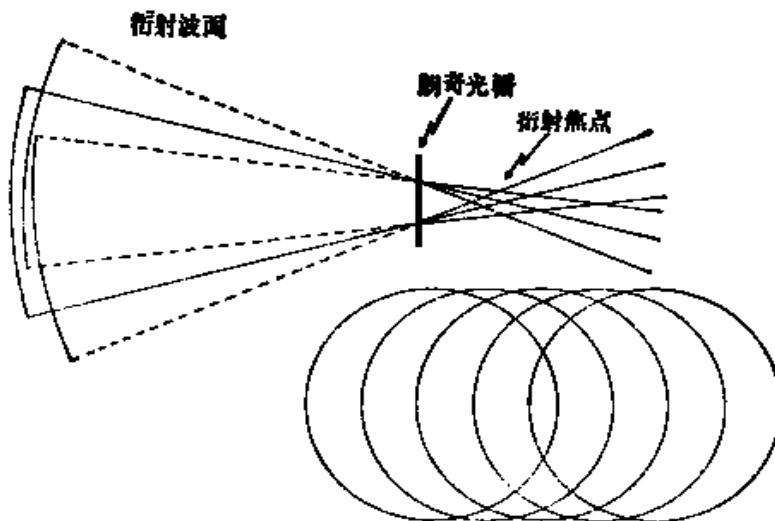


图9.15 朗奇检验法的一个物理模型

展了这种数学分析法。这种方法假设用复函数 $F_0(x_0, y_0)$ 表示平面 $x_0 - y_0$ 中出射光瞳上的波面, $F_0(x_0, y_0)$ 在孔径规定的界限之外是零。如果是均匀照明的光学系统, 那末, 在出射光瞳之内的任何位置上, 函数 $F_0(x_0, y_0)$ 可以用 $\exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} W(x_0, y_0)\right]^*$ 表示, 其中 $W(x_0, y_0)$ 表示波面变形函数。在平面 $x_r - y_r$ 内, 测定相对于一个中心在朗奇光栅上的球面的并由函数 $F_0(x_0, y_0)$ 给出的相位偏差(波面畸变)。如果 r 是参考波面的曲率半径, 则在光栅平面上的光场 $U(x_r, y_r)$ 是

$$U(x_r, y_r) = \iint_{-\infty}^{\infty} F_0(x_0, y_0) \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda r} (x_r x_0 + y_r y_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (9.46)$$

正如巴拉克特 (Barakat 1969) 所提出的, 我们能够利用空间滤波概念解释朗奇光栅效应, 因此可以把朗奇光栅看作是在傅里叶变换平面 $x_r - y_r$ 中的一个滤波屏。此外, 如果观察面 $x_1 - y_1$ 是光瞳平面 $x_0 - y_0$ 的象, 则在平面上的振幅为

* 原文误为 $\exp[i2\pi W(x_0, y_0)]$ ——译者注。

$$G(x_1, y_1) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_r, y_r) M(x_r, y_r) \\ \times \left\{ \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda r} (x_r x_1 + y_r y_1) \right] \right\} dx_r dy_r \quad (9.47)$$

式中 $M(x_r, y_r)$ 是起滤波器或调制器作用的光栅函数。如果把式 (9.46) 得出的 $U(x_r, y_r)$ 值代入式 (9.47) 中，则得出

$$G(x_1, y_1) = \iint_{-\infty}^{\infty} F_0(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \iint_{-\infty}^{\infty} M(x_r, y_r) \\ \times \left(\exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda r} [(x_1 - x_0)x_r + (y_1 - y_0)y_r] \right\} \right) dx_r dy_r \quad (9.48)$$

该表达式对于任何调制函数都能成立。然而，现在假设光栅是由平行等间隔直条带构成的，则可以把光栅函数写成

$$M(x_r) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \exp \left(i \frac{2\pi n}{d} x_r \right) \quad (9.49)$$

式中 d 象以往一样是光栅刻线周期，因此，将该式代入式 (9.48) 中，得出

$$G(x_1, y_1) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \iint_{-\infty}^{\infty} F_0(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda r} \left(x_1 - x_0 + \frac{\lambda r n}{d} \right) x_r \right] dx_r \right\} \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda r} (y_1 - y_0) y_r \right] dy_r \right\} \quad (9.50)$$

在使用狄拉克 δ 函数的定义公式 (9.51) 时

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda r} (k - k_0) x \right] dx = \delta(k - k_0)^* \quad (9.51)$$

* 原文有误——译者注。

式(9.50)变为

$$G(x_1, y_1) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \left[\int_{-\infty}^{\infty} F_0(x_0, y_0) \delta\left(x_1 - x_0 + \frac{\lambda r n}{d}\right) \delta(y_1 - y_0) dx_0 dy_0 \right] \quad (9.52)$$

则可以证明式(9.25)等于下式

$$G(x_1, y_1) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n F_0\left(x_1 + \frac{\lambda r n}{d}, y_1\right) \quad (9.53)$$

如果光栅是下式的形式

$$M(x_r) = 1 + \cos\left(\frac{2\pi n x_r}{d}\right) \quad (9.54)$$

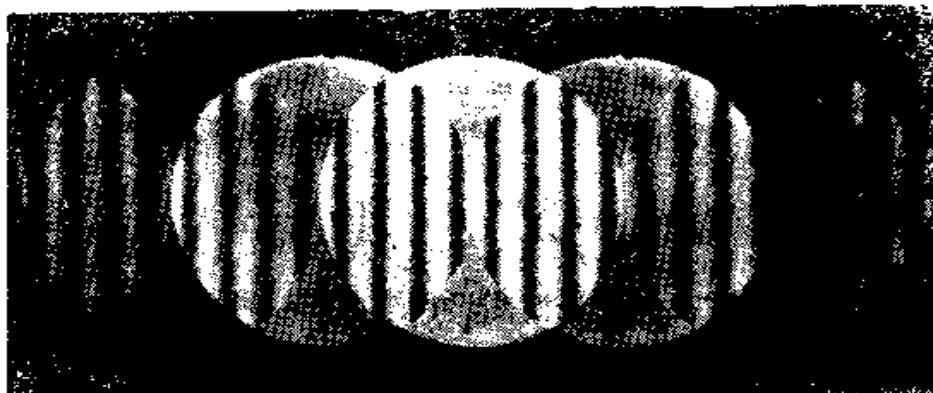


图9.16 在一个朗奇光栅上，不同衍射级次之间的干涉条纹

这时 $B_0 = B_1 = B_{-1} = 1$ ，因此，得到光瞳的三个横向错位的象。但是，通常得到如图9.15和9.16所示的多个横向错位量等于 $\lambda r n / d$ 的象。如果光栅刻线具有图9.17所示的周期性方波的分布图，那末，用傅里叶理论可以证明

$$B_n = \frac{\sin n \pi k_0}{n \pi} \quad (9.55)$$

式中 k_0 的定义如图9.17所示。如果图中亮带与暗带的宽度相等 ($k_0 = \frac{1}{2}$)，则遗漏偶次序。将式(9.55)代入式(9.53)，得出：

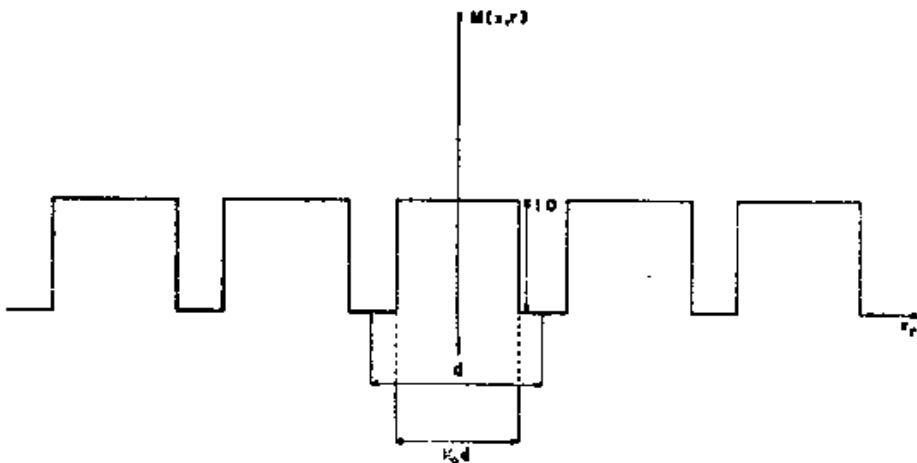


图9.17 朗奇光栅中的方波形状

$$G(x_1, y_1) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin n \pi k_0}{n \pi} F_0 \left(x_1 + \frac{\lambda r n}{d}, y_1 \right) \quad (9.56)$$

现在研究一个有很小散焦 Δr 的理想波面的情况, $F_0(x_1, y_1)$ 可以用下式表示

$$F_0(x_1, y_1) = \begin{cases} \exp \left[i \frac{\pi}{\lambda r^2} (x_1^2 + y_1^2) \Delta r \right] & x_1^2 + y_1^2 \leq S_{max}^2 \text{ 时} \\ 0 & x_1^2 + y_1^2 > S_{max}^2 \text{ 时} \end{cases} \quad (9.57)$$

式中 S_{max} 是孔径的半径。假设与半孔径 S_{max} 相比, 横向错位 $\lambda r n / d$ 非常小, 那末可以把求和法扩展到大的 n 值。为了求得条纹的振幅分布, 还可以取 $y_1 = 0$, 这样就能表示为

$$G(x_1) = \left[k_0 + 2 \sum_{n=1}^N \frac{\sin n \pi k_0}{n \pi} \cos \left(\frac{2 \pi n \Delta r}{rd} x_1 \right) \exp \left(i \frac{\pi n^2 \lambda \Delta r}{d^2} \right) \right] \times \left[\exp \left(i \frac{\pi \Delta r}{\lambda r^2} x_1^2 \right) \right] \quad (9.58)$$

式中 N 是在研究区域里叠加的波面数目。

式 (9.58) 定量地解释了朗奇条纹锐度欠佳的原因, 该表达式在焦平面内部和焦平面外部都一样。两个条纹图的微小差异只能根据二次效应来解释, 但是与 Δr 相比, r 非常大时, 这种

差异就不存在了 (Mallick 私人通信)。

当式(9.58)中一级和零级之间的相移是 2π 的 M 倍时, 得出

$$M \frac{2d^2}{\lambda \Delta r} = 1 \quad (9.59)$$

条纹变得非常细锐。在朗奇检验法中, 可以把这种效应称为塔尔博托效应 (Talbot effect), 马拉卡拉和科尼约 (Malacasa and Cornejo, 1974b) 曾经研究了这种效应。他们证实了在下式的情况下,

$$\alpha = \frac{\theta_s}{2M} \quad (9.60)$$

产生塔尔博托条纹。

其中 θ_s 是任意两个相邻级次之间的横向错位角; α 是条纹之间的夹角。图 9.18 表示塔尔博托效应。



图9.18 朗奇检验中的塔尔博托效应

a) 在塔尔博托效应位置上的光栅 b) 在塔尔博托效应位置之外的光栅

曾经有人做过一些实验, 用通过变化图 9.17 中所示的狭缝的相对宽度 k_0 来提高条纹带的锐度, 后来得到了一些改善的实验结果 (Murty and Cornejo 1973)。

相位光栅是一种光学厚度周期性变化, 而不是由暗带和亮带构成的光栅。制造相位光栅有很多方法。例如用沃格 (Vogl 1964) 和朗奇 (Ronchi 1965) 所介绍的方法, 或者用通常制定相位板的方法都能制造相位光栅。相位光栅特别适用于周期足够高, 没有两个以上波面搭接的情况 (图 9.19)。

值得注意的是波洛蒂诺 (Palltino 1941) 通过实验证明了使用相位光栅所得到的位于零级次两侧相对称的条纹图是互补的。换言之, 一个图中的暗条纹与另一个图中的亮条纹相对应, 如图

9.19 所示。此后特拉多·弗兰西萨 (Toraldo di Francia 1941a, 1941b) 从理论上证明了这种效应。他用事实解释这种效应, 即在相位光栅中的所有衍射级都有一个相对零级光束的量值为 $m\lambda/4$ 的相移。

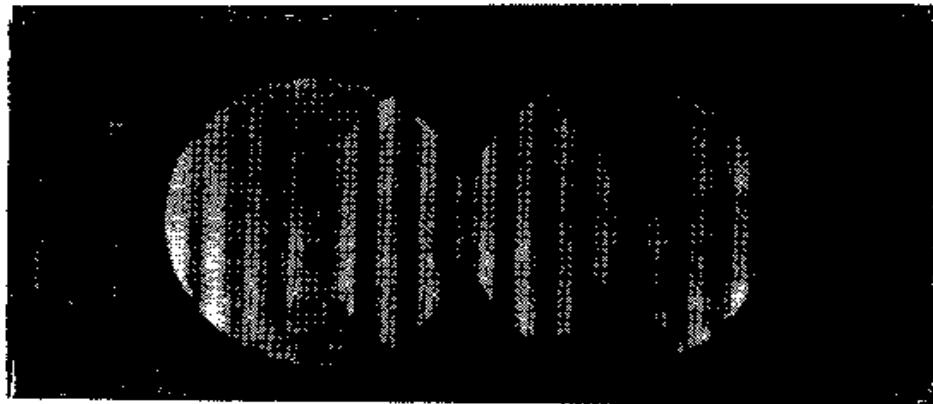


图9.19 用相位光栅得到的朗奇图

几乎是从朗奇和布鲁斯卡格莱昂尼发明了朗奇检验法以来 (Ronchi 1930, 1940) (Bruscaglioni 1933, 1939), 朗奇检验法的灵敏度就一直是一个研究题目。最近科尼约和马拉卡拉 (Cornejo and Malacara 1970) 也研究了朗奇检验法的灵敏度。

§ 9.4.2 物理原理与几何原理的关系

假定出射光瞳上的辐照度分布是一个常数, 则可以把光瞳函数 $F_0(x_0, y_0)$ 写成

$$F_0(x_0, y_0) = \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} W(x_0, y_0) \right] \quad (9.61)$$

式中 $W(x_0, y_0)$ 表示式 (9.4) 中的初级象差。

现在假设光栅刻线的周期 d 小到足以产生不多于两个叠加光束的干涉图, 如图 9.19 所示。因此, 根据式 (9.48), 两个相邻级次 n_1 和 n_2 之间的干涉图可以用下式表示

$$\begin{aligned} & |G(x_1, y_1)|^2 \\ &= B_{n_1}^2 + B_{n_2}^2 + 2B_{n_1}B_{n_2} \cos \left\{ -\frac{2\pi}{\lambda} \left[W \left(x_1 + \frac{\lambda r n_1}{d}, y_1 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - W \left(x_1 + \frac{\lambda r n_2}{d}, y_1 \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (9.62)$$

由此可以看出在以下任何情况都出现亮条纹

$$W\left(x_1 + \frac{\lambda r n_2}{d}, y_1\right) - W\left(x_1 + \frac{\lambda r n_1}{d}, y_1\right) = -m\lambda \quad (9.63)$$

式中 m 是包括零在内的任何正整数和负整数。如果取波面两个错位之间的中心作为新的原点，则得

$$W\left[x_1 + \frac{\lambda r (n_2 - n_1)}{2d}, y_1\right] - W\left[x_1 - \frac{\lambda r (n_2 - n_1)}{2d}, y_1\right] = -m\lambda \quad (9.64)$$

在原点附近按泰勒级数展开，并取 $n_2 - n_1 = 1$ ，则得

$$\frac{\partial W(x_1, y_1)}{\partial x_1} + \frac{1}{6}\left(\frac{\lambda r}{2d}\right)^3 \frac{\partial^3 W(x_1, y_1)}{\partial x_1^3} = -\frac{md}{r} \quad (9.65)$$

在没有三阶导数项时，该表达式变成等同于式(9.3) ($\varphi = 0^\circ$)，这就是朗奇检验法的几何学基础。因此，在这种情况下，物理的图形和几何的图形相符合。这个结论是由特拉多·弗兰西萨 (Toraldo di Francia 1947, 1954) 推导出来的。他指出当 x 的幂不高于二次时 [见式(9.4)] 三阶导数抵消了焦点位移、三级象散和三级彗差。

至于球差用由式(9.4)得到的带散焦的球差表达式代入式(9.65)中，则有

$$4A(x_1^2 + y_1^2)x_1 + 2\left(A\frac{\lambda^2 r^2}{2d^2} + D\right)x_1 = -\frac{md}{r} \quad (9.66)$$

除了焦点位移系数不同外，式(9.66)与表示几何图形的式(9.10)完全相同。当表观焦点位移是零时，纺锤形焦点或均匀焦点是

$$D = -A\frac{\lambda^2 r^2}{2d^2} \quad (9.67)$$

但是， $\lambda r / 2d$ 是从其中一个波面的中心到图形中心的距离 ρ_c 。因此 $D = -2A\rho_c^2$ ，其必需条件把半径为 ρ_c 的区域的焦点置于光栅上。狄杰里欧 (Di Jorio 1939d) 曾经研究过这种效应。

§ 9.5 朗奇检验法的实际应用

有许多种实验装置能够实施朗奇检验法。例如科克汉姆

(Kirkham 1953) 曾经介绍过一种朗奇检验装置。朗奇检验法的基本结构如图 9.20 所示。光源是白光钨灯，照明一个小孔或一条平行于光栅刻线的狭缝。狭缝的优点是能够利用更多的光，产生较明亮的图形。使用狭缝是因为在狭缝上的每一点都产生相同的图形，这是由于落在光栅上的对应象仅仅沿着光栅刻线移动，没有横向位移。最初使用的是狭缝光源，不久以后安德森和波特 (Anderson and Porter 1929) 提出用光栅代替狭缝遮挡灯，形成扩展光源，如图 9.20b。这种结构除了图形有比较大的亮度外，另一个重要优点是无须过多地考虑光栅刻线与狭缝两者之间的平行度。这时光源成为多缝的，而这些象的间距等于朗奇光栅的刻线密度。这个特性证明了用光栅遮挡光源是可行的。此外下文所述的更加正规的方法也将证明这一点。

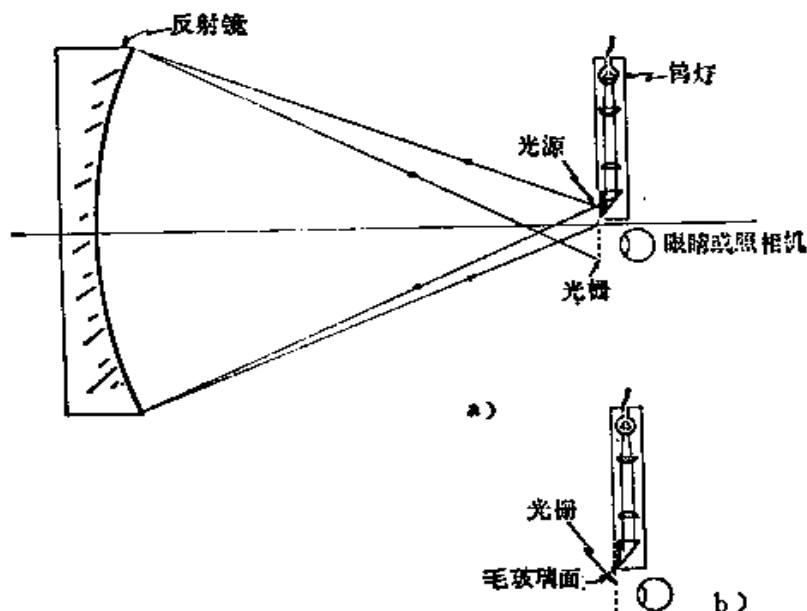


图9.20 观察朗奇图形的装置简图

著名的凡·塞特特-泽尼克定理确定的一个光源的相干函数是用光源上强度分布的傅里叶变换表示的。由于在这种情况下的光源是一个光栅，所以这时的傅里叶变换如图 9.21 所示形状。因此，如果在波面上有两个间距为该面上任意两个峰值之间距离

Δx 的点，那末这两个点就能够产生对比度很好的干涉条纹。如果在光源上的光栅和检验的朗奇光栅刻线在同一平面上，那末，相干函数对应的两个峰值之间的距离恰好是两个衍射波面之间的横向错位长度。这个结果完全证明了利用遮挡扩展光源的朗奇光栅是正确的。

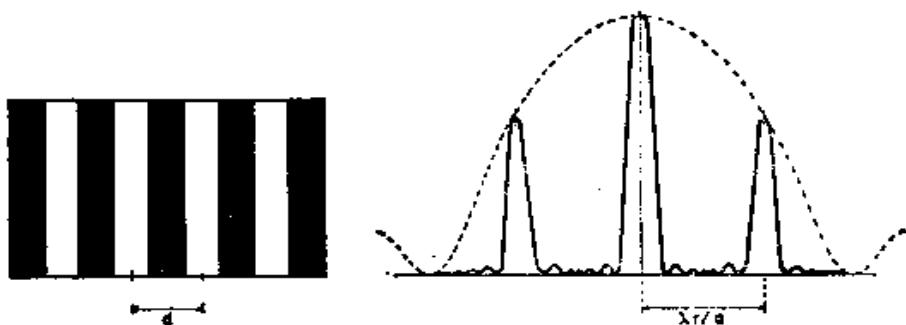


图9.21 朗奇光栅和其在被检验反射镜上的相干作用

值得注意的是当光栅上的暗带和亮带的宽度相等时 ($k_0 = 1/2$)，在波面上分开距离 Δx 等于 $2\lambda r/d$ 的两点是不相干的。因此两个一级波面都与零级波面发生干涉，但是这两个一级波面互相不发生干涉。在使用点光源或狭缝时，所有叠加的波面都彼此发生干涉。

§ 9.2.3 中讲述的补偿朗奇光栅对于波面上所有的点并不产生相同的横向错位。因此，照明波面在任何距离上的任意两个点之间必须具有相干性。只有使用点光源时，才可能存在这种情况。气体激光器具有非常好的相干性，是最好的光源。

图 9.23 是用图 9.22 所示的仪器得到的两幅朗奇图。虽然前面的讨论已经很清楚了，但是还应当再次指出朗奇条纹的形状并非与被检表面直接相关，而与横向象差函数有关。因为我们所研究的条纹精密地位于表面平面上，所以把普通照相机聚焦在这个平面上就能够拍摄朗奇图的照片。

在检验非球面反射镜时，必须注意使焦散的横向尺寸（见附录 1）足够小，才能使全部光线都进入观察者眼睛或照相机。在

许多情况下，焦散的腰部往往太大了（例如大口径望远镜的反射镜），尽管可以通过照相机镜头，却不能通过观察者的瞳孔。



图9.22 观察朗奇图的仪器

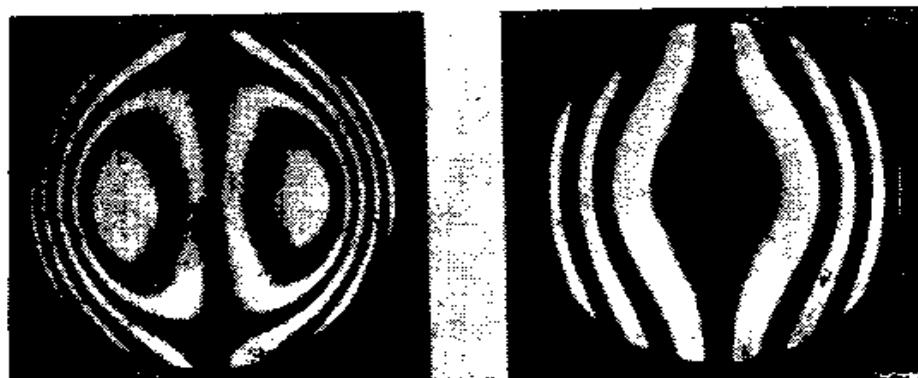


图9.23 用图9.22所示仪器获得的朗奇图

另一个具有重要实际意义的是通过朗奇光栅上每个狭缝的光都与通过其他狭缝的光发生干涉，而产生一种有许多横向错位光瞳的效应。由于朗奇图不能精密地位于光瞳上，所以这种效应降低了检验精度。这显然是由于有许多朗奇图形的干涉象的缘故。提高检验精密度的另外一种方法是用一根金属线代替朗奇光栅。使金属线以横过光轴的方向移动，并使这个移动距离模拟于光栅刻线的密度。还应精密测定金属线与光轴之间的距离。

如果仔细地进行朗奇检验，并且正确地识别朗奇图，那末朗

奇检验法是定性或定量测定一个光学表面或透镜组所要求的标准程度的一种非常有意义的方法。

§ 9.6 其它几种有关的检验

§ 9.6.1 同心圆环格栅

除使用直刻线光栅进行朗奇检验之外，还可以使用圆环刻线的格栅。最初是斯坎多恩研究了圆形格栅的应用 (Scandone 1931c, 1932)，后来默蒂和休梅克 (Murty and Shoemaker 1966) 也使用了圆形格栅。下面介绍他们的检验方法。用圆格栅得到的干涉图与普通朗奇干涉图不同。使用圆格栅时，以式 (9.2) 的相同方式也能够得到条纹方程式

$$\left(R \frac{\partial W}{\partial x} - \bar{x}_0 \right)^2 + \left(R \frac{\partial W}{\partial y} - \bar{y}_0 \right)^2 = M \rho_1^2 \quad (9.68)$$

式中 (\bar{x}_0, \bar{y}_0) 是一组同心圆的中心， ρ_1 是最里面一个圆的半径， M 是整数，其定义如下

$$M = \begin{cases} n^2 & \text{对于等间距圆} \\ n & \text{对于菲涅耳波带片} \end{cases}$$

n 是正整数。如果象式 (9.4) 一样用波面 W 表示初级象差，那末：

$$\begin{aligned} & \{R[4A(x^2+y^2)x+2Bx+2Cx+2Dx+F]-\bar{x}_0\}^2 \\ & + \{R[4A(x^2+y^2)y+B(3y^2+x^2)+6Cy+2Dy+E] \\ & -\bar{y}_0\}^2 = M \rho_1^2 \end{aligned} \quad (9.69)$$

正如默蒂和休梅克所指出的，除很少几种极普通的情况以外，一般情况下，以上表达式都变得特别复杂。他们介绍了几幅典型的图形。

还应着重指出进行这种检验时必须使用点光源，而不能使用狭缝。

§ 9.6.2 扫描朗奇检验法

扫描朗奇检验法实际上属于第十三章讲述的范畴。这种检验法是汤姆森等人 (Thompson et al. 1973) 提出来的。他们把这

种检验仪器命名为交流光栅干涉仪，主要用于检验激光波面。交流光栅干涉检验法基本上是一种动态朗奇检验法，在检验过程中可以使用小型计算机，比较迅速地处理所得数据。

由于光栅在其自身的平面上均速地移动，所以条纹图在垂直于光栅狭缝的方向上并不是固定不动的。因而，代替使用照相法记录固定条纹图的是使用硅二极管列阵或摄像管等光电探测器记录移动的条纹。

硅光电二极管列阵的每个探测单元都产生一个随朗奇光栅移动速度而变的周期性电输出，并且输出频率都相同。探测器产生的信号的相对相位取决于它们在波面上的位置，此外还取决于象差 W 。精密测量这些相位足以再现条纹图，并由此再现波面。

为了得到一个移动的朗奇光栅，汤姆森等人 (Thompson et al 1973) 提出使用一个周长约为 40 厘米的圆筒形光栅。光栅刻线的微小弯曲不会产生严重影响。

§ 9.6.3 边带朗奇检验法

边带朗奇检验法是马拉卡拉和科尼约发明的 (Malacara and Cornejo 1976a)。这种检验法本质上是一种全息检验法。边带朗奇检验法需要

使用一个特殊的光栅（或全息图）。

这种光栅是根据图 9.24 所示的装置制造的。图中两个凹面反射镜将点光源 S 发射的光反射到一张照相底片 P 上的一个共同区域

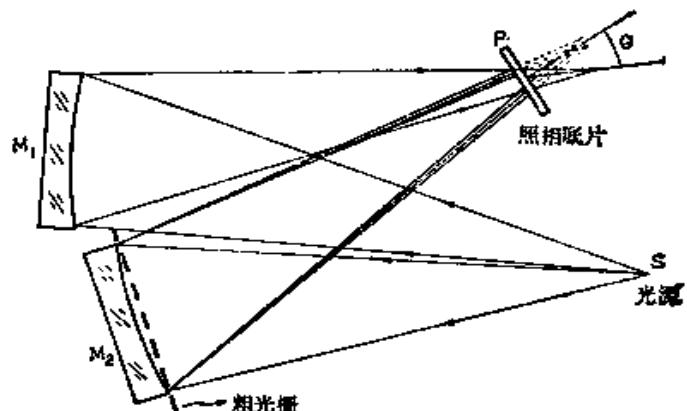


图9.24 制作用于边带朗奇检验的光栅的装置

内。在反射镜 M_1 前方放置一个非常粗的直带状光栅。其目的是为了制造一幅全息图，以便用 M_1 反射的光作为参考光，用来再现前面放置了粗光栅的反射镜 M_2 的象。

全息图经过显影之后，就可以放回到反射镜 M_1 反射的光束中，这时把反射镜 M_2 移开。如果在再现的过程中使用的反射镜 M_1 与制作全息图时使用的反射镜 M_1 完全相同，那末，在反射镜 M_2 原来所在的位置上就能够观察到一组直条纹。如果前后使用的反射镜不相同，那末观察到的就不是直条纹了。这表明波象差是用前后使用的两个反射镜 M_1 的表面之差的二倍表示。

如图 9.25 所示，边带朗奇检验法的主要优点是干涉条带非常清晰，并且轮廓分明，不象用普通朗奇检验法得到的条纹那样。

§ 9.6.4 洛厄检验法

这种检验法是洛厄 (Lower 1937) 发明的。他指出这种方法有些与倒转的朗奇检验法相似。用普通朗奇检验法不能检验焦距比非常小的抛物面镜，显然，检验强光力的施密特照相机的困难会更大。洛厄最初用这种检验方法测定强光力施密特照相机的校准程度。他用的方法是在被检验的光学系统焦点上放置一个狭缝，并在比较远的距离上观察该光学系统的虚象（在无穷远）。可以把这个象看作是限制在该光学系统的孔径上，而且光学系统经很好校正后，形成的象是直线。当观察者的眼睛横向移过孔径时，看到的象仍然是直的。

洛厄检验法既迅速又简便，但是由于许多实际困难，其中包括观察距离有限，使检验精确度都受到很大限制。兰克等人 (Rank et al. 1949) 和约达 (Yoder 1959) 先后分析了限制洛厄检验法的灵敏度和精确度的各种因素。哈姆谢尔 (Hamsher 1946) 发展了这种检验法，应用类似的原理，但检验抛物面反射器所用的是一遮蔽线。

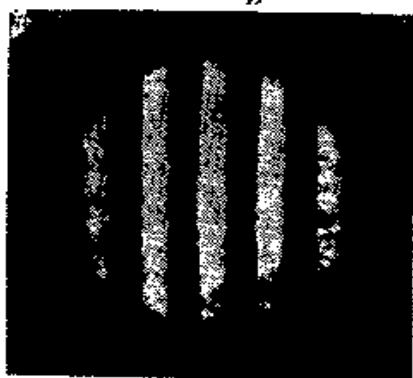


图9.25 用边带朗奇检验法得到的条纹

参考文献

- Adachi, I., "Quantitative Measurement of Aberration by Ronchi Test," *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 15, 461 (1960a).
- Adachi, I., "Quantitative Measurement of Aberration by Ronchi Test," *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 15, 550 (1960b).
- Adachi, I., "The Recent History of the Grating Interferometer and Its Applications," *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 17, 252 (1962a).
- Adachi, I., "Measurement of Transfer Function by the Ronchi Test," *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 17, 523 (1962b).
- Adachi, I., "The Diffraction Theory of the Ronchi Test," *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 18, 344 (1963).
- Anderson, J. A. and R. W. Porter, "Ronchi's Method of Optical Testing," *Astrophys. J.*, 70, 175 (1929).
- Barakat R., "General Diffraction Theory of Optical Aberration Tests, from the Point of View of Spatial Filtering," *J. Opt. Soc. Am.*, 59, 1432 (1969).
- Bocchino, G., "L'Aberrazione Sferica Zonale Esaminata con i Reticoli a Bassa Frequenza," *Ottica*, 5, 286 (1940).
- Bocchino, G., "Un Metodo per la Determinazione Rapida e Precise dell'Aberrazione Sferica Semplice, Mediante la Frante d'Ombra," *Ottica*, 8, 310 (1943).
- Briess, J. D., "Interferometric Testing of Optical Systems and Components: A Review," *Opt. Laser Technol.*, 4, 28 (1972).
- Bruscaglioni, R., "Sulla Forma delle Fringe d'Interferenza Ottenute da Onde Affette da Astigmatismo Puro con Reticoli ad Orientamento Qualunque," *Rend. Accad. Naz. Lincei*, 15, 70 (1932a).
- Bruscaglioni, R., "Sulla Misura dell'Astigmatismo e del Coma Mediante le Frange d'Ombra," *Boll. Assoc. Ottica Ital.*, 6, 46 (1932b).
- Bruscaglioni, R., "Sulla Sensibilità della Rivelazione e Sulla Misura dell'Astigmatismo con Metodi Interferenziali," *Boll. Assoc. Ottica Ital.*, 7, 78 (1933).
- Bruscaglioni, R., "Controllo della Afocalità di una Parte Ottica e Controllo di un Piano Campione con l'Interferometro Ronchi a Reticolo," *Ottica*, 4, 203 (1939).
- Calamai, G., "Su di una Formula per la Misura dell'Astigmatismo Mediante i Reticoli," *Ottica*, 3, 41 (1938).
- Cornejo, A., and D. Malacara, "Ronchi Test of Aspherical Surfaces: Analysis and Accuracy," *Appl. Opt.*, 9, 1897 (1970).
- Crino, B., "Sulla Misura dell'Aberrazione Sferica, Coma e Astigmatismo Mediante le Frange d'Ombra Estrassiale Ottenute con Reticoli Rettilinei," *Boll. Assoc. Ottica Ital.*, 7, 113 (1933).
- Crino, B., "Nuovi Risultati Nello Studio Analitico delle Frange d'Ombra Ottenute per Interferenza di Onde Aberranti," *Ottica*, 4, 114 (1939).
- De Vany, A. S., "Some Aspects of Interferometric Testing and Optical Figuring," *Appl. Opt.*, 4, 831 (1965).
- De Vany, A. S., "Quasi-Renchigrams as Mirror Transitive Images of Interferograms," *Appl. Opt.*, 9, 1944 (1970).
- Di Jorio, M., "Ulteriore Approssimazione dello Studio delle Aberrazioni con l'Interferometro Ronchi a Reticolo," *Ottica*, 4, 31 (1939a).
- Di Jorio, M., "Una Formula Più Precisa delle Frange d'Ombra dell'Interferometro Ronchi a Reticolo," *Ottica*, 4, 83 (1939b).
- Di Jorio, M., "L'Aberrazione Sferica Esaminata con i Reticoli di Alta Frequenza," *Ottica*, 4, 184 (1939c).
- Di Jorio, M., "Estensione del Concetto del Fuoco Uniforme: il Fuoco Uniforme Zonale," *Ottica*, 4, 254 (1939d).
- Di Jorio, M., "Similitudine Degli Interferogrammi dell'Interferometro Ronchi al Variare de x , e Verifica Sperimentale della Costanza del Numero b ," *Ottica*, 7, 243 (1942).
- Di Jorio, M., "Equazione dell'Interferometro Ronchi per le Onde Sferiche Aperte Fino al Quarto Ordine, e Sua Discussione," *Ottica*, 8, 288 (1943).

- Erdős, P., "Ronchi Test of Fifth Order Aberrations," *J. Opt. Soc. Am.*, **49**, 865 (1959).
- Hamsher, D. H., "Screen Line Tests of Paraboloidal Reflectors," *J. Opt. Soc. Am.*, **36**, 291 (1946).
- Jentzsch, F., "Die Rastermethode: Ein Verfahren zur Demonstration und Messung der sphärischen Aberration," *Phys. Z.*, **24**, 66 (1923).
- King, J. H., "Quantitative Optical Test for Telescope Mirrors and Lenses," *J. Opt. Soc. Am.*, **24**, 250 (1934); reprinted in *Amateur Telescope Making*, Vol. 2, A. G. Ingalls, Ed., Scientific American, New York, 1953, p. 104.
- Kirkham, A. R., "The Ronchi Test for Mirrors," in *Amateur Telescope Making*, Vol. I, A. G. Ingalls, Ed., Scientific American, New York, 1953, p. 264.
- Lenouvel, M. L., "Méthode de Détermination et de Mesure des Aberrations des Systèmes Optiques, I and II," *Rev. Opt.*, **3**, 211 (1924a).
- Lenouvel, M. L., "Méthode de Détermination et de Mesure des Aberrations des Systèmes Optiques, III," *Rev. Opt.*, **3**, 315 (1924b).
- Lenouvel, M. L., "Etude des Objectifs de Reproduction," *Rev. Opt.*, **4**, 294 (1925a).
- Lenouvel, M. L., "Essai d'Objectifs par le Coin d'Air," *Rev. Opt.*, **4**, 299 (1925b).
- Lower, H. A., "Notes on the Construction of an F/1 Schmidt Camera," in *Amateur Telescope Making*, Vol. 2, A. G. Ingalls, Ed., Scientific American, New York, 1954, p. 410; formerly published by Mump and Co., 1937.
- Lumley, E., "A Method of Making a Ronchi Test on an Aspheric Mirror," *Amateur Astronomer*, Sydney, 1959; reprinted in *Att. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, **15**, 457 (1960).
- Lumley, E., "Figuring a Paraboloid with the Ronchi Test," *Sky Teles.*, **22**, 298 (1961).
- Malacara, D., *Testing of Optical Surfaces*, Ph. D. Thesis, University of Rochester, New York University Microfilms, Ann Arbor, Mich., Order No. 65-12,013, 1965a.
- Malacara, D., "Geometrical Ronchi Test of Aspherical Mirrors," *Appl. Opt.*, **4**, 1371 (1965b).
- Malacara, D., "Ronchi Test and Transversal Spherical Aberration," *Bol. Obs. Tonantzintla Tacubaya*, **4**, 73 (1965c).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "Modified Ronchi Test to Measure the Axial Chromatic Aberration in Lenses," *Appl. Opt.*, **10**, 679 (1971).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "Relating the Ronchi and Lateral Shearing Interferometer Tests," *Opt. Spectra*, **8**, 54 (1974a).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "The Talbot Effect in the Ronchi Test," *Bol. Inst. Tonantzintla*, **1**, 193 (1974b).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "Null Ronchi Test for Aspherical Surfaces," *Appl. Opt.*, **13**, 1778 (1974c).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "Shape Measurement of Optical Surfaces with Rotational Symmetry Using Ronchigrams," *Bol. Inst. Tonantzintla*, **1**, 277 (1975).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "Side Band Ronchi Test," *Appl. Opt.*, **15**, 2220 (1976a).
- Malacara, D. and A. Cornejo, "Third Order Computation of Null Ronchi Rulings," *Bol. Inst. Tonantzintla*, **2**, 91 (1976b).
- Martin, L. C., *Technical Optics*, Vol. 2, Pitman, London, 1960, Chap. VII.
- Mobsby, E., "Testing Parabolic Mirrors with Inverse Parabolic Grating," *Astronomy: J. Wessex Astron. Soc.*, **1**, 13 (1973).
- Mobsby, E., "A Ronchi Null Test for Paraboloids," *Sky Teles.*, **48**, 325 (1974).
- Moraes, C., "Riassunto delle Applicazioni dei Reticoli allo Studio delle Aberrazioni dei Sistemi Ottici," *Att. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, **13**, 546 (1958).
- Murty, M. V. R. K., "Interferometry Applied to Testing of Optics," *Bull. Opt. Soc. India*, **1**, 29 (1967).
- Murty, M. V. R. K., "A Simple Method of Introducing Tilt in the Ronchi and Cube Type of Shearing Interferometers," *Bull. Opt. Soc. India*, **5**, 1 (1971).
- Murty, M. V. R. K. and A. Cornejo, "Sharpening the Fringes in the Ronchi Test," *Appl. Opt.*, **12**, 2230 (1973).
- Murty, M. V. R. K. and A. H. Shoemaker, "Theory of Concentric Circular Grid," *Appl. Opt.*, **5**, 323 (1966).
- Facella, G. B., "Sulla Ricerca della Forma delle Onde Luminose dall'Esame delle Frange d'Ombra," *Rend. Accad. Naz. Lincei*, **5**, 752 (1927).
- Pallotino, P., "Sulla Dissimmetria delle Frange dell'Interferometro Ronchi a Reticolo,"

- Ottica*, 6, 26 (1941).
- Pastor, J., "Hologram Interferometry and Optical Technology," *Appl. Opt.*, 8, 525 (1969).
- Phillips, F. W., "Aspherizing and Other Problems in Making Maksutov Telescopes," *Sky Telesc.*, 25, 110 (1963).
- Popov, G. M., "Methods of Calculation and Testing of Ritchey-Chrétien Systems," *Izv. Krym. Astrofiz. Obs.*, 45, 188 (1972).
- Porter, R. W., "Notes on the Ronchi Band Patterns," in *Amateur Telescope Making*, Vol. I, A. G. Ingalls, Ed., Scientific American, New York, 1953, p. 268.
- Rank, D. H., P. R. Yoder, Jr., and J. Vrabel, "Sensitivity of a Rapid Test for High Speed Parabolic Mirrors," *J. Opt. Soc. Am.*, 39, 36 (1949).
- Rayces, J. L., "Exact Relation between Wave Aberration and Ray Aberration," *Opt. Acta*, 11, 83 (1964).
- Ricci, E., "Nuovi Criteri per la Misura dell'Aberrazione Sferica di un Sistema Ottico col Metodo delle Frange d'Ombra," *Ottica*, 4, 104 (1939).
- Ronchi, V., "Le Frange di Combinazione Nello Studio delle Superficie e dei Sistemi Ottici," *Riv. Ottica Mecc. Precis.*, 2, 9 (1923a).
- Ronchi, V., "Due Nuovi Metodi per lo Studio delle Superficie e dei Sistemi Ottici," *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa*, 15 (1923b).
- Ronchi, V., "Sopra le Caratteristiche dei Cannocchiali di Galileo e la Loro Autenticità," *Rend. Accad. Naz. Lincei*, 32, 162 (1923c).
- Ronchi, V., "Sopra i Cannocchiali di Galileo e Sopra una Lente di Evangelista Torricelli," *L'Universo*, 4, 10 (1923d).
- Ronchi, V., "Sullo Studio dei Sistemi Ottici col Biprisma e Gli Specchi del Fresnel," *Rend. Accad. Naz. Lincei*, 33, 314 (1924a).
- Ronchi, V., "Ancora sull'Impiego dei Reticoli Nello Studio dei Sistemi Ottici," *Nuovo Cimento*, 1, 209 (1924b).
- Ronchi, V., *La Prova dei Sistemi Ottici*, Zanichelli, Bologna, 1925.
- Ronchi, V., "Sur la Nature Interférentielle des Franges d'Ombre dans l'Essai des Systèmes Optiques," *Rev. Opt.*, 5, 441 (1926a).
- Ronchi, V., "Über die Schattenstreifen-zum Studium der Lichtwellen," *Z. Instrumentenkde.*, 46, 553 (1926b).
- Ronchi, V., "Sul Comportamento e l'Impiego delle Frange d'Ombra Nella Prova dei Sistemi Ottici," *Nuovo Cimento*, 4, 297 (1927); *Rev. Opt.*, 7, 49 (1928).
- Ronchi, V., "Le Frange d'Ombra Nello Studio delle Aberrazioni Sferiche Piccolissime," *Rend. Accad. Naz. Lincei*, 11, 992 (1930).
- Ronchi, V., "Sulla Sensibilità delle Frange d'Ombra all'Aberrazione Sferica Semplice," *Ottica*, 5, 275 (1940).
- Ronchi, V., *CORSO DI OTTICA TECNICA*, 2nd ed., Associazione Ottica Italiana, Firenze, 1954.
- Ronchi, V., "An Elementary Introduction to the Use of the Grating Interferometer," *Att. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 13, 368 (1938).
- Ronchi, V., "Forty Years of Gratings," *Att. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 17, 93, 240 (1962).
- Ronchi, V., "Forty Years of History of a Grating Interferometer," *Appl. Opt.*, 3, 437 (1964).
- Ronchi, V., "On the Phase Grating Interferometer," *Appl. Opt.*, 4, 1041 (1965).
- Salzmann, H., "A Simple Interferometer Based on the Ronchi Test," *Appl. Opt.*, 9, 1943 (1970).
- Scandone, F., "Sulla Forma delle Frange d'Ombra Dovute ad Onde Luminose Affette da Aberrazione Zonale," *Nuovo Cimento*, 7, 289 (1930).
- Scandone, F., "Sulla Forma delle Frange d'Ombra Dovute ad Onde Luminose Affette da Aberrazione Estrassiale," *Nuovo Cimento*, 8, 157 (1931a).
- Scandone, F., "Sulla Forma delle Frange d'Ombra Estrassiale Ottenute con un Reticolo a Tratti Inclinati sul Piano de Simmetria del Sistema Ottico," *Nuovo Cimento*, 8, 310 (1931b).
- Scandone, F., "Sulla Forma delle Frange d'Ombra Ottenute con Reticoli Circolari a Frequenza Costante," *Nuovo Cimento*, 8, 378 (1931c).
- Scandone, F., "Sulla Forma delle Frange d'Ombra Ottenute con Reticolo Circolare a Frequenza Costante non Centrato sull'asse Ottico," *Boll. Assoc. Ottica Ital.*, 6, 35 (1932).
- Scandone, F., "Sulle Frange d'Ombre Estrassiali Ottenute con Reticoli in Presenza di Aberrazione Sferica sull'asse," *Boll. Assoc. Ottica Ital.*, 7, 100 (1933).

- Schulz, G., "Über die Prüfung optischer Systeme mit Rastern," *Annal. Phys.*, 35, 139 (1928).
- Schulz, L. G., "Preparation of Aspherical Refracting Optical Surfaces by an Evaporation Technique," *J. Opt. Soc. Am.*, 38, 432 (1948).
- Sherwood, A. A., "A Quantitative Analysis of the Ronchi Test in Terms of Ray Optics," *J. Br. Astron. Assoc.*, 68, 180 (1958).
- Sherwood, A. A., "Ronchi Test Charts for Parabolic Mirrors," *J. Proc. R. Soc. New South Wales*, 43, 19 (1959); reprinted in *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 15, 340 (1960).
- Strong, J., *Procedures in Experimental Physics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1938, Chap. II.
- Thompson, B. J. et al., "Studies in Optics," *Technical Report U. S. AFAL-TR-73-112*, 1973.
- Toraldo di Francia, G., "Sulla Frange d'Interferenza delle Onde Aberranti," *Ottica*, 6, 151 (1941a).
- Toraldo di Francia, G., "Saggio di Una Teoria Generale dei Reticoli," *Ottica*, 6, 258 (1941b).
- Toraldo di Francia, G., "Limiti di Validità dell'Ipotesi della Rotazione Rigida per il Reticolo Rettilineo," *Ottica*, 7, 282 (1942a).
- Toraldo di Francia, G., "La Prova dell'Aberrazione Cromatica con l'Interferometro a Reticolo," *Ottica*, 7, 302 (1942b).
- Toraldo di Francia, G., "Ancora su le Aberrazioni delle Onde Diffatte dal Reticolo Rettilineo," *Ottica*, 8, 1 (1943a).
- Toraldo di Francia, G., "La Formula Esatta per le Frange dell'Interferometro Ronchi," *Ottica*, 8, 225 (1943b).
- Toraldo di Francia, G., "Introduzione alla Teoria Geometrica e Interferenziale delle Onde Aberranti," *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 1, 122 (1946); 2, 25 (1947).
- Toraldo di Francia, G., "Geometrical and Interferential Aspects of the Ronchi Test," in *Optical Image Evaluation*, Nat. Bur. Stand. (U. S.) Circ. No. 526, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1954, Chap. 11, p. 161.
- Villani, F., "Sulla Misurazione dell'Astigmatismo e del Coma Mediante le Frange d'Ombra," *Nuovo Cimento*, 7, 248 (1930).
- Villani, F. and R. Brusaglioni, "Sulla Forma delle Frange d'Ombra Ottenute da Onde Alfette da Astigmatismo e Coma," *Nuovo Cimento*, 9, 1 (1932).
- Vogl, G., "A Phase Grating Interferometer," *Appl. Opt.*, 3, 1089 (1964).
- Waland, R. L., "Note on Figuring Schmidt Correcting Lenses," *J. Sci. Instrum.*, 15, 339 (1938).
- Wehn, R., "Die Methode der Ronchi-Gitter in der Praxis," *Atti. Fond. Giorgio Ronchi Contrib. Ist. Naz. Ottica*, 17, 39 (1962).
- Yoder, P. R., Jr., "Further Analysis of the 'Lower' Test for High-Speed Parabolic Mirrors," *J. Opt. Soc. Am.*, 49, 439 (1959).

第十章 哈特曼检验法及其它光阑检验法

I. 果兹尔

§ 10.1 引言

在进行光学检验时，人们都希望能够迅速而又精确地获得有关整个波面的定量结果。但是用定量检验法往往既费工又费时。因此，通常不是选用快速定性或半定量法就是选用不太快速的波面取样定量检验法。

光学工作者在加工透镜时通常选用第一类方法，如作为日常检验用的傅科刀口法。傅科刀口法虽然使用方便，但是仍然存在一些缺点，本书第八章对此有详细论述。傅科刀口法的主要缺点是对取样波面与所要求的波面之间的微小斜率偏差不灵敏，对大小或方向稍有变化的斜率偏差也不灵敏。也就是说，当波面偏差的一阶导数和二阶导数都很小时，刀口检验法是不灵敏的。这个缺点在检验一个大的表面或一个小孔径光学系统时并不严重，但是在检验大孔径光学系统，例如直径达二米或二米以上的光学系统时，一个连续的微小的斜率变化可能最后在孔径边缘处造成一个很大的总偏差。例如检验一个直径为4米(158英寸)， $f/2.7$ 的凹面镜，当刀口靠近反射镜近轴曲率中心时，只能勉强发现表面上 2λ ($\lambda = 500$ 毫微米)的象散或波面上 4λ 的象散。因此，我们不能够仅仅依赖傅科刀口法，偶尔还需要用比较费事的波面定量检验法。

本书第八章还介绍了光学仪器制造者们经常使用的一种能够迅速得到定量结果的细丝法。但是用这种方法测量时一次只能测出一个直径方向上的表面偏差的径向分量。通过在若干个直径方

向上进行多次仔细观测，才能求出被检表面的大致形状。但是，在被检表面中通常有开孔或被遮挡的情况下，那么几次检验之间的相互关系就会在一定程度上变得无法确定。由于被检表面中心被遮挡，就有必要对其靠近顶点处的表面作某种假设，以便使各种不同的面形可以彼此转换，给出该表面的统一表示式。

能够获得波面的最精确信息的定量检验方法是干涉计量法。因为从原理上讲可以按 λ/n 的尺度对波面抽样，其中 λ 是检验时所用的波长， n 是检验光束通过被检系统的次数。图 10.1 和 10.2 是这种方法的两个实例。图 10.1 所示为在焦点处检验一块凹抛物面镜，使用了一块预先检验过的、波面特征已知的辅助平面镜。这时，在焦点处放置一台干涉仪就能够记录下参考波面和被检波面之间的干涉图。由于被检光束从抛物面镜上反射两次，最后的波面能以用 $\lambda/2$ 的尺度取样。因为波面偏差是表

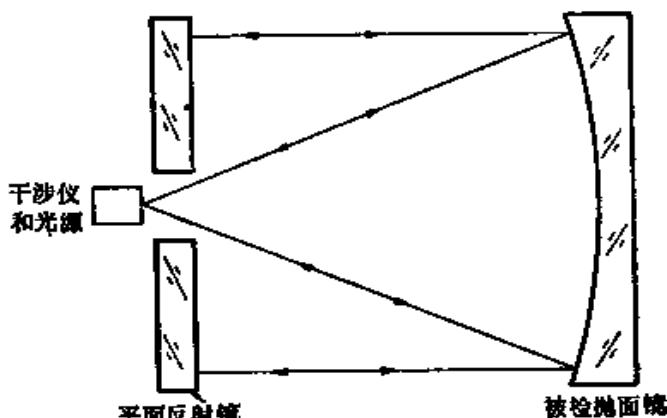


图10.1 用标准平面镜检验抛物面镜的自准光路

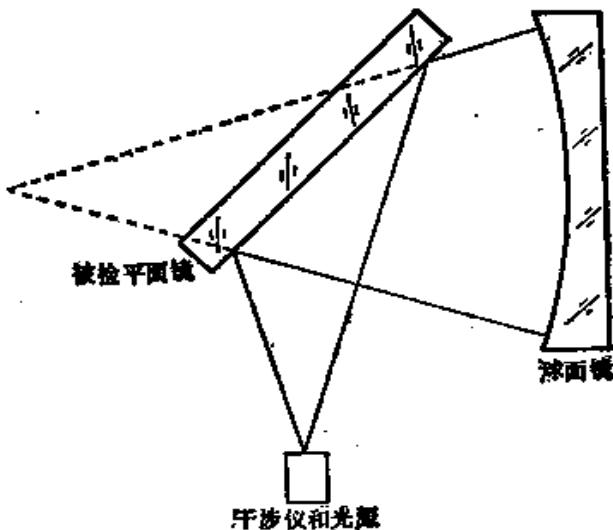


图10.2 用标准球面镜检验平面镜的里奇-康芒光路

面偏差的二倍，所以这就相当于表面取样尺度为 $\lambda/4$ 。图 10.2 表示借助一块已知表面特征的凹球面镜来检验一块平面镜的例子。由于被检光束从被检表面上反射两次，所以波面上每隔 $\lambda/2$ ，被检表面上每隔 $\lambda/4$ ，在干涉图上就对应有一条条纹。

上述方法的精度与干涉法一样，但其应用常常受到灵敏度的限制。例如，当被检系统与检验台之间的介质受扰动或迅速变化时，就无法进行检验。另外当被检系统相对检验台有震动时无法检验。虽然通过多次记录可以求得波面的信息，但是用这种补救办法既繁琐又困难。

假如在一个特别的真空室里检验光学系统，就可以避免空气扰动；假如用一个隔震装置就能够把震动减弱到允许的程度。但是这种解决办法对检验大型或长焦距光学系统来说，从经济上是不现实的。在这种情况下，人们不得不采用一种从理论上讲精度较低的检验方法，这就是用一个钻有若干小孔的光阑对波面取样的方法。

本章主要介绍这种用光阑对波面或反射镜表面取样的方法及其应用，以及各种光阑检验之间的优缺点比较。虽然这里介绍的方法适用于大多数透镜系统，但本章主要篇幅是介绍有关大口径凹面镜的检验，这是这类方法用得最多的地方。

§ 10.2 原 理

所有光阑检验法都包含有这样一个基本概念，就是可以按预定的方式在波面通过的若干位置处对波面取样，当取样点之间彼此保持一定关系时，就能够再现波面。这类方法都是建立在纯几何光学原理基础上的。其前提是：当波面上的某一部分相对该处的理想波面倾斜时，就会使光线聚焦在别的某一位置处，而不是在预定的焦点处，或者是使光线与某一平面在别的某一位置处相交，而不是在从理想波面发出的光线与该平面的相交处相交。反过来，通过确定区域光线上某平面的交点位置以及该交点位置与理想波面所对应的交点位置间的差值，就能够求出波面上某一部分的倾

斜误差。

如果通过若干垂直波面的光线（即光束）对波面取样，那么在某一记录平面上就能够得到光线的偏差。光线偏差乃是相对于理想被检波面在该平面上应该记录到的光线位置而言的。理想波面不一定非是完善的球面不可，原则上可以是任何形状的。我们感兴趣的仅仅是相对于理想波面的偏差，而不是其形状。

在迈克耳逊干涉检验和其它有关检验中，光束偏差是通过从两个不同区域发出的光线相互干涉而显示出来的。而在光阑检验法中则是在照象底片上记录下波面上各个不同部分的光线，这时光束与光束之间很少干涉或根本不干涉。根据光束偏差可以求出取样点处的表面倾斜误差；根据测量到的以参考平面内的两个坐标表示的（见图 10.3）光束偏差可确定各个取样点处的波面倾斜。

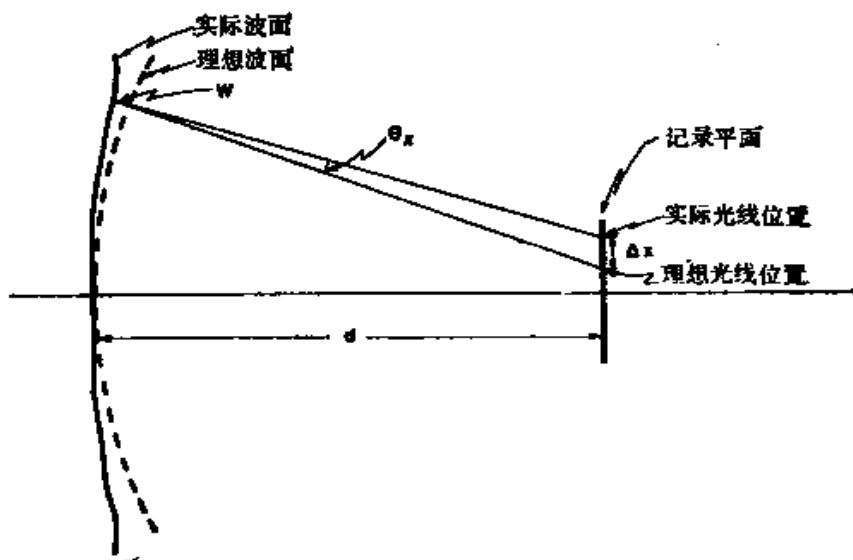


图10.3 哈特曼检验中的光线和波面示意图

图 10.3 表示如何确定各取样点处的波面倾斜。其中 Δx 是光束偏差的一个分量值； d 是反射镜到记录平面间的距离； θ_x 是取样点处的波面倾斜角； h 是高于或低于理想表面的总高度，它与波面偏差 W 之间有近似 $W = 2h$ 的关系。

虽然对大多数实际用途来说，下面的近似公式是足够精确的

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\Delta x}{d} \quad (10.1)$$

但是根据瑞瑟斯 (Rayces 1964) 给出的精确公式也能求得波象差 W 与检测平面上光线偏差的 x 分量 Δx 之间的关系。将式 (10.1) 积分，得出

$$W = \frac{1}{d} \int_0^x \Delta x dx, \quad (10.2)$$

如果表面偏差 h 用波长表示，即令 $H = h/x$ ，则

$$H = \frac{1}{2d\lambda} \int_0^x \Delta x dx \quad (10.3)$$

由于函数 Δx 仅仅是在分离的各点上，也就是光阑上的许多小孔处取样，所以通常用梯形法则积分，于是有

$$H_n = \frac{1}{2d\lambda} \sum_{n=2}^N \left(\frac{\Delta x_{n-1} + \Delta x_n}{2} \right) \delta x_{n-1} \quad (10.4)$$

同理

$$H_m = \frac{1}{2d\lambda} \sum_{m=2}^M \left(\frac{\Delta y_{m-1} + \Delta y_m}{2} \right) \delta y_{m-1} \quad (10.5)$$

式中 δx_{n-1} 是在 x 方向上第 $(n-1)$ 点和第 n 点之间的距离。
 δy_{m-1} 是在 y 方向上第 $(m-1)$ 和第 m 点之间的距离。用这种方法可算出处在同一截面位置上的各个光阑所对应的偏差值 H_n 。

在 δx_n 和 δy_m 为常数的情况下，有时采用从式 (10.4) 和 (10.5) 推导出来的 H_n 是另外两种表达式 (Vitrichenko et al. 1975)，即

$$H_n = \frac{1}{d\lambda} \left(\frac{1}{2} \Delta x_1 + \sum_{n=2}^{N-1} \Delta x_n + \frac{1}{2} \Delta x_N \right) \delta x \quad (10.6)$$

和 $H_m = \frac{1}{d\lambda} \left(\frac{1}{2} \Delta y_1 + \sum_{m=2}^{M-1} \Delta y_m + \frac{1}{2} \Delta y_M \right) \delta y \quad (10.7)$

根据上面这两个公式可求出从某一个参考点 $N = 1$ 到任意第 N 点

处的表面偏差。

有时也可用其它积分法得到可靠的结果。在大多数情况下，利用梯形法则就能满足要求。还有一种值得注意的方法是用一个多项式拟合来表示反射镜上出现的斜率偏差的变化情况。此拟合要符合某个决定拟合和取样点一致性程度的标准。因此，与其对各个倾斜面积分求得表面偏差，不如对一个多项式积分 (Cornejo and Malacara 1976)。这时可以采用本书第九章 § 9.3.1 中介绍的朗奇检验法中所采用的步骤。于是波面可以用泽耐克多项式来表示（见附录 2）。从理论上讲这是一种理想的方法，因为用数字积分把误差消除了。但困难在于要得到一个满意的多项式拟合。大家知道，在平滑掉有关的明显特征或在没有振荡时引入振荡的过程中这种拟合会引入误差。第一种影响通常是由于低阶多项式拟合造成的；第二种影响则是由于高阶多项式拟合造成的。无疑将降低检验方法的可靠性，尤其在靠近反射镜的边缘部分处。

最好选用简单的梯形法或者与之等效的方法，而不选用那种可能掩盖掉被检表面的不应忽视的重要特征的方法。如果要采用拟合法，最好采用二维三次仿样函数 (Ahlb erg et al. 1967)。这种拟合是一种点-点内插法，它利用各相邻点上的斜率变化，求出各考察点之间的最佳内插值。这种拟合法不必更改在各取样点上测得的斜率偏差值，但是估计在各取样点之间能给出比用梯形法则得到的更好的近似结果。在使用梯形法则时假定这些点之间是平面。

可以看出，光阑检验法的主要难点之一是在求表面偏差的数据处理过程中引入了误差。如果所用的检验方法能提供几种通过几个互不相干的手段得到给定结果的途径，则误差可以减少。这是因为在有误差的情况下，解决可靠性问题的最好办法是通过多次重复检测，求出多次检测的平均值。这用“学生”的 t 分布表示最好，当独立观测少于 30 次时可以采用这种分布。用 t 检测时会发现，随着独立观察数的增加，一组观测的平均值与真正的平

均值之间的可能范围（即置信区间）变小了。因此，能允许在一个取样点上用几种彼此独立的方法求表面偏差的光阑图案，比用没有这种特性的光阑图案所求得的更接近真值的值。

光阑检验法特有的主要假设条件是波面在各取样点之间的变化是渐变的而不是突变的。这是一种比较保险的假设条件，因为波面变换可以用其它检验手段，例如用傅科刀口法很容易地检测出来，并且原则上能考虑或估计到是否存在这种情况。因此，当反射镜表面变得比较平坦时，光阑检验法所得的结果更能反映实际表面的性质。之所以需要作这种假定是因为每个取样点都要参与求镜面上某一区域内的平均倾斜。要采用平均倾斜的方法就必须假设表面是平滑的。如上所述，这一假定条件在如果采用多项式拟合的情况下也是必需的。

另一个假定条件是反射镜和记录平面之间的气流在大小和方向上都是随机变化的。实际这也就是要求由于气流而引起的幌动的反射光束应非常频繁地通过无气流时记录的真实位置。这条规则考虑到了气流的方向虽然是随机变化的，而振幅不是随机变化的情况。在这种情况下，在记录平面处的照相底片会造成光斑密度分布的不对称。这种分布不同于气流变化符合理想随机规律条件下得到的二维高斯分布。然而，如果测出斑点的最大密度位置，则根据这种分布仍能求得光斑的精确位置。应当注意的主要是一种上升或下降的薄层形式的气流，通常在被检反射镜的边缘或中心孔附近会出现。这种薄层气流将均匀地使光线在许多小孔处发生偏移，并且使检验结果造成有规律的偏差。这种情况偶尔很突出，并且产生惊人的粗大误差。但是更经常的是，如果出现这种情况也只是小规模的，并且也难以发现。出现明显偏差常常是由于一时疏忽大意，例如忘了关闭窗户或空调器。小量的气流影响则是由于在正常的生产和检验条件下，人们不可能考虑到所有可能引起气流的原因。

§ 10.3 光阑的类型

多年来，已有各种具有不同形式的小孔图案的取样光阑用于反射镜表面的检验。本节将讨论文献中提到的各种类型的光阑及其优缺点。为使用方便起见，最好是在光阑上再增加几个小孔，但这些小孔不要落在原有的小孔图案上。这些额外加的小孔是为了帮助确定光阑的方位，以及当测量照好的底片上的斑点时确定底片的方位。

§ 10.3.1 哈特曼径向光阑

迄今为止，应用最普遍的光阑是图 10.6 所示的小孔成径向分布的光阑。这种光阑是哈特曼采用的 (Hartmann, 1900, 1904)，后来其它许多光学检验人员也采用了与基本概念区别不大的这类光阑。本章最后附有关于径向光阑检验法的文献索引。

径向光阑检验法的基本概念是使用一个有许多小孔的不透明挡板对一个中心有圆孔的凹面镜表面上的各点取样。不透明挡板上的小孔均匀分布在沿反射镜圆形孔径的各个直径方向上，如图 10.4 所示。选用这种形式的小孔分布有许多优点：首先圆形分布便于采用极坐标系进行分析计算；其次，小孔成网状分布的光阑能够检测出任何尺寸的反射镜表面上的常见的缺陷——带区误差和中心“凸起”或者中心“凹陷”，其大小为几分之一微米的量级。这些缺陷是由于采用传统的研磨和抛光技术而产生的。因此，总的来说，采用径向光阑的最主要的优点是能够使检测到的主要表面缺陷便于分析计算。

事实上，径向光阑检验法有许多缺点。其中主要的一个缺点是，如果我们把光阑上的每个小孔都看作是小孔所在的平均半径

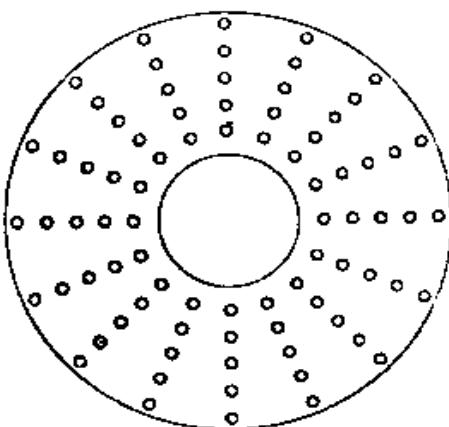


图 10.4 传统的哈特曼径向光阑

处的环状区域上的取样，那么离反射镜中心远的小孔，其取样面积必然比靠近反射镜中心的小孔的取样面积大得多。这样做就意味着很难了解到大部分聚光表面的情况，因此用其它方法检测不出的那种非对称缺陷，用这种方法似乎也检测不出。另一个主要的缺点是由于某些缺陷是旋转对称的，所以如果光阑上的小孔间距不是足够小的话，就不能检测出来。此外在求出表面检验结果的数据处理过程中常常假设测出的斜率偏差是旋对称系统的一部分。利用小孔间距适中的径向光阑在多个直径上取样能够在一定程度上弥补上述缺点，自然在其中部分直径上在靠近反射镜的中心附近应设有小孔，以免这部分的小孔过于密集。关于对称性的假设也可以放弃。然而，如果把这些改进措施用于传统的检验方法中就会使数据处理变得不那么简单了。

哈特曼法的另一个问题是沿着圆路经积分时，积分误差会逐渐增大。关于这个问题将在下面介绍有关应用的一节中讲述。这种误差累积现象可以采用与矩形列阵光阑相类似的方法予以消除 (Ghozeil and Simmons 1974)，但仅适用于闭路积分的情况。

径向光阑的应用 径向光阑能够在准直光路中，或者在点光源放在镜面的近轴曲率中心处或靠近近轴曲率中心处的光路中检验凹面镜。前者适用于检验例如望远镜系统，这时光阑或是要紧靠镜面，或是远离镜面放置。这样能使反射光束在会聚之前不致再投射到光阑上。在使用点光源检验反射镜时光阑位置也受到上述限制，并应尽量靠近反射镜。

在径向光阑检验法中，通常在两张底片上拍下由镜面反射的光线，这些光线通过光阑孔照到镜面上。一张底片可以放在光线的理论会聚点的内侧，另一张底片则放在外侧，或者两张底片都放在同一侧。这样放两张底片能够补偿底片的倾斜以及光阑上小孔的间距误差。反射镜到记录平面的距离不必精确知道，除非要用最小二乘法重新确定焦点时。因为这时底片间距是一个重要计算数据，如 § 10.3.3 所述。

在把两张底片分别放在焦点内和焦点外的传统测试方法中，

平均加权焦点位置 F_0 可由下式求出

$$F_0 = \frac{\sum R_i F_i}{\sum R_i} \quad (10.8)$$

式中 F_i 是由位于直径两端的某一对光阑孔发出的光线求出的任一侧的顶焦距， R_i 是那一对光点所在区域的径向距离。这些 R_i 值起着权重系数的作用。为了表示镜头所成象点的大小，哈特曼 T 准则表示如下

$$T = \frac{200000}{F_0^2} \left(\frac{\sum R_i^2 |F_i - F_0|}{\sum R_i} \right) \quad (10.9)$$

上式给出的象点大小是以弧秒为单位的。

把从径向光阑的一个直径方向上求得的平均顶焦距与另一个与之相垂直的直径方向上求得的平均顶焦距相比较，就能够估算出被检反射镜的象散。

如果光阑是事先准确测定过的，则一次只需要照一张照片。例如在检验利克天文台的三米（120 英寸）主镜时就采用这种方法 (Mayall and Vasilevskis 1960)。如果需要测量照片照片上的许多点，那么这一改进将节省许多时间。

按照 § 10.2 所述的一般方法可以从测出的光点位置求出表面偏差。在传统检验中得到的只是被检表面的径向积分轮廓。最近，用径向和切向积分法得到了比只给出径向轮廓更可靠的结果 (Mayall and Vasilevskis 1960, Schulte 1968, Vitichenko et al. 1975)。这两种积分模式应当只相差一个常数，并且应该是一致的。实际上，由于切向积分造成的闭合误差的逐渐增大并不能简单地以一个单纯的位移达到一致。假如在确定表面偏差时能找到进行反复试验的途径，那么这种检验方法将有所改进。

§ 10.3.2 螺旋式光阑

在研究如何克服径向光阑的缺点的过程中，使用了一种小孔位置呈螺旋状分布的光阑，并用这种光阑检验了利克天文台的直径三米（120 英寸）的主镜 (Mayall and Vasilevskis 1960)。图 10.5 是这种光阑的部分示意图。这种光阑与传统径向光阑基本

类似。其差别在于在这种光阑上，在各个半径方向上的光孔都相对相邻半径上的光孔在半径方向上错开一定的距离，因而形成一个如图10.6所示的螺旋状图案。

选用这种形式的光阑能够减少用传统的光孔分布相同的光阑检测不到的环带状误差，因而克服了传统光阑法的一个缺点。但是，螺旋状光阑仍有取样面积不相等的缺点，而且镜面上取样最少的部分恰恰是仪器实际使用中主要参加成象的部分。

螺旋状光阑的应用 螺旋状光阑扩大了径向和切向积分的应用范围。这就需要考虑到实际上镜面变形不仅引起径向倾斜，而且引起在两个分量上的倾斜(Kingslake 1927~1928)。这两个分量是因为存在相对于理想镜面的非对称表面偏差而引起的。在阐述用取样孔检测斜率时遇到了这些取样孔相对于光阑上相邻半径方向的光孔存在径向位移的问题。关于数据处理的方法在这种光阑刚刚开始应用时就已经有文章作了全面的报道(Mayall and Vasilevskis 1960)。

§ 10.3.3 矩形矩阵检验法

为了克服哈特曼径向光阑检验法的缺点，表面取样应做到使

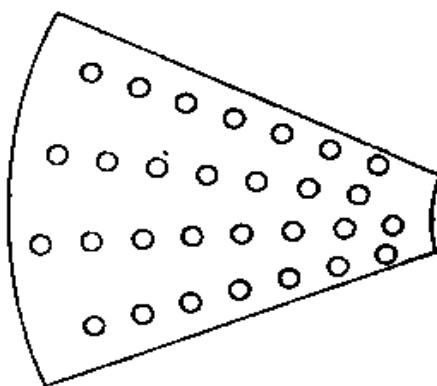


图10.5 螺旋状光阑的一部分
由图可以看出光孔在直径方向上的错位
情况

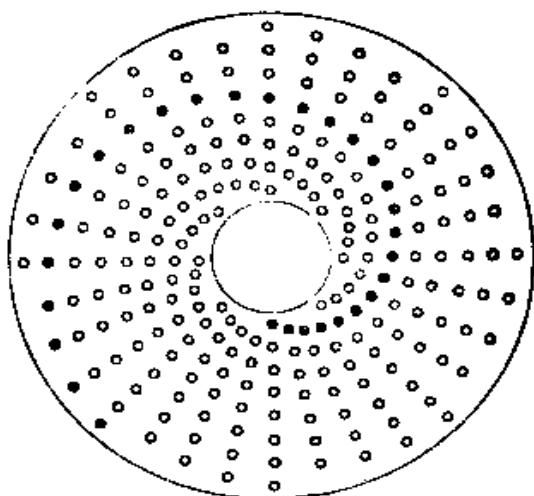


图10.6 一个完整的螺旋式光阑，从图中可以看出光孔的螺旋形分布情况

取样点通过通常出现环带误差的区域，并且做到等面积取样。为此采用所谓矩形列阵式的取样方式。这种列阵是由许多等距离分布的点组成的，这些点位于与笛卡儿坐标系两垂直轴相平行的许多直线的交点处，如图 10.7 所示。

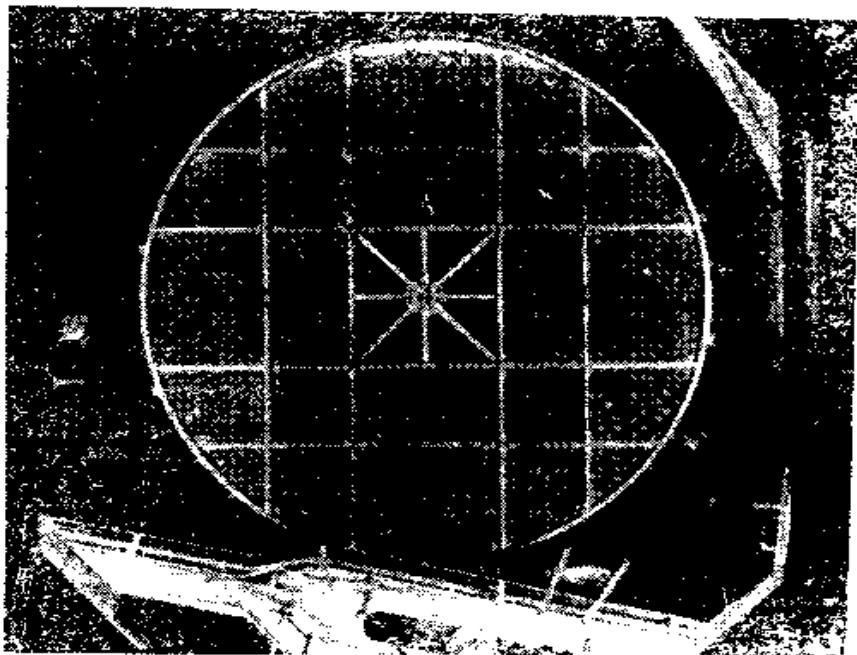


图10.7 一个用于检验美国基特峰天文台的 $f/2.7$, 直径 400 厘米
双曲面反射镜的矩形列阵式光阑

该矩形列阵式光阑有440个光孔，孔的直径为2.54厘米，孔距为15.24厘米

在把这种矩形列阵图案用于用计算机分析被设计系统求点列图之后，曾有人建议把这种光阑放在制造好的镜头前面求实际光学系统的点列图 (Stavroudis and Sutton 1965)。虽然采纳这个建议后人们能够研究光学系统的成象特性，而不是波面特性，但是出现了与普遍采用的径向光阑检验法之间的差别。随着广泛应用电子计算机分析大量复杂数据，以及能够用光密度计快速而又精确地测量照相底片上的图形坐标，现在已经能够比过去成功地检验大型光学表面。

R. V. 夏克 (R. V. Shack) 在私人通信中就曾经提出过采用矩形列阵光阑的建议，并且已经用于许多大型望远镜主镜的检

验，其中包括美国基特峰国家天文台的第一台 4 米（158 英寸）直径的天文望远镜（Simmons and Ghozeil 1971, Ghozeil and Simmons 1974），在格鲁伯·帕森斯检验的直径 3.8 米（149 英寸）的英澳天文望远镜（Gascoigne, 私人通信, 1972），美国基特峰国家天文台为塞罗·托洛洛美洲国家天文台制造的第二台 4 米（158 英寸）天文望远镜（Ghozeil 1974），美国亚利桑那大学光学中心为伊拉克·杜庞特天文台制造的 2.6 米（101 英寸）天文望远镜（Ruda 私人通信, 1975），以及目前加拿大米尼昂天体物理天文台正在为加拿大-法国-夏威夷天文台制造的 3.6 米（144 英寸）天文望远镜（Dancey, 私人通信, 1975）。

矩形列阵不仅可以对表面均匀取样，而且在一定程度上没有圆对称的问题。因此毋需对检测误差的分布和对称性作任何假设，并且消除了产生人为的圆误差的可能性。此外，用这种方法能够得到一个比用径向光阑或螺旋状光阑高得多的取样频率。用这种方法检验可以避免随机气流的影响，而且插入或不插入辅助光学系统，例如补偿透镜（第十四章中讨论的）都能进行检验。最好采用除空气之外不加入任何辅助系统的方式，这样可以避免由于加入辅助系统而带来的调整误差和表面误差的影响。

如果把光阑做成一个坚实的固定装置，那么这种光阑还有另一个优点，就是可以精确地控制孔的间距，并且能够充分掌握光阑的特性参数。这样光阑参数就成为一个已知的固定的基本参数，于是就只需要用一张照相底片拍摄下从反射镜反射的光线。这种方法不仅省时省力，而且由于提高了原始数据的可靠性，因而通过数据处理能得到更可靠的面形分析结果。

上述方法与其它光阑检验法一样，都不能够检测出光阑上小孔之间存在的微小的表面变化，而用刀口检验法可以很容易检测出这些变化。因此，矩形列阵检验法必须与能够进行小范围检测的方法相结合。然而用这种检验方法，也许还有螺旋形光阑法，可以揭示范围小的带区缺陷。这时只要每次把光阑相对于被检镜面转过一定的角度，在其它条件不变的情况下，对同一反射镜进

行多次检测，从中进行分析比较 (Ghozeil 1974)。这样就达到了较高的取样重复率和互补性。于是能得到比光阑只放一个位置时所得到的更精确的被检面情况。

如果想要进行充分的取样和分析，那么使用矩形列阵光阑本身就意味着要使用高速电子计算机。这是因为用这种方法检验时需要进行大量的数理处理。如果没有快速计算机，那么这就可能成为一个缺点了。

矩形光阑检验法的用途 目前使用的矩形列阵光阑有三种形式：一种是专门设计的双凸光阑 (Shack and Platt 1971)，一种是扫描五棱镜 (Hochgraf 1971, Hooker 1971)，还有一种是带孔的实体光阑 (Simmons and Ghozeil 1971, Ghozeil and Simmons 1974)。使用实体光阑时，是把这种光阑放在被检反射镜的曲率中心处，而不必在光路中插入任何光学零件。这种方法通常适用于在焦点处检验反射镜，也适用于上面提及的另外两种方法。图 10.8 所示是把光阑放在靠近反射镜的地方。美国基特峰国家天文台制造两个直径 4 米 (158 英寸) 的主镜时就是用的这种

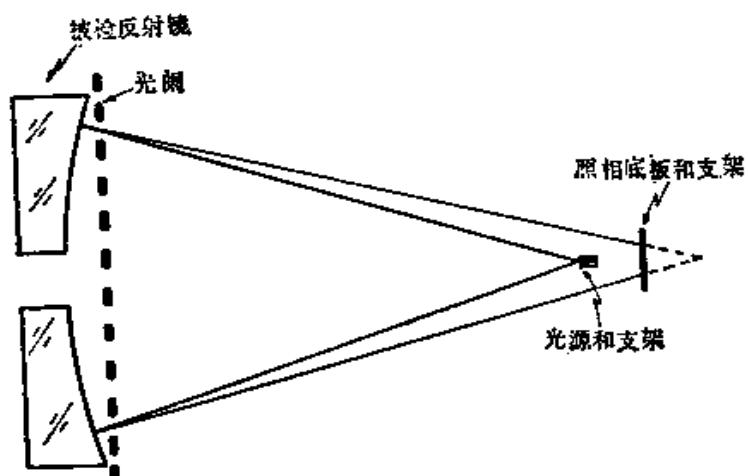


图10.8 哈特曼检验装置

光阑。从反射镜上方的检测台上进行观察，可看到光阑板上的 440 个小孔和一些辅助孔。采用了加强肋结构以增加光阑的刚性。抛光工序是在 N. C. 库尔和 H. J. 沃瑟的指导下进行的，反

射镜的检验是在与望远镜实际使用的相类似的支承系统上进行的。支承系统是由 E. T. 皮尔森设计的 (Pearson 1968)*。

§ 10.4 哈特曼检验装置

哈特曼光阑上的小孔位置应当非常精确，这样可以避免在计算表面偏差时引入误差。小孔的直径应当较小但也不应太小。否则会使照相底片上的衍射图互相重叠 (Vitrichenko 1976)。

把光阑放在反射镜上并对准中心之后，在拍摄照片之前，还必须把通过光栅照明反射镜的点光源相对反射镜进行适当的对中调整，以免产生离轴象差。如果光源罩的大小允许靠近反射镜中心的反射光刚刚通过，则上述调整并不困难。如果设备不够完善，可以通过观察判断光源罩与光束之间的间隙是否相等的办法来使光源对中。在美国基特峰国家天文台和塞罗·托洛洛天文台的 4 米 (158 英寸) 瑞奇-克雷汀主镜的调整中，光源的对中偏差很容易达到小于 0.2 厘米 (0.08 英寸)，而不产生明显的离轴现象。

为了方便起见，把点光源放在偏离曲率中心而靠近反射镜一边的位置上。这样放置光源能使共轭象落在曲率中心之外，并且可以截取焦点内和焦点外的会聚光线而不遮挡照明光束。这里所说的焦点是指点光源的共轭象点。一般说来，反射镜的象差不象球面镜的象差那么大。为了便于在哈特曼照相底片上识别暗斑点，需要把照相底片放在焦散极限之外(见附录 1)。光源可以用任何不太亮的或特意弄成不太亮的光源，这样可以使曝光时间放长些，免得曝光过度。根据光源的亮度，曝光时间选在 90 秒至 180 秒之间，这样就足以把随机气流的影响平均掉。

照相底片应严格垂直于光轴放置，否则在数据处理时反射镜会出现虚假的象散。为了调节底片架的方位，建议采取以下措施：先在底片架上安装上一块干净的玻璃板，玻璃板的中心清晰地标

* 被检反射镜要有一个精心设计的支架是十分重要的，从而可保证检验时引起的支承变形与实际使用时产生的变形相一致。马尔维克 (Malwick 1972) 曾经论述了支架的一些作用。

有一个小圆圈。然后观察者在玻璃板后面约 40 厘米处透过玻璃板上的小圆圈观察反射镜的中心。如果底片架调整好了，那么观察者的眼瞳孔应该对准小圆圈的中心。

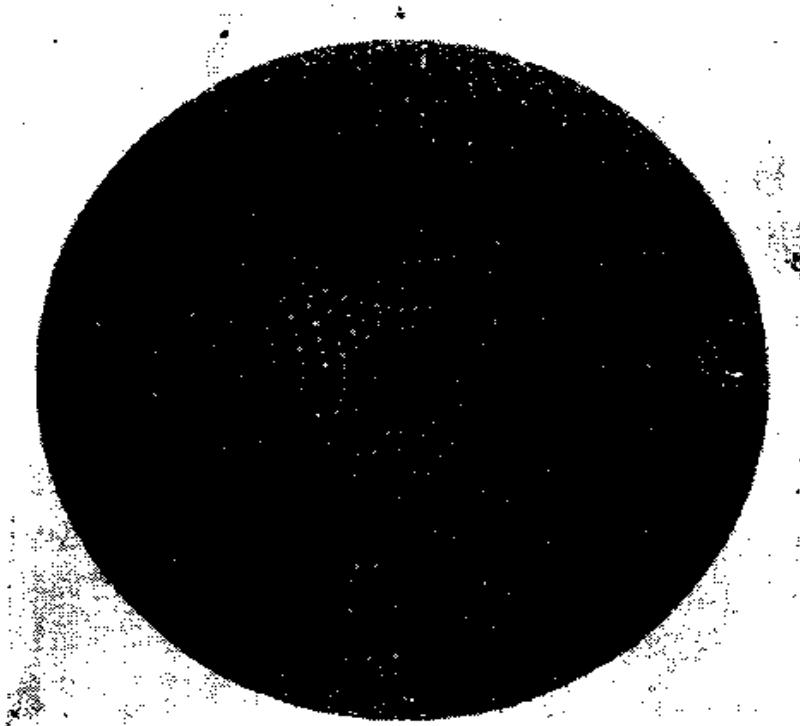


图10.9 一个 $f/2.7$, 直径400厘米的抛物面的焦内哈特曼光斑图
其中有两个长方形的亮斑, 是为了确定光阑的基本位置用的

把光阑和光源位置调好后，通常在光源和它的共轭象之间的某一位置上拍摄一张或几张照片。图 10.9 就是用上述方法得到的 4 米 (158 英寸) 主镜的焦面内的光斑图。用一台 $x-y$ 显微密度计可以精确地测定照相底片上拍下的光斑位置。一般说来，光斑位置测量误差小于 0.003 毫米 (0.00012 英寸)。这项误差值对于曲率半径为 21.3 米 (840 英寸) 的反射镜来说就相当于表面倾斜误差为 0.015 弧秒 (1.41×10^{-7} 弧度)。这如同用 4 米主镜中的情况。这一测量步骤是这种检验方法中的若干关键之一。当把照相底片放在显微密度计上测量时，必须使显微密度计上的两根互相垂直的十字线显现在观察屏上，通过观察屏可以看到照相底

片。横竖排光斑与矩形列阵光阑上的相互垂直的并相交于光阑中心的两排光孔相对应。除非被检反射镜质量非常好，否则这一行一行的小点并不能排成一条一条的直线。通过微微地转动和移动底片直至使偏差最小，就可以使底片对准十字线。当反射镜接近完善无缺时，由于小点排列非常整齐，就很容易检验。

一般来说，如果实际光斑图比较大，譬如约为 60 毫米（2.4 英寸），那么底片与十字线互相对准后可能还存在小于 30 弧秒的转角误差。这一误差对于检验结果的影响很小。这可通过对同一张底片以稍有不同的调整精度要求进行反复测量而得到证实。如果引入约 $0.5^\circ \sim 1^\circ$ 的粗大误差，那么最后的数据处理结果就会使表面看起来多少有点象马鞍形似的象散。

§ 10.5 数据处理

测定了底片上斑点的位置之后，下一步就是用计算机处理数据。首先要求出各测量值的重心，以作为数据处理中的座标原点。其具体做法是先分别求出所有各被测光斑位置的 x 和 y 的平均值，之所以这样做是因为底片和反射镜光轴的交点位置是未知的，而求重心是确定此交点位置的最好方法。在随机或对称的表面变形情况下所得的一组斑点，其重心对应于光轴和底片的交点位置。此外，有许多表面变形会造成光斑的规则偏移，实际上相当于光轴偏移，它可用重心偏移来表示。由于整个表面是均匀取样的，所以在数据处理时不必用如径向光阑法中所用的面积权重补偿。

在确定作为座标原点的重心以后，就可求出每个光斑的新的 x 和 y 座标与所期望的理想反射镜的对应座标之间的差值。用光线追迹法或者用类似本书第九章中式 (9.22) 的闭式方程可以求出各光斑的座标 (Malacara 1965)。对直径 4 米 (158 英寸) 的主镜来说，光线通过光阑上小孔的中心并且被反射镜反射到一个聚光平面上，而不必规定底片的安放位置。根据 x 和 y 座标值之差求出光束净偏差可以认为是由于离焦造成的。这在照相底片没有放

在距离反射镜的距离与已经计算出了光线交点位置的聚光平面到反射镜的距离相等的情况下尤其是这样。离焦将引起光线交点的线性偏差，这时来自孔径边缘的光线偏移最大，来自靠近中心部分的光线偏移最少。这就意味着通过一个线性项的减法就可以根据剩余光束偏差求出最佳焦点。此线性项是用两个线性最小二乘法拟合分别求 x 座标余值和 y 座标余值时得到的。对于 x 值，拟合的一般公式是

$$\Delta x_0 = A + Bx \quad (10.10)$$

式中 Δx_0 是剩余光束偏差的 x 分量， A 和 B 是常数， x 是镜面上测出光束偏差的那个小区域的 x 座标。镜面上的各个小区域是从点光源处把光阑上的小孔投影到反射镜上得到的。

Δx_0 是测出的结果。因为光阑是已知的，所以 x 值也是已知的，因此只有常数 A 和 B 的值是未知的。 A 和 B 的值可以根据最小二乘法公式求出

$$\sum_{m=1}^N \Delta x_0 = AN + B \sum_{m=1}^N x \quad (10.11)$$

$$\sum_{m=1}^N x (\Delta x_0) = A \sum x + B \sum_{m=1}^N x^2 \quad (10.12)$$

式中 N 是进行求和运算的小数。以上两个方程式是很容易解的。如果采用对称式光阑则还可以简化。其结果是每个小孔的 x 座标都有一个相反的对应座标。因此， x 的求和式就变为零，式(10.11) 和 (10.12) 就简化成

$$\sum_{m=1}^N \Delta x_0 = AN \quad (10.13)$$

$$\sum_{m=1}^N x (\Delta x_0) = B \sum_{m=1}^N x^2 \quad (10.14)$$

由以上两式可以求出常数 A 和 B 。如果求出的重心的 x 座标是正确的，那末 A 值应等于零。因为式 (10.13) 是用于求重心的，并

且把重心作为座标原点。

一经求出这两个常数，就能够从式(10.13)、(10.14)和(10.10)确定最佳焦点处的余值。此余值是通过减去线性项和独立常数求出的，即

$$\Delta x = \Delta x_0 - A - Bx \quad (10.15)$$

式中 Δx 就是式(10.3)定义的余值。至于 y 座标的余值 Δy 可利用式(10.13)、(10.14)和(10.15)求出，只是把 x 替换成 y 。

用这些余值能求出从被检反射镜反射回来的光能的大致分布情况，其方法是数一下距离座标原点的距离为 $r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ 的点的数目。如果是曲率中心检验，并且焦点处的能量分布适宜，那么余值就能够被系数 2 除。这样除的近似程度很高，引入的误差很小，相当于 $f/2.7$ 的反射镜边缘处引入小于 0.05 波长的表面变形。值得一提的是这种光能分布是从几何光学角度考虑的，而反射镜实际得到的象点受到衍射的影响。一般说来，其影响结果往往在象的中心形成更高的能量聚集。

余值 Δx 和 Δy 可用各种方法进行积分，例如用式(10.6)和(10.7)，以求出面形偏差。由于数学积分法往往有固有的累积误差，所以必须注意减小这些误差。减小这些误差的最好办法是采用只在一点相交的积分路径，这就意味着任意点处的表面高度都是用独立的方法求出的。也不妨采用沿任意路线朝一个方向上及在反方向积分，然后再取它们的平均值的办法。

图 10.10 所示的两个直径 4 米(158 英寸)的主镜的分析中所用的就是上述两种方法。首先从 x 和 y 轴开始求和，把从通过所求点的其它座标积分求得的值作为每次积分的起始值。因为通过 x 和 y 积分得到的面形偏差值在每一点上是相同的，所以用两次积分的平均值作为每一点最后结果。然后，再在沿相反的路径积分，并且与对应的积分值平均。

下一步是把座标轴绕原点旋转 45° ，用不同的孔间距和不同的积分路径重复整个积分过程。因为这样积分的结果应与上面第

一次积分的结果相同，所以每一点都取两次积分的平均值。这就意味着至少有四种途径，面对多数点而言可有八种途径求得每一点的表面偏差。这样的重复过程不但减小了误差的系统累积，而且也减少了虚设误差。

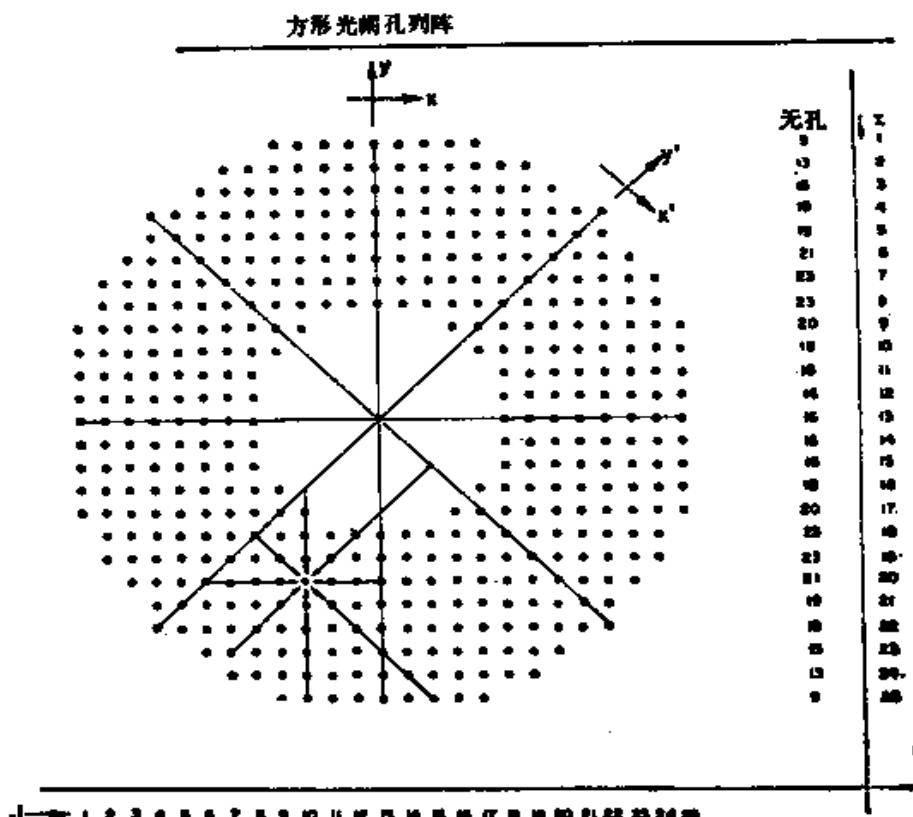


图10.10 在求取给定取样点处的表面偏差时所用的积分路径

为了进一步减小虚设误差，可以按照这种方式测量和处理两张底片，并且把两次检验结果加以平均。这就减小了由于照相乳剂的疵病以及由于反射镜和照相底片之间存在的非随机气流影响而产生的误差，同时也减小了测量误差。

为了消除由于积分路径不同而造成的或由于在求重心和确定最佳焦点时产生的任何残余误差，可进行二维的最小二乘法拟合，以便重新定焦和重新确定最终结果。如果存在这种残余误差，则其形式如下

$$H = A + Bx + Cy + Dx^2 + Ey^2 + Fxy \quad (10.16)$$

式中 H 是在某一点处的面形偏差; A 、 B 、…… F 是未知常数; x 和 y 是光阑孔在反射镜上的投影点的座标。最小平方法拟合公式变成如下的形式

$$\Sigma H = AN + B\Sigma x + C\Sigma y + D\Sigma x^2 + E\Sigma y^2 + F\Sigma xy \quad (10.17)$$

$$\begin{aligned} \Sigma xH &= A\Sigma x + B\Sigma x^2 + C\Sigma xy + D\Sigma x^3 + E\Sigma xy^2 + F\Sigma x^2y \\ &\quad (10.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma yH &= A\Sigma y + B\Sigma xy + C\Sigma y^2 + D\Sigma x^2y + E\Sigma y^3 + F\Sigma xy^2 \\ &\quad (10.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma x^2H &= A\Sigma x^2 + B\Sigma x^3 + C\Sigma x^2y + D\Sigma x^4 + E\Sigma x^2y^2 + F\Sigma x^3y \\ &\quad (10.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma y^2H &= A\Sigma y^2 + B\Sigma xy^2 + C\Sigma y^3 + D\Sigma x^2y^2 + E\Sigma y^4 + F\Sigma xy^3 \\ &\quad (10.21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma xyH &= A\Sigma xy + B\Sigma x^2y + C\Sigma xy^2 + D\Sigma x^3y + E\Sigma xy^3 + F\Sigma x^2y^2 \\ &\quad (10.22) \end{aligned}$$

其中 N 等于求和孔的数量。

如果使用的是对称式光阑, 那么所有包含 x 或 y , 或者同时包含 x 和 y 的奇次幂的各项的和将减小到零。通过解这个简化方程组可以求出常数 A 、 B 、…… F , 以及按照式 (10.15) 的形式求出从 H 值中减去的最终拟合。系数 B 和 C 表示由于在确定照相底片中心时产生的误差而引起的波面倾斜。若 $D = E$ 和 $F = 0$, 那么系数 B 和 C 表示焦点误差, 若 $D \neq E$ 和 $F = 0$, 则表示是由于存在任意方向的象散而引起的误差。为了要了解反射镜上任何可能存在的象散, 打印出 D 、 E 和 F 三个系数是很重要的。如果反射镜有象散, 那么最好不要减去该象散, 而要用下列公式

$$H = A + Bx + Cy + Dx^2 + Dy^2 \quad (10.23)$$

代替式 (10.16)。总的表面偏差可以列阵的形式打印出来, 其最实用的形式是以等高线图表示, 如图 10.11 所示。用这种检验方法所能达到的精确度可优于十分之一波长。

由于反射镜几乎是完美无缺的, 所以需要更详细、更可靠地

反映被检表面。为此可以将几次检测到的结果进行叠加和平均，每次检验时将光阑相对于反射镜绕其中心转过一定的角度 (Ghoseil 1974)。叠加工作可以用数字式电子计算机完成，也可以通过照相的方法以底片上相应的密度表示不同的面形偏差的办法完成。从各次单独检验得到的每个区域的面形偏差可用于求出所有这些区域的新的平均值。这种组合检验法能够给出不低于 0.05 波长的面形偏差检验精度。从用这种方法得到的检验结果中不仅可以看出用刀口检验法所能观察到的不太明显的微小表面缺陷，而且同时还能揭示整个表面上的缓慢变化的不对称缺陷。

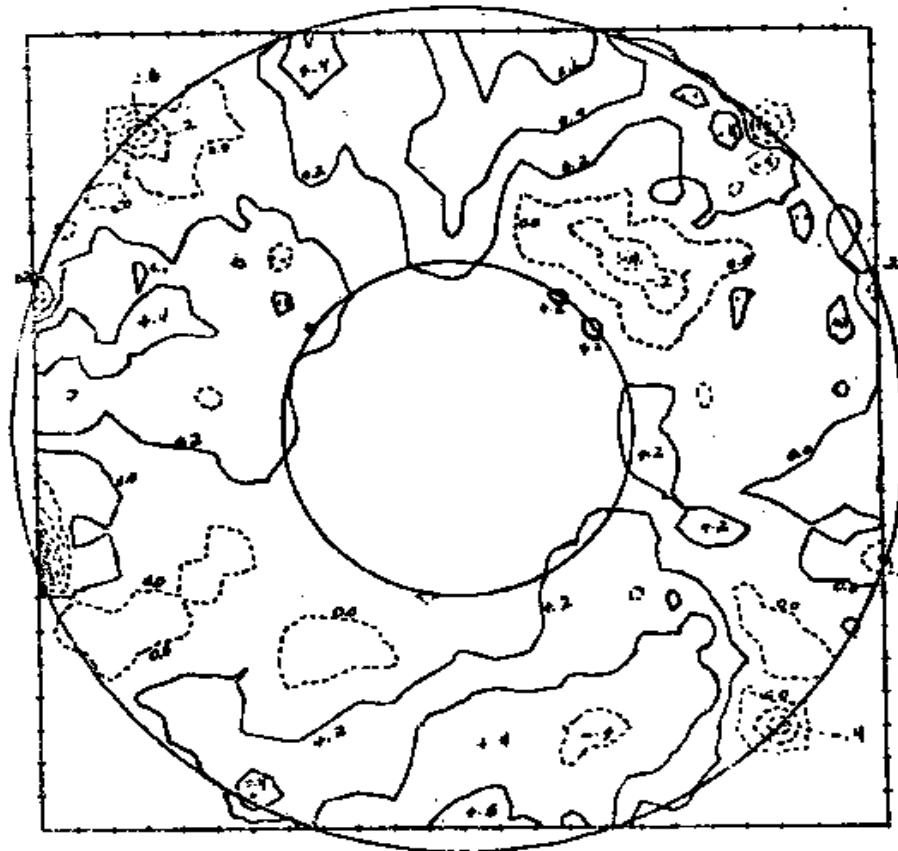


图10.11 一块处于初步成形过程中的反射镜的等高线图
实线表示凸区，虚线表示凹区。面形偏差量以波长为550毫微米的波长数表示

用单张底片或组合检验方法求得的表面偏差值能进行多项式拟合。从多项式拟合能够求出例如彗差和象散这样的常见传统象

差（见附录2）。

§ 10.6 迈克耳逊检验法和加德纳-贝尼特检验法

迈克耳逊发明了一种利用干涉原理检验镜面偏差的方法，也就是使光线通过光阑上的两个小孔照射到镜面上，然后从镜面反射后相干光。图10.12是迈克耳逊干涉装置的原理图。光源是一个用单色光照明的狭缝。用一台显微镜观察狭缝的象。一组带有双孔或双缝的光阑放在被检镜面之前。将一个小孔固定在中心，另一个小孔沿径向改变距离。从显微镜里能够观察到干涉条纹。如果波面是球面，那么中心条纹将严格位于狭缝象的位置上。当波面不是球面时，中心条纹和狭缝象之间的距离就反映出波面误差。以条纹间距为单位表示的条纹偏移量也就是波面误差。将可移动的那个小孔放在通光口径不同位置处，就能得到完整的波差分布图。

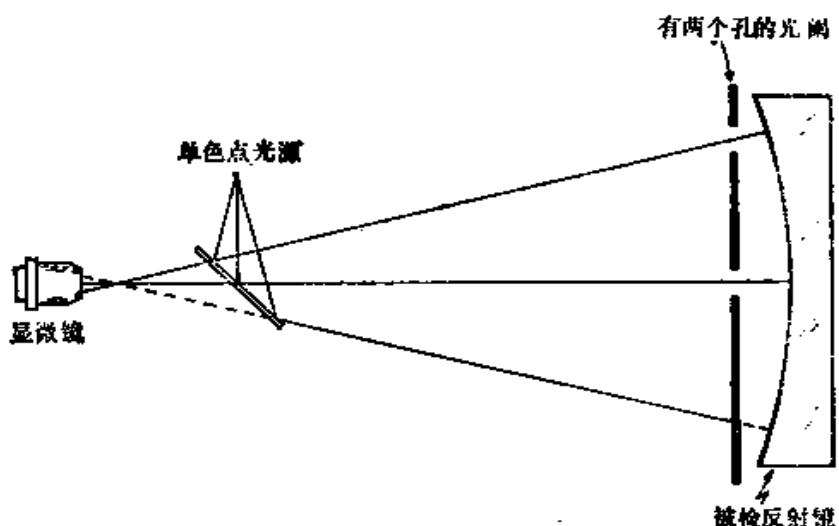


图10.12 迈克耳逊检验装置示意图

中心光阑孔不动，另一个光阑孔可在整个被检球面内移动

后来有人把迈克耳逊检验法所用的光阑改成有若干小孔的径向光阑 (Merland 1924, Gardner and Bennett 1921)，这样既可用于检验折射式光学零件，也可以用于检验反射镜。图10.13

是加德纳-贝内特检验装置原理图，其中光阑上两相邻小孔之间的干涉条纹不是象在迈克耳逊检验装置中那样在焦点处拍摄下来，而是象在哈特曼检验法中那样在焦点外或焦点内拍摄下来。但是，离焦量必须相当小，否则从相邻两光孔来的光线就会发生干涉。中心条纹偏离其理想位置的距离就表示两个小孔所在波面之间的相位差，这和迈克耳逊检验法中一样。

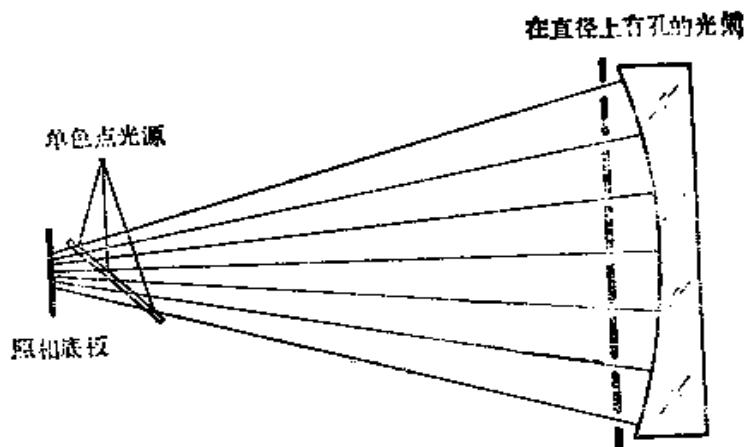


图10.13 加德纳-贝内特检验装置原理图

虽然这几种检验方法还没得到广泛的应用，但在某特定场合下，其应用价值看来值得研究。本章末附有关于这种检验方法的各种用途的参考文献。

§ 10.7 小 结

本章论证了用光阑对表面取样的方法最适用于检验不能放置在无振动和无气流环境中的反射镜。利用矩形列阵光阑能够得到最均匀和密度最高的取样，而传统的径向光阑达不到这样均匀的或高的取样密度。而且采用矩形列阵光阑能够抑制在求被检镜面形偏差的数据处理过程中所产生的误差。这是通过采用多次重复杂求表面偏差的办法实现的。因为有大量的取样点需要进行数据处理，所以矩形列阵光阑检验法需要用电子计算机。

参考文献

- Ahlberg, J. H., E. N. Nilson, and J. L. Brown, *The Theory of Splines and Their Applications*, Academic Press, New York, 1967.
- Correjo, A. and D. Malacara, "Wavefront Determination Using Ronchi and Hartmann Tests," *Bol. Inst. Tonantzintla*, 2, 127 (1976).
- Gardner, I. C. and A. H. Bennett, "A Modified Hartmann Test Based on Interference," *J. Opt. Soc. Am.*, 11, 441 (1921).
- Ghozil, I., "Use of Screen Rotation in Testing Large Mirrors," *Soc. Photo-Opt. Inst. Eng.*, 44, 247 (1974).
- Ghozil, I. and J. E. Simmons, "Screen Test for Large Mirrors," *Appl. Opt.*, 13, 1773 (1974).
- Hartmann, J., "Bemerkungen über den Bau und die Justirung von Spektrographen," *Zt. Instrumentenkde.*, 20, 47 (1900).
- Hartmann, J., "Objektivuntersuchungen," *Zt. Instrumentenkde.*, 24, 1 (1904).
- Hochgraf, N. A., "Angular Surface Measurements by Scanning Penta-Prism Test, Improved and Extended," *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 655 (1971).
- Hoover, R. B., "Automated, Non-interferometric Device for Testing Large Optical Surfaces," *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 655 (1971).
- Kingslake, R., "The Absolute Hartmann Test," *Trans. Opt. Soc.*, 29, 133 (1927-1928).
- Malacara, D., "Geometrical Ronchi Test of Aspherical Mirrors," *Appl. Opt.*, 4, 1371 (1965).
- Malwick, A. J., "Theoretical Elastic Deformation of the Steward Observatory 230 cm and the Optical Sciences Center 154-cm Mirrors," *Appl. Opt.*, 11, 575 (1972).
- Mayall, N. U. and S. Vasilevskis, "Quantitative Tests of the Lick Observatory 120-Inch Mirror," *Astron. J.*, 65, 304 (1960); reprinted in *Lick Obs. Bull.* No. 567, 1960.
- Merland, M. A., "Sur la Méthode de MM. Michelson et Cotton pour l'Etude des Systèmes Optiques," *Rev. Opt.*, 3, 401 (1924).
- Michelson, A. A., "On the Correction of Optical Surfaces," *Astrophys. J.*, 47, 283 (1918).
- Pearson, E. T., "Design Philosophy of the Primary Mirror Supports for the KPNO 150-inch Telescope," Kitt Peak National Observatory, *AURA Engineering Technical Report* No. 5, Tucson, Ariz., 1968.
- Rayces, J. L., "Exact Relation between Wave Aberration and Ray Aberration," *Opt. Acta*, 11, 85 (1964).
- Schulte, D. H., "A Hartmann Test Reduction Program," *Appl. Opt.*, 7, 119 (1968).
- Shack, R. B. and B. C. Platt, "Production and Use of a Lenticular Hartmann Screen" (abstract only), *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 656 (1971).
- Simmons, J. E. and I. Ghozil, "Double-Optic Technique for Testing Large Astronomical Mirrors" (abstract only), *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 1586 (1971).
- Stavroudis, O. N. and L. E. Sutton, *Spot Diagrams for the Prediction of Lens Performance from Design Data*, U. S. Department of Commerce, *National Bureau of Standards Monograph* No. 93, Washington, D. C., 1965.
- Vitrichenko, E. A., "Methods of Studying Astronomical Optics. Limitations of the Hartmann Method," *Sov. Astron.*, 20, 373 (1976).
- Vitrichenko, E. A., F. K. Katagarov, and B. G. Lipovetskaya, "Methods of Investigation of Astronomical Optics. II: Hartmann Method," *Izv. Sverz. Astrofiz. Obs.*, 7, 167 (1975).
- Bowen, E. S., "Final Adjustments and Tests of the Hale Telescope," *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 62, 91 (1950).
- Fox, P., "An Investigation of the Forty-Inch Objective of the Yerkes Observatory," *Astrophys. J.*, 27, 237 (1903).
- Hartmann, J., "Objektivuntersuchungen," *Zt. Instrumentenkde.*, 24, 33 (1904).
- Hartmann, J., "Objektivuntersuchungen," *Zt. Instrumentenkde.*, 24, 97 (1904).
- Heag, A. A. et al., *Installation, Test and Initial Performance of the 61-Inch Astrometric Reflector*, Publications of the United States Naval Observatory, Vol. 20, Part 2, Washington, D. C., 1967.
- Kingslake, R., "Application of the Hartmann Test to the Measurement of Oblique Aberra-

- tions," *Trans. Opt. Soc.*, **27**, 221 (1925-1926).
- Kingslake, R., "The Measurement of the Aberrations of a Microscope Objective," *J. Opt. Soc. Am.*, **26**, 251 (1936).
- Lehmann, H., "Angewandung der Hartmann'schen Methode der Zonenprüfung auf astronomische Objective. I," *Zt. Instrumentenkdt.*, **22**, 103 (1902).
- Lehmann, H., "Angewandung der Hartmann'schen Methode der Zonenprüfung auf astronomische Objective. II," *Zt. Instrumentenkdt.*, **22**, 325 (1902).
- Malacara, D., "Hartmann Test of Aspherical Mirrors," *Appl. Opt.*, **11**, 99 (1972).
- Martin, L. C., *Technical Optics*, Vol. 2, 2nd ed., Pitman, London, 1954, p. 280.
- Plaskett, H. H., "The Oxford Solar Telescope and Hartmann Tests of Its Performance," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **99**, 219 (1938).
- Plaskett, J. S., "82-Inch Mirror of McDonald Observatory," *Astrophys. J.*, **89**, 84 (1939).
- Stetson, H. T., "Optical Tests of the 60-Inch Perkins Observatory Reflector," *J. Opt. Soc. Am.*, **23**, 293 (1933).
- Tull, R. G., "Shop-Testing a 107-Inch Telescope Mirror," *Sky Telesc.*, **36**, 213 (1968).
- Van Breda, I. G., "The Adjustment of Telescopes Using the Hartmann Test," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **144**, 73 (1969).
- Van Zuylen, L., "Zur qualitativen Untersuchung der sphärischen Abweichung optischer Systeme," *Physica*, **3**, 243 (1936).
- Washer, F. E., "An Instrument for Measuring Longitudinal Spherical Aberration of Lenses," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, **43**, 137 (1949).
- De, M. and M. K. Sen Gupta, "Measurement of Wave Aberrations of Microscope and Other Objectives," *J. Opt. Soc. Am.*, **51**, 158 (1961).
- Vaidya, W. M. and M. K. Sen Gupta, "Measurement of Axial and Off-Axis Geometrical Aberrations of Microscope Objectives," *J. Opt. Soc. Am.*, **50**, 467 (1960).

第十一章 星点检验法

W. T. 威尔福德

星点检验法从概念上讲可能在所有检验成象光学系统的方法中是最基本、最简单的一种方法。我们检查由光学系统形成的点光源的象，并按照对理想象形状的偏离情况来判断象的质量。原则上，这种检验可通过光电测量技术成为定量的，但是实际上在车间里几乎总是使用直观的和半定量的星点检验法。这里将主要讨论直观的检验技术。可以把星点检验法分成两类：(a) 检验象差很小、接近或低于斯特雷尔容限*的象；(b) 对那些象差较大的象进行研究。第一类以对显微物镜和望远物镜的检验为代表，而第二类则以照相物镜的检验为代表，例如由星点检验法描绘场曲或估计横向色差。

一个点光源的单色象，也就是常说的点扩展函数，结构是非常复杂的，特别是存在象差的情况下更为复杂。就复杂这一点来说，其结构虽然根据几何象差而定，但是在一本介绍实用方法的书中要对这方面进行深入讨论却又不太合适。此外，原则上我们总能根据象差来计算点扩展函数。虽然实际上这种计算在电子计算机时代费用会是昂贵的，但就目前的效果来说，我们很想能根据点扩展函数的形式来估算象差，而这一点在原则上一般是不可能的。如果此象差是轴对称的，则可根据非常仔细测得的星点象的光强度来进行计算。我们只能基于经验和许多由已知象差作了计算并拍摄的点扩展函数的例子做一些估算。因而星点检验是半定量的，要从中得到最好的结果还需要大量的经验。尽管如此，由于

* 当中心极大值的强度为理想中心极大值的80%时，就可以说是达到了斯特雷尔容限。

这种检验技术在有经验的人手中是既迅速又可靠而且灵敏度很高，所以它仍是一个重要的检验技术。例如：在最后调节高数值孔径显微镜中决定性的空气间隔时，就采用这种检验技术。因为用这种方法较能理想地得到新的间隔并迅速地再检验。

有关星点检验的资料发表的并不多，很可能是由于这种检验太依赖于经验的缘故。基本的参考资料仍是泰勒(Taylor, 1891)的著作。马丁(Martin 1961)和泰曼(Twyman 1942)两人也对这一方法做了一些有益的说明，泰曼还重述了大量泰勒所介绍过的材料。

在本章的 § 11.1 节中主要讨论原理和计算的结果。§ 11.2 节主要阐述用于有小象差的光学系统的技术。§ 11.3 节将涉及大象差系统的问题。

§ 11.1 小象差的星点检验原理

在星点检验接近于衍射极限的系统中（也许不包括色差），我们需要了解有关小象差的点扩展函数外形的资料。这一点在本章的 § 11.1.1~§ 11.1.5 节中作了介绍，但对数学计算未做深奥的叙述。

在应用光学的著作中，到处可以看到点扩展函数的照片和计算，虽然在形式上它们并不特别适用于实际的星点检验。照片中最有用的是曾被泰勒(Taylor, 1891)作为卷首的插图而采用的那一组，后来这些照片又在其它许多人发表的著作中被再次引用，例如在马丁(Martin, 1961)的著作中就利用了一些照片。在其它一些照片中我们还可提到宁胡依斯(Nienhuis, 1948)的著作，这些照片曾在 1975 年被博恩和沃尔夫(Born and Wolf 1975)再次引用过。但是我们应注意到宁胡依斯为了增强次级圆环和条纹而采用了一些非常美丽的、具有相干背景的扩展函数照片。对于星点检验来说，这一点却使它们受到相当大的歪曲。事实上，所有照片对星点检验都是不可靠的，因为照片感光乳剂的非线性和网目铜版处理过程的非线性混在一起了，并且在任何合理的动

态范围内，此结果都不可靠。因此在本章中我们只能给出扩展函数的图解形式。

§ 11.1.1 没有象差的艾里图形

图 11.1 为艾里图形。它是对具有均匀透过率的圆形孔径系统的无单色象差的点扩展函数。图 11.2 是用对数垂直分度绘制的艾里图形。这两个图所标绘的是光强度（垂直线表示）与象中心的径向距离（水平线表示）的关系。在图形中心光强度定为 1，

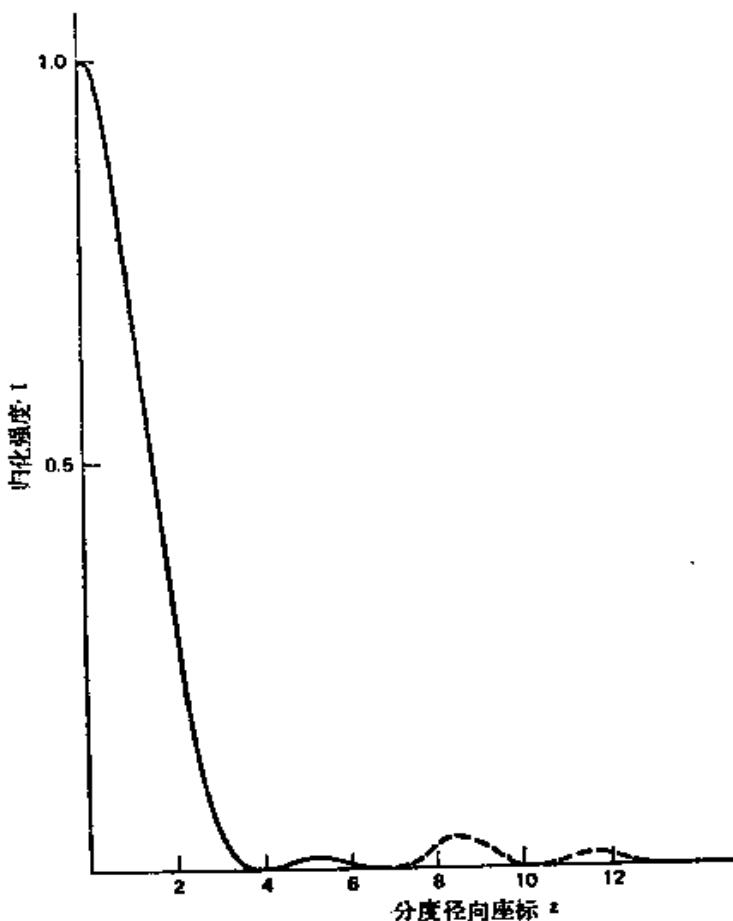


图11.1 艾里图形，通过具有圆形孔径的系统形成的
单色光点无象差象

所绘制曲线的函数为 $I = \left[\frac{2J_1(z)}{z} \right]^2$ 。式中 $z = (2\pi/\lambda) \sin\alpha\eta$, α 为形成图象的光束的会聚角, η 为距孔中心的径向距离, 第二、三环是以实际纵座标的 10 倍而画出的

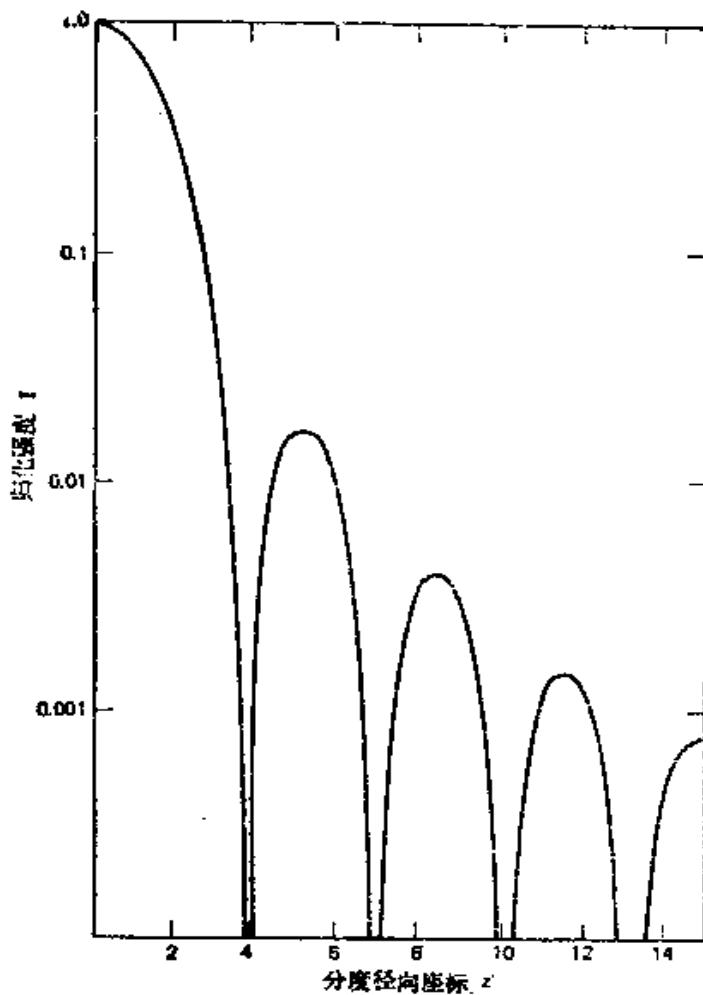


图11.2 用对数纵坐标绘制的艾里图形

位于象平面中的径向座标 z 由下式给出

$$z = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha \eta \quad (11.1)$$

式中 λ 为光的波长; α 为成象的光束会聚角 (锥形半角); η 为实际径向距离。由于图中所示的径向座标是无量纲的, 因此人们常常称为 z 单位或衍射单位。由此, 艾里图中第一暗环的半径为 $3.83 z$ 单位, 所以可立即估算出待观测的点扩展函数中一个 z 单位的大小。由于艾里图在星点检验中特别重要, 故我们在表 11.1 中绘出了它的一些参数, 其中包括环状光通量函数, 该表给出的是

对距中心一定半径范围内全部光通量的比值。环状光通量(有时称作环状能量)，有人建议作为星点检验的一个新的研究方法而加以使用(见 Barakat and Newman 1963)，但是一般来说，很可能由于实际困难太大而不被采用。然而作为艾里图的一般性能的推导，这个函数还是有用的。此函数已表示在图 11.3 中。

$$\text{表11.1 艾里图形. } I = \left(\frac{2J_1(z)}{z} \right)^2$$

(1) 暗环半径(一阶贝塞尔函数 J_1 的零值)

环数	1	2	3	4	5	6
半径	3.83	7.02	10.17	13.32	16.43	19.62

(2) 喻环的半径和强度(二阶贝塞尔函数的零值 J_2)

环数	1	2	3	4
半径	5.14	8.42	11.62	14.80
亮度	0.0175	0.00416	0.00160	0.000781

(3) 半宽度 强度 = 0.5 处的半径为 1.615(注：此值显然小于第一暗环半径的一半)。

(4) 圆内的光通量 一个以中央极大值为中心的圆内的总光通量的比例从 $1 - J_0^2(z) - J_1^2(z)$ 中可得出：

半径	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8
光通量	0.0605	0.221	0.617	0.817	0.838	0.861	0.901	0.910	0.916

可参阅图 11.3

图 11.4 是另一种表示艾里图的方法。图中的垂直高度代表相对亮度，这种图有时称作衍射立体图。图 11.5 代表把垂直分度放大了的同一立体图，这样可以表示出一些外环的细节。

§ 11.1.2 离焦的艾里图形

星点检验中通过实际经验而得到的一些最早发现中有一种是对检查最佳焦平面两测离焦点扩展函数是非常有用的。它看起来似乎不太合理，但是在判断离焦象的象差方面要比在最佳焦点处判断象的象差容易得多。所以我们把恒定强度的等值线(等照度线)表示在图 11.6 中一个包括光轴的平面上。两个轴分别对应于象平面的径向座标(垂直轴)和沿主光线离焦的距离。象平面的径向座标就象在图 11.1 和图 11.2 中所用那样，同样是无量纲座标，在图内作了说明的离焦座标也是无量纲的。图中的分度是使

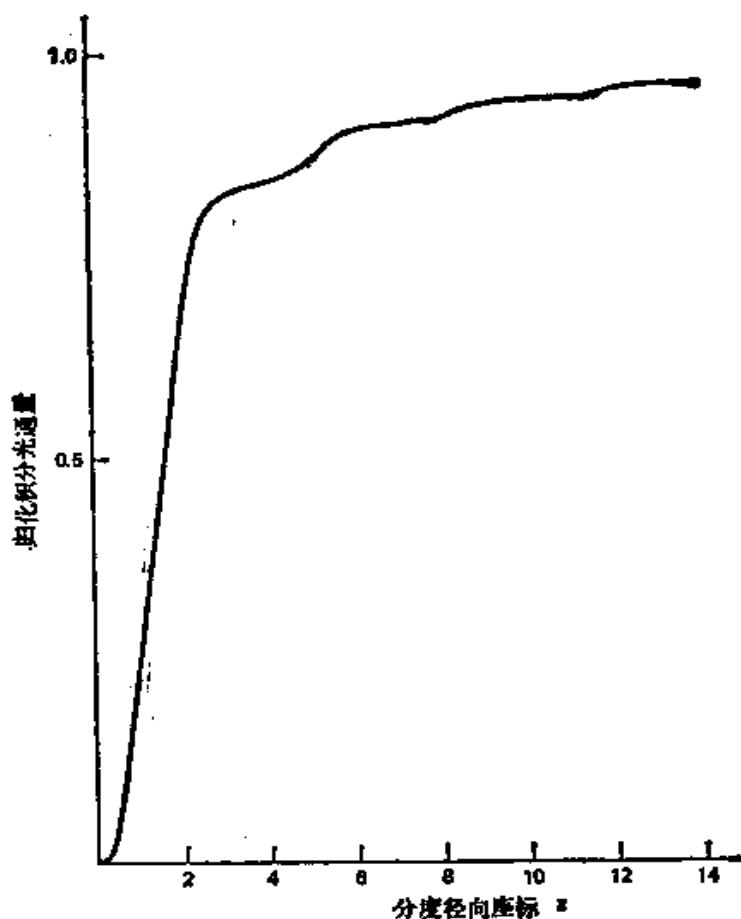


图11.3 “环状能量”就是象平面中半径为 z 的圆内全部光通量的比值，见表11.1

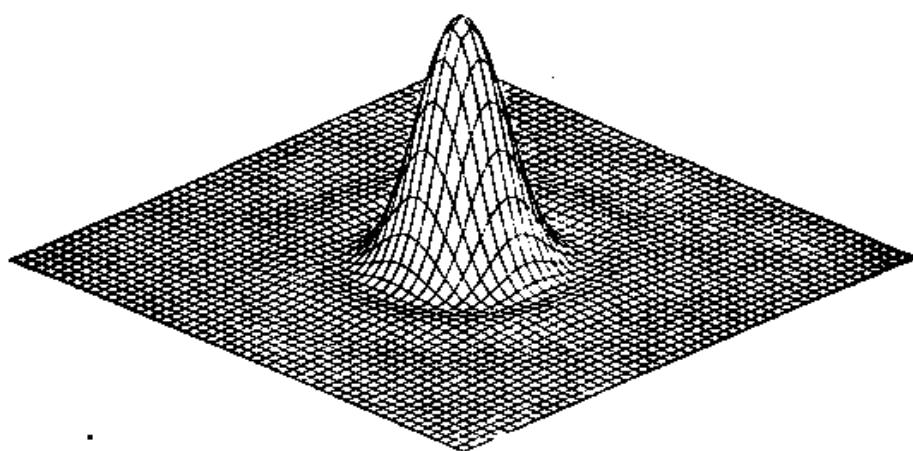


图11.4 艾里图形的衍射立体图在水平面内2.5个方格对应于一个 z 单位

光线的几何锥有一 45° 的半角，但通过采用会聚角 α 和波长 λ 的适当数值，此图即可代表任何的锥形*。把此图围绕主光线旋转即可得到整个光线分布。

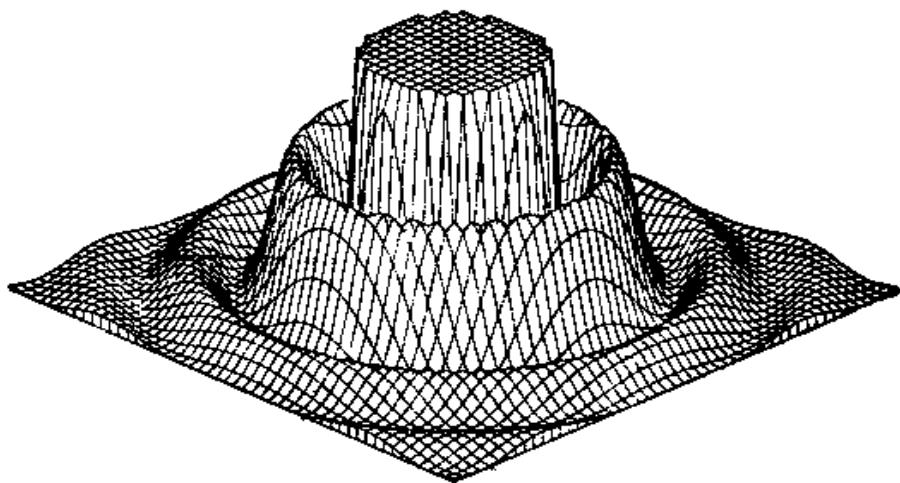


图11.5 与图11.4相同，只是把垂直分度放大了，
在相对强度0.03处截断

此分布有几个特征值得注意。它对称于真实焦平面**。沿轴线有间距（焦平面上的一点除外）相等的零值点（暗点），它们用最大值代替。沿轴线的强度情况可见图 11.7。在图 11.6 中离焦图形是由亮环和暗环组成，它们随离焦的增大而扩展开。这一点在图 11.6 中不能很清楚地看到，但在图 11.8 中却比较明显。此图虽然是一组等照度线，却包括了两个坐标的一个较大范围，并且只显示了对称图形的一个象限。此等照度线是以 10 为基数用相对强度的对数进行标注的，以便再在图形中给出较大的强度范围。从图 11.8 中可看出一个典型的离焦图形，这是任何观察过点扩展函数的人都很容易辨认出的。此图形是一系列间距大致相等的

* 然而，必须注意，这种应用仅适用于下述情况，即第一暗环直径远小于光学系统的出瞳直径。当然，这种情况几乎一直存在于大多数车间的检验中，但偶尔会发生在会聚角十分小的时候，这时图11.6会是不真实的。这更常发生在具有高斯分布的光束中，如由单模(TEM_{00})激光所产生的那样，因为这些光束常作为近似准直光加以使用。

** 再者，这是不真实的，除非中央极大值远小于出射光瞳。

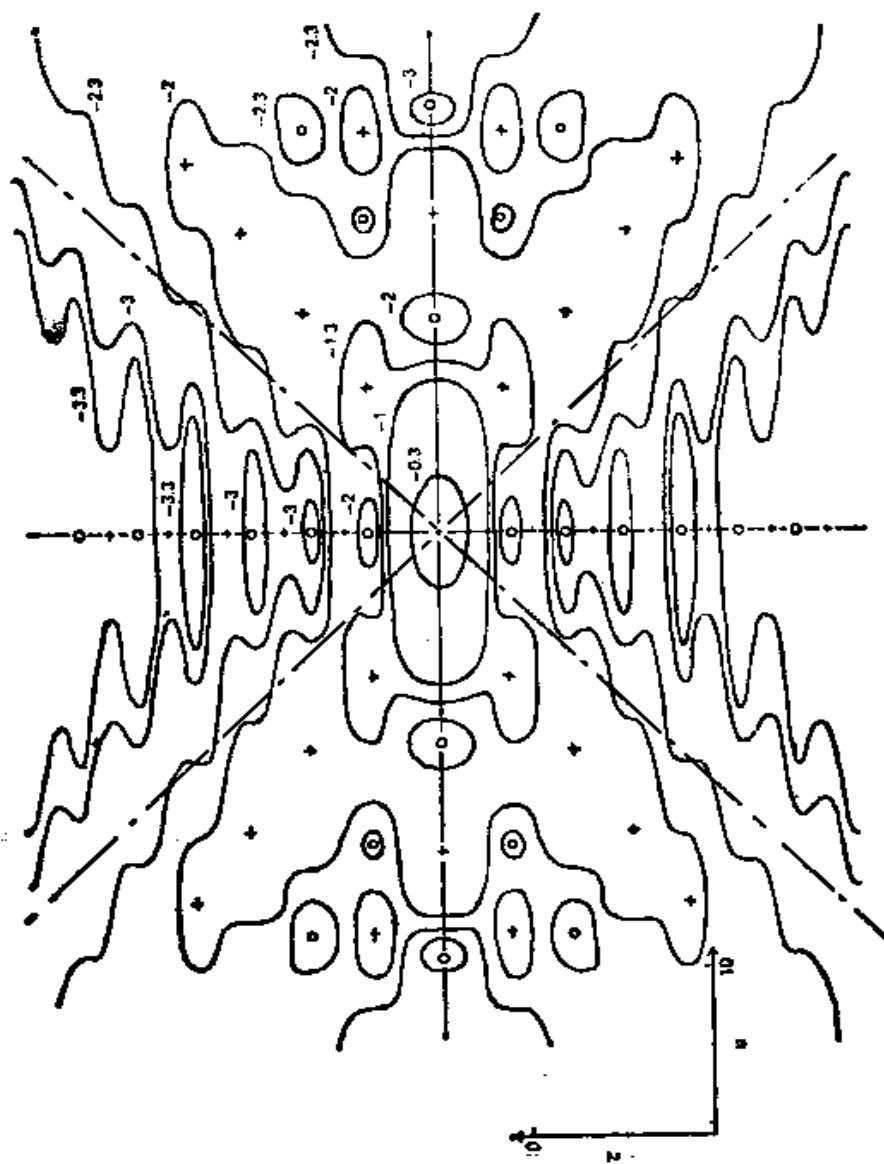


圖11.6 高焦艾里圖上的等照度線（恒定強度的等值線）

$\varphi = u$ 的直線是光線條的邊界。小圓圈表示最小像(軸上零點)，叉線表示大值，用強度的對數標出一些等高線

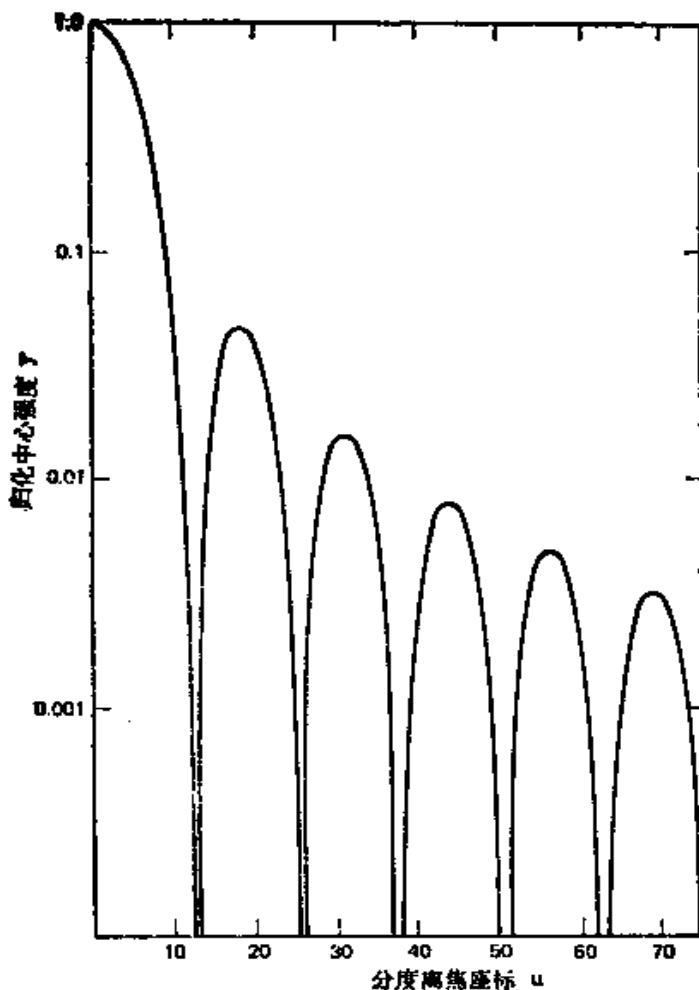


图11.7 在离焦艾里图中心的强度

曲线的量的关系是 $\left(\sin \frac{1}{4}u / 1/4 u \right)^2$, 此处 $u = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \zeta \sin^2 \alpha$, α 是光束的会聚角, ζ 是离焦距离

圆环, 其强度向外渐渐增加, 并且最外圈光环要比人们按照光环一般渐增规律所预料的要亮得多, 宽得多, 直径也大得多。事实上, 这些光环并不象它们刚开始出现那样有规律地分级。通过对单色光点扩展函数非常仔细地观察或对图 11.8 的研究都可看到这一点。尽管如此, 这种表面上的规律性还是容易受到小象差的干扰, 而这正是星点检验法的一个非常有用特性。由于散焦逐渐增大, 此现象就好象是从中心出现了新的光环并扩展开, 它们

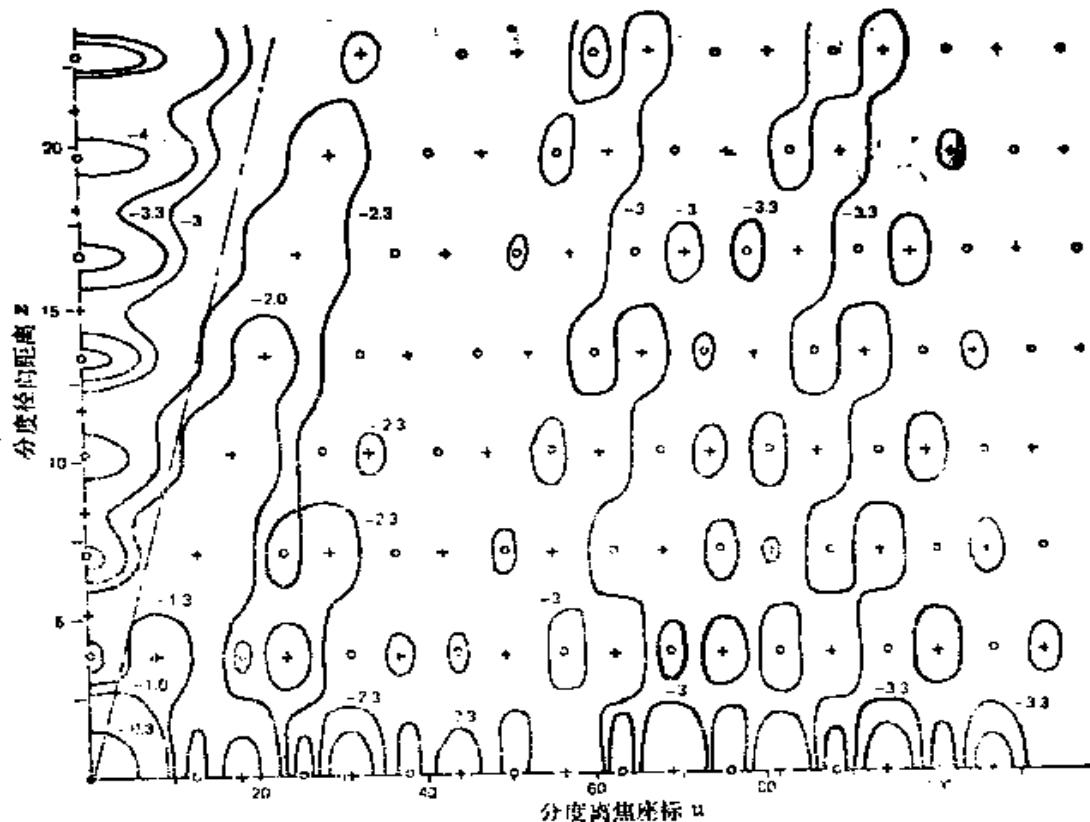


图11.8 离焦艾里图中的等照度线。此图包含一个大于图11.6的离焦范围。点划线 ($z = u$) 表示形成艾里图的光锥的边界。小圆圈表示最小值(在轴上的零值)，小十字表示最大值，等高线用强度的对数值标示，在原点处是1。

就象湖水中的波纹一样取代了图形的其余部分。

其中一些效应以及在§11.1.5节中将要叙述的那些效应全用卡格内特(Cagnet, 1962)等人所拍的照片加以说明。贝瑟(Beiser, 1966)绘出了通过焦点的强度分布透视图，而泰勒和汤普森(Taylor and Thompson, 1958)则报导了为验证预计的分布而进行的仔细测量情况。

§ 11.1.3 多色光

当然，§11.1.2节和§11.1.3节的论述也适用于单色光。点扩展函数的所有特征(如暗光环直径，轴向零点值之间距离等)其尺度的换算都与波长成正比。因此，根据几何光学，即使没有色差(也就是一个纯反射系统)，我们仍期望在进行星点检验时

看到色彩效应，而在实际上这些情况不是很显著的。所以我们可用白光对大部分反射系统进行检验而不会有因弱色效应而造成混淆的危险。

然而在折射系统中，星点检验很容易显出“二级光谱”，也就是不能校正的残余色差。我们并不是总关心用星点检验法去实际检验颜色的校正情况，因为消色差取决于玻璃牌号和各元件光焦度的综合选择，并且它仅会受更显著地影响其他象差的光学系统的结构中比较粗大的误差的影响。这样，在检验折射光学系统时，我们采用由滤光镜选出的相当窄的波段（见§ 11.3.1节）或采用激光（见§ 11.2.2节）。用这种办法，可非常清楚地看到单色象差。这通常是车间检验的目的，因为正是这些象差，对恢复原形或调准空气间隔方法进行校正是敏感的。

林福德和沃尔夫（Linfoot and Wolf, 1952）按照加权的人眼能见度曲线计算了从折射望远镜出来的复色星点象的总光通量。对光学设计者来说，这些结果会引起很大兴趣的，特别是计算了现有的望远物镜以后。但它们作为星点检验的背景材料大概不是十分有用的，因为在实际工作中所见到的颜色的变化至少和总亮度一样给人以深刻印象。然而他们确能指出怎样观察由于二级光谱效应而产生的有趣的颜色变化。

§ 11.1.4 有中心障碍物的光学系统

大多数大型望远镜和其它许多光学系统在光孔内有一个中心孔。它是由副镜所造成的。此中心障碍物对点扩展函数的某些影响很惊人。它的主要影响有三个：(a)中心最大值变窄；(b)使外环的亮度变得没有规律——有些较亮有些较暗；(c)沿轴线的暗点间距增大了。林福特和沃尔夫（Linfoot 和 Wolf, 1953）两人从理论上所进行的详细研究表明，如果‘障碍比’（是直径，不是面积）为 ϵ ，则上述三个特性的轴向展开随系数 $(I - e^2)^{-1}$ 的不同而不同。图 11.9 是在焦点上障碍比 $\epsilon = 0.25$ 的图形，对天文望远镜来说，此障碍是较为典型的。上边提到的特性(a)和(b)经过与图 11.2 进行比较即可看到。林福特和沃尔夫（Linfoot 和

Wolf, 1953) 给出了表明离焦效应的等照度曲线图。

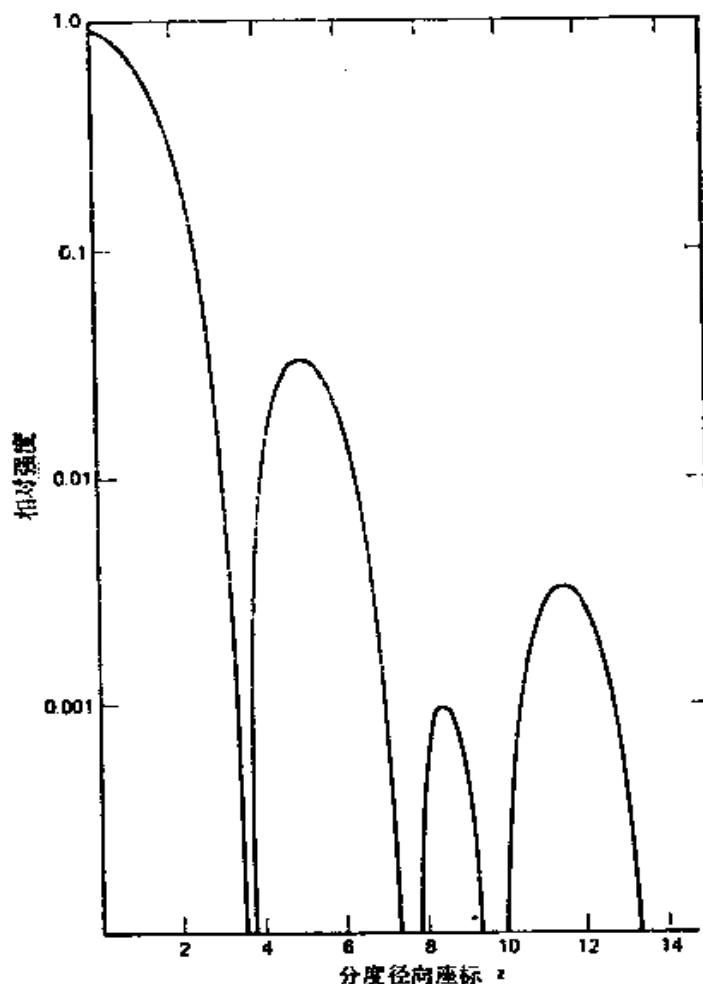


图11.9 对一个中心障碍物直径为整个圆通光孔直径 $1/4$ 的在焦面上的点扩散函数

可与图11.2比较，注意对中心强度和外面光环的影响

§ 11.1.5 小象差效应

就光学设计这个角度来说，“小象差”通常指的是对理想球面有 $\lambda/4$ 数量级的波面变形。之所以这样，是因为基于斯特雷尔准则的象差容限体制得出这个数量级的象差公差。普遍认为当象差在下述容限度之内时，对扩展目标结构的影响可忽略不计，并且这

个光学系统可以说是衍射极限*。即使扩展目标象受到 $1/4$ 波长象差的轻微影响，这个数量都能通过星点检验很容易地检测出来，而且人们或许还能根据象差的类型看到 $\lambda/20$ 或更小的波象差。

波恩和沃尔夫 (Born 和 Wolf, 1975) 就曾对斯特雷尔象差容限体制做过解释。此系统是依据这样一种概念：即把少量任一种象差引入形成点扩展函数的波面内的最初影响是为了稍微减小一些最大强度，中央最大值的宽度保持不变，这样就可把中心的光通量再分配到外面的光环上。一般是把最大强度降低 20% 作为容许界限。对产生此象差容限的不同象差的数量，可用波恩和沃尔夫 (Born 和 Wolf, 1975) 两人给出的简单公式算出。

然而人眼并不特别善于判断绝对强度的变化，因此斯特雷尔准则虽然在光学设计中极有价值。但在车间实际工作中却没有多大用处。还发现有许多情况正象上面提到的那样，人们能看见的要比斯特雷尔极限小得多。这一点通过对某些已经引用过的参考材料中的变形点扩展函数照片进行仔细观察就能明白。随便选择一个例子来说明，波恩和沃尔夫 (Born 和 Wolf, 1975) 在他们的图9.8 中又翻印了一张宁胡伊斯 (Nienhuis 1948) 拍摄的位于

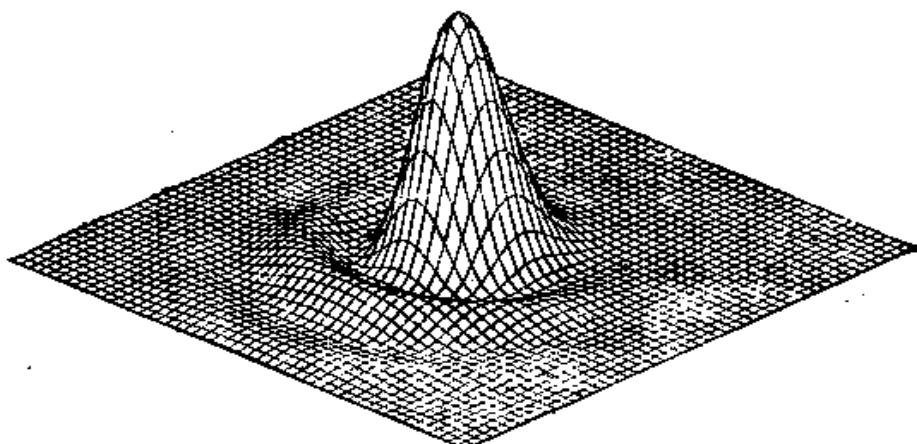


图11.10 0.6个波长彗差的衍射立体图（斯特雷尔容限）

* 有时候用“瑞利极限”，因为劳德·瑞利提出了 $1/4$ 波长准则。

斯特雷尔容限附近的彗差照片，并且极易看出，它就是一个变形的点扩展函数。同一点的彗差在斯特雷尔容限上的衍射立体图表示在图 11.10 中。毫无疑问，由泰勒 (Taylor, 1891) 根据经验完美地描述的半定性方法极为灵敏。但是要确定灵敏度的界限是困难的，因为它取决于象差的种类，例如取决于通过孔径的波面形状的变化快、慢与否。在研究球差时，维尔夫德 (Welford, 1960) 认为能够检测 $\lambda/20$ 缓慢变化的象差和 $\lambda/60$ 快速变化的象差。

§ 11.2 带有小象差的实际情况

现在我们来详细讨论一下目视星点检验小象差中所看到的结果。假定下述所用的光都是近似单色光。

§ 11.2.1 期望的效应

焦点处图形的非对称性表示一个彗形象差。这一点可能是由于离轴工作而产生的真正的彗差，也可能由于各元件 定心不好（常因中心对的极差，而看到极强的非对称色效应）或表面的不对称抛光，甚至可能是透镜元件中折射率分布不均匀等原因而产生的所谓“制造者的象差”。彗差效应的一个稀少的来源是反射镜表面在反射时一个非对称的相位改变，此效应虽然会因多层介质膜蒸镀得不均匀而引起。但是如果蒸镀了介质膜的反射镜以大角度折转光束，并且该光束又有大的会聚角，则相当多非对称的相位变化会由于与光束相交的入射角的变化而产生彗差效应。

实际上，非对称性总是更清晰地体现在离焦象中，特别是有彗差的情况下，会出现一个非常显著的，对找到系统轴线或视场中心都非常有用的离焦非对称效应。用“整方 (squaring on)”术语表示，这种系统用于天文望远镜的物镜。

少量象散是以焦点上“马尔特斯交叉”(Maltese cross) 效应而显示的，并且在散焦中这种效应已有相当大的增强。特别是从一侧向另一侧通过焦点平稳地移动中，对大大小于斯特雷尔容限的情况，也很容易检测出象散焦线的方向作一次转换的效应。

当然，在结构完善的光学系统的轴上点扩展函数内既不会出

现象散，也不会出现彗差。最重要的是能够判断球差校正的情况。这里若仅仅研究它焦点上的象，就几乎什么也得不到（但对大象差来说情况却不是这样，见§11.3.1节），而必须采用离焦象。在说明这些效应时，我们采用普遍承认的术语“改正不足”和“改正过度”。“改正不足”的意思是对于初级球差来说如果成实象，则从光瞳边缘射出光线的焦点与近轴光线的焦点相比更靠近光学系统，而‘改正过度’则正好相反。用波面的形状表示时，如果波面中某一区带在参考球面（理想或没有象差的波面）的前面，那么孔径上的这一区带为改正不足，反之即为改正过度。

有初级球差或有任一单个的较高级球差时，我们发现，改正不足时，在靠近光学系统的焦点内侧“（焦内）”产生一些较明锐的、轮廓清晰的光环，并有一个特别明亮的最外环，反之“焦外”的所有光环都是模糊的，对比度很低，特别是较外面的光环衰减为具有很低清晰度的模糊的一片。对于改正过度来说，也能看到相同的现象，但焦内和焦外的情况要对换一下。

图11.11光线图是以图解法表示改正不足的情况。可以看到，亮得多的最外环发生在形成焦散线的一侧“（焦内）”。这是一个记忆怎样阐述这些效应的便利方法，因为我们自然可以期望在焦

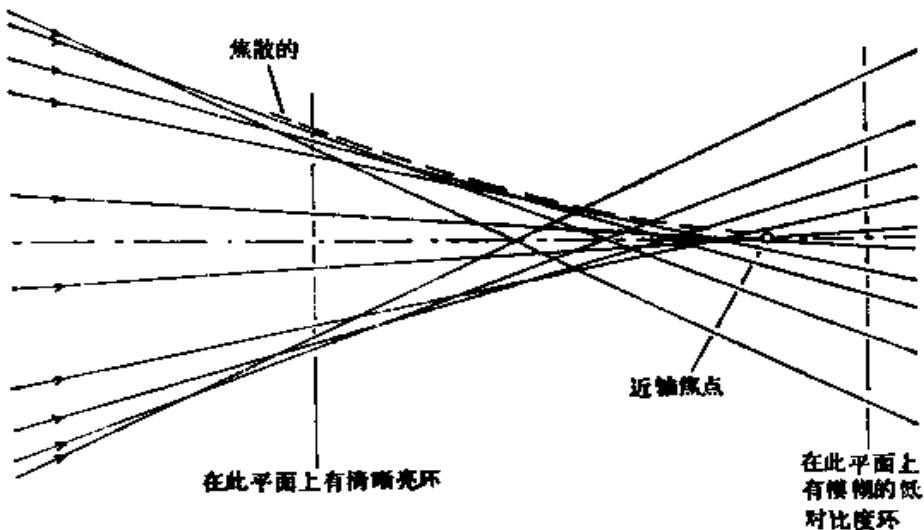


图11.11 区带球差

这种光线理论解释表明了由于区带而产生的效应

散线附近光通量的大量集中。换句话说，我们在光线较集中的地方会看见较大的光强度。只要我们距主焦点足够远，一般说这条规律是正确的。它为我们对解释带象差提供了一个简单的方法。因此假设我们在焦内相当长的一段距离上，如在扩散图形直径的三分之二处，我们会看到光环是比较明亮清晰的。这点表明从孔径的相应部分射出的光线正聚集在此处，或换言之，波面上相应区带要比应有的凹度还要凹。在焦点外侧则会看到较模糊、较扩散光环的相反效应。图 11.12 表示会聚光线中区带的波误差的效应。

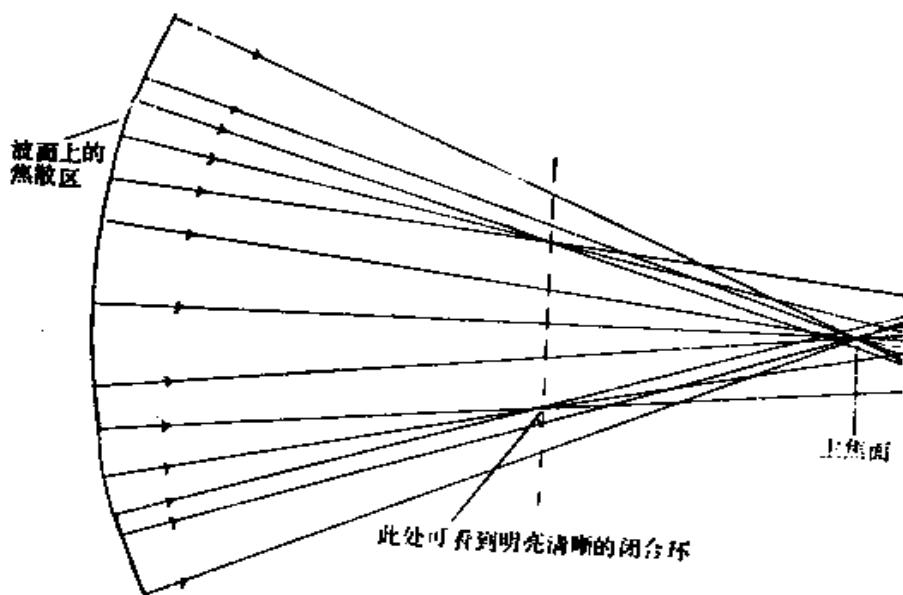


图11.12 会聚光线内区带的波面误差的效应

§ 11.2.2 星点检验的光源

实际上，我们从没有用真正的星星作为星点检验法的检验目标。因为大气系统会使星点象在强度、位置及象差方面发生变化，以致不能进行严格的鉴定。

实验室人造星光是一个具有正确的光谱组成的灯光的针孔。针孔小到完全不能分辨，这就是说，针孔对物镜中心的张角必须比 λ/D 小得多，这里 D 为物镜孔径的直径。实际上只要注意在

星点象中能否看见针孔边缘的任何痕迹，就可很容易地核实针孔的正确尺寸。因为大多数针孔在呈现一个象时，其轮廓是很不规则的。如果仅能看到衍射物则针孔就足够小了。

价值非常昂贵的针孔，适合在专用设备中作激光光束的空间滤波器使用。对于车间来说，可以把电子显微镜的孔径光阑作为针孔使用，既便宜又较简单，它们是直径为3毫米，上面有一系列直径从5微米到50微米的小孔的电沉积薄铜圆盘，这些小孔的形状并不总是非常圆的。但对检验的目的来说，这一点却无关紧要。

在电子显微镜孔径被广泛采用以前，曾用过其它几种针孔装置，这些已在本章开始时引用的参考文献中描述过。这些装置之一是通过在显微镜盖玻片上冷凝水银蒸汽所得到的小而清洁的水银珠对一个远距离光源的反射而得。（特别是用星点检验法检验显微镜物镜时，就曾使用过此方法。但目前已用另一替代方法，见§11.2.4）。一个与车间实际情况有关的值得提出的问题是水银属于累积性毒物，而人们在室温和常压下，也能吸入相当量的水银蒸汽。因此，此方法现在已不再使用。

为了易于得到星点象，比较理想的方法是用卤素石英灯或高压水银灯这样的强光源聚焦在针孔上。滤光镜可以象图11.13那样紧接在针孔后面。用激光作星点检验的光源，一般来说是不合适的，其主要缺点是氮氯激光器的相干长度及足够在折射系统表面上多次反射的众多光束之间产生干涉效应。这些效应产生的亮度足以使星点检验的细节变得模糊不清，特别是车间检验，很可能在表面蒸镀上任何增透膜之前进行。对于任何情况下的折射系统来说，用激光器

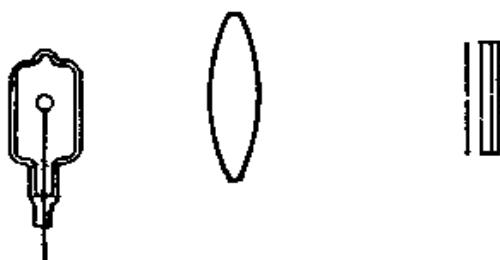


图11.13 灯和针孔的组件比

图中画出的是卤钨灯，它应装在可对中心和调焦的支架上，灯的后面依次为聚光镜、针孔和滤光片。聚光镜把灯丝象聚焦在针孔上

做光源的另一个缺点是系统对不同的波长可能要进行调整，而球差的校正又会随不同波长有明显变化。但对于检验大型反射镜系统来说，激光可能是最好的光源。因为在白天工作时，它也能提供足够大的光强度。

§ 11.2.3 星点检验用光学系统的安排

检验小型折射物镜，最简单的一种如图 11.14 所示，其星点在适当的距离上。当然对于这个所需要的距离是有争论的。但只要根据设计技术条件计算出使用一个有限共轭值的效果，肯定能知道此距离。对大多数实际使用情况来说，规定“无限远是大于被检系统焦距 20 倍的距离”是足够了。

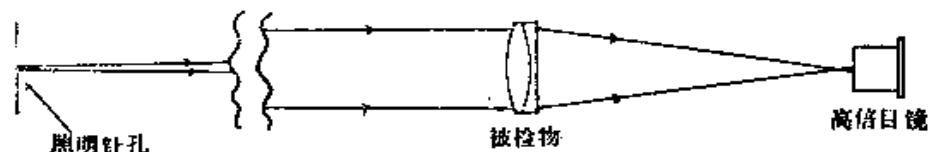


图 11.14 检验小型折射物镜的光路图

可根据检验要求确定是否要滤光片

要想看清点扩展函数中的全部细节，观察星点的目镜必须有足够的高的放大率。根据细节的尺度约为第一暗环半径以及在有利的条件下眼睛角分辨极限约为 1 弧分这两个事实，我们引出了一个简便的规则，即以毫米为单位的目镜焦距应等于或小于被检系统的 f 数*。这样，要检验一个 $f/10$ 的系统，我们就需要一个焦距为 10 毫米即 $25\times$ 的目镜。根据一些经验就很容易知道什么情况目镜的放大率才足够，因为只有这个时候才能看到星点象的全部衍射结构。

要用星点检验法检验一个好的物镜，必须要有一个本身像差非常小的目镜。因为上述规则意味着目镜上光束的最大直径将是 1 毫米，并且大部分目镜的设计在此孔径内基本上都是理想的。当然偶尔也会有划痕或轻微的偏心这类缺陷，但是通过旋转目镜能很容易地识别它们。

* 严格地讲，上述数值得出两倍的 f 数，但同样地现有的放大率为 2 倍。

要观测很大孔径角的光束，就需要用低倍率显微镜代替目镜。此时上述规则就成为这样的形式，即显微镜的总放大率不能低于 250 除以 f 数。

有时用折射准直仪或反射准直仪把星点精确置于无限远处，其实这样做并不理想，因为一来要增加成本，二来在检验被检系统的象差时还要加进准直仪的象差。然而在某些车间的条件下，图 11.14 中的装置所需要的长空气路程可能会受到不可避免的热气流的影响，所以往往需要一个准直仪来取代此路程。一般说来，在正常情况下，要求高的光学系统，其空气路程超过 1~2 米就足够看出这种紊流的影响，所以我们或者把较长的路程放在一个单独的检验托架上加以屏蔽，或者在白天或夜间找一个干扰最小的特殊时间进行工作。有时为了检验，就把整个系统放在一个真空箱里，但这对大多数车间来说是不切合实际的。

大型凹球面镜可按图 11.15 的布置进行检验，因为该镜对等共轭距离没有球差，但是必须使两个共轭点保持小的间隔，以避免象散。该间隔应小于下式所求的值



图 11.15 检验一个凹球面镜

直角棱镜的两个表面镀铝。对于一个大相对孔径的反射镜，必须用低倍率显微镜代替目镜。必须注意，照明针孔的光束要能充满反射镜的整个孔径，同样，显微物镜必须有足够大的数值孔径，以便接收从反射镜整个孔径射来的光线

$$\frac{R \sqrt{\lambda R}}{D} \quad (11.2)$$

式中 R 为凹面镜曲率半径， D 为其直径。例如当 $R = 1$ 米、 $D = 200$ 毫米时，则间隔必须小于 7 毫米。

抛物面镜需要一个无限远的共轭距离。对于大相对孔径的抛物面来说，毫无疑问星点检验并不是最好的方法。相反在星点检验中把抛物面镜作为检验其它系统的准直仪却是非常有用的。

图 11.16 表示双通道中怎样用一个辅助平面检验抛物面镜的情况。图 11.17 是用抛物镜做准直仪的简便装置。大多数大型凹面镜都需要有中心孔以适应各种用途。因此如图 11.17 所示，一个抛物面镜的中心自然也有一个孔。

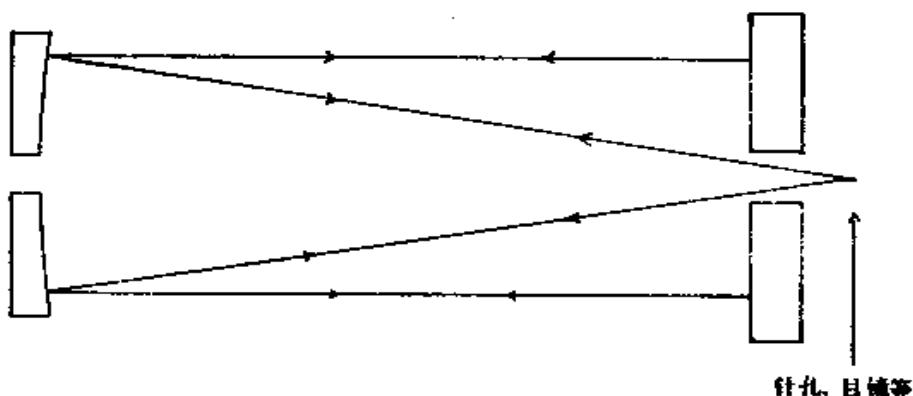


图11.16 用一个辅助平面镜检验一个抛物面镜；这个抛物面是双通道的，因此任何象差的影响是加倍的

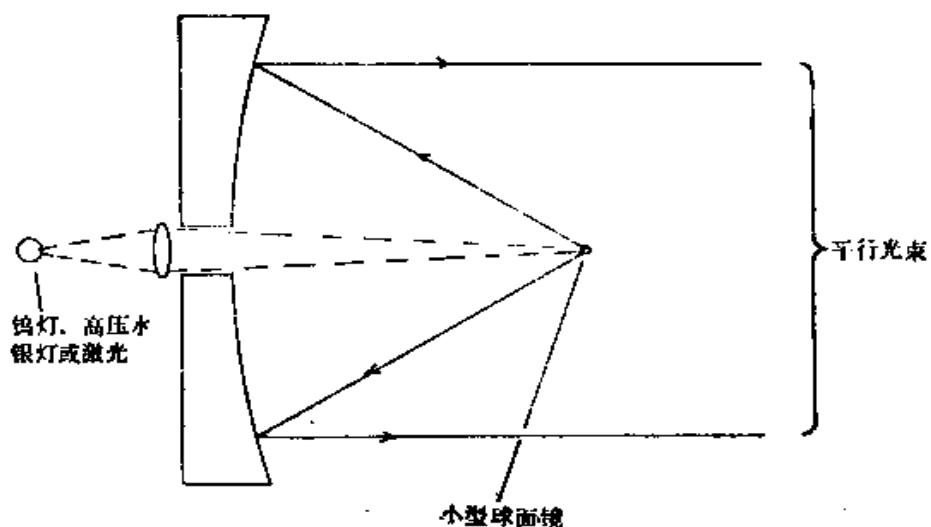


图11.17 一个在星点检验中作为准直仪的抛物面
小球面镜可以是直径 1 毫米的碳化钨小球或者是一个熔化在细长玻璃棒一端上的
1 毫米直径的玻璃珠

一个大型通用平面样板肯定适用于一般检验，也适用于图 11.18 所示的那种双通道大孔径系统。此装置既避免了为获得无限远共轭距离所要的长光路，又可使检验灵敏度提高一倍。当然平面必须是与系统其它部分所要求的一样好。同时系统需要尽量靠近轴线，以避免象散。在类似图 11.18 所示的卡塞格伦系统中可用星点检验确定两部分之间的正确定心，并且用使球差减至最小的办法来得到最佳的轴向间距。当然我们也注意到当系统是图 11.18 中所示的那种双通道型时（有时也称作自准直或自动对点）光学设计中所固有的彗差、横向色差及畸变都被消除。

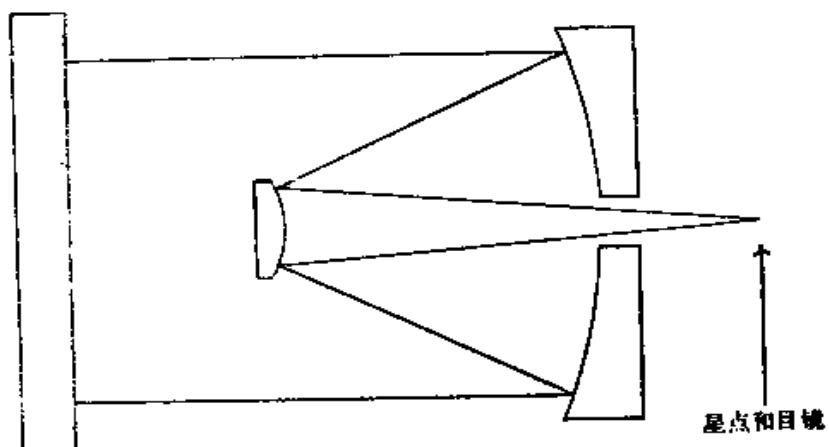


图11.18 在双通道（自准直）光路下检验一个卡塞格伦系统

§ 11.2.4 显微镜物镜

星点检验法特别适用于显微镜物镜（Martin and Welford, 1971），其检验技术与目前所描述的那些技术大不相同。人造星点是通过在显微镜盖玻片上真空镀铝或镀银，并且在胶合盖玻片之前用干净布轻轻擦拭而制成。如果盖玻片在蒸镀前没有极细心地清洁，则擦拭的结果就会造成一些针孔，其中会有几个适于作人工星点的。斯莱特（Slater 1960）曾介绍过另一种产生直径被精确定到约 0.1 微米的针孔的技术。用亮灯及一个高效显微镜台下聚光器即能对显微镜物镜进行星点检验。

正象在本章一开始时谈到的那样，星点检验用于关键性的空

气间隔的快速最后调整，以平衡对高数值孔径物镜的球差校正。这些物镜的球差无论对载片上盖玻片厚度（油浸物镜除外）还是对放大率都很敏感。如果显微镜还有一个伸缩镜筒，则放大率即由该伸缩镜筒规定。因此对于要求较高的工作来说，必须使物镜具有最小球差（通常是高级球差的组合）的玻盖片厚度确定下来。另一方面，我们还能通过已给定的玻盖片厚度找出可使物镜成象最佳的放大率。

用星点检验法还便于检查被认为是平面物镜的平度以及检查复消色物镜的色差校正情况。我们已知某些萤石标本强烈地散射光，而星点检验也能显示出所给复消色透镜或近复消色透镜中的萤石是否也具有这种不理想的性质。散射光是以雾状形式显现在星点象周围，它极易从衍射环中识别出来。

§ 11.2.5 星点检验能否定量

星点检验的定性性质对小象差来说是值得重视的，而且必须承认，要想用此检验法得到最佳结果就必须有经验。通过用已知象差的试样光学系统去训练初学的人，有可能加快获得这些经验的过程。在作者的实验室内也曾做了这个工作，是用象差校正很好的普通双胶物镜和修改这些物镜使它们产生小量象差来进行的。这些过程可以安排在例如泰曼-格林干涉仪上，比方说显示出半个条纹的象散，然后再进行星点检验。这个方法适合于检验人员对象差的数量级有一个感性认识。

如果简单反转一个300厘米 $f/12$ 消色差双胶透镜将会产生几个波长的初级球差，而这对目前的应用来说就太多了。简单改变两个元件之间的间距即能产生数量较少的象差。但是如果较高波带象差还未出现，而要用此方法使它们形成是不可能的。最好的方法或是研究它们或是找一个合适的显微镜物镜，用它产生这些象差。简单倾斜一个彗差已校正的双胶透镜，使它偏离轴线 1° 或 2° 进行工作，这样即可显示出象散。把一个元件相对于另一个使偏心达直径的1%或2%，通常就能产生适量的彗差。如果做这一步时很仔细并没有引起物镜任何总的倾斜即可产生小轴向彗

差。有毛病的物镜可用干涉测量法进行标定并用作星点检验的训练设备。

§ 11.3 有大象差的星点检验

如象摄影物镜、投影物镜、电视摄象机物镜等这些象差校正不必受衍射限制的物镜可进行非常简单而有效的定量检验。通常把系统安置在一个有准直仪的节点滑板光学台上，如图 11.19 所示，因而可测量轴外象差。可以参阅对这类光学台的详细描述，例如赖斯特纳的著作(Leistner et al. 1953)。星点检验大象差的原理与小象差的大不相同。对于后者，我们是研究点扩展函数的衍射结构，并根据经验力求估计出象差的类型和数量；但是对于大象差，本质上是用几何光学的概念确定光线象差。万德斯莱(Wandersleb, 1952)给出了一些有严重变形的点扩展函数的很好照片。

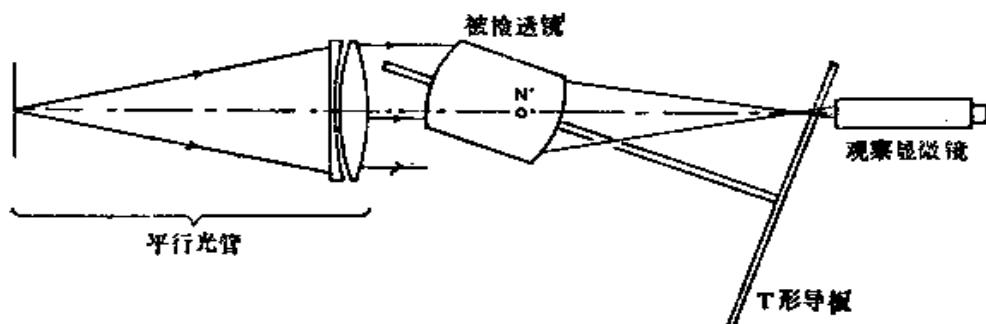


图11.19 用作星点检验照相物镜和类似系统的节点滑板光学台
T形导板代表着被检测的光轴和焦平面。当它转离光轴时，使观察显微镜移动。
因此显微镜总是调焦在正确的焦平面上（但在某些方案中显微镜不动，代之以
被检测透镜，通过联动装置向前移动；还有另外一些方案，即没有T形导板，显微
镜必须向后移动已计算好的量）

§ 11.3.1 球差

我们把待测物镜安放在轴线上并用一个波长适当的滤光镜。然后我们在装置的孔径内采用一系列环状光阑，并测定从每一环射出的空心光锥的焦点，如图 11.20 所示。用这个方法可得到纵向

球差曲线，并还可用一般方法把它进行处理，以得到描述象差的其它形式。这就是说，我们知道了纵向球差就能算出横向球差。

象 § 11.3 节中描述的其它过程一样，这个过程在安排上有某些优点，这就是针孔（目标）不大受衍射的限制。它不仅多供给一些光通量，使在多数情况下也是一个有用的额外补充，而且使判定光线的交线更容易。

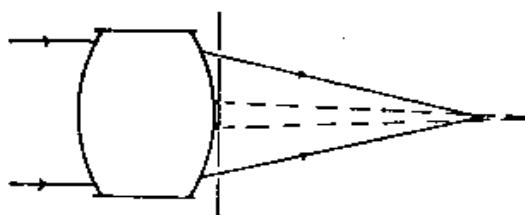


图11.20 用有区带光阑的星点检验
法测量纵向球差
虚线表示近轴光束

一个只能给出象差的定性图象的较快速的方法是简单地用一不透光的直尺挡住半个孔径，如图 11.21 所示，并观看不同焦平面上的影象。正象图中所表明的那样，轴线两侧的半圆形条带是作为象差的一般特征而出现的。稍经实践即能容易地解释这种影象。

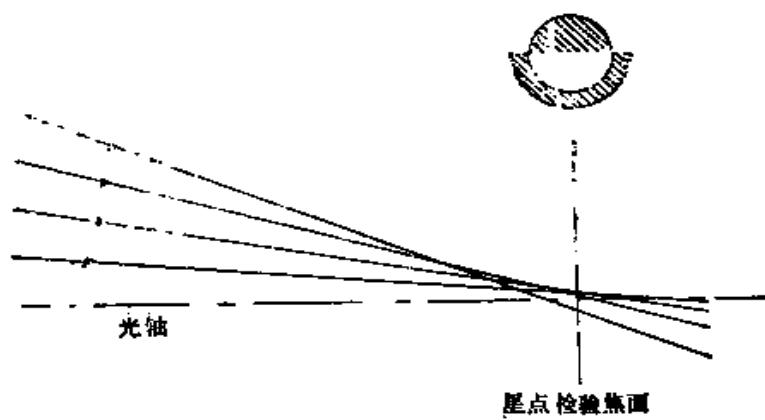


图11.21 通过孔径遮挡来检验球差
画阴影线的图形在所示焦平面上将呈现亮的

§ 11.3.2 纵向色差

用合适的滤光镜并缩小孔径，直至球差小到可以忽略时为止。通过测定不同波长光的焦点位置即可直接绘出纵向色差图。如果我们用环形光阑还能测出球色差，但是其精细程度在车间实际情况中却没有什么价值。

象对球差那样，也可用直尺挡住半个孔径的方法，只不过在光源处不用滤光镜。这样色彩的分布即能迅速表明色校正的对照情况。

§ 11.3.3 轴对称性

在 § 11.3 节所涉及的那些装置中，常会发现由于结构公差累积而造成某些不对称性。对于变焦距镜头来说更是这样，偏离中心会在整个变焦距范围内发生变化。轴上星点象能提供一个关于定心情况的即时检查。如果需要，还可在改善影象方面作调节器使用。为了帮助做到这点，对被测透镜来说，在节点滑板架上装一个精密的旋转机构是有必要的。

§ 11.3.4 象散

把透镜作离轴转动并依次聚焦在每一焦线上即可描绘出弧矢焦线和子午焦线的位置。当然在此过程中，我们还看到其它各种离轴象差（彗差、横向色差等）。为此我们只是把透镜光圈关闭到足以消除或基本上消除球差和彗差而又没有到象散消失的程度即可。

在一大型装置中，同样可用旋转透镜选定一视场角观察象散焦线来检查透镜视场的对称性。有时在轴外比在轴上能发现更大程度的不对称性。象场弯曲的星点测量和彗差的某些估计一起常用来调节大型摄影物镜的空气间距。

§ 11.3.5 嗜变

对嗜变的准确标定，例如对摄影测量物镜嗜变的标定是一个很大的课题。本书没有对此进行研究。然而值得注意的是作星点检验用的节点滑板光学台却可使我们能够进行嗜变的简单测量，这在许多情况下是有用的。

装上待测透镜后，我们是按照如下程序来定透镜的后节点位于节点滑板的转轴上，即先在显微镜中找到星点象，然后转动滑板，使其小量离开轴线。如果星点象移动，例如向左移动，我们就要按照能使象回到显微镜视场中心的方向，把透镜沿着节点滑板移动，同时用显微镜跟踪象，使其保持在焦点上。此过程一直要继续到旋转节点滑板时星点象一点都不向旁边移动为止。此时即算出正确定好透镜的位置。但是我们几乎总会发现透镜沿着节点滑板移动，没有一个位置可使星点一点都不移动；而所能做到的最好情况也只能象图 11.22 所示那样，即象在经过一段短的偏移后又回到轴线上。当然这个残余偏移是透镜畸变的一种表现形式。图中实线表示理应测量的位移。要给出对随视场的立方和更高次方而变的畸变的虚线图，最常见的是从上述位移中减去一适当的线性项。减去一线性项仅仅意味着对被测系统的名义焦距的稍稍不同的选择。

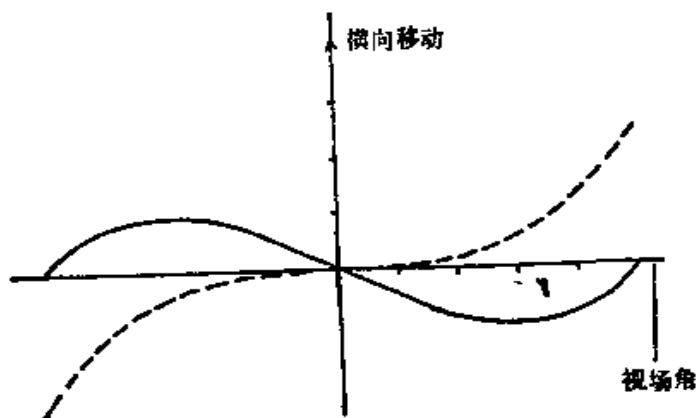


图11.22 畸变测量

实线代表作为视场角函数的星点象的横向位移，这里假定已找到对节点轴的折衷位置。虚线表明加上一线性项的效应，这个线性项相当于节点到近轴位置的位移

沃沙和达林 (Washer and Darling 1959) 两人已对上述过程进行了详细的阐述并讨论了误差。

§ 11.3.6 非补偿检验法

至此为止，我们考虑的仅是补偿检验，也就是对应该没有象

差的系统进行检验。然而有时我们需要检验一个系统，看它是否已规定非零的象差。最典型的例子当然是具有等共轭距离的抛物面镜，从几何学角度看，它要比一个共轭值在无限远的更方便。另一个例子可能要算在红外线中使用的非球面单透镜，因为这种单透镜在可见光中检验其象差是不同的。

由于星点检验并不是非常准确定量的，如§11.3节中介绍的那样，所以使用时更是如此。为了实际测量大象差，最好是把这样的检验改为加入一个具有所需象差的辅助光学系统的补偿检验（见第十四章）。这是一种已设计好的、极易精确制造的光学系统。多尔（Dall 1947）曾介绍过，在补偿检验抛物面中广泛应用的辅助透镜的系统*。这方面的其它许多例子也发表过。

如果用激光作光源对系统进行检验的话，另一个可采用的最新方案是使用一张计算机全息图作为辅助系统。对此方法，伯赤和格林（Birch and Green 1972）曾进行过比较有价值的描述。只要通用的计算机绘图系统有足够的分辨率去绘制计算机全息图，那么这种图就能合成任何想要的形状的波面。象平常所说的一样，计算机全息图校正器虽然只是干涉测量方案中的一部分，但却同样适用于合成透过被测系统的一个变形的波面。如果系统已有想要的象差，则此结果就是个没有变形的星点象。

参 考 文 献

- Barakat, R. and A. Newman, "Measurement of Total Illuminance in a Diffraction Image. I: Point Sources," *J. Opt. Soc. Am.*, 53, 1965 (1963).
 Beiser, L., "Perspective Rendering of the Field Intensity Diffracted at a Circular Aperture," *Appl. Opt.*, 5, 869 (1966).
 Birch, K. G. and F. J. Green, "The Application of Computer-Generated Holograms to Testing Optical Elements," *J. Phys., D: Appl. Phys.*, 5, 1982 (1972).
 Born, M. and E. Wolf, *Principles of Optics*, 5th ed., Pergamon Press, Oxford and New York, 1975.
 Cagnet, M., M. Franco, and J. C. Thrierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Springer-Verlag, Heidelberg and New York, 1962.
 *The paper cited refers to knife-edge testing, but the principle of the auxiliary lens is, of course, the same.

* 引用的文章参考刀口检验，但辅助透镜的原理当然是相同的。

- Dale, H. E., "A Null Test for Paraboloids," *J. Br. Astron. Assoc.*, 57 (1947); reprinted in *Amateur Telescope Making*, Vol. 3; A. E. Ingalls, Ed., Scientific American, New York, 1953.
- Leistner, K., B. Marcus, and B. W. Wheeler, "Lens Testing Bench," *J. Opt. Soc. Am.*, 43, 44 (1953).
- Linfolt, E. H. and E. Wolf, "On Telescopic Star Images," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 112, 452 (1952).
- Linfolt, E. H. and E. Wolf, "Diffraction Images in Systems with an Annular Aperture," *Proc. Phys. Soc.*, B66, 145 (1953).
- Martin, L. C., *Technical Optics*, Vol. 2, 2nd ed., Pitman, London, 1961.
- Martin, L. C. and W. T. Welford, in *Physical Techniques in Biological Research*, Vol. I, Part A, 2nd ed., G. Oster, Ed., Academic Press, New York and London, 1971.
- Nienhuis, K., *On the Influence of Diffraction on Image Formation in the Presence of Aberrations*. Thesis, J. B. Wolters, Groningen, 1948.
- Slater, P. N., in *Optics and Metrology*, P. Mollet, Ed., Pergamon Press, Oxford and New York, 1960.
- Taylor, C. A. and B. J. Thompson, "Attempt to Investigate Experimentally the Intensity Distribution near the Focus in the Error-free Diffraction Patterns of Circular and Annular Apertures," *J. Opt. Soc. Am.*, 48, 844 (1958).
- Taylor, H. Dennis, *The Adjustment and Testing of Telescope Objectives*, Sir Howard Crubb, Parsons & Co., Newcastle-upon-Tyne, 1891; 4th ed., 1946.
- Toyman, F., *Prism and Lens Making*, Adam Hilger, London, 1942.
- Wandersleb, F., *Die Lichtverteilung in der axialen Konfotik eines mit sphärischer Aberration behafteten Objektes*, Akademie-Verlag, Berlin, 1952.
- Washer, F. E. and W. R. Darling, "Factors Affecting the Accuracy of Distortion Measurements Made on the Nodal Slide Optical Bench," *J. Opt. Soc. Am.*, 49, 517 (1959).
- Welford, W. T., "On the Limiting Sensitivity of the Star Test for Optical Instruments," *J. Opt. Soc. Am.*, 50, 21 (1960).

第十二章 全息术和莫尔条纹技术

J. C. 怀扬特

§ 12.1 引言

全息术最有价值的应用之一是检验光学零件和光学系统。为了以后能再现和使用波前^{*}，而把记录下来的波前有效地存储在全息图上。正是由于全息术的存储特性和延时特性才使全息术比其它常规的干涉测量技术更有独特优点。例如，能够全息地记录一个光学系统所产生的波前，并且可以在以后没有被检系统的情况下，用充裕的时间分析所记录的波前。用干涉方法能够把受到外力作用的漫反射表面或抛光表面与其正常状态进行对比，或者能够把主光学系统产生的波前全息地存储起来，并在假定相同的其他光学系统的补偿检验过程中使用。这和在制作光学零件时使用的检验样板的作用几乎一样。如果制作‘实’全息图时不能使用主光学系统，那么在某些情况下能够制作一个‘综合’的或者计算机产生的全息图 (computer-generated hologram-CGH) 作为参考波前。

双波长全息术 (Two-wavelength holography-TWH) 对于光学零件粗加工阶段的检验特别有价值。这种双波长全息术为我们提供了一种用可见光以一定灵敏度进行干涉测量和检验的方法。通常只有用长波长及不可见光源才能达到这样高的灵敏度。在光学零件粗加工阶段的检验过程中，常常由于对被检表面的准确了解不够而不能采用补偿检验法，但用可见光干涉检验又过于灵敏了。用肉眼看不见的较长波长光进行干涉检验也比较困难，因为使用肉眼看不见的光会出现探测器和对准两个问题。可以把

* 波前即波面。按照习惯，全息术中统称波面为波前——译者注。

莫尔干涉量度法看作是全息术的一种变异，与普通全息术相比，莫尔干涉法降低了对环境条件的要求，并且还扩大了用可见光描绘等高线和测量形变的范围。

本章讲述了许多光学检验有用的全息术和莫尔条纹技术。很明显，这些内容并非囊括了这两种技术的全部交叉应用，因为把所有可能选用的方法都塞在一本里并不困难，但效果不如只讨论比较有意义、用途比较大的几种技术。章末的参考文献中列出了引用的原著。虽然全息术并不是解决所有光学检验难题的手段，但是希望在这一章里能说明全息术在光学检验中占有一定地位。期望全息术能够随着岁月的流逝在光学零件和光学系统检验方面的应用价值不断提高。

§ 12.2 使用实全息图的干涉仪

光学零件全息检验法能够使用各种各样的实验装置。当然，检验光学零件的特殊装置取决于特殊的被检零件或零件组。由于全息图只是一幅干涉图，在图上的参考波前和物波前之间有一个相当大的倾角，所以用于全息检验的最理想实验装置本质上与干涉计量的波面检验所用的装置相同，只有小量改变，即参考波前与物波前在夹角只有几度的情况下发生干涉。例如图 12.1 所示经过改进的泰曼-格林干涉仪可以用来制作凹面反射镜的全息图。

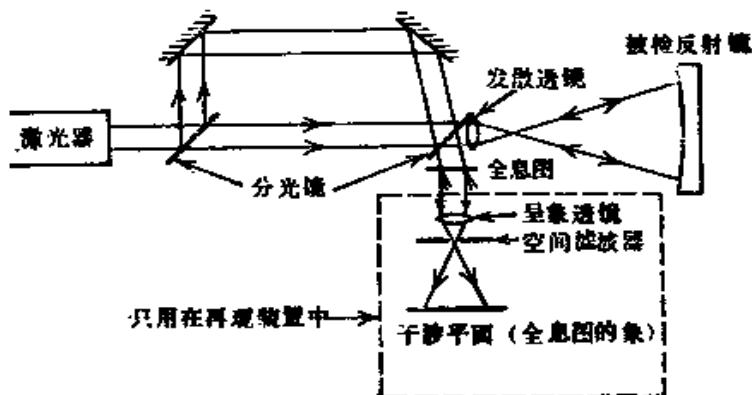


图12.1 用于全息检验的经过改进的泰曼-格林干涉仪

位于全息图后面的成象透镜和空间滤波器（小孔）用于再现全息图。通常，全息图产生几个不同的衍射级，正如以下几节所讲述的需要使用空间滤波器选择其中一个衍射级。透镜的作用是使所希望的干涉平面再成象。

虽然在某些情况下可以使用脉冲激光器作光源进行全息图曝光，但是一般还是使用氦-氖激光器或氩离子激光器。最常用的全息记录材料是卤化银照相乳胶，例如柯达 649 F、649 GH、SO173、SP120、SP131 和 SP125，或者阿格法-吉弗特 8E56、10 E 56、8E75 和 10E75 等型号胶片。在以下几节提及的某些应用中，照相底片显影很不方便，而且也没有必要得到永久性全息图。这时使用光敏材料、光聚材料以及热塑材料等记录材料比较好。读者可以阅读几篇有关全息记录材料的很有价值的参考文献 (Collier et al. 1971, Kurtz and Owen 1975, Smith 1975, Biedermann 1975)。

§ 12.2.1 波前存储

在一定情况下全息存储一个光学系统产生的波前，并且在以后没有被检光学系统存在时分析这个波前是相当方便的 (Hildebrand et al. 1967, Hansler 1968 b)。例如，用图 12.1 所示的装置记录一个凹面反射镜产生的波前，并且能够在以后用图 12.2 a 所示的傅科刀口检验装置分析记录的波前，或者用图 12.2 b 所示的干涉测量装置分析记录的波前。用这种干涉测量装置分析波前时，把光束 1 的零级与光束 2 产生的再现波前 (+1 级) 进行干涉测量比较。特别要注意，如果用波长为 λ_1 的脉冲激光器作光源记录全息图，而用波长 λ_2 再现全息图时，那么再现波前的每一个条纹的波前偏差都与 λ_1 的波前上的光程差 (OPD) 变化相对应，而不是与波长 λ_2 上的光程差 (OPD) 变化相对应。

全息图再现的波前当然不能完全与记录全息图时使用的波前相同。产生这种误差主要有三方面原因：(1)再现装置的光路结构与记录装置光路结构有差异；(2)记录材料变形；(3)记录材料基片引入了象差。

如果使用一个准直参考波前并且使物波前也尽可能准直，那么就能大大地减小由于再现装置结构与记录装置结构的差异而产生的误差。如果再现波长与记录波长不相同，则使用准直波前就特别重要。

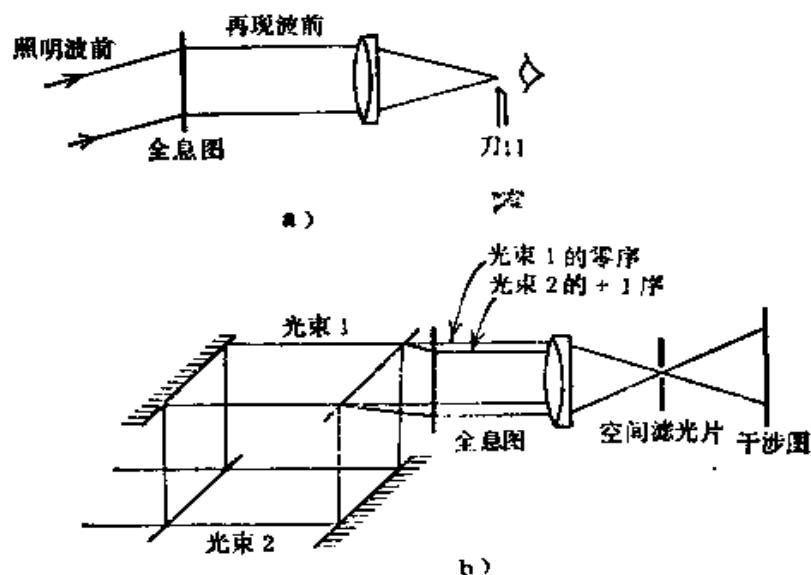


图12.2 分析存储波前的全息“再现装置”

a) 带斜刀口检验装置 b) 干涉检验装置

记录材料变形会改变记录干涉条纹的形状，因而也改变了再现波前的形状。实验证明，柯达 649 F 照相底片的乳胶移动会产生小于 $\lambda/40$ 的波前均方根误差 (Wyant and Bennett 1972)。

照相底片所用玻璃基片的光学厚度变化一般至少是每英寸一个条纹。这个厚度变化一般超出了波前记录所允许的限度。幸好有两个解决这个问题的方法。第一，是把照相底片放在液门里，或者起码要使底片的两个表面与两个高质量光学样板的指标匹配。第二，如果全息图产生的波前是作干涉检验的，则可以使用图12.2 b 所示的实验装置。这种实验装置能够使干涉对比所用的波前也透射过全息图，因而全息图基片在参考波前和再现波前中都产生同样的象差，于是抵消了基片的误差。

§ 12.2.2 无损检验

全息波前存储对于测量光学零件应力形变的无损检验很有用

(Hildebrand and Haines 1966, Haines and Hildebrand 1966)。变形的抛光面和毛面都能够与它们的正常状态进行干涉对比。全息无损检验的一个特殊应用是在既费时又费工地加工大型反射镜毛坯成光学表面之前，确定毛坯的机械性能和热性能 (Van Deelen and Nisenson 1969)。所有全息无损检验法都可分为“实时”和“双曝光”两种类型。下面首先讨论“实时”全息无损检验法。

根据图 12.3 所示的光学系统可制作任意一个物体的全息图，例如制作一个未加工的反射镜毛坯的全息图。由于下面两个原因，采用同轴检验装置比较方便：(1)大大简化了处理干涉图样的过程；(2)可以把一种反光涂料 (Codit 反射液) 涂敷在被检毛坯的前表面上。毛坯表面的涂料使大部分照明光通量沿光源方向反射回去，既缩短了曝光时间也使整个毛坯的反射率均匀一致，即使对于大锥角也有同样效果。

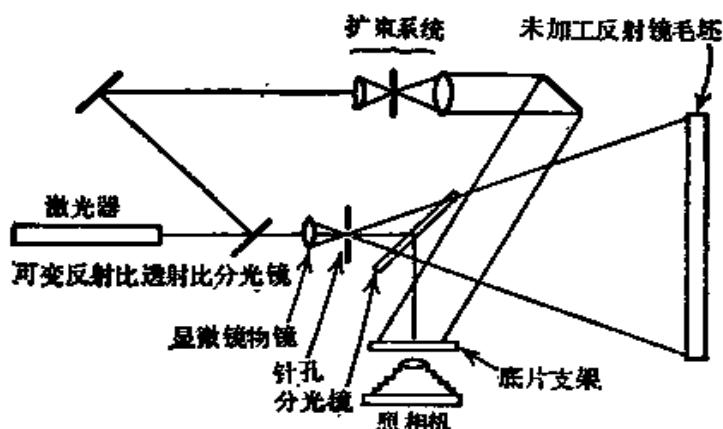


图12.3 全息干涉检验系统

在适当曝光和显影之后，把记录介质重新精确地放回到原来曝光时所在的位置上。做到这一点至少有三种方法。第一，如果记录介质是照相底片，则可以使用液门，在不离开原来曝光的位置对底片进行化学显影。第二，借助一个三点支座，就能够比较容易地取下照相底片进行化学显影，然后再放回到几乎和原来一

样的位置上。第三，能够使用诸如光敏材料或光聚材料等记录材料或器件，这时在底片曝光之后无需显影。或者使用热塑材料作记录介质，在显影时要使用一个电位，然后加热制成全息图（Smith 1975）。如果有可能，最好避免使用需要化学显影的记录材料。因为使用这类记录材料需要显影时间，而且在实验装置中有可能使全息图曝光位置移离观察全息图再现的位置。

用原来的参考波前照明全息图时，则产生再现波前，这个再现波前除固定不变的振幅和位相成分外，完全是原来物波前的复制品。如果同时用和全息图曝光过程中相同的方式照明物体，那么在全息图平面上就会出现两个波前：一个是从物体发射出来的波前，另一个是全息图产生的再现波前。应当使两个干涉波前的振幅相等。这是可以做到的，例如使用一个可变透射率-反射率的分光镜就能够使两波前的振幅相等。

如果物体形状没有改变，那么两个干涉波前应当产生一个干涉条纹。如果物体形状发生变形，例如施加机械负荷或者温度梯度，那么直接来自物体的波前不同于存储波前，并且两个接近全同的波前的干涉会形成一些干涉条纹，根据这些干涉条纹就能够确定物体的形变。对于一个同轴检验装置，在照明和观察方向上每一个干涉条纹都相当于半个

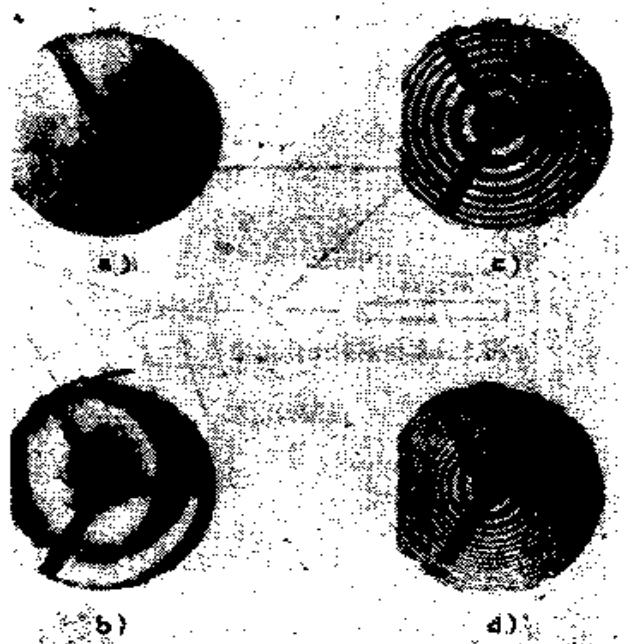


图12.4 对长70厘米蛋羹形熔石英反射镜毛坯进行热检验时拍摄的全息图

a) 在加热之前拍摄的 b) 检验开始后6分钟拍摄的
c) 检验开始后10分钟拍摄的 d) 检验开始后20分钟拍摄的

波长的表面形变。对于一个离轴检验装置虽然困难得多，但是仍然能够确定物体的形变 (Collier et al. 1971)。

图 12.4 是对长 70 厘米的蛋菱形熔融石英反射镜毛坯进行热试验的过程中得到的干涉图。图 12.4 a 是在加热前拍摄的。整个毛坯的不均匀性是由于在全息图曝光和记录干涉图期间毛坯在检验装置的热环境中的变化产生的。另外三张照片是在加热反射镜毛坯过程中记录的。在检验结束时反射镜背面的温度比室温高 26 °C。可以用干涉图中所示的参考线消除刚体运动。

应当特别注意，如果记录照相机没有聚焦到条纹定域的表面上，那么照相机的光圈大小就会影响所记录干涉条纹的对比度。这个条纹定域表面通常远离反射镜毛坯的表面。因此，为了获得足够大的景深，必须缩小照相机光圈，最低限度要使毛坯各个部分的条纹对比度达到满意的程度。

在双曝光全息干涉测量法中，把一个给定物体的两次全息曝光重叠在同一个记录介质上，并且在两次曝光期间使物体发生形变。如果全息图经显影后再用原来的参考波前照射，那么就能再现物体的两个虚象。其中一个象是物体原来形状的象，另一个象是物体发生形变的象。只有在双曝光的情况下才会产生有关物体形变量的干涉条纹。

§ 12.2.3 全息样板

一旦组装好一个十分理想的光学系统以后，就可以全息地存储这个光学系统产生的波前，并且用这个波前来自检验其他光学系统，这和光学零件检验时使用样板的作用几乎完全一样 (Hansler 1968 a, Pastor 1969, Snow and Vandewarker 1970, Larionov et al. 1972, Broder-Bursztyn and Malacara-Hernández, 1975)。例如，可以用图 12.1 所示的装置制作一个凹面反射镜产生的波前全息图。全息图经过显影处理后再放回到原来位置上，并且把主反射镜换成被检反射镜。把全息图上存储的波前与被检反射镜产生的波前进行干涉比较，如果全息图是在与被检系统（在这里是反射镜）的出射光瞳共轭的平面上制作的，那么简单地改变全

息图再现显影时所用波前的倾斜就能够选择所制作干涉图的倾斜量。但是要注意，如果全息图不是在与被检系统的出射光瞳共轭的平面上制作的，那么除干涉图中引入倾斜之外，倾斜参考光束会引起被检光学系统出射光瞳的象与已经全息存储了的主光学系统出射光瞳之间移位。最后的干涉图应当在与被检光学系统出射光瞳共轭的平面上记录。

当然，在把存储波前作为主波前时，也会存在与在全息图上存储波前有关的上述误差来源。把全息图放在装置中的某一位置上，从被检反射镜来的波前也从这里穿过全息图，用这个方法也能够消除全息图基片厚度不均匀这个产生误差的主要根源。除前面所述的误差根源外，全息图在干涉仪中的位置不合适也是产生误差的另一个原因。如果使全息图与主光学系统的出射光瞳共轭，那么被检光学系统的出射光瞳必定与全息图重合。全息图的任何平动或转动都会产生误差。如果用函数 $\phi(x, y)$ 或 $\phi(r, \theta)$ 表示全息图平面上的被检波前，则全息图在 x 方向上的移动距离 Δx 产生的误差由下式给出

$$\Delta\phi(x, y) \approx \frac{\partial\phi(x, y)}{\partial x} \Delta x \quad (12.1)$$

式中 $\partial\phi/\partial x$ 是 x 方向上波前的斜率。同样转动产生的误差 $\Delta\theta$ 由下式给出

$$\Delta\phi(r, \theta) \approx \frac{\partial\phi(r, \theta)}{\partial\theta} \Delta\theta \quad (12.2)$$

把全息样板干涉仪看作用莫尔条纹图表示的想法很有意义 (Pastor 等人 1970)。存储在全息图上的波前与来自被检光学零件的波前相干涉而得到的干涉条纹，可以看作是由下面两种干涉条纹叠加而产生的莫尔条纹图：它们是由主光学系统产生的波前与一个平面波形成的、已经记录在全息照片上的干涉条纹和由被检波前与一个平面波前形成的实时干涉条纹。用空间滤波方法能够提高这种莫尔条纹图的对比度，也就是仅仅选出由被检反射镜产生的波前和由主光学系统产生的全息图给出的存储波前的衍射

级。

§ 12.3 应用综合全息图的干涉仪

在许多情况下不能用主光学零件制作作为全息样板用的实全息图，这时可以制作一种计算机产生的综合全息图 (computer-generated synthetic hologramCGH) (MacGovern and Wyant 1971, Wyant and Bennett 1972, Ichioka and Lohmann 1972, Fercher and Kriese 1972, Birch and Green 1972, Fercher 1973, Faulde et al. 1973, Deever 1975, Pastor 1969, Takahashi et al. 1975, Fercher 1976)。这种检验装置和实全息图使用的装置一样。在这种检验方法中所用的计算机产生的综合全息图是实际的干涉图 (全息图) 的二进制表示法，如果被检的理想非球面波前与一个倾斜平面波前互相干涉，就能够获得这种实干涉图。

§ 12.3.1 基本方法

要制作符合要求的计算机全息图，首先应对检验装置进行光线追迹，以便得到在全息图平面上由倾斜平面波与完善的被检反射镜对应的非球面波前互相干涉所产生干涉条纹的位置。正如实全息图作为样板使用时一样，在与被检光学系统的出射光瞳共轭的平面上制作全息图也是方便的。应当特别指出，只要干涉仪中所有光学零件都是已知的，因而能够对光学系统进行光线追迹，那么制作计算机综合全息图的光线追迹方法也适用于其他任何普通光学系统。光线追迹整个干涉仪的方法即使只可能校正球面波前的偏差，并可能在被通过的非球面波前上引入附加的象差，但这个方法有一个重要的结果，这就是在零检验时（或对所有实际应用来说是近似补偿检验法）全息图能够自动校正这些象差。

在用计算机计算构成全息图的干涉条纹的位置之后，必须绘出条纹图样。虽然能够在照相底片上直接绘图的激光绘图器提高了绘图尺寸的稳定性而受到人们欢迎，但是通常还是使用 Calcomp736 型纸张绘图器。图 12.5 是一幅典型的计算机描绘的全息图。全息图绘好以后还必须用照相方法缩小到正确尺寸。

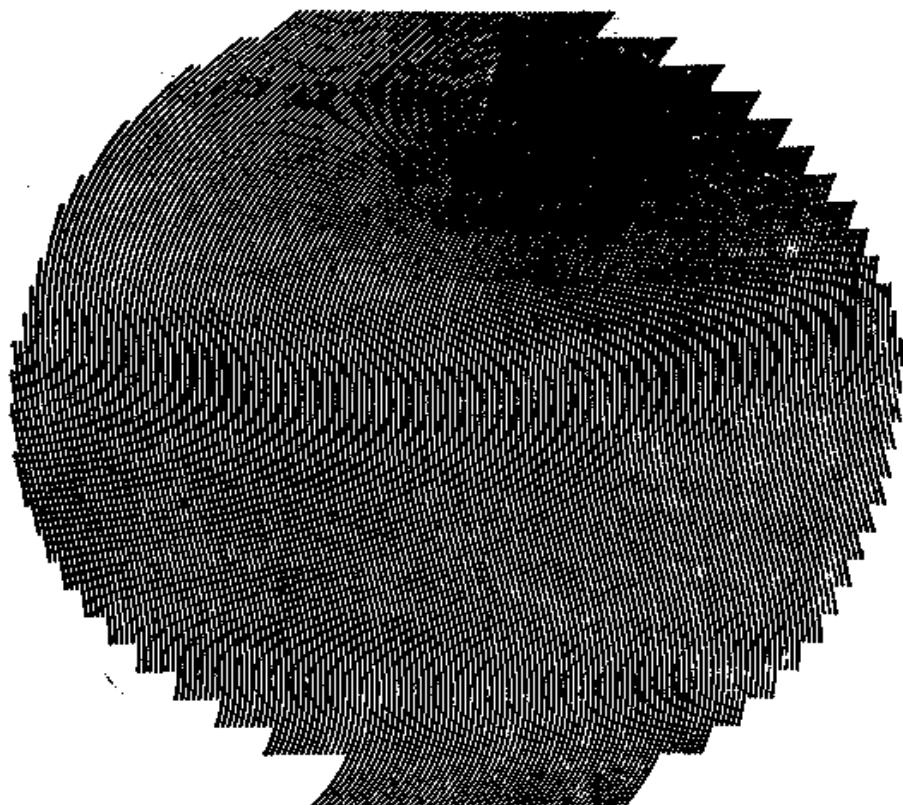


图12.5 用激光光束记录器描绘的典型计算机全息图

正如实全息图一样，在把计算机综合全息图按照图12.1所示放置在干涉仪上时，参考波前和被检反射镜产生的波前相干涉形成的条纹与计算机综合全息图构成了一幅莫尔条纹图。从这幅莫尔条纹图得出了计算机综合全息图与干涉条纹之间的区别。在制作计算机综合全息图时，如果选择平面参考波前的倾斜至少和沿平面波的入射平面与非球面波前的相交线上的非球面波前的最大斜率一样大，那么就能够用空间滤波器改善莫尔图样的对比度。然后在再成象透镜焦面的合适位置上放置一个小孔，使全息图再成象，以达到空间滤波的目的。放置这个小孔是为了只允许被检反射镜产生的波前以及用一个平面波前照明全息图产生的对应波前通过。因此在显示相互干涉的平面上产生了一幅干涉图，从这幅干涉图可得出被检反射镜产生的波前与全息图产生的对应

波前之间的差异。

还是和实全息图完全一样，应当把计算机全息图按照图12.1所示放在干涉仪上。这样全息图基片的厚度变化就不会影响检验结果，从而消除了产生误差的一个主要原因。

§ 12.3.2 误差原因

计算机全息图除了具有用实全息图作为全息检验样板的全部误差原因之外，还有三个误差原因：（1）绘图器失真；（2）全息图尺寸不正确；（3）照相缩微镜头畸变。从下文可以看出，这些误差的大小与非球面波前偏离球面或与平面波前的最大斜率成正比。由于这个原因，应以使非球面偏离的斜率减至最小的球面波前为准来计算非球面波前。

全息图绘图器的失真是产生误差的最主要原因。为了说明计算机全息图波前的准确度取决于绘图器分辨点的数目以及被检非球面波前的最大斜率。设绘图器有 $P \times P$ 个分辨点，因此通过全息图半径的分辨点有 $P/2$ 个。由于在描绘任意一点时的最大误差是半个分辨单位，所以构成全息图的每条线的任何部位都可以移离其应在的位置，移动距离等于 $1/P$ ，即全息图的半径。设非球面波前的斜率与倾斜平面波之间的最大差值为每个全息图半径上 S 个波，因而在全息图线上平面波的位相可以与相同线上所要求波前的位相相差 S/P 个波，也就是再现波前中的最大误差。既然最终的干涉图是记录在全息图的象平面上的，所以由于分辨点的数目有限，而使数量化在 S/P 个波的最终干涉图上引起一个峰值误差。图 12.6 是对数-对数曲线图，图中表示在非球面波前的斜率与倾斜平面波的斜率之最大差值取各种不同数值时，峰值波前误差与绘图器分辨点数目的函数关系。

如上所述，为了使最终干涉图上的对比度达到最大值，因而所制作的全息图应能够被空间滤波，以便选择出一级再现。这就要求平面参考波前的斜率（倾斜）至少和非球面波前的最大斜率一样大。这两个斜率是在沿平面波的入射平面与非球面波前的交线上测定的。由于增大平面参考波前的斜率，反而使产生非球面

波前的准确度降低。应当利用这一事实，即如果参考波前的入射平面沿非球面波前最小斜率的方向，就可以在检验非对称波前时使用较小的参考波前倾斜。

应该着重指出图 12.6 所示的最大波前误差实际上是最坏的情况，而且这种情况仅仅出现在全息图中斜率差最大的区域内，以及只有在斜率差最大区域内的绘图器失真最大时才会出现这种现象。同时，知道绘图器的失真度以后即可校正绘图器失真的系统误差 (Fercher and Kriese 1972, Wyant et al. 1974)。

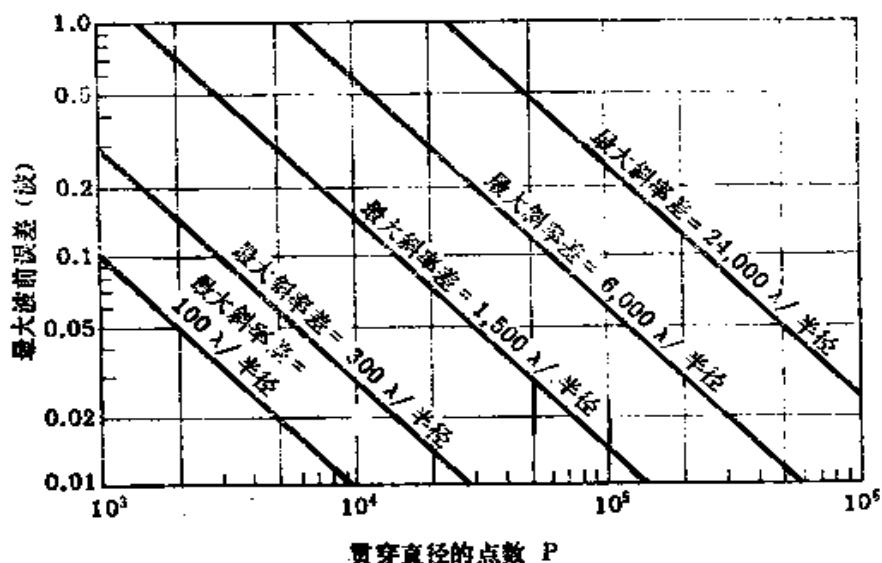


图 12.6 最大波前误差与绘图器分辨点数目的关系

我们讨论产生误差的另一个原因是全息图尺寸不正确。设全息图平面上被检的有象差的波前为 $\phi(r, \theta)$ ，如果全息图的尺寸正确，这就是全息图产生的波前；如果全息图具有放大系数为 M 的不正确尺寸，那么检验结果将给出差值 $\phi(r/M, \theta) - \phi(r, \theta)$ 。现在用泰勒展开式

$$\begin{aligned}\phi\left(\frac{r}{M}, \theta\right) &= \phi\left[r + \left(\frac{1}{M} - 1\right)r, \theta\right] \\ &= \phi(r, \theta) + \left[\frac{\partial\phi(r, \theta)}{\partial r}\right]\left(\frac{1}{M} - 1\right)r + \dots \quad (12.3)\end{aligned}$$

如果 M 近似于 1，并且所考查的是小范围，就可以忽略展开式中高于第一级的项。

因此，由于全息图的尺寸不正确而使检验结果出现的误差为

$$\begin{aligned} & \phi\left(\frac{r}{M}, \theta\right) - \phi(r, \theta) \\ &= \left[\frac{\partial \phi(r, \theta)}{\partial r} \right] \left(\frac{1}{M} - 1 \right) r + \dots \end{aligned} \quad (12.4)$$

除放大系数 M 是位置 r 的函数之外，畸变也是 r 的函数，因此可按照和放大误差一样的方式分析畸变误差。设 $\alpha(r)$ 是与半径 r 有关的畸变，即假设在半径 r 上的一个点是在半径 $r[1 + \alpha(r)]$ 位置上。由于常常在一次检验中，在 r 为最大值的位置上，畸变和波前斜率都是最大值，所以通过调节放大系数抵消曲线边缘上的畸变误差，就能够减小由于畸变引起的误差。换言之，在照相缩微时，应该使全息图比如果没有畸变所得到的尺寸小 $1 + \alpha(r_{max})$ 倍。因而，在任意半径 r 上，畸变引起的放大误差是

$$M(\alpha) = \frac{1 + \alpha(r)}{1 + \alpha(r_{max})} \quad (12.5)$$

在计算机全息图检验过程中也存在把实时全息图作为样板时的对准误差。由于这些原因，在描绘计算机全息图时，还必须把也能帮助获得合适全息图尺寸的对准辅助手段标绘在全息图上。

§ 12.3.3 用计算机全息图得到的结果

图 12.7 和 12.8 是用计算机全息图检验产生非球面波前的两种不同光学系统的结果。

图 12.7 是用计算机全息图检验一个非对称非球面波前的结果。至今还没有用普通光学系统的简便补偿检验法检验这种波前。被检波前的最大斜率是单位半径 126 个波，并且偏差是 64 个波。计算机全息图检验的均方根误差是 0.07 个波。

图 12.8 是检验有三级和五级球差 50 个波的透镜的结果。对这个干涉图的分析表明透镜产生的波前与全息图产生的波前之间的均方根值小于 $1/15$ 个波。

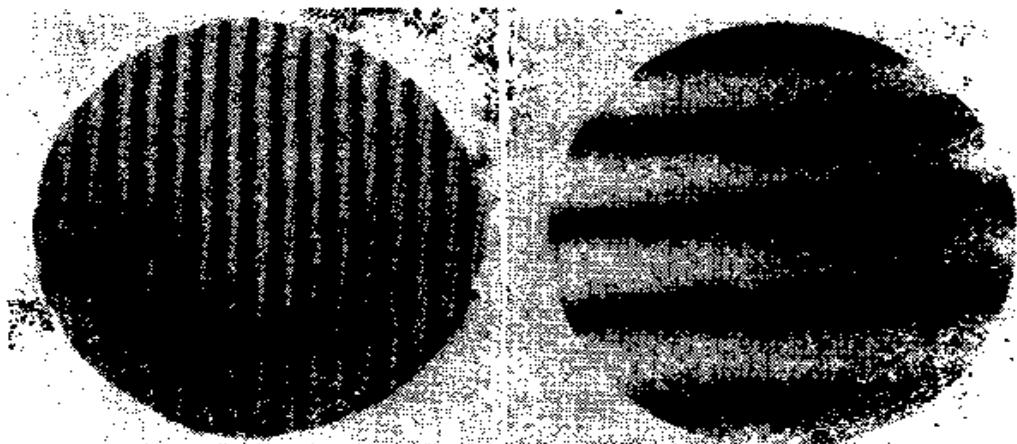


图12.7 最大斜率为单位半径126个波和64个波偏差的非球面波前的计算机全息图检验结果

图12.8 对有三级和五级球差50个波的透镜进行全息检验的结果

§ 12.3.4 与普通补偿光学零件结合

虽然能够设计任何光学系统的计算机全息图，并且可以设想大型干涉检验控制绘图装置至少在原则上能够产生检验任意复杂的光学系统所要求的计算机全息图，但是很快就会发现制作一幅计算机全息图所花费的时间和费用是不合算的。同样，花费足够的时间和资金也可能设计和制造出用来检验几乎所有任意复杂光学系统的反射和折射的补偿光学系统，但是不久也会感到需要的时间和费用都超出了实际限度。于是就提出了一个问题，是否可以把比较简单的补偿光学零件和比较简单的计算机全息图结合在一起，代替检验复杂的非球面光学零件所需要的复杂的计算机全息图或是复杂的补偿光学零件？在许多情况下回答是肯定的，并且可能是而且应当是常常采用的方法。

为了说明这两种检验方法结合在一起的优点，下面给出用计算机全息图结合补偿透镜检验一个偏心卡塞格伦 (Cassegrain) 系统中主反射镜的结果。在这个反射镜中，偏差大约是 455 个波 (在 514.5 毫微米波长上)，最大斜率约为单位半径 1500 个波 (Wyant and O'Neill 1974)。主反射镜是一个直径为 69 厘米的离轴反射镜，其中心距离母体非球面的对称轴为 81 厘米。补偿光

学零件是一个马克苏托夫 (Maksutov) 球面镜 (如图 12.9 所示), 该球面镜把非球面波前的偏差从 910 个波减少到 45 个波, 把斜率从单位半径 3000 个波减少到 70 个波。然后使用全息图消除剩余的非球面偏差。

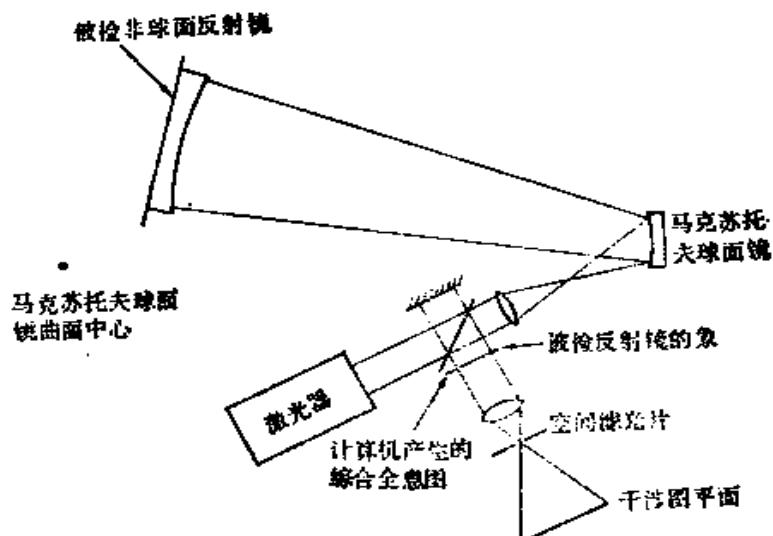


图12.9 计算机全息图-马克苏托夫球面镜干涉仪

图 12.10 a 是用计算机全息图-马克苏托夫球面镜 装置检验反射镜得到的两幅干涉图。图 12.10 b 是用相当昂贵的折射补偿透镜进行同一检验时得出的干涉图。制作计算机全息图仅仅是为了检验图 12.10 b 所示的变形圆环以内的区域。在考虑到用补偿透镜获得的干涉图的变形比计算机全息图-马克苏托夫 的干涉图的变形大得多这个事实和考虑到二者灵敏度的差异以后 (补偿透镜检验时 $\lambda = 632.8$ 毫微米、计算机产生全息图-马克苏托夫检验时 $\lambda = 514.5$ 毫微米), 看来这两种检验的结果是非常相似的。正如预料的那样, 对两种检验方法来说, 在反射镜表面上的‘峰’和‘谷’几乎是相同的。用补偿透镜方法测得的峰-峰之间表面误差是 0.46 个波 ($\lambda = 632.8$ 毫微米); 而用计算机全息图-马克苏托夫检验方法时, 峰-峰之间表面误差是 0.39 个波 ($\lambda = 514.5$ 毫微米)。用补偿透镜方法时均方根表面误差是 0.06 个波 ($\lambda =$

632.8 毫微米); 而用计算机全息图-马克苏托夫检验方法时, 均方根表面误差是 0.07 个波 ($\lambda = 514.5$ 毫微米)。毫无疑问, 以上的测量结果表明至少在一种情况下(希望在许多情况下)能够用一些比较便宜的补偿光学零件和一个计算机全息图结合在一起来代替比较昂贵的补偿光学零件。

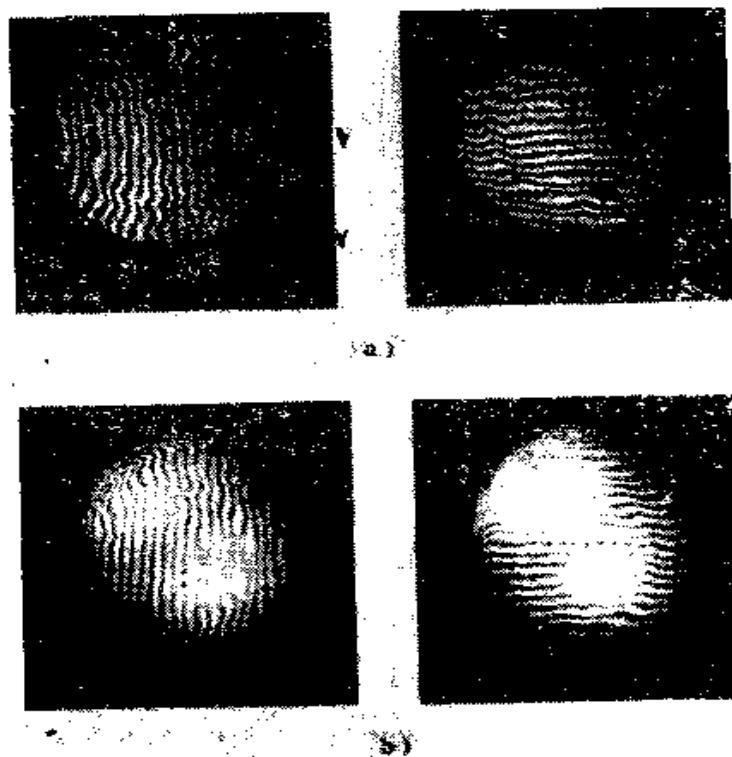


图12.10 两种检验结果

- a) 计算机全息图-马克苏托夫球面镜检验的结果($\lambda = 514.5$ 毫微米)
- b) 使用补偿透镜的检验结果($\lambda = 632.8$ 毫微米)

§ 12.3.5 对计算机全息图检验法前景的预计

非球面, 这种在光学设计中越来越普遍采用的光学表面, 其面形的精确检验这个难题能够通过使用计算机全息图比较容易地解决。虽然能够用计算机全息图简单地检验非球面的数量有限, 但是用简单的补偿光学零件和一个计算机全息图结合在一起实现这种检验却很有发展前途。

制作和使用计算机全息图的过程有些相似于使用一个对理想

的光学零件也产生许多干涉条纹的干涉仪、记录干涉图和用类似于计算机全息图绘图器的装置进行扫描。在扫描高密度干涉图并分析结果方面和在制作计算机全息图方面所涉及的困难也很相似。可以把计算机全息图技术看作是一种模拟计算机过程。这种技术的优点是一旦制得了计算机全息图，就能够多次检验单个光学零件或者检验多个全同的光学零件。此外，对于光学技术人员来说，使用直到最后检验阶段才需要用计算机进行分析的补偿检验方法要比每一步检验都依靠计算机分析的方法简便得多。

§ 12.4 双波长干涉测量法

在光学零件加工的最初几道工序中，常常由于对加工表面精确地了解不充分而不能使用补偿检验法。即使试图使用补偿检验法，但由于最后得到的干涉图所包含的干涉条纹太多而无法分析。由于在零件加工最初阶段的检验中没有必要也不希望有高精度，所以能够在干涉仪中使用波长较长的光源，以减少条纹的数目。但是很遗憾，使用波长较长的光源又增添了困难。因为不能用照相底片直接记录干涉图，并且还由于看不见光辐射而给检验带来很大困难。正如许多文章指出的一样 (Hildebrand and Haines 1967, Zelenka and Varner 1968, 1969, Wyant 1971)，双波长全息术 (two-wavelength holography TWH) 为我们提供了一种用可见光得到干涉图的方法，所得的干涉图全同于使用波长较长的不可见光得到的干涉图。

§ 12.4.1 基本技术

有两种基本的双波长全息技术对光学零件最初加工过程中的检验很有用。一种技术是在一台干涉仪上，例如图 12.1 所示的经过改进的泰曼-格林干涉仪上拍摄下用波长 λ_1 检验光学零件时所得到的干涉条纹图。然后把这张记录有干涉条纹图（全息图）的底片显影并放回到它在干涉仪中曝光时所在的确切位置上，再用另一个波长 λ_2 检验光学零件时得到的条纹图样照明。结果会证明如果用一个波长 $\lambda_{\text{参考}}$ 来检验光学零件，那么所得到的干涉图

样全同于所得到莫尔图样 (Wyant 1971)，其中

$$\lambda_{\text{等效}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|} \quad (12.6)$$

表 12.1 用氢离子激光器和氮-氖激光器能够
得到的等效波长 $\lambda_{\text{等效}}$ (微米)

λ_2 (微米) \ λ_1 (微米)	0.4579	0.4765	0.4880	0.4965	0.5017	0.5145	0.6328
0.4579	—	11.73	7.42	5.89	5.71	4.16	1.66
0.4765	11.73	—	20.22	11.83	9.49	6.45	1.93
0.4880	7.42	20.22	—	28.5	17.87	9.47	2.13
0.4965	5.89	11.83	28.5	—	47.9	14.19	2.39
0.5017	5.24	9.49	17.87	47.9	—	20.16	2.43
0.5145	4.16	6.45	9.47	14.19	20.16	—	2.75
0.6328	1.66	1.93	2.13	2.30	2.42	2.75	—

表 12.1 列出了把一台氢离子激光器和一台氮-氖激光器产生的波长进行各种不同配对所得到的等效波长 $\lambda_{\text{等效}}$ 的值。使用一台染料激光器能够在一定范围内连续地得到等效波长 (Schmidt et al. 1973)。

如果产生莫尔条纹的两个干涉条纹的对比度不高，那么莫尔条纹的对比度也不高。如果希望达到高对比度，可以用空间滤波方法提高最终干涉图的对比度。假如这种滤波方法是有效的，那么干涉仪中两个干涉光束之间的夹角必须只允许物光束通过图 12.1 中所示的空间滤波器 (孔径光阑)，而参考光束不能通过。这个经过空间滤波的莫尔条纹是两个波前干涉的结果。一个波前是 (用波长 λ_2) 照明使用波长 λ_1 时记录的全息图所产生的，另一个波前是用波长 λ_2 照明光学零件而产生的。

必须在被检光学零件出射光瞳的象平面上记录条纹 (全息图)，这是因为在正确使用双波长全息术时所得到的干涉图只有在全息图的平面上才会给出两个干涉光束之间的差异。应当在全息图的象平面上也就是在被检光学零件的出射光瞳的象平面上拍摄干涉图的最终照片。

图 12.11 a 是用波长为 0.4880 微米的激光得到的一幅被检光学零件的干涉图。图中其它几幅干涉图样是用双波长全息术检验同一个光学零件得到的干涉图。图 12.11 b、c、d 和 e 是先用 0.5145 微米波长激光记录的干涉图（全息图）再用另一波长时得到的条纹图样照明这幅干涉图而得到的图样。其中图 12.11 b 和 c 使用的第二个激光波长是 0.4765 微米；图 12.11 d 和 e 则是 0.4880 微米。这些干涉图是经过空间滤波的，所表示的倾斜量是在再现过程中通过变化参考波前入射到全息图上的角度来实时调节的。图 12.11 f 和 g 所示的两幅干涉图是先用波长 0.4880 微米的激光记录干涉图样，然后分别用波长为 0.4765 微米和 0.4965 微米的激光得到的条纹图样照明所记录的干涉图而获得的。

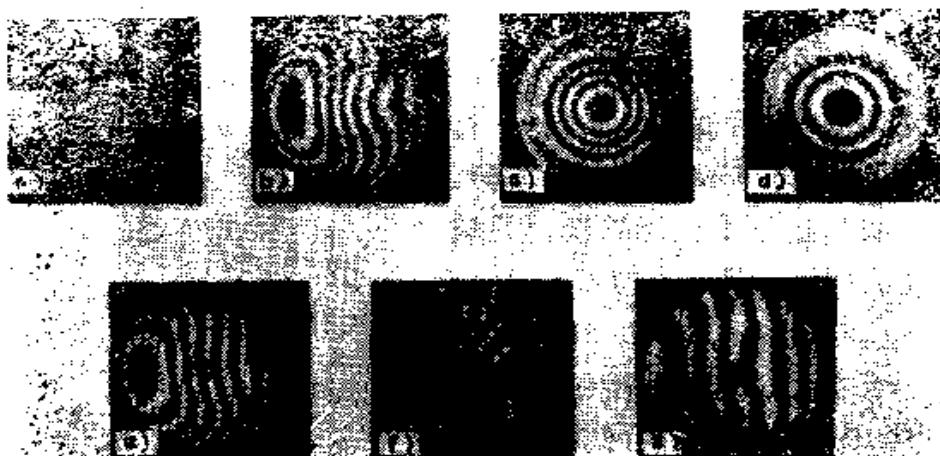


图 12.11 一个光学零件的干涉图

a) $\lambda = 0.4880$ 微米 b) $\lambda_{\text{照明}} = 0.45$ 微米 c) $\lambda_{\text{照明}} = 0.45$ 微米 d) $\lambda_{\text{照明}} = 9.47$ 微米
e) $\lambda_{\text{照明}} = 9.47$ 微米 f) $\lambda_{\text{照明}} = 20.22$ 微米 g) $\lambda_{\text{照明}} = 28.5$ 微米

在以上所述的双波长全息术中，最后得到的干涉图给出了在一瞬间记录的条纹图与在以后某一瞬间出现的条纹图之间的差别。如果两个条纹图的差异是由于除波长变化以外的原因引起的（例如空气湍流），那么所得结果是错误的。换言之，如果空气湍流使得用 $\lambda_1 = 0.4880$ 微米波长激光得到的干涉条纹图与用 $\lambda_2 = 0.5145$ 微米波长激光得到的干涉条纹图之间有一个条纹的变化，那么莫尔条纹就有一个条纹的误差，正如表 12.1 中表明的那样，

这个误差相当于 9.47 微米。

用同时记录由两个波长得出来的两幅干涉图的方法可以减小空气湍流的影响。如果记录过程是充分的、非线性的，并且干涉图有足够的高的对比度，则所得到的干涉图呈现出以上所述的莫尔条纹图。通常这种莫尔条纹图的对比度太差了，没有实用价值。但是，当用一个经过空间滤波的平面波照射这幅干涉图（全息图），并且按照图 12.1 所示的方式使干涉图再成象时，结果会得到一幅高对比度的干涉图。这幅干涉图全同于用以上所述双波长全息术的第一种方法得到的干涉图。由于两个干涉条纹图样是同时记录的，并且空气色散很小，所以干涉仪对于空气湍流的灵敏度基本上和干涉仪中使用长波长光源时一样。

§ 12.4.2 检验毛玻璃表面

正如使用二氧化碳激光器的波长为 10.6 微米的辐射能够得到毛玻璃表面的干涉图一样

(Munnerlyn and Latta 1968)，用双波长全息术也能够获得毛玻璃表面的干涉图。图 12.12 是一个 $f/12$ ，直径 7.5 厘米的大半个毛玻璃反射镜的双波长全息干涉图。正如从图中所看到的一样，条纹的对比度特别好。然而在用双波长全息术检验毛玻璃面时会遇到两个问题。第一由于全息图是用可见光制作的，所以毛玻璃面散射的光太多了，以至只有很少一部分光返回并通过成象透镜投射到全息图上，因此需要长时间曝光。

第二是当被检毛玻璃不能产生镜面反射时，装调一台干涉仪存在着的困难。为了解决这个问题，曾经有人提出了几种在毛玻璃面上涂蜡以便得到镜面反射的方法 (Moreau and Hopkins 1969)。



图12.12 一个毛玻璃反射镜的部分干涉图
($\lambda_{\text{绿}} = 9.47$ 微米)

有一种看来象是最好的方法是美国 Itek 公司的保罗·雷米简 (Paul Remijan) 首先提出来的并且做了实验。如果先在被检毛玻璃面上薄薄地喷涂一层油漆工常用的清漆 (Grumbacher 公司生产的 Hyplar 清喷漆)，就能够得到适合双波长全息术检验的镜面反射。图 12.13 是检验一个经 M-5 金刚砂研磨的离轴双曲面所得的干涉图。重复进行这种检验的结果表明喷涂层的均匀性对于峰到峰的误差在 3 微米以内这个界限能够满足加工过程的检验要求。由于抛光一个大的表面需要几个小时，而喷漆只要几分钟就够了，可见这个喷漆工艺可以节省很多时间。因此双波长全息术和喷漆工艺相结合对于光学零件初期加工过程中的检验是非常有用的。

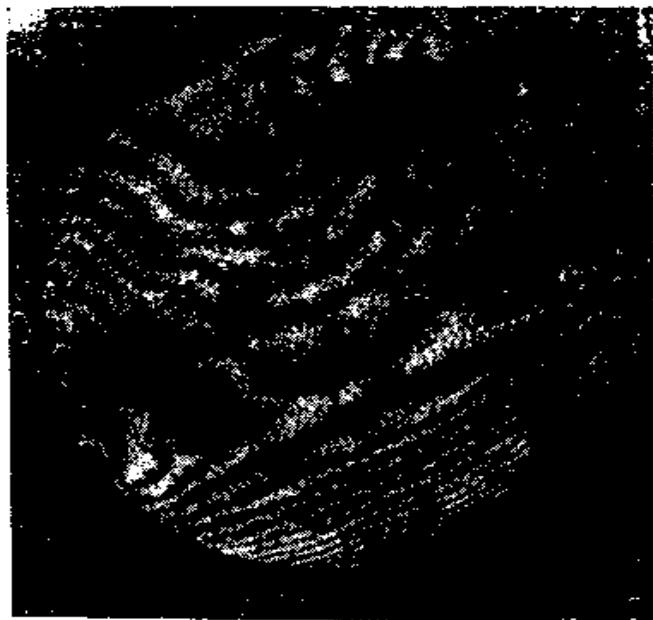


图12.13 经过喷清漆的毛玻璃双曲面
反射镜的干涉图 ($\lambda_{\text{等效}} = 9.47$ 微米)

§ 12.4.3 电子探测技术

虽然双波长全息术向我们提供了一种实际上可变灵敏度的干涉测量手段，但是它的缺点是还要使底片显影。由于研制成功了实时显影材料或设备，例如光敏材料、光聚合物和热塑材料等，因此没有必要对底片进行化学显影，这就使双波长全息术的应用价值更高了。目前已有的应用电子探测技术的几种双波长干涉测量技术能够获得和双波长全息术一样的数据，却不需要全息照相记录的显影和处理。下面扼要介绍其中两种技术。

一种技术是用电子探测器扫描干涉图样。可以用一台染料激

光器使波长从 λ_1 连续变化到 λ_2 ，同时计算通过干涉图样上某一个确定点的条纹数量。这个例子表明也可以用式 (12.6) 求出等效波长 $\lambda_{\text{等效}}$ 。换言之，如果波长从 λ_1 到 λ_2 连续变化时有 N 个条纹通过确定点，那么对于这个确定点而言两个干涉光束之间的光程差是 $N\lambda_{\text{等效}}$ 。

另一种电子探测技术涉及到把使用 λ_1 和 λ_2 两个波长时形成的两组干涉条纹叠加 (Polhemus 1973)。如果允许 λ_1 和 λ_2 两个波长的光源在干涉仪上同时工作，则两个输出辐照度分布互相直接拍频，而不是与参考掩膜或全息图拍频。在这种情况下，是两个条纹图相加在一起，而不是相乘，并且拍频似乎是取条纹对比度调制形式，而不是强度调制形式。如果用空间滤波方法滤掉对比度调制信号的载频，那么只剩下一个均匀的场，因而失去了所需要的信息。然而，如果使用一个析象管照相机或类似的电子成像装置来监测对比度调制，则从信号中减去平均辐照度，用电子技术把产生的调幅电信号变成矩形波信号并定向通过一个低通滤波器，最后就得到表示等效波长 $\lambda_{\text{等效}}$ 的所需的低频信号。

§ 12.5 莫尔干涉测量法

被看作是全息干涉测量法的一种形式的莫尔干涉测量法，是对一般全息干涉测量法的补充。特别对检验在长波长上使用的光学零件更是如此。虽然能够在任何长于可见光波长的条件下使用双波长全息术描绘表面的等高线图，但还是需要能进行可见光干涉测量的环境条件。用莫尔干涉测量技术能够在降低对环境要求和没有中间照相记录设备的情况下，在长于 10 微米（比较困难）或 100 微米的任何波长上描绘表面的等高线图。无损检验过程中使用全息干涉测量技术可使精度达到几分之一微米，并且在几微米的形变幅度范围内是很有用的，它比较有效地扩大了测量形变幅度的范围，而莫尔干涉测量法的精度范围是从 10~100 微米，甚至到几毫米。

§ 12.5.1 基本原理

虽然莫尔条纹技术的应用已经有许多年了，但直到最近才认识到莫尔干涉测量学的巨大潜力 (Brooks and Heflinger 1969, Takasaki, 1970, 1973, MacGovern 1972, Benoit et al. 1975)。如果把一些平行等间距平面或条纹投影到一个非平面的表面上，并以不同于条纹投影角的角度观察该表面，就会看到弯曲条纹。可以证明这些条纹的照片等同于用长波长光源制作的该表面的全息图 (MacGovern 1972)。如果用图 12.14 所示的方式照明并观察一个用函数 $Z = f(x, y)$ 表示的表面，那么投影条纹的照片即显示出一些相对于平面的表面的等高线，等高线的间距 C 可从下式求出

$$C = \frac{d}{\tan \alpha + \tan \beta} \quad (12.7)$$

式中使用的符号分别示于图 12.14 中。

与一直线图样相比较时，投影条纹照片的莫尔条纹图等同于参考表面倾斜的变化。对于两个不相同的物体，两幅投影条纹照片的莫尔条纹图给出这两个物体之间的差异。例如给出一个主光学表面与另一个假设全同的光学表面之间的差异，同样也能够测量形变。

§ 12.5.2 实验装置

有几种能够用于莫尔干涉测量的装置实验。图 12.15、图 12.16 和图 12.17 是其中三种装置简图。

图 12.15 a 表示把一面光栅投射到需要描绘等高线的表面

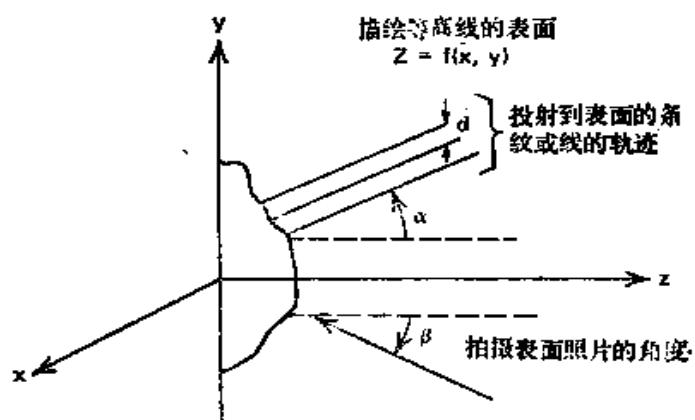


图 12.14 以角 α 投影到表面 $Z = f(x, y)$
上的条纹，从角 β 方向观察

上。这种装置并没有要求照射光是相干的或者甚至是单色的。照相机和光栅投影器都应当是远心光路系统。因此，投影和观察的角度都应很好规定。要求描绘等高线的表面成象在光栅上，以便选择合乎要求的参考平面的倾斜。如果把毛玻璃放在第二块光栅

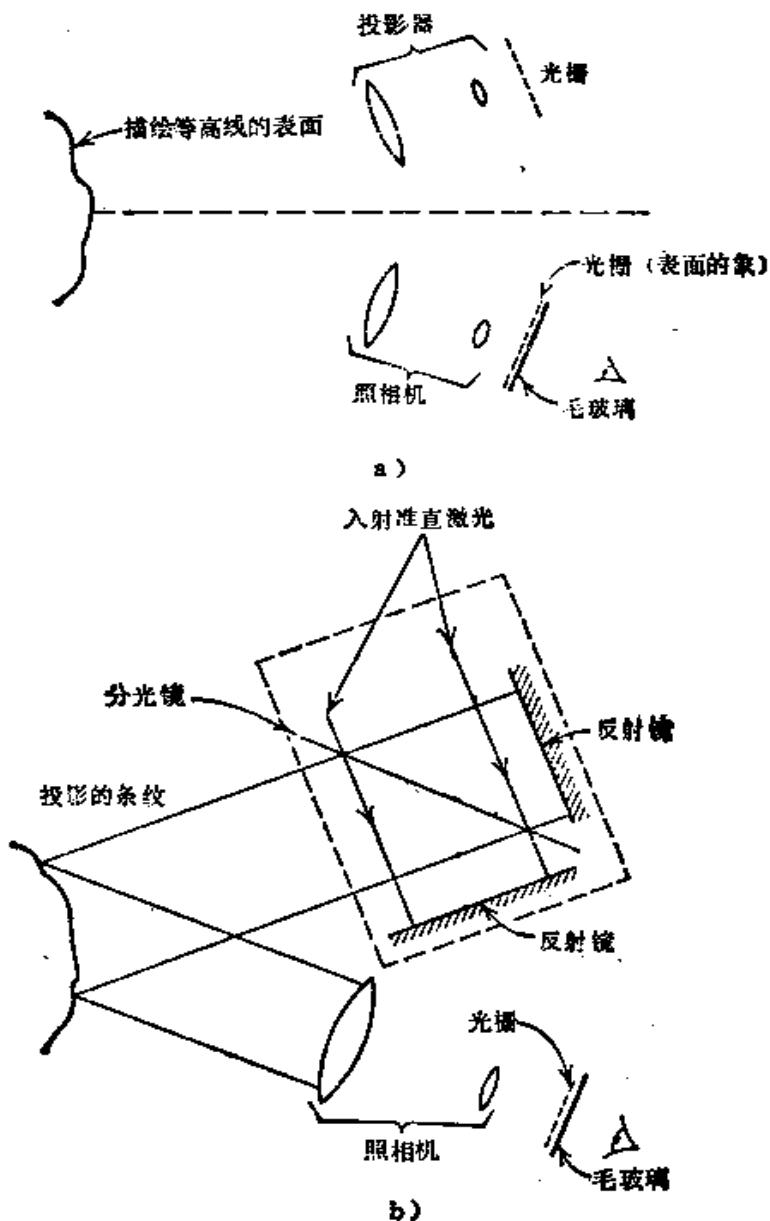


图12.15 莫尔干涉测量的实验装置
a) 光栅投影在表面上 b) 条纹投影在表面上

的后面，就可以直接观察到莫尔条纹图。用一张照相底片代替毛玻璃就能够拍摄莫尔条纹的照片。这种方法的缺点是必须通过一个光学系统来传递较高频率的条纹而使对比度下降，此外，投影器的焦深也是有限的。

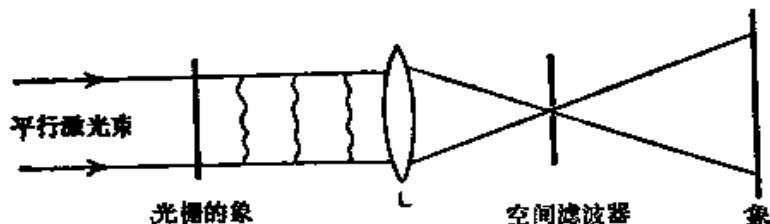


图12.16 用空间滤波方法消除载频

为了克服这些缺点，可以按照图 12.15 b 所示的结构，用一台干涉仪取代光栅投影器。这时利用激光和一个稍微倾斜的分光镜，就能产生非定域干涉条纹，然后把这些条纹投影到需要描绘等高线的表面上。这种方法的优点是由于投影到表面上的线是两束准直光干涉产生的非定域条纹，所以在投影系统中不存在焦深的问题。

如果不采取某些预防措施，较高频率（载频）就将显示在最后拍摄的照片上。一种消除载频的方法是使用空间滤波器，如图 12.16 所示。第二种方法是把载频提高到超过照相底片的分辨极限。例如，美国波拉 (Polaroid) 底片的分辨率是每毫米 22~28 条线对，由于莫尔干涉条纹图样是在底片平面前方形成的，所以如果载频超过每毫米 22 条线对，就只能记录下比较粗的莫尔条纹。

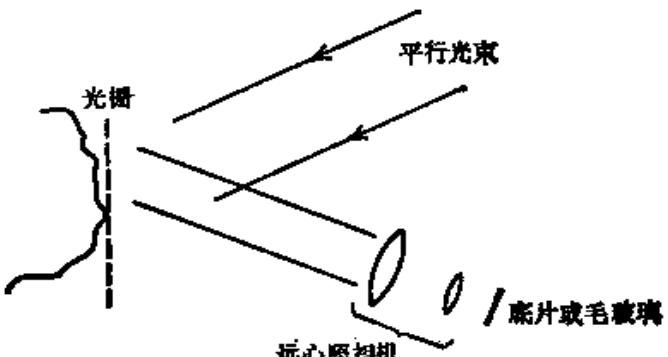


图12.17 在投影和观察光路中使用单个光栅

第三种可能的装置如图 12.17 所示。在这种情况下投影和观

察都使用同一个光栅。这种装置的优点是照相机不必分辨较高频率的光栅线，但必须能分辨莫尔条纹。原则上这种装置产生一个较高对比度的莫尔条纹。另一个优点是可以使光栅在其平面上任意移动（不是转动）而不改变看到的莫尔条纹图样。如果在记录曝光过程中缓慢移动光栅，这时照片上不会出现光栅的象，而只会记录下固定的莫尔条纹图样。转动光栅就很容易变化观察到的灵敏度（单位变形的条纹数）。当光栅线处在平行于光源-照相机平面的位置时，观察到的灵敏度趋于零。最后可以用白光描绘等高线图，这时使用的投影器和照相机应是焦阑系统并有大的相对孔径。这种技术的缺点是光栅必须合理地接近所要描绘的等高线的表面。但是，当光源是较好准直的，照相机镜头有较大的 f 数和载频减小时，可以适当放宽所要求的这些条件。

§ 12.5.3 实验结果

图 12.18 是用图 12.17 所示的装置检验一个球面所得的干涉图。在这个实验中使用的等效波长是 200 微米。如上所述，莫尔干涉测量技术确实是对普通全息术的一种补充，并且必将对检验用于较长波长光学系统中的光学零件有特殊使用价值。

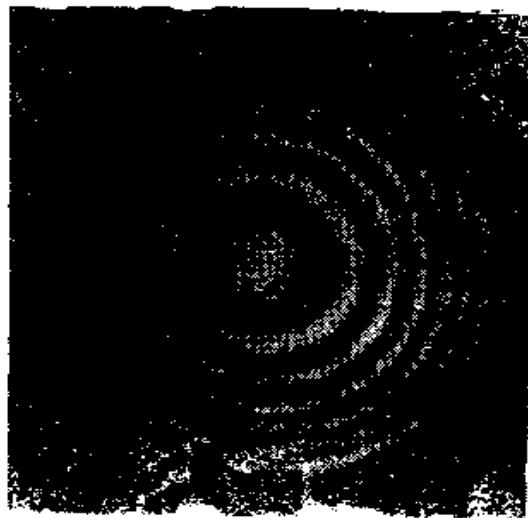


图 12.18 检验一个球面反射镜时拍摄的
莫尔干涉图 ($\lambda_{\text{等效}} = 200$ 微米)

● 考 文 献

- Benoit, P. E., Mathieu, J., Hornier, and A. Thomas, "Characterization and Control of Three Dimensional Objects Using Fringe Projection Techniques," *Note. Rev. Opt.*, 6, 57 (1975).
- Biedermann, K., "Information Storage Materials for Holography and Optical Data Processing," *Opt. Acta*, 22, 103 (1975).
- Birch, K. G. and F. J. Green, "The Application of Computer Generated Holograms to Testing Optical Elements," *J. Phys., D: Appl. Phys.*, 5, 1982 (1972).
- Broder-Bursztyn, F. and D. Malacara-Hernandez, "Holographic Interferometer to Test Optical Surfaces," *Appl. Opt.*, 14, 2280 (1975).
- Brooks, R. E. and L. O. Heflinger, "Moire Gauging Using Optical Interference Patterns," *Appl. Opt.*, 8, 935 (1969).
- Collier, R. J., C. B. Burckhardt, and L. H. Lin, *Optical Holography*, Academic Press, New York, 1971.
- Deever, W. T., "Testing of Commercial Aspheres with Computer-Generated Holography," *J. Opt. Soc. Am.*, 65, 1216 (1975).
- Faulde, M., A. F. Fercher, R. Torge, and R. N. Wilson, "Optical Testing by Means of Synthetic Holograms and Partial Lens Compensation," *Opt. Commun.*, 7, 363 (1973).
- Fercher, A. F., "Testing Optical Mirrors by Holography," *Umsch. Wiss. Tech.*, 73, 270 (1973).
- Fercher, A. F. and M. Kriese, "Binare Synthetische Hologramme zur Prufung Aspharischer Optischer Elemente," *Optik*, 35, 168 (1972).
- Fercher, A. F., "Computer generated holograms for testing optical elements: Error analysis and error compensation," *Opt. Acta*, 23, 347 (1976).
- Haines, K. A. and B. P. Hildebrand, "Surface Deformation Measurement Using the Wavefront Reconstruction Technique," *Appl. Opt.*, 5, 595 (1966).
- Hansler, R. L., "Application of Holographic Interferometry to the Comparison of Highly Polished Reflecting Surfaces," *Appl. Opt.*, 7, 711 (1968a).
- Hansler, R. L., "A Holographic Foucault Knife-Edge Test for Optical Elements of Arbitrary Design," *Appl. Opt.*, 7, 1863 (1968b).
- Hildebrand, B. P. and K. A. Haines, "Interferometric Measurements Using the Wavefront Reconstruction Techniques," *Appl. Opt.*, 5, 172 (1966).
- Hildebrand, B. P. and K. A. Haines, "Multiple Wavelength and Multiple Source Holography Applied to Contour Generation," *J. Opt. Soc. Am.*, 57, 155 (1967).
- Hildebrand, B. P., K. A. Haines, and R. Larkin, "Holography as a Tool in the Testing of Large Apertures," *Appl. Opt.*, 6, 1267 (1967).
- Ichioka, Y. and A. W. Loehmann, "Interferometric Testing of Large Optical Components with Circular Computer Holograms," *Appl. Opt.*, 11, 2597 (1972).
- Kurtz, R. L. and R. B. Owen, "Holographic Recording Materials—A Review," *Opt. Eng.*, 14, 393 (1975).
- Lurionov, N. P., A. V. Lukin, and K. S. Mustafin, "Holographic Inspection of Shapes of Unpolished Surfaces," *Sov. J. Opt. Technol.*, 39, 154 (1972).
- MacGovern, A. J., "Projected Fringes and Holography," *Appl. Opt.*, 11, 2972 (1972).
- MacGovern, A. J. and J. C. Wyant, "Computer Generated Holograms for Testing Optical Elements," *Appl. Opt.*, 10, 619 (1971).
- Moreau, B. G. and R. E. Hopkins, "Application of Wax to Fine Ground Surfaces to Simulate Polish," *Appl. Opt.*, 8, 2150 (1969).
- Munnerlyn, C. R. and M. Latta, "Rough Surface Interferometry Using a CO₂ Laser Source," *Appl. Opt.*, 7, 1858 (1968).
- Pastor, J., "Hologram Interferometry and Optical Technology," *Appl. Opt.*, 8, 525 (1969).
- Pastor, J., G. E. Evans, and J. S. Harris, "Hologram-Interferometry: A Geometrical Approach," *Opt. Acta*, 17, 81 (1970).

- Folhemus, C., "Two-Wavelength Interferometry," *Appl. Opt.*, **12**, 2071 (1973).
- Schmidt, W., A. Vogel, and D. Preubler, "Holographic Contour Mapping Using a Dye-Laser," *Appl. Phys.*, **1**, 103 (1973).
- Smith, H. M., *Principles of Holography*, John Wiley, New York, 1975.e
- Snow, K. and R. Vandewarker, "On Using Holograms for Test Glasses," *Appl. Opt.*, **9**, 822 (1970).
- Takahashi, T., K. Koano, and M. Kawai, "Some Improvements in Computer Hologram for Testing Aspheric Surface," Proceedings of the ICO Conference on Optical Methods in Scientific and Industrial Measurements, Tokyo, 1974, *Jap. J. Appl. Phys.*, **14**, Suppl. 1, 247 (1975).
- Takesaki, H., "Moire Topography," *Appl. Opt.*, **9**, 1467 (1970).
- Takesaki, H., "Moire Topography," *Appl. Opt.*, **12**, 845 (1973).
- Van Doelen, W., and P. Nisenson, "Mirror Blank Testing by Real-Time Holographic Interferometry," *Appl. Opt.*, **8**, 551 (1969).
- Wyant, J. C., "Testing Aspherics Using Two-Wavelength Holography," *Appl. Opt.*, **10**, 2113 (1971).
- Wyant, J. C. and V. F. Bennett, "Using Computer Generated Holograms to Test Aspheric Wavefronts," *Appl. Opt.*, **11**, 2833 (1972).
- Wyant, J. C. and P. K. O'Neill, "Computer Generated Hologram; Null Lens Test of Aspheric Wavefronts," *Appl. Opt.*, **13**, 2762 (1974).
- Wyant, J. C., P. K. O'Neill, and A. J. MacGovern, "Interferometric Method of Measuring Printer Distortion," *Appl. Opt.*, **13**, 1549 (1974).
- Zelenka, J. S. and J. R. Varner, "A New Method for Generating Depth Contours Holographically," *Appl. Opt.*, **7**, 2107 (1978).
- Zelenka, J. S. and J. R. Varner, "Multiple-Index Holographic Contouring," *Appl. Opt.*, **8**, 1431 (1969).

第十三章 条纹扫描干涉仪

J. H. 布朗宁

§ 13.1 条纹扫描技术

双通道干涉仪中，一幅静止不动的干涉图的灵敏度定为两干涉条纹之间的间隔值 $\lambda/2$ ，其中 λ 是照明光源的波长。利用多光束技术可以提高条纹极值位置的测量灵敏度 (Tolansky 1948)，并且把多波长技术和多光束技术相结合能够在 $\lambda/2$ 干涉条纹之间进行内插 (Herriott 1961)。采用多光束干涉技术提高条纹锐度只能有助于确定条纹的极限位置，并不能提高灵敏度。要提高灵敏度就需要缩短光源波长，使干涉条纹彼此靠得更紧密些，或者在条纹之间进行内插。在监测干涉图中某点强度的同时，通过扫描或移动条纹可以描绘出条纹的轮廓，在法布里-珀罗干涉仪中，根据条纹轮廓就能得到光谱信息。如果数出条纹的数目，就可以测量出距离。在光学检验中，例如用泰曼-格林干涉仪检验时，根据条纹轮廓就能得到被检零件的面形或波面信息。在采用条纹扫描技术的情况下，通过对一个由许多点组成的列阵的光强监测，能够得到一个二维的干涉图样。

条纹扫描或移动可以采取主动或被动两种方式。我们首先考虑二维条纹的情况。被动扫描技术已经有人介绍过了 (Jones and Kadakia 1968)，其中用光学方法扫描干涉图照片，再通过对光密度计的读数进行数据处理就能得到相位信息。但是由于照相过程是非线性的，所以尽管在条纹极值位置的精度是很高的，但在条纹极值之间的精度却下降了。因此，通常把干涉仪调成在视场中出现许多条纹的状态。如果干涉仪上的照相机没有消除几何畸变，那么这本身就会产生波面畸变。干涉图照片上还包含有大气湍流、漂移以及干涉的缺陷等误差因素，所以当没有条纹或尽

可能将条纹调得非常宽时，干涉图自然就处于最精密的状态。如果能使条纹移过一已知的距离，则就能利用极值进行内插（Langenbeck 1969）。条纹的移动、固定和记录，必须在足够短的时间内完成，以保证波面始终一样。如果有许多干涉图照片需要显影和处理，那么这种条纹扫描法既不实用又耗费时间。

然而，如果光程随时间成线性变化，就能够在干涉图中任意一点处，在时间范畴内使用正弦内插法和回归法。在这种情况下，对作为时间函数的强度进行内插就可得到正弦信号的相位。通过在点阵处测量此信号的相位就能确定所求的波面。这里要特别注意空间内插法和时间内插法之间的区别。只有当波面已知时才能求出静止条纹之间的正确的空间内插函数。但是，在任何点处对条纹强度相对于光程进行正弦内插是有可能的。

§ 13.2 干涉条纹的同步检测

首先研究泰曼-格林干涉仪中干涉条纹的形成机理，其原理如图 13.1 所示（参见第二章）。如果用的是理想的光学零件和准直光源，则反射的参考波面和被检波面分别是

$$\begin{aligned} w_{\text{ref}}(x, y) &= a e^{2ikl} \\ w_{\text{test}}(x, y) &= b e^{2ikw(x, y)} \end{aligned} \quad (13.1)$$

式中 a 和 b 分别表示两个波面的振幅； $k = 2\pi/\lambda$ ； l 是以任意长度单位表示的参考光程； $w(x, y)$ 是我们要测量的反射的函数。两波面在分光镜处汇合后发生干涉并形成如下式所示的规格化的干涉图

$$I(x, y, l) = |w_{\text{ref}} + w_{\text{test}}|^2 = 1 + \gamma \cos 2k[w(x, y) - l] \quad (13.2)$$

式中 $\gamma = 2ab/(a^2 + b^2)$ 是条纹可见度或调制度，条纹间距或强度极小值之间的间距与自变量 $[w(x, y) - l]$ 的 $\lambda/2$ 光程差相对应。只有当 $w(x, y)$ 是 x 和 y 的线性函数时，才出现在空间按正弦变化的干涉图。然而任意点处的光强总是 I 的正弦函数。这种条纹移动特性常常解释为多普勒效应（Malacara et al. 1969）。我们可以利用这种特性并且借用通信论的某些技术把所需求的

函数 $w(x, y)$ 求解到任意高的精确度。在这些技术中同步（或相干）检测和自相关检测技术多年来已用于检测存在于噪声中的周期信号。这两种检测技术是实现现代外层空间通信的基础。这些技术尤其适用于检测干涉条纹，因为式 (13.2) 是 t 的周期函数。

假定干涉图 $I(x, y, t)$ 中也包含有可能由于机械振动、气流、光源和检测器的噪声等等原因而造成的噪声项 $n(t)$ 。为了把信号检测出来，我们用一个载频 $2kl(t)$ 相同的正弦信号把信号和噪声一起放大（或相关），并在一个较长的时间（许多个周期）内求平均值

$$\langle I_1 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \{I(x, y, l(t)) + n(t)\} \cos 2kl(t) dt \quad (13.3)$$

如果噪声项 $n(t)$ 的频谱不纯，则其贡献就变为零，于是相关积分为

$$\langle I_1 \rangle = \gamma \cos 2kw(x, y) \quad (13.4)$$

当正弦信号 $I(x, y, l(t))$ 与一个频率和相位相同的信号相关时，相关积分等式 (13.3) 达极大值。由于我们事先并不知道一个周期正弦光强 $I(x, y, l(t))$ 的相位 $w(x, y)$ ，所以可以同时把同一个信号与 $\sin 2kl(t)$ 相关，同样可以得出

$$\langle I_2 \rangle = \gamma \sin 2kw(x, y) \quad (13.5)$$

理想的结果是

$$w(x, y) = \frac{1}{2k} \tan^{-1} \frac{\langle I_2 \rangle}{\langle I_1 \rangle}, \text{ 模 } 2\pi \quad (13.6)$$

由于干涉场中所有各点的干涉图函数是光程长 l 的周期函数，所以用傅里叶级数表示干涉图函数，其效果是一样的。值得

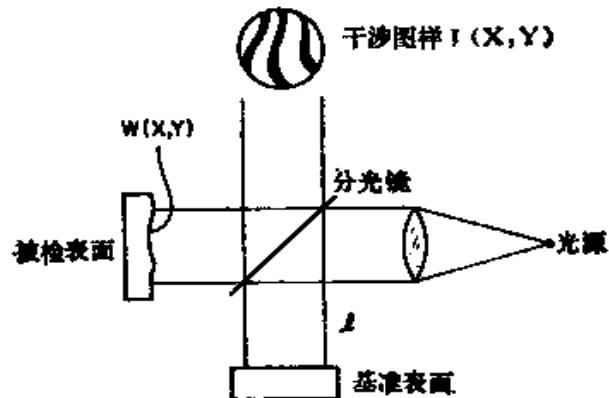


图13.1 泰曼-格林干涉仪

注意的是，在这种情况下傅里叶级数体现的就是一种自相关或同步检测技术。其任意一个干涉场的光强分布可用下式表示

$$\begin{aligned} I^*(x, y, l) \\ = \frac{a_0}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} a_r \cos 2\pi r l + \sum_{r=1}^{\infty} b_r \sin 2\pi r l \end{aligned} \quad (13.7)$$

干涉场可以是由任意的多光束干涉仪产生的，对于双光束干涉条纹，只需用到一阶系数；而对于法布里-珀罗干涉仪或多光束干涉仪，则只有当所有的系数都确定后才能完全描绘出条纹的轮廓。在法布里-珀罗光谱测定技术中，条纹轮廓的确定对于测定谱线宽度、多普勒增宽、反射镜的反射率等参数尤为重要。

傅里叶级数的前 r 个系数和通常一样用正交关系式求出

$$\begin{aligned} & \frac{2}{N} \sum_{r=1}^N \cos \frac{2\pi r i}{N} \cos \frac{2\pi r j}{N} \\ & = \frac{2}{N} \sum_{r=1}^N \sin \frac{2\pi r i}{N} \sin \frac{2\pi r j}{N} = \delta_{ij} \quad (13.8) \\ & \frac{2}{N} \sum_{r=1}^N \cos \frac{2\pi r i}{N} \sin \frac{2\pi r j}{N} = 0 \end{aligned}$$

将上式与式 (13.7) 合并，得

$$\begin{aligned} a_r &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N I_j \cos 2\pi r k l_j \\ b_r &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N I_j \sin 2\pi r k l_j \end{aligned} \quad (13.9)$$

式中 $I_j = I(x, y, l_j)$, $l_j = j\lambda/2N$, $j = 1, 2 \dots N$, 其中 N 表示一个周期或一个条纹内划分的间隔数或抽样数。在只有一级干涉条纹的泰曼-格林干涉仪中，只考虑 $r = 1$ 的情况，高阶系数实际上是代表我们不感兴趣的噪声。如果干涉条纹没有噪声，可用式 (13.1) 确切表示之，从式 (13.9) 可得出

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \gamma \cos 2kw(x, y) \quad (13.10)$$

$$b_1 = \gamma \sin 2kw(x, y)$$

$$a_r = b_r = 0 \quad r > 1$$

从最小二乘法角度讲，傅里叶级数最适合于表示干涉条纹；而从无线电通信技术的角度看，傅里叶级数相当于一个中心波长在一次谐波上的窄带滤波器。如前所述，干涉图的相位是从两个加权平均值之比得出的

$$w(x, y) = \frac{1}{2k} \tan^{-1} \frac{b_1}{a_1} = \frac{1}{2k} \tan^{-1} \times \left[\frac{\frac{2}{N} \sum_{j=1}^N I_j \sin 2kI_j}{\frac{2}{N} \sum_{j=1}^N I_j \cos 2kI_j} \right] \quad (13.11)$$

因此，在 (x, y) 点上波面 $w(x, y)$ 的相对相位是根据在该点对 N 个不同的 I 值作 N 次干涉图函数的 N 个测定值算出的。

在多光束干涉仪或法布里-珀罗干涉仪中，高阶项的相位是相关的，并且通过计算高阶系数 b_r 和 a_r 之比的反正切同样能予以确定。从式 (13.7) 和 (13.9) 能得出二维干涉图。

目前有很多种条纹扫描方式 (Bryngdahl 1972, Crane 1969, Sommargren 1975)，但都必须与式 (13.1) 中的一个或多个完整的、进行条纹强度抽样的周期相对应。在法布里-珀罗分光计中，可以通过改变温度、压力或直接改变光程实现扫描，但必须与自由光谱区或条纹周期相对应。同步检测法已经成功地用于测量极其微弱的天体光谱 (Hays and Roble 1971)。

由于同步检测过程中受随机噪声、条纹可见度和时间长短或同步检测时积累的抽样数等因素的影响，所以从头至尾计算一下可能出现误差是有益的。这个问题与存在高斯噪声的情况下测定正弦电信号的相位相类似，也是通信理论中讨论过的一个问题。

如果将高斯噪声项 $n(t)$ 加到式 (13.2) 中去，并代入式

(13.11), 则被测相位 ϕ 变为

$$\phi = \tan^{-1} \frac{B}{A + \gamma} \quad (13.12)$$

式中 已经任意选择了零相位基准, 这个相位是由于高斯噪声叠加到相位恒等于零的理想信号上而形成的, 因此可以把 ϕ 看作是由噪声引起的相位误差。随机变量 A 和 B 是噪声 $n(t)$ 的一次谐波傅里叶系数

$$A = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N n_j \cos \frac{2\pi j}{N}$$

$$B = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N n_j \sin \frac{2\pi j}{N} \quad (13.13)$$

式 (13.12) 中的 γ 仍是条纹可见度。已经证明, 这个高斯噪声引起相位 ϕ 的概率密度函数 (Bennett 1956) 是

$$q(\phi) = \frac{e^{-\xi^2}}{2\pi} [1 + \sqrt{\pi}\alpha e^{\alpha^2}(1 + \operatorname{erf}\alpha)] \quad (13.14)$$

式中

$$\xi^2 = \frac{\gamma^2}{2\sigma^2} \quad (13.15)$$

并且

$$\alpha = \xi \cos \phi \quad (13.16)$$

式中 ξ^2 实际上就是信噪比的平方; γ 是正弦波的振幅; σ^2 是 A 和 B 的方差 (σ 本身是均方误差或标准偏差)。 A 和 B 的方差是相等的, 并且与噪声源 $n(t)$ 的方差之间存在有以下的简单关系 (Hepp 1976):

$$\sigma^2 = \frac{2}{N} \sigma_n^2 \quad (13.17)$$

根据定义, 强度信噪比是

$$S^2 = \frac{\gamma^2}{2\sigma_n^2} \quad (13.18)$$

由于式 (13.17) 和 (13.18) 代入式 (13.15), 就使抽样数和噪声起伏通过以下关系式

$$\xi^2 = \frac{NS^2}{2} \quad (13.19)$$

代入密度函数。图 13.2 所示为式 (13.14) 的关系曲线，其中参数 ξ 取了几个不同的值。需要解释一下，式 (13.14) 表示的两种极限情况。当信噪比趋于零时，所有的相位都是等概率的，即

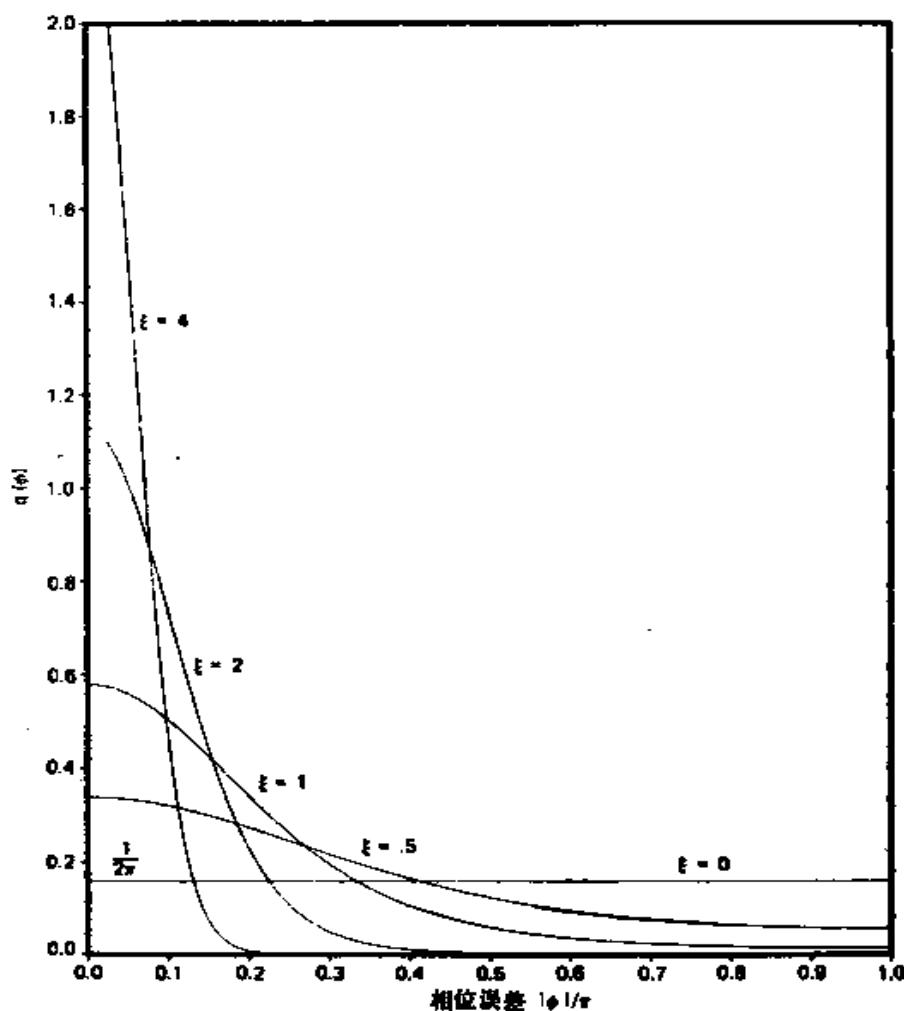


图 13.2 同步相位检测的概率密度函数与噪声参量 ξ 的关系曲线

$$\lim_{S \rightarrow 0} q(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (13.20)$$

$q(\phi)$ 就变成不定值。另外，当 $\xi \gg 1$ 和 $\phi \ll 1$ 时，

$$q(\phi) \approx \left(\frac{NS^2}{2\pi} \right)^{-1/2} e^{-(NS^2\phi^2/2)} \quad (13.21)$$

此式显然可以看作是零平均值和标准偏差

$$\sigma_\phi' = \frac{1}{\sqrt{NS}} \quad (13.22)$$

的高斯分布，这是一个令人满意的简单结果，在中等信噪比和抽样数较多的情况下，是表示相位标准偏差（均方误差）的一个很有用的表示式。例如，在把周期细分成 100 等分和检测器的信噪比为 10 的情况下，得到孔径内各点处的均方根相位误差为

$$\sigma_\phi' = 0.01 \text{弧度} \sim 8 \times 10^{-4} \lambda$$

如果干涉图是用一个 1000 个点的列阵检测的，则峰值误差将下降到 $6\sigma_\phi' \sim \lambda/200$ 以下。除其它误差原因外，此值在观察值范围之内 (Bruning et al. 1974)。在不利的条件下，式 (13.14) 的高斯特性是与事实不符的，相位误差必须通过以下积分式才能求得

$$P(|\phi| < |\phi_0|) = 2 \int_0^{|\phi_0|} q(\phi) d\phi \quad (13.23)$$

式中 P 是相位误差 ϕ 的累积概率，其定义是在 $|\phi| < |\phi_0|$ 条件下进行任意测量的概率。图 13.3 所示是不同 ξ 值时的相位误差累积概率曲线。

总的来讲，式 (13.22) 表明，对于实际参量来说同步检测容许全孔径内有较大的振幅变化，并且还表明孔径内每一点的相位误差反比于信噪比与抽样数平方根之乘积，或反比于信噪比与累积光子数之乘积。

至此，讨论的重点已经集中到分析由高斯噪声或白噪声所引起的相位误差或波面误差上来了，其结果用简单的统计学可以预测。如果噪声谱具有一定的纯度（淡红噪声），那么对这些误差的分析就更复杂了，必须采用其它的方法 (Rice 1944)。在这种情况下，采用蒙特卡罗法 (Monte Carlo methods) 更为合适。

应用同步检测技术时，对于频率成分接近载频 $2kl(t)(1/$

抽样时间)的干扰很敏感。在这种情况下, 抽样时间就是式(13.11)中 N 项累加过程中干涉仪光程变化 $\lambda/2$ (一个周期) 时所需要的时间。通过伪随机序中的抽样 $I(x, y, t_i)$, 对这一误差源的敏感度可降到最小程度。数据探测顺序的随机过程使一个接近载频的强的成分的漂移变成为在很宽的频谱范围内均匀分布的多个频率成分的漂移。如果这些数据是在有缓慢的但相当大的频率漂移情况下, 在许多个周期内累加的, 那么同步检测法未必能利用更多的数据得到更好的结果。然而, 如果相位是根据在比较短的时间

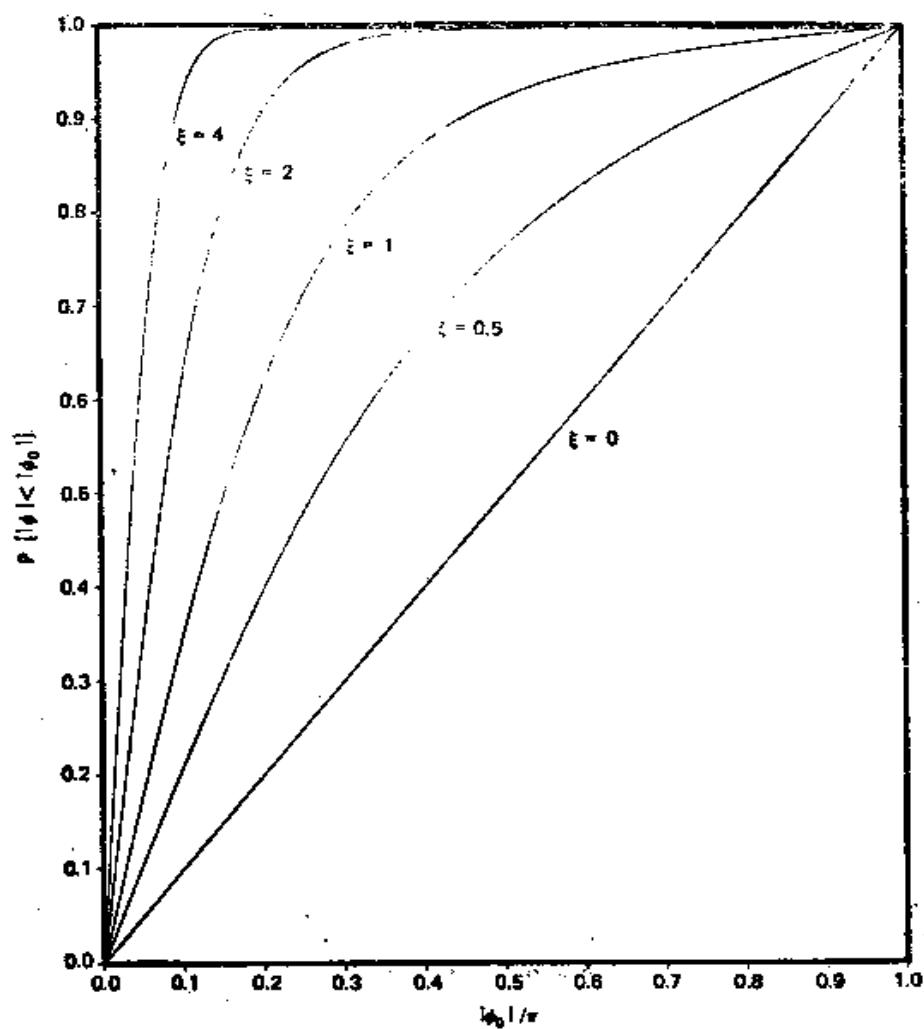


图13.3 相位误差的累积概率与噪声参数 ξ 的关系曲线

间隔（相对漂移过程来说）内累加的数据确定和处理（参阅 § 13.3.4 节），以及平均的，那么根据式 (13.22) 其精确度将提高 \sqrt{N} 倍。

图 13.4 a 表示把条纹周期（仅扫描一个周期）分为 100 个点，并且假设信噪比为 10 的情况下，线性漂移对一个点处的同步相位检测的影响情况。这种蒙特卡罗计算法表明，计算的相位值很快就偏离正确值（零相位基准），它以很小的光程差偏离假设的周期，但是这种相位偏离对波面总的影响不大，因为波面误

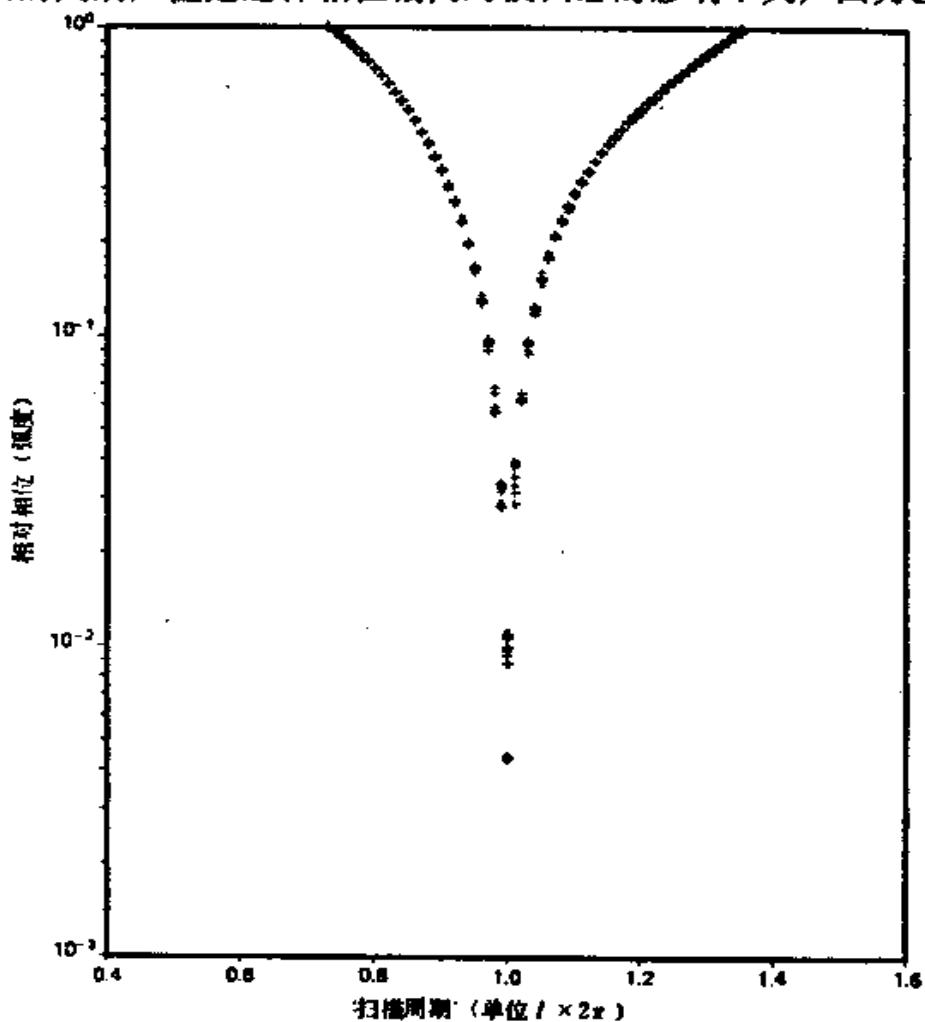


图 13.4 a 用蒙特卡罗法计算得到的条纹扫描过程中漂移对相位误差的影响 ($k = 70.7$)

差是由被测相位的标准偏差决定的。相位标准偏差对于参考光程的漂移是不太敏感的，在参考光程漂移过程中，几乎是准确周期的±50%以上范围内的数据被累加起来了。图 13.4 b 就说明了这一点。需要重申一点，波面上各点的相位误差是如实地再现的，因此并不影响通过计算得出的波面；计算波面乃是与某任意参考波面有关的各个点的相位差图。

漂移在全孔径内是不均匀的，例如随时间变化的斜率或焦点

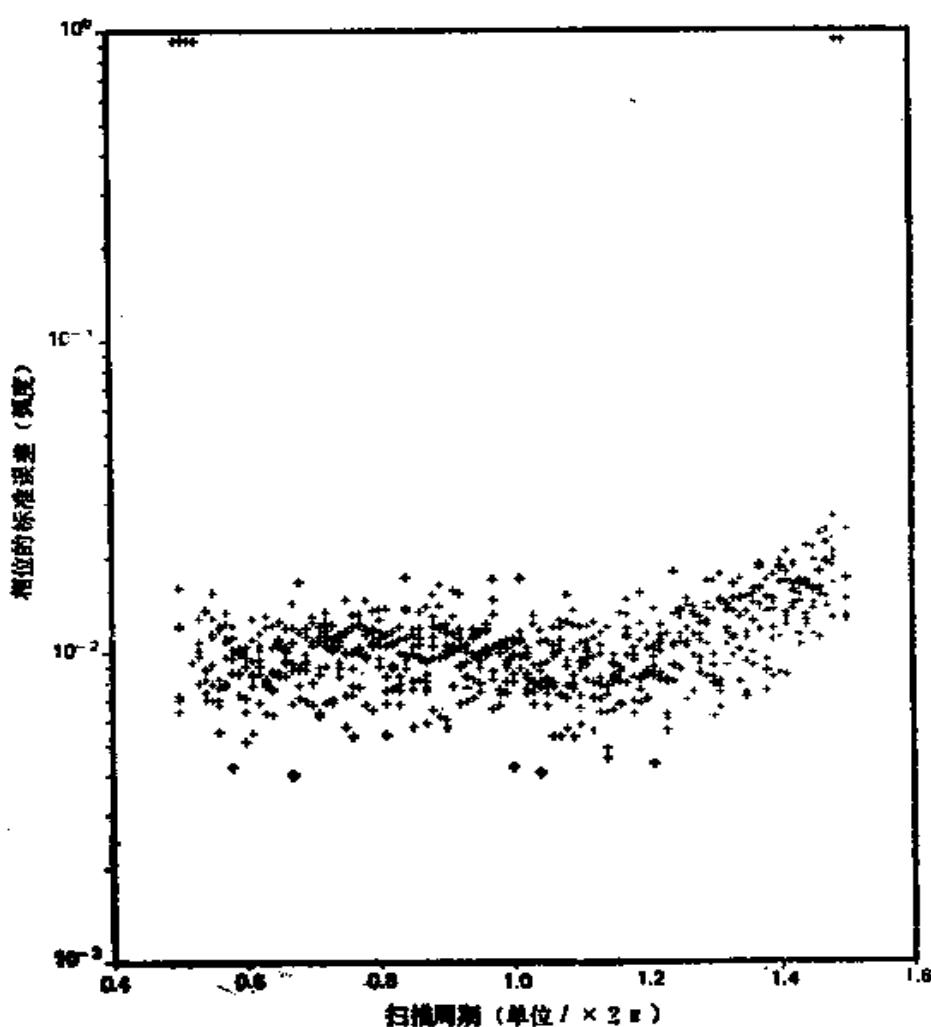


图 13.4 b 用蒙特卡罗法计算的相位误差的标准偏差与条纹扫描过程中的漂移之间的相互影响关系 ($\xi = 70.7$)

变化都比较严重。从图 13.4 a 可以估算出全孔径内的这种微差漂移的影响。

在其它外差干涉仪中已实现通过确定被测信号相对于参考载波的零交叉时间来检测相位。然而由于只是在零交叉附近抽样，所以这种方法的精度本来是比较低的，因此在很大程度上取决于信噪比 (Crane 1969)。

§ 13.3 扫描泰曼-格林干涉仪

§ 13.3.1 基本原理

图 13.5 是用一台小型专用控制计算机与泰曼-格林干涉仪配合进行条纹扫描的原理图。按照这种形式设计的仪器已用于某光学厂的日常检验工作中，并且还有一些详细介绍这种干涉仪的文章 (Bruning et al. 1974)。下面介绍其基本原理。

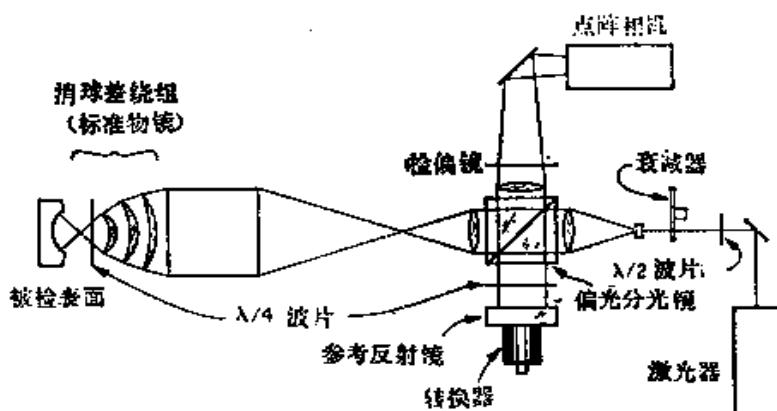


图13.5 检验光学面的条纹扫描式泰曼-格林干涉仪

干涉仪中首先要考虑的是光源。经验表明要使波面检测精度达到 $\lambda/100$ ，就要求使用高度稳定的光源，例如市场供应的单模稳频激光器。使用单纵模稳频激光器可以允许干涉仪在两光臂的光程差很大的情况下工作，并且允许参考臂的长度很短并保持固定不动。

光学零件表面的修磨和最终检验，可能遇到被检表面不镀银或镀有增透膜的情况。由于这些被检表面的反射率可能低于 1%，

所以需要尽量充分地利用光能。在这种情况下，采用偏振分光镜（PBS）乃是减少光能损失的最好解决办法，详细说明如下。

在一个偏振激光光源前面放一个 $\lambda/2$ 波片，转动 $\lambda/2$ 波片，使入射线偏振光方向与垂直方向成 θ_i 角。这样就能控制检验光臂与参考光臂之间对入射光强 I_0 的分配比例

$$\begin{aligned} I_{\text{检验}} &= I_0 \sin \theta_i \\ I_{\text{参考}} &= I_0 \cos \theta_i \end{aligned} \quad (13.24)$$

这两路光信号都两次通过两个 $1/4$ 波片，偏振方向分别旋转了 90° ，这样可以使未经衰减的信息进入观察臂。与 $\lambda/4$ 波片组合使用的偏振分光镜的一个重要特性是：从观察臂看，在各波片的最后一面之前的所有各面上反射的光线都被偏振分光镜抑制掉了，只有来自两个光臂的偏振方向相同的光线才能产生干涉。观察臂中的检偏器能使返回来的两束正交偏振光变成偏振方向相同的光束。检偏器相对于垂直方向的夹角 θ_d 控制着返回来的两束光线在某个相同偏振方向上的相对光强，也就决定了条纹的可见度。当这两束光的相对强度等于1时，条纹可见度达到最大值。如果设参考光臂中的反射镜的反射率为1，被检表面的反射率为 R ，则要满足上述条件时应有

$$R I_{\text{参考}} \cos \theta_d = I_{\text{检验}} \sin \theta_d \quad (13.25)$$

$$\text{和} \quad \theta_d = \tan^{-1}(R \tan \theta_i) \quad (13.26)$$

当入射偏振方向 θ_i 和检偏器的偏振方向 θ_d 互补时，即

$$\theta_d = \tan^{-1} \sqrt{R} = \frac{\pi}{2} - \theta_i \quad (13.27)$$

时，则被检信号达最大值。于是检测器上的最大信号强度是

$$I_{\max} = I_0 \frac{R}{1 + R} \quad (13.28)$$

当 R 小时，这一结果是很重要的。通过把上面用偏振分光镜得到的 I_{\max} 与用一个没有吸收的50/50的非偏振分光镜得到的 I_{\max} 进行比较，可以发现当 $R \rightarrow 0$ 时，光强将增加三倍，当 $R \rightarrow 1$ 时光强将增加一倍。要使光能损耗最少， θ_i 和 θ_d 的选择就应符合式(13.27)所示的与被检表面反射率 R 之间的关系。

§ 13.3.2 系统误差

普通干涉测量技术中假定干涉仪的光学件都是理想的，因而测出的误差就是属于被检光学零件的。但事实上干涉图所表示的是既包括被检零件的误差又包括干涉仪误差以及其它误差的一种微差等高图。这就要求对干涉光学件的质量提出严格的要求，或者需要有能识别多重干涉图的手段。

由于出现了具有足够大存储容量的数字计算机，能用来存储波面图象，所以只要干涉仪的误差一经确定，就能够用计算机予以补偿。因此，对干涉仪各部件的精密度要求就大大降低了。例如，如果把一个被检表面的波面存储起来，然后再用一个由半径相同的标准面得到的波面与之相减，就可以在干涉仪光学零件存在较大误差的情况下测出被检表面的误差。但是，如果标准面与被检面的曲率半径不同，那么就必须考虑由于波面传播了距离等于被检面与基准面之间的半径差而引起的波形变化的影响。如果假定在进行波面合成之前，波面误差近似为 $\lambda/100$ ，则从考虑波形变化的影响出发，要求干涉仪各部件的总误差应 $< 1\lambda$ ，这对大多数公差标准来说是比较宽裕的。很明显，在干涉仪存在 1λ 误差的情况下，如不采取使波面直接相减的办法就不可能检测出被检面的 $\lambda/100$ 的误差量。

除了光源的不稳定、机械位移和气流等这些明显的误差源之外，要使精度达到 $\lambda/100$ ，还必须考虑到另一产生误差的原因，即额外干涉。

由于存在着两个以上的干涉场，被检测的干涉图往往是一个复合干涉图。虽然用偏振滤光片可以明显减少这种额外干涉，但还是应当算出这种额外干涉波面的影响大小。假设有三个相干波面，其中一个是额外的：

$$\begin{aligned} w_1 &= e^{ip} && \text{来自参考光臂} \\ w_2 &= e^{ir} && \text{来自检验光臂} \\ w_3 &= \mu e^{in} && \text{额外的} \end{aligned} \quad (13.29)$$

令参考波面的相位恒等于零是不会失去普遍性的，这样，干涉图

可表示为

$$I(x, y) = \beta + \gamma \cos(\tau - \phi) \quad (13.30)$$

式中 β 是常数, γ 是条纹可见度。

函数 $\phi(x, y)$ 可使干涉图 $I(x, y)$ 和所求的面 $\tau(x, y)$ 产生畸变。畸变量与额外波面 $\mu e^{i\eta}$ 的参量之间显然有以下关系

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\mu \sin \eta}{1 + \mu \cos \eta} \quad (13.31)$$

但如果 η 是一个快速变化的位置函数或者是一个常数, 那么畸变就不存在了。

现在研究这样一种情况, 即在检验光臂中有一个未镀膜的表面, 并且存在着一个从镀有单层增透膜表面来的额外反射。因此被检表面的反射率是 0.04, 额外反射率是 0.01。于是振幅比为 $\mu = 0.5^*$ 。如果额外波面也是一个缓慢变化的位置函数, 并且相对相位变化范围为 $\pm \pi/2$, 那么在这个波面上就可能存在 $\phi = \pm \tan^{-1} 0.5$ 弧度的误差或 $\lambda/7$ 的总误差。

产生这种误差的原因并非是检测技术本身固有的, 而是由于激光光源的相干长度很长引起的。究竟是否存在额外波面, 可以在去掉被检表面的情况下通过观察干涉条纹很容易地做出判断。

§ 13.3.3 波面的探测

在一个二维干涉图中, 从任意一点到其它各点的相位差就是一个波面。整个干涉图的同步检测需要对分布全孔径内的由许多点组成的阵列同时抽样。这可以利用逐行扫描一个信号探测器 (Crane 1969), 通过电子技术对光导摄像管的存储点进行存取 (Gallagher and Herriott 1971), 或者利用集成阵列中的单个光电二极管 (Bruning et al. 1974) 完成。利用光电导效应或光电效应工作的光电二极管将产生正比于光子吸收率的信号。无论以哪一种效应工作的光电二极管阵列, 在其顺序抽样过程中, 每个光电二极管都只在抽样时才起作用。光电二极管阵列的电荷存储过程, 除了存取时间以外都一直在累积光通量 (Weckler 1975)。因此光

* 原文误为 0.05——译者注。

通量的累积方式是一种并行的抽样过程。这种抽样过程在光强波动比抽样间隔波动更快的情况下可起到低通滤波器的效果，从而有效地提高了与光电二极管的作用时间成正比的响应率。每个光电二极管上的入射积分通量是通过测量把光电二极管的耗尽电容完全充满所需要的电流，并用电子学方法顺序存取的。因此利用光通量积分的方式能够通过改变积分时间来大范围地控制响应率。对于一个阵列式的敏感元件，积分时间就是帧时间或是依次存取每个光电二极管所需要的时间。这种串行存取技术特别适合于用小型专用计算机进行实时傅里叶分析。因此式(13.9)中的部分和式或傅里叶级数可以在条纹扫描时实时累加。应当强调指出，不仅是在极值交叉或零交叉附近所记录的强度值，而且条纹扫描时每个点处记录下的每一个强度值，都是用来确定傅里叶级数的。

在同步条纹检测的一个特殊应用例子中(Bruning et al. 1974)，条纹扫描是由一个小型计算机控制的。它把时钟脉冲输送到一个 82×32 的光电二极管阵列中，光电二极管阵列对 N 个条纹扫描位置，在每个阵列点上进行光通量积分。为了尽量扩大动态范围，存取时间选在恰好使检测器工作在刚好不饱和的状态下。当光电二极管阵列以电荷存储的方式工作时，在数据帧被累加之前必须放电或充电。在这段时间内，通过把参考反射镜向前移动 $\lambda/2N$ 的距离，并用机械方法固定，使光程发生变化。反射镜的位置由控制程序确定，它控制反射镜进入下一个 $j\lambda/2N$ 的位置。在同一时间内，可以累加前一帧的强度。通过对单个或多个条纹的扫描得到每一个点处的部分和 a_1 与 b_1 后，根据式(13.11)就可确定每一个点处的相对相位。在每个点上都有 2π 相位不定性。假如事先知道各个抽样点之间的相位变化不大于 $\pi/2$ ，那么可以通过考察各个相邻点处的相对相位并证实与最小倾斜面的连续性来解决这个不定性问题。

§ 13.3.4 波面处理

在自动检测干涉条纹轮廓的过程中，必须注意排除所要研究的孔径以外的相位计算。即使条纹可见度很低或等于零，也能够

计算相位。事实上条纹调制是用分析方法确定孔径的最好手段，因为式(13.9)的部分和式中就包含有这个信息。但是，除非把孔径定位在检测面上，否则所确定的孔径是无效的（由于菲涅耳衍射的原因）。

采用分部求和的形式可以无限地累加数据，并且使相位误差或波面误差减小 $N^{-1/2}$ ，这里 N 是每个条纹的细分数。假如在数据探测期间没有出现不稳定现象，那么上述情况是确实存在的。如果在相位平均之前有微小漂移，那么必须对诸如倾斜或离焦之类的误差影响进行补偿，使波面简化。

当波面数据存储在计算机的存储器里时，可以很容易地提取倾斜和离焦量。孔径内各点 (x_i, y_i) 处的波面可以表示为

$$\begin{aligned} w(x_i, y_i) = & w_0(x_i, y_i) + A \\ & + Bx_i + Cy_i + D(x_i^2 + y_i^2) \end{aligned} \quad (13.32)$$

式中 $2kw(x_i, y_i)$ 是测量时的相位， $2kw_0(x_i, y_i)$ 是在去掉常数 (A) 、倾斜 $(B$ 和 $C)$ 和离焦 (D) 时的相位。为了求出 w_0 ，必须求出并减去系数 A 、 B 、 C 和 D 。这些系数可以通过对所测孔径内的所有各点，用最小二乘法求函数 w 对系数 A 、 B 、 C 、 D 的极小值的办法求出。波面 $w_0(x_i, y_i)$ 可能是一个被平均了的波面。由于能够用同样方法对所有的波面进行比较，所以这个运算过程是高精度测量波面的一个重要组成部分。由于可以通过分析的办法消除仪器的固有误差，所以被测件在干涉仪中就不必费劲地予以调整了。

波面表示式(13.32)可以改写成包含有初级象差系数的形式。如果 $w(x, y)$ 代表被检透镜的光程差，则这样的表示对于评价设计性能是很有用的。当 $w(x, y)$ 代表一个被检球面时，还可以加上非球面系数。如果仪器误差不太大，则一旦求出这些系数后，就可以在修磨过程中按设计值予以检查，而无需在干涉仪中使用补偿器了。此外，如果一个高级镜头在装配前测量一下其各个光学零件，就能够把被检表面的非球面系数代入镜头的最佳设计方案中，重新计算空气间隔以改善镜头的性能。

被简化的波面 $w_0(x, y)$ 是所求信息和干涉仪误差的一个混合体。如果用相同半径的理想参考面或标准面重复上述过程，就能够算出干涉仪的误差，并且根据式 (13.32) 从上面求得的检验波面 $w_0(x, y)$ 中减去这个结果。当光学工作者想要了解改变抛光行程所带来的影响，也就是行程改变前后的差别时，需要有减去规格化波面的这种功能。

§ 13.3.5 绝对校准

一般认为一个光学表面，能测量到多高精度就能加工到多高精度。当然，这时假设测量结果是正确的。因为所有的波面都是以微差的形式测出的，所以由此求出的波面的绝对精度最高也就等于参考面的精度。除非用光学样板，否则用任何其它物体却是很难确定一个表面的绝对质量的。

现在有一种非常适合于实时干涉仪的绝对校准方法 (Jensen 1973)。这种方法要求有在数学上处理三个波面的可能性。假设 W_1 是从一个以特殊方式确定方位的被检表面得到的波面，而 W_2 是用和上述同样的方式，但在被检表面绕光轴旋转了 180° 的情况下得到的波面， W_3 是把被检表面的顶点放在准直物镜的焦点处得到的波面。通过引入以下几个符号，校准过程就变得更清楚了

$$\begin{aligned} W_1 &= W_s^0 + W_r^0 + W_s^{\theta} \\ W_2 &= W_s^0 + W_r^0 + W_s^{\pi} \\ W_3 &= W_s^0 + \frac{1}{2}(W_r^0 + W_r^{\pi}) \end{aligned} \quad (13.33)$$

式中 W_s^0 为参考光臂波面的贡献；

W_r^0 为检验光臂波面的贡献；

W_s^{θ} 为试样波面的贡献；

θ 为波面或试样的方向 (0 或 π)。

当干涉仪没有一点误差时， W_s^0 和 W_r^0 恒等于零。但是当有误差时，绝对波面 W_s^0 通过计算下式确定

$$\begin{aligned} W_s^0 &= \frac{1}{2}(W_1 + \bar{W}_2) = \frac{1}{2}(W_s^0 + W_s^{\pi} + W_r^0 + W_r^{\pi}) + W_s^{\theta} \\ W_s^0 &= \frac{1}{2}(W_3 + \bar{W}_3) + \frac{1}{2}(W_s^0 + W_s^{\pi} + W_r^0 + W_r^{\pi}) \end{aligned} \quad (13.34)$$

因此

$$W_s^0 = W_1 - W_2 = \frac{1}{2} (W_1 + \overline{W}_2 - W_3 - \overline{W}_3) \quad (13.35)$$

上式中的横线表示相位阵列的变换，其相位等于波面旋转 π 弧度，并且 W_1 、 W_2 和 W_3 必须是消除了离焦和倾斜后的波面。

因此，有两种检验光学表面或透镜的方法：一种是用上述方法来检验和校准作为参考面的基准面；另一种是不必与参考面相比较的独立方法。第一种方法在开始时比较困难，因为比较面或参考面虽然只加工一次，但必须加工到测量所要求的精度。一旦这一步工作完成之后，以后的所有测量工作只需要检测被检面和参考面这两个波面，并作一次减法处理。显然，如果大量光学面是同在一数值孔径下测量的，那么参考波面只需要检测一次，然后把它存储在计算机里，以便以后与各个被检面进行比较。参考波面包含有干涉仪的误差。第二种方法不需要有一个理想的参考面，但要检测出三个波面以确定干涉仪误差。图 13.6 表示的是三个分波面 W_1 、 W_2 、 W_3 和合成波面 W_s^0 的例子。这种方法还需要有一个能使被检面精确地绕其光轴旋转 180° 的光学零件夹持器。

§ 13.3.6 半径测量

测量曲率半径的一个经典的方法是首先将自准直仪调焦在被测面的曲率中心，然后调焦在被测面的顶点，测出自准直仪（或被测面）的移动距离就是曲率半径（Twyman 1952）（见第十五章）。通过测量这两点处的波面，并用测长干涉仪测出这两点之间的表面运动轨迹（参见 § 13.5 节），就能够很容易地得到百万分之几的曲率半径测量精度。如果已知每个位置处的波面，并且算出每个位置处的轴向调焦误差，那么知道了每个位置的数值孔径就能计算相应的矢高修正值。这就补偿了由于没有精确地把表面放在顶点或曲率中心处而产生误差。真正的半径 r 是用测长干涉仪测量并按下面的修正式修正后得到的

$$r = r_{\text{校正}} + \delta_2 - \delta_1 \quad (13.36)$$

式中 $\delta_1 = \epsilon_1 / (NA_1)^2$ ，其中 ϵ_1 是由波面测量决定的调焦误差；

NA_s 是准直仪或表面的数值孔径。

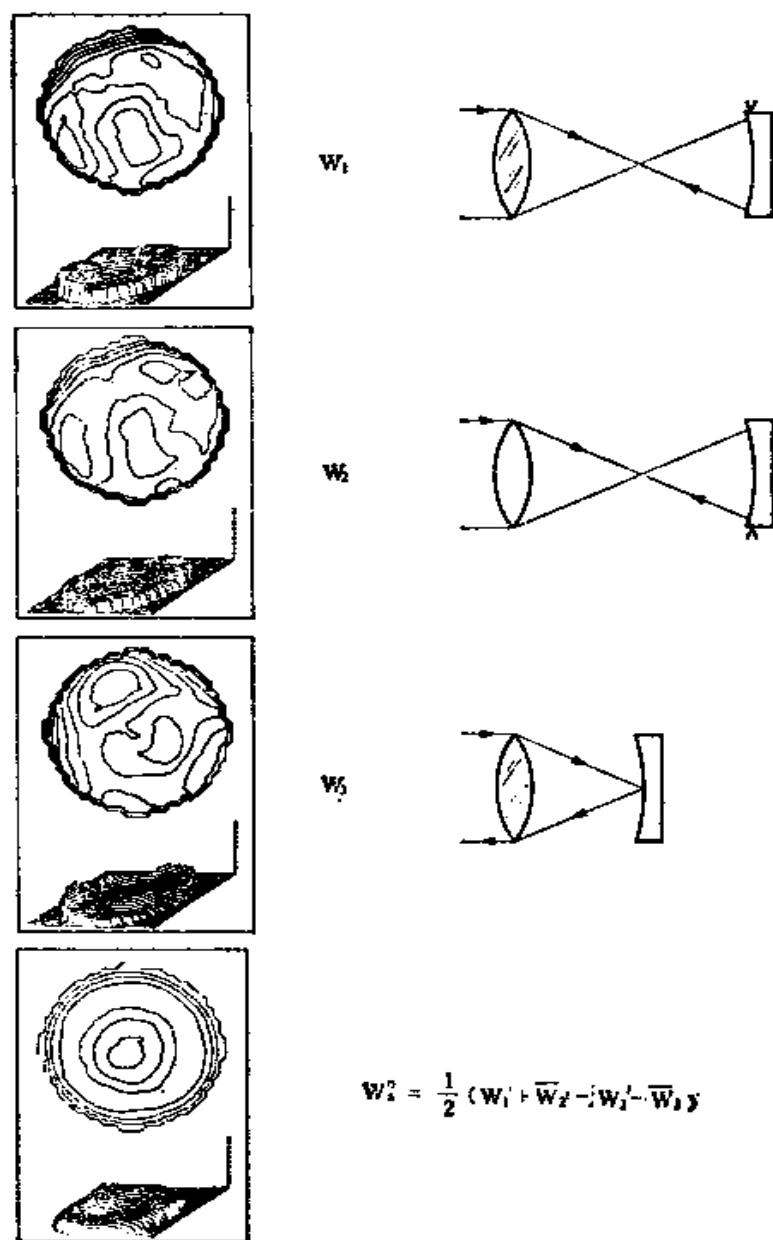


图13.6 干涉仪波面的校准（波面等高线为 $\lambda/20$ ）

在此测量过程中还必须考虑环境参量的影响，因为这些参量影响激光的波长。

用干涉仪进行面形和曲率半径测量的一个非常重要的优点是

可以制造和检验任意曲率半径的表面。因此光学厂就不必局限于仅仅加工那些属于样板系列的表面。用样板法检验时，除了常常由于样板和表面接触而损伤被检表面外，还要求被检表面的曲率半径非常接近于样板的曲率半径，这样才能判断被检表面的面形。如此严格的半径公差要求往往限制了获得高质量表面的可能性。即使被检面的曲率半径与样板的曲率半径非常接近，识别干涉图的准确度也很难优于 $\lambda/5$ ，而且其中还包含有样板的误差，而样板的精度通常也并不比 $\lambda/5$ 高多少。

§ 13.3.7 透镜检验

要评价一个在特定共轭条件下工作的透镜的质量，可以把该透镜放在干涉仪的一个光臂中。这时得到的干涉图是透镜光瞳的光程差与附加误差之和。此附加误差可以通过与理想参考波面相减的方法予以消除。合成波面就是在假定参考面本身没有误差的条件下得到的。如果参考面的质量不能令人满意，那么可以把上述测量方法与前面讲过的在每个位置上对参考面进行修正的校正方法结合起来。在 1:1 成象系统这一特殊情况下，假如参考面在两个位置之间旋转了 180° ，就可以用一个没有修正的不很完善的参考面进行处理。

只要确定了修正波面，就能通过最小二乘方法拟合求出如式 (13.32) 所示的波面，而且象差多项式和几种特殊象差也完全相同。在精细调节衍射极限透镜时，为了使空气间隔进一步最优化，可以把合成波面或光程差面再送回到透镜设计程序中去，或者是能为修正透镜的最后表面确定非球面系数。

透镜的质量可以用透镜光瞳内的波面来表示，但在某些应用中还需要用点扩展函数 (PSF) 和光学传递函数 (OTF) 来表示。点扩展函数 $I(x', y')$ 是由瞳函数 $w(x, y)$ 的傅里叶变换得到的

$$I(x', y') = A(x', y') A^*(x', y') \quad (13.37)$$

$$A(x', y') = \mathcal{F}\{w(x, y)\}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y) e^{-2\pi i(x'x + y'y)} dx dy \quad (13.38)$$

式中 x' 和 y' 是象空间座标。

由点扩展函数的逆变换可得到复光学传递函数

$$\mathcal{O}(f_x, f_y) = \mathcal{F}^{-1}\{I(x', y')\} \quad (13.39)$$

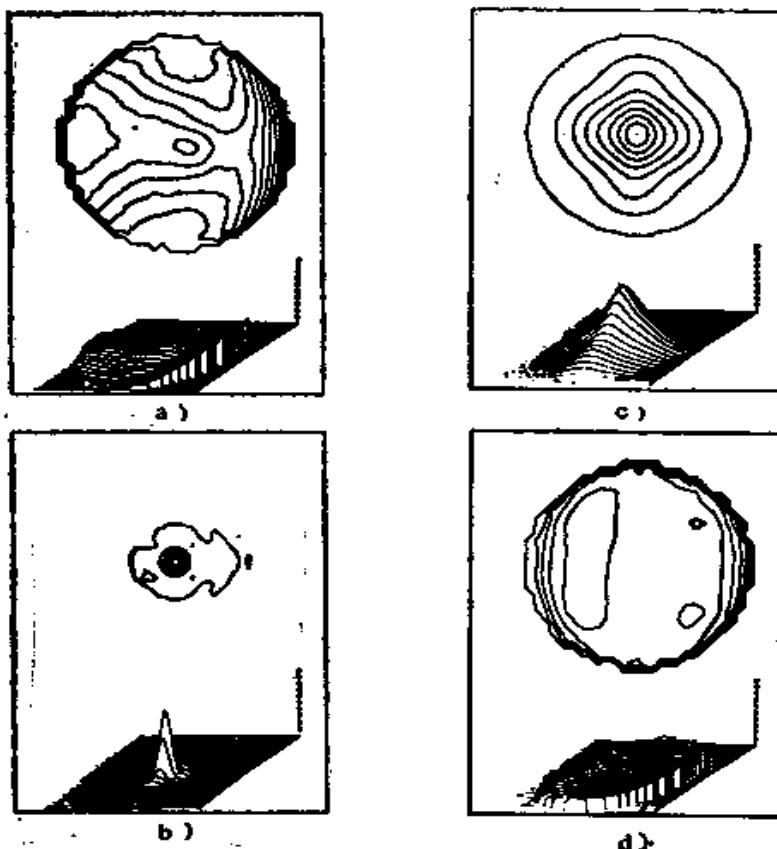


图13.7 从波面 a) 到点扩展函数(PSF) b) 到调制传递函数(MTF) c) 和相位传递函数 d) 的变换过程

通常以光学传递函数的模表示最终结果，并称之为调制传递函数(MTF)。这个函数给出了空间频率为 f_x 或 f_y 的目标所成象的衬度。图 13.7 表示一个 0.1 倍透镜的光瞳内的波面，根据波面求出象的点扩展函数和调制传递函数。空间频率用水平和垂直两个方向表示， f_x 是水平方向的空间频率， f_y 是垂直方向的空间频率，零频在中心，其它方向的空间频率也就清楚了。图 13.7 中所示的相位传递函数表示了从零频变化到较高空间频率时产生的

相移。这些结果是从一个 32×32 的波面数据矩阵得出的(Bruning et al. 1974)。傅里叶变换是在小型计算机上用快速傅里叶变换法(FFT)算出的。把一个 32×32 的点扩展函数阵列 $I(x', y')$ 嵌入到一个 64×64 的零件阵列中，并通过变换得到复光学传递函数，由复光学传递函数可以算出调制传递函数(MTF)和相位传递函数。为了防止出现周期重叠，违反抽样定理，采用嵌入法是必要的。

§ 13.4 扫描式横向错位干涉仪

因波面错位干涉仪结构简单，所以常用于测量技术中。但是，错位干涉图的识别比较困难，而且还要求用数学方法处理通常是两个互相垂直的错位干涉图，以再现出现泰曼-格林型波面函数(见第四章)。在多数情况下，这一处理过程可简化为求解孔径内各点的四个差分方程(Rimmer 1974)。尽管这种分析方法不太方便，但是错位干涉仪的一个优点在于可以通过调节错位量来改变灵敏度。这在孔径内出现有若干个波长的波差的情况下进行检验时，可能还是个优点。

交叉的双频光栅横向错位干涉仪非常适用于实时波面处理，因为能够同时利用两个正交的错位干涉图(Wyant 1973)。按对角线方向移动光栅就能够实现条纹扫描，同时检测两个干涉图。能够同时利用两个错位干涉图，这对于尽量减小条纹扫描过程中的漂移以及其它不稳定性的影响是非常重要的。

在横向错位干涉仪中，当错位量较小时，虽然适用简单的近似公式，而且可以分析高级象差波面，但是波面精度是很低的(Wyant 1975)。在错位量较小和正交错位干涉图的空间抽样很密时，波面的均方误差是

$$\sigma \approx \frac{d\sigma_s}{s\sqrt{3}} \quad (13.40)$$

式中 s 是两个正交方向上的错位量； d 是探测器的间距； σ_s 是错位干涉图或波面微差干涉图的测量误差(Wyant 1975)。如果

错位干涉图是用同步探测法测量的，则式(13.22)和(13.40)可以合并为

$$\sigma \approx \frac{d}{sS\sqrt{3N}} \quad (13.41)$$

在 $N = 4$ 时，通过在载频周期的四个相等的时间间隔内计数光子数，也得到了类似的结果。这种情况在硬件中实现起来是比较简单的，并且已经有人提出用于波面实时修正系统(Wyant 1975)。

§ 13.5 测长干涉仪

在激光问世之前，因为受到光源相干性的限制，利用数条纹的干涉计量技术进行长度计量不可能测量很长的距离。目前激光的相干长度已超过了一千米，频率稳定性已高达 10^{-8} 以上，激光的这些优良特性使我们能够在数米长的距离上进行连续的长度测量，并且达到亚微米级的测量精度。激光测长有两种基本办法，一种是直流模拟，另一种是交流模拟。

直流模拟法见图 13.8。在干涉仪中有补偿干涉图时，当一支光臂长度改变而方向不变时，探测器将产生一个正弦形的强度变化信号。为了判别方向，需要有两个相位差 90° 的正弦信号。有几种方法能够达到这个目的，其中之一示于图 13.8。一束 45° 的线偏振光或圆偏振光，通过偏振分光镜后被分为 P 和 s 两个分量。每一分量的光线又各被一个三面直角棱镜或一个后向反射器反射，在两次通过 $\lambda/4$ 波片后在观察臂中又再次相遇，然后又被分光镜（不产生偏振）和偏振片分成两个相位差 90° 的信号。两个偏振片偏振方向互相垂直，并且调节到使被测信号的振幅相同。电信号 A 和 B 通过放大、判相和整形，其运动方向是根据相位探测器中信号 A 究竟是超前还是滞后于 B 而判断的，并由此而决定条纹计数器是作加计数还是作减计数。当后向反射镜变化或移动 x 长度时，则条纹数的改变量为

$$\Delta n_{\text{max}} = \pm \left[\frac{2x}{\lambda} \right] \quad (13.42)$$

式中 [] 符号表示取变量的整数部分。稍微改进一下相位探测器就能使分辨率比以上数值提高 2~4 倍。但是这种方法受光强变化灵敏度的限制，因为阈值虽然可随光源的强度而定，但是阈值与固定光强有关。更主要的是要求在整个视场里只有一个条纹，因为条纹数一多就会使对比度降低到使被测信号的振幅落后到判相器范围以外。如果干涉仪的一支光路处于气流或机械不稳定的环境中，就会发生这种现象。

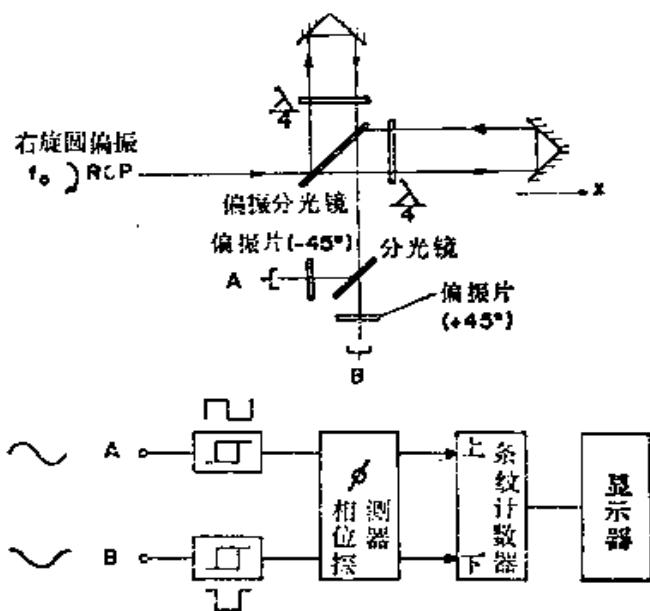


图 13.8 直流测长干涉仪

图 13.9 是用交流模拟法解决上述难题的示意图。其中稳频的激光光源在轴向磁场的作用下利用塞曼 (Zeeman) 效应被分裂成 f_1 和 f_2 两个频率的激光 (Burgwald and Kruger 1970)。这两个不同频率的激光是方向相反的圆偏振光，其频率相差几兆赫。可以用一个旋转的半波片和一个固定不动的四分之一波片从形式上模拟成一个单频激光器，如果不实用光电法模拟旋转，那么用机械旋转所得的频差是很小的 (Sommargren 1975)。混频信号或载频的取样是在通过 A' 中检测到的。偏振分光镜分出在参考臂中传播的频率为 f_1 的光线和在测长臂中传播的频率为 f_2 的光线。这两束光两次通过 $1/4$ 波片后被混频 (或拍频)，并在通道 B' 中被检测到。如果三面直角棱镜移动，那么这两个载频信号

A' 和 B' 将产生多普勒频移

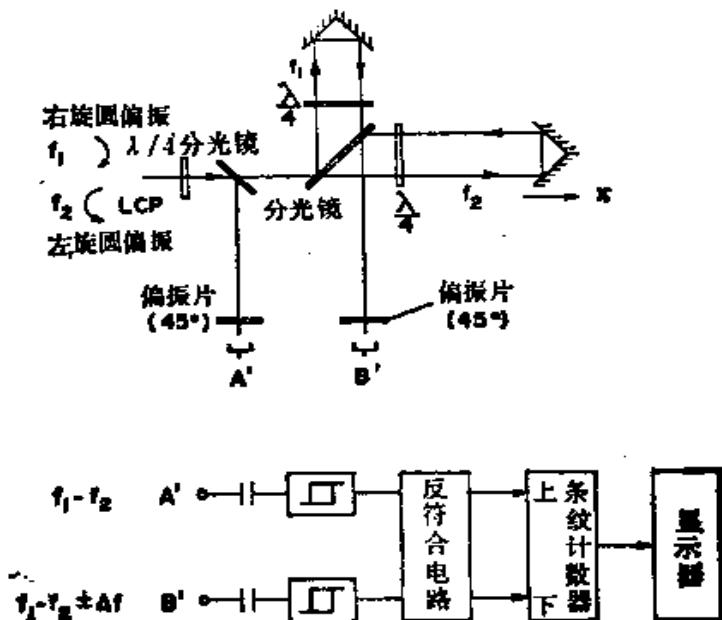


图13.9 交流测长干涉仪

$$\Delta f = \frac{2x}{\lambda_2} \quad (13.43)$$

式中 x 是三面直角棱镜的移动速度, λ_2 是与 f_2 相对应的波长。如果频率变化由电子计算机监视, 则最后计得的数(周期)仍然是

$$\Delta_{\text{周期}} = \pm \left[\frac{2x}{\lambda_2} \right] \quad (13.44)$$

这种方法的一个最大不同点是条纹计数是通过对交流信号的处理实现的, 因而不受漂移的影响。请注意图 13.9 中串联有电容, 交流信号容易作倍频处理, 因而可以提高分辨率。通过对通道 A' 和 B' 分别进行频率计数, 然后再输入到一个专用的微处理机中, 就可以完成对数据的平滑化和平均化处理(Dukes and Gordon 1970)。此外, 在显示测量结果之前还可以计算速度, 进行材料的膨胀系数补偿、波长的环境修正以及英制/公制换算。

当测长干涉仪的参考臂和测量臂互相平行并且相隔已知距离

时，还可以用于测量角度。配合其它光学装置，测长干涉仪还可以用于光学车间和机械加工车间的其它计量。

如果在一台参考光臂中有一个平面反射镜的光学检验干涉仪中其最后那个平行光管的全孔径光束充满如图 13.8 或 13.9 所示的偏振分光镜，那么在全孔径内扫描（窄范围的）就将在显示器上直接得到波面或表面的轮廓图。这是通过测量孔径内每一点相对近轴中心点的距离实现的。这个轮廓图显然包含有关光学零件的误差，这些误差可通过与参考波面或表面相减而予消除。假如入射光束直径比全孔径内的最小条纹间距还要小，并且在扫描过程中不遗漏相对于近轴相位的计数参考值，那么这种技术对于修磨非球面是很有用的。

§ 13.6 莫尔条纹扫描技术

至此我们已经讨论了通过改变干涉仪有效光程长度来调制或移动干涉图的条纹扫描技术。但是，干涉图可能是由莫尔条纹组成的，因为探测技术对条纹的形成并无约束。除非相对于某些控制参考量来说是周期性的。在对干涉图进行二维抽样的情况下，如果条纹密度超过探测器密度，那就违反了抽样定理，实际上探测到的是莫尔条纹（见 § 12.5 节）。

莫尔条纹技术业已用于以通常比光线波长的 $\lambda/2$ 间隔粗得多的间隔去描绘物体的等高线图。由于这些莫尔条纹具有周期特性，所以能够移动和探测。

参 考 文 献

- Bennett, W. R., "Methods of Solving Noise Problems," *Proc. IRE*, 44, 609 (1956).
- Bruning, J. H., D. R. Herriott, J. E. Gallagher, D. P. Rosenfeld, A. D. White, and D. J. Brangaccio, "Digital Wavefront Measuring Interferometer for Testing Optical Surfaces and Lenses," *Appl. Opt.*, 13, 2693 (1974).
- Bryngdahl, O., "Polarization-Type Interference-Fringe Shifter," *J. Opt. Soc. Am.*, 62, 462 (1972).
- Burgwald, G. M. and W. P. Kruger, "An Instant-On Laser for Length Measurement," *Hewlett Packard Journal*, 21, 14 (1970).

- Crane, R. K., "Interference Phase Measurement," *Appl. Opt.*, **8**, 538 (1969).
- Dukes, J. N. and G. B. Gordon, "A Two-Hundred-Foot Yardstick with Graduations Every Microinch," *Hewlett Packard Journal*, **21**, 2 (1970).
- Gallagher, J. E. and D. R. Herriott, "Wavefront Measurement for the Evaluation of Photolithographic Lenses and Components," Topical Meeting on the Use of Optics in Microelectronics, Optical Society of America, Jan. 25, 1971, Las Vegas, Nev.
- Hays, P. B. and R. G. Roble, "A Technique for Recovering Doppler Line Profiles from Fabry-Perot Interferometer Fringes of Very Low Intensity," *Appl. Opt.*, **10**, 193 (1971).
- Herriott, D. R., "Multiple-Wavelength Multiple-Beam Interferometric Observation of Flat Surfaces," *J. Opt. Soc. Am.*, **51**, 1142 (1961).
- Jensen A. E., "Absolute Calibration Method for Laser Twyman-Green Wavefront Testing Interferometers", (abstract only), *J. Opt. Soc. Am.*, **63**, 1313 (1973).
- Jones, R. A. and P. L. Kadakis, "Automated Interferograph Analysis Technique," *Appl. Opt.*, **7**, 1477 (1968).
- Langenbeck, P. H., "Multipass Interferometry," *Appl. Opt.*, **8**, 543 (1969).
- Malacara, D., I. Rizo, and A. Morales, "Interferometry and the Doppler Effect," *Appl. Opt.*, **8**, 1746 (1969).
- Okoomian, H. J., "A Two-Beam Polarization Technique to Measure Optical Phase," *Appl. Opt.*, **8**, 2363 (1969).
- Rice, S. O., "Mathematical Analysis of Random Noise," *Bell Syst. Tech. J.*, **23**, 282 (1944).
- Zimmer, M. D., "Method of Evaluating Lateral Shearing Interferograms," *Appl. Opt.*, **13**, 623 (1974).
- Shepp, L. A., Private communication, 1976.
- Sommargren, G. E. "Up/Down Frequency Shifter for Optical Heterodyne Interferometry," *J. Opt. Soc. Am.* **65**, 960 (1975).
- Takasaki, H. and Y. Yoshino, "Polarization Interferometer," *Appl. Opt.*, **8**, 2344 (1969).
- Tolansky, S., *Multiple Beam Interferometry*, Clarendon Press, Oxford, 1948.
- Twyman, F., *Prism and Lens Making*, Hilger and Watts, London, 1952.
- Weckler, G. P. "Charge Storage Operation of Silicon Photodetectors," in *Proceedings of NATO Advanced Study Institute on Solid State Imaging* (September 1975), P. G. Jespers, F. Van De Wiele, and M. H. White, Eds.
- Wyant, J. C., "Double Frequency Grating Lateral Shear Interferometer," *Appl. Opt.*, **12**, 2057 (1973).
- Wyant, J. C., "Use of an AC Heterodyne Lateral Shear Interferometer with Real-Time Wavefront Correction Systems," *Appl. Opt.*, **14**, 2622 (1975).

第十四章 使用补偿器的零检验法

A. 奥夫纳

目前有许多种检验非球面质量的方法。其中一种特别有用的方法是在非球面的加工过程中设计一个辅助光学装置。该装置与非球面一起能形成一个点光源的无象差的象点。这种辅助光学装置即称作零校正器或零补偿器。

§ 14.1 历史回顾

随着刀口检验技术 (Foucault, 1859) 的发展, 光学仪器制造者们制造精密天文反射镜的能力有了极大的提高。用这种方法评定光束的象散时, 灵敏度非常高, 而且易于理解, 因此这是一种零检验法。我们用刀口法检验一个球面, 并且光源位于球面的曲率中心附近时的情况就是这样。整个反射镜的表面上只要出现不均匀的阴影就表明该处存在形状误差。然而, 这种方法用于检验抛物面反射镜时, 却是一个既费时而又不精确的方法。这时被检抛物面的形状误差必须通过测量大量的环带光线的位置而求出。

多年来, 在制造抛物面镜过程中唯一能代替刀口检验法的是自准直法。这时需要有一块尺寸大小和面形精度都与被加工的抛物面镜一样的光学样板。

柯德 (Couder, 1927) 指出, 抛物面镜曲率中心处所成的点光源象的象差可通过在反射镜及其所成的象之间插入一个小型补偿透镜而消除。如图 14.1 所示, 柯德在光路中用了一个由两片单透镜组成的补偿器。正如他在论文中所说的, 为了使补偿器的光焦度为零, 以便于制造, 所以需要用两块单透镜。为了生产一

种焦距为 30 厘米、相对孔径为 $1/5$ 的抛物面镜，柯德用了一个孔径为 4 厘米（根据他画的图量出）左右的补偿器。

伯奇 (Burch, 1936) 介绍的一种方法是在抛物面曲率中心外用一个球面镜来补偿抛物面镜的象差，这时刀口和光源放在抛物面的曲率中心附近。他导出了这种类型的补偿系统的五级象差，并指出对于一个相对孔径为 $1/5$ 、孔径达 80 厘米的抛物面镜，用图 14.2 所示的双反射镜光路可以发现抛物面的小于 $1/40$ 波长的残余象差，而这时所用的补偿反射镜的孔径只有抛物面孔径的 $1/4$ 。对于孔径或相对孔径更大的抛物面镜，他建议加工一个边缘塌边的凸球面，塌边量按八次方规律变化，这样就可平衡七级球差。他还计算过要补偿一个焦距为 5 米、相对孔径为 $1/3.33$ 的美国帕洛马山天文台天文望远镜主镜的象差，就需要 2.8λ 左右的非球面度。

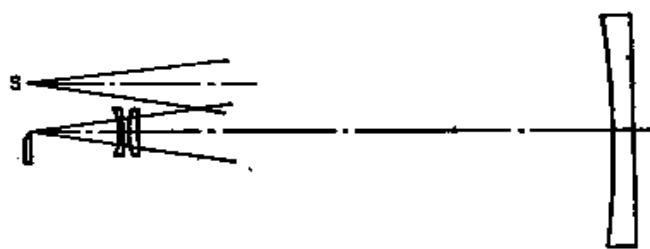


图14.1 柯德式双透镜补偿器 (1927年)

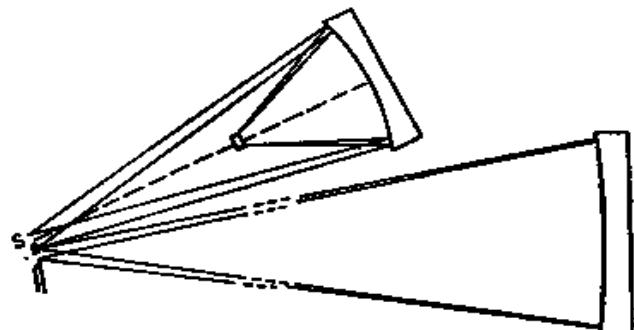


图14.2 伯奇式双反射镜补偿器 (1936年)

伯奇 (Burch, 1938) 还发表过折射式补偿器的三级象差的简单求解法。折射式补偿器乃是一个焦距为 f 、折射率为 μ 的平凸透镜，其平面是个反射面，如图 14.3 所示。对于一个顶点曲率为 R 的抛物面，当 $f = R\mu^2 / (\mu - 1)^2$ 时，则曲率中心处的三级象差就得到平衡，因此在 $\mu = 1.52$ 时，补偿透镜的孔径约为抛物面孔径的 $1/8$ 。对于相对孔径不超过 $1/8$ 的抛物面来说，伯奇预期能用这种补偿器把剩余象差减小至可以忽略不计的程度。他还补

充说：“任何一个善长于光学设计的人都将会因计算出这种或其它种类的补偿透镜系统的高级象差而受到光学仪器制造者们的称赞和感谢”。三十年后，这一愿望终于实现了(Holleran, 1968)。



图14.3 伯奇式平凸透镜补偿器（1938年）

在制造一个焦距为5米、相对孔径为 $1/3.33$ 的美国帕洛马山天文台主镜时，用了一个直径为25厘米的补偿器，以保证在反射镜的曲率中心附近形成一无象差的自准象(Ross, 1943)，其光路如图14.4所示。

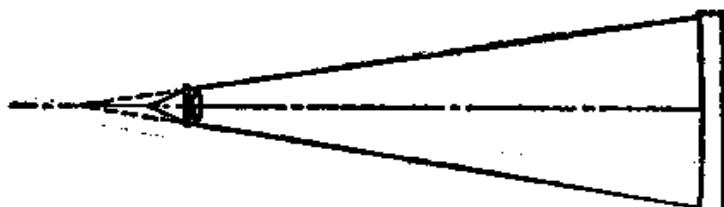


图14.4 在制造5米美国帕洛马山天文台主镜时所用的罗斯式非球面补偿器

罗斯(Ross)发现，要想把残余带球差补偿到由其造成的弥散斑小于由大气扰动造成的弥散斑的程度，必须在球面透镜中增加一个非球面校正板，以平衡抛物面镜的象差。罗斯所用的这种自准式光路具有无彗差的优点，所以对光源和刀口偏离光轴并不敏感。另外，由于光线两次通过补偿器，因此要求补偿器产生的象差贡献量只有如图14.1所示的柯德式光路的一半。

§ 14.2 多尔式补偿器

采用图14.3所示的伯奇提出的平凸透镜式补偿器对解决具有中等相对孔径的抛物面镜来说是比较方便的，并且补偿器的制造问题很容易解决。但是采用这种方法时，为制造抛物面镜所用的平凸补偿透镜只能适用于焦距相同的其它抛物面镜的检验。

多尔 (Dall 1947, 1953) 曾指出, 由于透镜的球差是其共轭位置的函数, 因此同一个平凸透镜可以用作多个抛物面镜的补偿器。多尔采用了图 14.5 所示的光路。它与柯德 (图 14.1) 光路十分相象。他发现如果抛物面镜的焦距 F 与补偿透镜的焦距 f 的比值在 5 和 20 之间, 则适当选择透镜的短共轭距离值即可提供足够的补偿量。要使抛物面曲率中心处的三级象差得到平衡时, 则应有

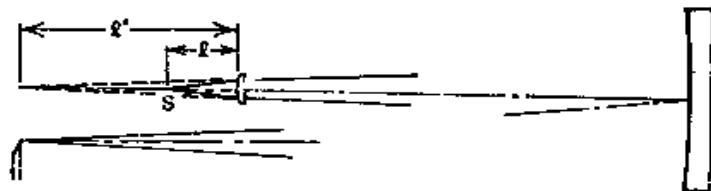


图14.5 多尔式平凸透镜补偿器

$$\frac{F}{f} = \frac{1}{4} (m - 1)^2 \left[\frac{\mu^2 (m - 1)^2}{(\mu - 1)^2} + \frac{(3\mu + 1)(m - 1)}{\mu - 1} + \frac{3\mu + 2}{\mu} \right] \quad (14.1)$$

式中 m 为长共轭距离 l' 与短共轭距离 l 之比, μ 为平凸透镜的折射率 (根据符号规则, 多尔光路中的 m 值大于 1)。

多尔补偿器已被广泛采用, 特别是常被望远镜业余爱好者们采用。用这种极其简单的补偿器所能达到的补偿程度可通过下面的例子加以说明。

有一个为检验焦距为 6 米、相对孔径为 $1/5$ 的抛物面镜而设计的多尔补偿器, 设式 (14.1) 中的 $m = 2$, $\mu = 1.52$, $F = 3$ 米, 则可求出 $F/f = 5.888$ 。此值在多尔所规定的范围之内, 这时补偿器的技术参数为 $f = 50.950$ 厘米, $l = -25.475$ 厘米, $l' = -50.950$ 厘米, 采用这种补偿器时。算出形成光源象的会聚波面与其最接近的球面的均方根偏差 (即光程差的中误差) 为 0.048λ ($\lambda = 632.8$ 毫微米)。用这种补偿器进行补偿检验而制造出来的抛物面, 其面形中误差应为 0.024λ 。根据此面形误差算出的斯特雷尔数为 0.91。平面补偿透镜要达到这样大的补偿量时, 所需

的直径约为抛物面镜直径的 1/12。

这里列举的抛物面几乎是最大的，对这种抛物面，采用多尔补偿器是比较合适的。由于多尔提出的光路有彗差，所以必须把光源精确地放在凸透镜的轴线上，并且使该轴线穿过抛物面的顶点。

在施劳赫 (Schlauch, 1959)、斯托尔茨曼和哈奇 (Stoltzmann and Hatch, 1976) 的两篇论文中有关于多尔补偿器的制作和使用方面的具体介绍。如果平凸透镜的折射率定为 1.52，则可直接利用施劳赫文章中给出的曲线而不必用式 (14.1) 进行计算。此曲线是根据多尔发表的 (Dall, 1953) 曲线修改而得的。

在罗斯提出的自准光路中 (图 14.4)，利用平凸透镜即可使多尔补偿器消除彗差。这时只要对式 (14.1) 稍加修改就能适用于这样的光路。因为光线在透镜中来回往返两次，所以公式中的系数 1/4 要用 1/2 代替。采用这种自准光路时，例如设计一个用于检验焦距为 0.6 米、相对孔径为 1/5 的抛物面的补偿器，则有 $F/f = 11.776$ 、 $f = 25.475$ 厘米、 $t = -12.737$ 厘米、 $t' = -25.475$ 厘米。平凸透镜的直径为抛物面直径的 1/24。按这样的光路对此抛物面进行补偿检验时所得到的残余面形误差与上述例子中的计算结果完全一致。这种自准式光路虽然有它的优点，但是由于它没有彗差，所以反应不出光源对平凸透镜轴线的微小偏离。

普里也夫 (Puryayev, 1973) 曾提议对多尔补偿器作一个有趣的改动，即在罗斯提出的自准光路中，用一个凹面为二次曲面的远焦弯月透镜取代多尔用的平凸透镜。对远焦弯月透镜，有

$$r_1 - r_2 = \frac{d(\mu - 1)}{\mu}$$

式中 r_1 为弯月透镜凹面的曲率半径； r_2 为凸面的曲率半径； d 为厚度； μ 为折射率。

为补偿一个顶点曲率半径为 R 的抛物面的象差，要求凹面的二次曲面系数 K 的三阶值为

$$K = \frac{R}{(\mu - 1)(r_2/r_1)^4 l}$$

式中 l 为光源到弯月透镜的距离（按照符号规则， K 为负值）。

普里也夫用直径为 20 厘米的同一块弯月形补偿透镜补偿了焦距不超过 24 米、相对孔径不超过 $1/4$ 的任意抛物面或接近抛物面的表面。对此范围内的任何抛物面来说，补偿后的自准波面的最大剩余波差约为 $\lambda/2$ ($\lambda = 632.8$ 毫微米)。此剩余波差可以计算出来，并且可在确定被检反射镜的面形误差时予以考虑。

§ 14.3 奥夫纳补偿器

如上所述 (Burch, 1936; Ross, 1943)，只要在补偿器中加入一个非球面零件就能把抛物面或其它非球面镜的球差补偿到任何所要求的精度。这种方法只有当非球面补偿零件的面形精度比被检镜所要求的精度更高时才能采用。目前用在卫星上的与衍射极限光学系统一起工作的主反射镜，其均方根面形误差要求小到可见光波长的百分之一。因此对这样高精度的镜面，必然要求补偿器做成球面的或平面的。因为这时补偿器的面形误差可以测量到所要求的高精度。

罗斯在设计补偿器时发现，当恰好在中心和边缘部分校正象差时，补偿透镜离反射镜的曲率中心越远，剩余象差就越小。这可能是由于虽然抛物面法线的轴向球差 S 遵循 $S = y^2/2R$ 这一简单规律（式中 y 为抛物面法线离轴线的距离， R 为其曲率半径），但是还需要用一个幕级数的辅助项来表示坐标原点位于补偿器处的坐标系中该球差的分布情况。

对于一个与抛物面靠在一起的补偿器，球差的补偿情况应以上述简单公式表示，但遗憾的是该校正器要做得和抛物面一样大。

§ 14.3.1 折射式奥夫纳补偿器

奥夫纳 (Offner, 1963) 曾指出，一个能把点光源在抛物面曲率中心处成一实象的小透镜，与曲率中心处的一个能把小透镜

成象在抛物面上的场镜相组合，从光学上来说就相当于一个位于抛物面上的大透镜〔舒普曼 (Schupmann, 1899; Offner, 1969) 首先提出以这种方式利用场镜来控制二级光谱〕。

在一个通过场镜把补偿透镜 c 成象在抛物面上的奥夫纳光路中 (见图 14.6)，补偿透镜的球差必须遵循和抛物面法线一样的随孔径而变化的规律。然而对补偿透镜的这种限制并非必要，唯一要求的是使透镜 c 提供足够的三级球差以补偿抛物面法线的三级球差。因而为了使高级象差减至最小值，场镜的光焦度 (从而透镜 c 的成象位置) 是要改变的。

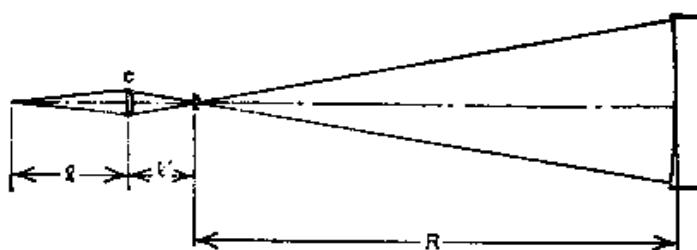


图14.6 带有场镜的折射式补偿器

为了校正二次曲面系数为 K 、顶点曲率半径为 R 的二次曲面反射镜的三级象差，平凸透镜的焦距 f 、折射率 μ 必须满足下面的关系式

$$\begin{aligned} -\frac{KR}{f} = & (1-m)^2 \left[\frac{\mu^2(1-m)^2}{(\mu-1)^2} + \frac{(3\mu+1)m(1-m)}{\mu-1} \right. \\ & \left. + \frac{(3\mu+2)m^2}{\mu} \right] \end{aligned} \quad (14.2)$$

式中 $m = l'/l$ (见图 14.6) (如果二次曲面的法线象差要由平凸透镜的球差补偿，则二次曲面的 K 值必须小于 0，根据符号规则， $m < 0$)。

在奥夫纳光路中，场镜的重要性可以从一个焦距为 1 米、相对孔径为 $1/4$ 的抛物面设计的折射率为 1.52 的平凸透镜 补偿器这一例子中看出。首先要选定的是 m 值，它影响到自准波面的会聚角，若把会聚角选定为 $f/12$ ，则 $m = -0.6667$ 。为补偿抛物面法

线的三级象差所要求的补偿透镜的焦距值即可从式 (14.2) 中得出：由于 $K = -1$, $R = 800.0$ 厘米，故焦距为 20.9115 厘米。当 $m = -0.6667$ 时，共轭距离 $t = -52.2772$ 厘米, $t' = -34.8532$ 厘米。把光源放在补偿透镜的远共轭位置处，抛物面镜的曲率中心位于其近共轭位置处，这样的自准系统就校正了三级球差，但却存在 -0.0205 厘米的五级横向球差。自准波面光程差的均方差为 0.23λ ($\lambda = 632.8$ 毫微米)。再在抛物面曲率中心处放一个焦距为 33.3976 厘米的场镜，把补偿透镜成象到抛物面镜上。这样五级球差就反号，变为 $+0.0207$ 毫米。自准波面光程差的均方差则略增至 0.26λ 。

按照使高级球差减至最小的原则求出的场镜的焦距为 66.8900 厘米。采用这样的场镜时，算出自准波面的光程差的均方差减至 0.0003λ ，此值远小于能够测量出的数值。补偿透镜达到这样的校正程度时，所需的直径为 $f/4$ 抛物面直径的 $1/20$ 。

在式 (14.2) 中，是假定平凸透镜式场镜的凸面位于抛物面的曲率中心，但有时把场镜移近曲率中心而又并不位于曲率中心的位置更好些。在此情况下，场镜会带来一附加的放大率 m_f ，这样三级象差的补偿条件就变成

$$-\frac{KR}{f m_f^2} = (1 - \bar{m})^2 \left[\frac{\mu^2(1 - \bar{m})^2}{(\mu - 1)^2} + \frac{(3\mu + 1)\bar{m}(1 - \bar{m})}{(\mu - 1)} \right. \\ \left. + \frac{(3\mu + 2)\bar{m}^2}{\mu} \right] \quad (14.3)$$

式中， $\bar{m} = m_f^2 m$ 。

与罗斯式光路一样，奥夫纳自准光路由于本来就没有彗差，所以当光源靠近光轴而又没有刚好位于光轴上时，自准波面的象差仍然是得到校正的。

由于用奥夫纳校正器可以使象差得到高度的校正，所以已用于对大孔径二次凹曲面反射镜的面形误差的定量测定。为此目的，可以把自准波面与球波面干涉仪中的参考球面进行比较 (Houston, 1967)。自准波面和参考球面在光学上互相共轭的多通道型

球波面干涉仪对进行这种高精度测量特别有用。这种多通道式球波面干涉仪（缩写为 SWIM）据说已达到 0.003λ 的波面测量精度。

§ 14.3.2 反射式奥夫纳补偿器

用图 14.6 所示的奥夫纳补偿器进行测量时，其缺点是很难把补偿零件的折射率偏差测量到所要求的精度。例如奥夫纳 (Offner 1963) 介绍的一个实例中，一个直径为 4.5 厘米的补偿透镜，其厚度为 1.05 厘米。在光线两次通过透镜的情况下，沿光路方向的折射率平均偏差为 3×10^{-7} 时，可造成 $\lambda/100$ 的光程差 ($\lambda = 632.8$ 毫微米)。孔径和相对孔径越大的非球面镜就要求补偿透镜的直径和厚度也越大。因此，即使是一个微小的折射率平均偏差值都能造成这么大的光程差。要使大口径光学零件的制造和鉴定达到这样高的均匀性等级，在目前并不是一件容易的事情。

若用球面镜代替图 14.6 中所示的平凸透镜式补偿元件即可避免这一困难。对这种元件的面形误差可以测量到很高的精度。小的场镜仍可保留，因为选择折射率极小的小块玻璃还是可能的。

单反射镜补偿器 大家知道，一个放大倍率不等于 -1 的球面镜的轴向球差可用来补偿具有负二次曲面系数的凹二次曲面法线的象差。用奥夫纳折射式补偿器所能达到的补偿程度，用如图 14.7 中所示的在二次曲面曲率中心装有场镜的反射式奥夫纳补偿器也能达到。与在折射式补偿器中一样，补偿反射镜的曲率半径 R_s 及其共轭距离 t 及 t' 是用来补偿半径为 R_e 、二次曲面系数为 K 的二次曲面法线的三级象差的。通过改变场镜的相对孔径，可以使高级球差减至最小。满足上述要求时的关系式为

$$R_s = -\frac{8KR_e}{(m^2 - 1)^2} \quad (14.4)$$

$$t = \frac{(1 - m)R_e}{2} \quad (14.5)$$

$$m = \frac{f}{l'} = -\frac{2N_c}{N_s} \quad (14.6)$$

式中 $2N_c$ 和 N_s 分别为二次曲面曲率中心处和自准象处的光束的 f 值。

二次曲面的直径 A_c 与补偿反射镜的直径 A_s 之比可从下式算出

$$\frac{A_c}{A_s} = \frac{(m^2 - 1)^2}{4K(m - 1)} \quad (14.7)$$

根据式 (14.7) 算出的二次曲面直径与单反射镜补偿器直径之比值的部分数据列于表 14.1。直径比大于 10 时，就要求 $-m$ 的值大于 4。 m 值的实际限制取决于总的 N_s 值，即自准象处的 f 值，该值与 m 成反比[见式 (14.6)]。如果被补偿波面不通过中继光学系统而直接用干涉法检验，则干涉仪必须能接收 f/N_s 这么大的光束孔径。如果 N_s 即二次曲面反射镜的 f 值小，则单反射镜补偿器就需用大的补偿反射镜。对被补偿了象差的象所允许的残余象差值也必须加以考虑，在某些情况下，这样确定的 A_c 值可能大于令 N_s 为最小值时所确定的 A_c 值。

表14.1 单反射镜补偿器的放大率及其直径比

放 大 率	直 径 比
-3.0	4.0
-3.5	7.0
-4.0	11.25
-4.5	16.8
-5.0	24.0

例如，曾经为瑞奇-克瑞蒂恩 (Ritchey-Chrétien) 系统中的焦距为 3 米、相对孔径为 1/2.45 的双曲面主镜设计了一个单反射镜补偿器。该反射镜的二次曲面系数为 -1.003313, m 值选为 -4.9，则自准象处的光束孔径为 $f/1$ 。根据式(14.4)~(14.7) 计算出来的、满足三级象差要求的补偿反射镜的参数及其最佳设计参数示于表 14.2，把高级象差减至最小时的场镜的焦距为 55.4849

厘米，计算出的自准波面的均方根方程差为 0.009λ ($\lambda = 632.8$ 毫微米)。如果要求更小的象差，则必须把补偿器 $-m$ 值选择得更小。这样组合后的补偿器反射镜就会更大些，而自准光束的会聚角则更小些。

双反射镜补偿器 虽然图 14.7 所示的单反射镜补偿器从光学角度看是极简单的反射式补偿器，但是实际用起来还需要附加一个类似图 14.8 所示的折叠光路用的平板附件，以便能看到自准象。当然，该平板的精度必须与球面镜的精度相当。

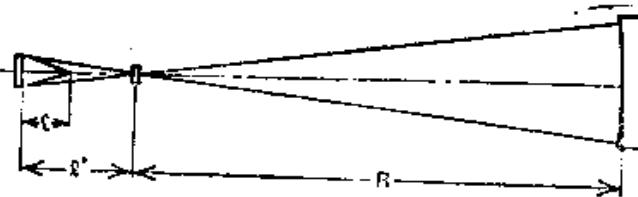


图 14.7 带有场镜的单反射镜补偿器

表 14.2 用于检验焦距为 3 米、相对孔径为 $1/2.45$ 的双曲面单反射镜补偿参数

设计方式	m	R_N	t	A_N	N_N
三级计算参数	-4.9	22.2849	65.7404	13.42	1.000
最佳设计参数	-4.7	22.2849	65.7518	13.50	1.044

图 14.9 所示的双反射镜补偿器也需要相同数量的精制光学零件。图中采用了共轴光路的形式，以便精确调整和看到自准象。

采用双反射镜补偿器时，由于补偿镜上开有小孔，所以非球面镜的中心部分是观察不到的。在设计这类补偿器时，应保证在用这类补偿器作补偿法检验时，非球面镜的中间遮光部分不能大于在实际使用时的遮光部分。

每块反射镜上的遮光比的大小对双反射镜补偿器的三级象差设计是有影响的。当两块反射镜上的遮光比值 r 相同时，适用下面的公式。与单反射镜式补偿器一样，各参数和孔径都是放大率的函数。对于双反射镜补偿器来说，放大率就是中间象（见图 14.9）与非球面镜曲率中心处的象的比值，由下式确定

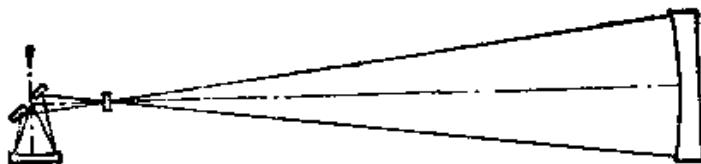


图14.8 单反射镜补偿器的实用光路

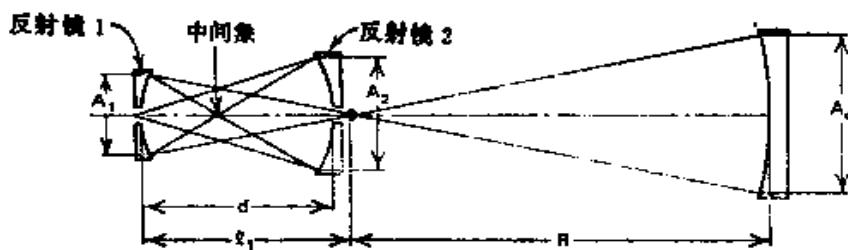


图14.9 带有场镜的双反射镜补偿器

$$m_1 = -\frac{2N_e}{N_1} \quad (14.8)$$

式中 N_1 为中间象处的 f 数。当二次曲面法线的三级象差由补偿器补偿时，两补偿反射镜的孔径 A_1 和 A_2 与二次曲面的孔径 A_e 的比值可用下列公式表示

$$\frac{A_e}{A_1} = \frac{1}{4K} (m_1 + 1) [m_1^2 (1 + 2r - r^2) - 2m(1 - r) - 2] \quad (14.9)$$

$$\frac{A_e}{A_2} = \frac{A_e m_1 r - 1}{A_1 m_1 - 1} \quad (14.10)$$

三级象差设计时所需的其它公式如下

$$R_1 = \frac{4A_1 N_e}{1 - m} \quad (14.11)$$

$$R_2 = \frac{4A_2 N_e}{m_1 (2 - r) + 1} \quad (14.12)$$

$$l_1 = 2N_e A_1 \quad (14.13)$$

$$d = N_1 (A_1 + A_2) \quad (14.14)$$

$$N_s = \frac{2N_e}{m_1 (1 - r) + 1} \quad (14.15)$$

式中 l_1 为二次曲面曲率中心至补偿反射镜 1 的距离; d 为两块补偿反射镜之间的距离; N_s 为自准象处的 f 数。

在两个不同的遮光比值的情况下, 两块反射镜的孔径值和自准象处的 f 数随放大率 m_1 而变化的情况可由表 14.3 中看出。通过将此表与表 14.1 相比较, 可以看出在给定放大率的情况下, 尺寸大的双反射镜补偿器与单反射镜补偿器的尺寸大致相同。然而表 14.3 中所示的 m_1 值与 $2N_e/N_s$ 值之差表明在给定补偿元件的最大尺寸的情况下, 自准象处的光束会聚角当用双反射镜补偿器时几乎是用单反射镜补偿器时的一半。

表14.3 双反射镜补偿器的直径比和放大率

$r = 0.2$				$r = 0.3$		
m_1	A_e/A_1	A_e/A_2	$2N_e/N_s$	A_e/A_1	A_e/A_2	$2N_e/N_s$
-3.0	7.52	6.02	1.4	7.90	7.50	1.10
-3.5	12.66	8.61	1.8	13.37	10.97	1.45
-4.0	19.62	11.77	2.2	20.82	15.27	1.80
-4.5	28.65	15.56	2.6	30.52	20.49	2.15
-5.0	40.00	20.00	3.0	42.75	26.72	2.50

从下面的例子可以看出, 用双反射镜补偿器所能达到的补偿程度是极高的。这个补偿器是用于检验一个在遮光比为 0.5 的条件下工作的、焦距为 3 米、相对孔径为 1/1.5 的抛物面的。一个可把会聚角调至 $f/1.2$ 的球波面干涉仪是可以买到的。为了保证 $N_s = 1.5$, 选 $r = 0.25$, $m_1 = -4$ 。从式 (14.9) 和 (14.10) 可求出 $A_1 = 14.82$ 厘米, $A_2 = 27.22$ 厘米这两个可采纳的值。用式 (14.11)~(14.15) 所求出的参数作为三级象差设计参数列于表 14.4。为了使补偿器达到最佳程度, 要求场镜呈弯月形, 其折射率为 1.519, 厚度为 0.5 厘米, 凸面的曲率半径为 14.619 厘米, 凹面的曲率半径为 71.656 厘米, 并且凸面朝着二次曲面。根据此场镜和其它稍加修正后的参数 (见表 14.4) 算出的自准波面的均方根光程差为 0.009 λ ($\lambda = 632.8$ 毫微米)。如果要求更小的剩余象差, 则 m_1 值应减小, 这将导致 A_1 、 A_2 和 N_s 值的增大。

表14.4 用于检验焦距为3米、相对孔径为1/1.5的抛物面的双反射镜补偿器参数

设计类型	m_1	R_1	R_2	l_1	d	A_1	N_p
三级象差设计	-4.00	17.7778	22.2222	44.4444	27.7778	22.22	1.50
最佳参数	-3.99	17.7776	22.2227	44.3868	27.7789	21.34	1.52

§ 14.4 用于二次凹面的其它补偿检验法

上述各节中所介绍的这些小型的简单的补偿器之所以能得到成功地应用是与下述有利条件分不开的。

(1) 凹非球面镜本身可把一个由点光源发出的发散波面变成一个虽然是具有象差的，但却是会聚的波面。

(2) 由非球面产生的大部分象差都是初级象差。

(3) 非球面镜产生的象差的符号与由凹面镜或单片凸透镜所产生的象差的符号恰好相反。

如果补偿器小于被检非球面镜，则第一个条件必然是满足的。第二个条件则保证采用外形简单便于加工的单个零件就可达到较好的补偿。第三个条件为利用一个简单的中继透镜提供了可能性，这就给场镜提供了一个位置。只有这第三个条件得到满足时，才能用凹球面镜作补偿器。

对于任何一个由二次曲面绕其主轴旋转所得的凹面镜，都可以设计出一个总的形状相同的小型补偿器。

凹扁球面不需要用补偿器，因为它们的几何焦点与所有具有几何焦点的二次曲面一样都是无象差的共轭点，但是当这些几何焦点之一离镜面距离很远时，则§ 14.2 和 § 14.3 中介绍的任一种补偿器都可以比较方便地在曲率中心做补偿检验。

扁球面，例如在赖特-施密特 (Wright-Schmidt) 装置中作主镜用的扁球面，不满足上述第三个条件。但是用一个平凹透镜取代多尔型补偿器的平凸透镜 (图 14.10) 同样能实现另一种多尔型补偿检验。由于透镜的曲面对着扁球面，所以三级象差的解

法在形式上与奥夫纳平凸透镜补偿器（图 14.6）的解法相同。为补偿扁球面的三级象差所要求的平凹透镜^{*}的各参数及共轭值可由式 (14.2) 求出。 m 值就是 l'/l 之比（见图 14.10）。这时 m 为小于 1 的正值。 m 值的选择对扁球面尺寸与补偿器尺寸之比的关系见表 14.5，这些参数是在 $\mu = 1.52$, $K = 1$ 时计算出来的。要使 m 值为零，就要再附加一个准直透镜，以便把光源成像在无穷远的共轭点处。其组合后的光路如图 14.11 所示。

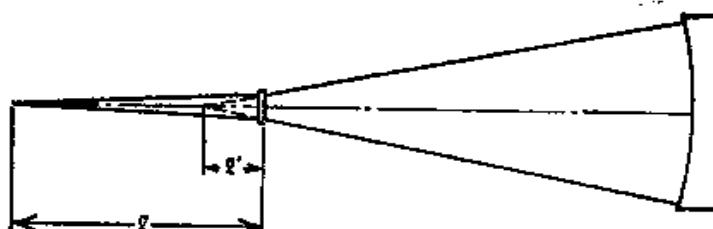


图14.10 用于检验扁球面的改型多尔式补偿器

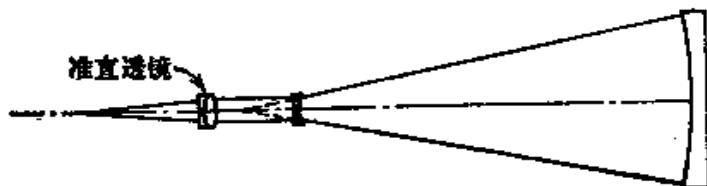


图14.11 带有准直透镜的用于检验扁球面的补偿器

表14.5 用于检验扁球面的平凹透镜式补偿器的孔径 ($K = 1$, $\mu = 1.52$)

m	非球面直径 / 补偿器直径
0	8.54
0.1	7.13
0.2	5.88
0.3	4.77
0.4	3.89

有人为一个焦距 0.6 米、相对孔径 $f/5$ 、二次曲面系数 K 为 1 的扁球面设计了一个这种形式的补偿器。其中非球面与基底球

* 原文误为平凸透镜——校者注。

面的偏差在数值上虽然与 § 14.2 例子中的抛物面与基底球面的偏差相等，但符号却是相反的。选择 $\mu = 1.52$, $m = 0$ 。按式 (14.2) 求出的平凹透镜的焦距为 70.2216 厘米。在 $\lambda = 632.8$ 毫微米时，自准波面的均方根光程差为 0.033λ 。补偿透镜的直径为 0.7 厘米。

霍勒伦 (Holleran, 1963, 1964) 曾介绍过一种用于凹二次曲面的补偿检验法。这种方法的优点是不需要制造额外的光学零件。把被检表面水平地浸放在液体中，于是液体就形成一个表面与被检面相接触的平凸透镜。最简单的检验方式是把一个针孔光源和刀口放在液面上方的 d 距离处。当液体透镜的厚度为 t ，折射率为 μ 时，则有下列关系

$$d = \frac{R}{\mu} - t$$

式中 R 为二次曲面的顶点曲率半径。如果满足

$$\mu^2 = 1 - \frac{KR}{R - t} \quad (14.16)$$

的条件，则自准象的三级球差就得到校正。式中 K 为反射镜的二次曲面系数。

对于中等孔径的弯曲量不大的曲面，检验精度是非常高的。在满足式 (14.16) 和 $t \ll R$ 的条件下，偏离理想二次曲面的表面峰-峰值 ΔW 为

$$\Delta W \approx \frac{KR}{41.5N^6} \text{ (波数)} \quad (14.17)$$

上式中 N 为二次曲面反射镜的 f 数， R 为其曲率半径（以毫米为单位），波长为 632.8 毫微米。一个想用这种方法得到完善补偿的、焦距为 0.5 米、相对孔径为 $1/3$ 的二次曲面的峰-峰值误差为 0.10 波长。如果把 f 值降至 2.5，但口径保持不变，则面形误差将增大到 0.25 个波长。当孔径为 0.2 米， $f/2.5$ 时，误差为 0.10 个波长。

这种形式的浸液检验法也适用于检验凸非球面，并通过平的

背面进行观察。这时光学材料取代了浸液。普里也夫 (Puryayev, 1971) 对这种把浸液放在平面上面引伸出来的方法进行了分析。由于这时液体必须延伸至自准象处，所以这种引伸出来的方法实际上只适用于小型光学零件的检验。当把浸液换成空气时，普里也夫的公式就变换为霍勒伦的公式。

诺尔曼 (Norman 1957) 介绍过一种关于凸双曲面检验的方法。此法利用的事实是如果平凸透镜的凸面是二次曲面，并且该曲面的偏心率与制造该透镜所用材料的折射率相同时，则此平凸透镜能使位于其轴线上的无限远处的点光源形成一无象差的象点。为了确定凸表面的面形，通过检验离透镜凸面一倍焦距远处的、从其平面或一个与此平面平行的平面镜反射回来的点光源自准象，就可以判断其凸面的面形。与霍勒伦和普里也夫检验法一样，能用此法检验的二次曲面的变化范围受到折射率的可能变化范围的限制。当玻璃的折射率在 1.5~1.8 范围内变化时，这种方法可用于对放大率为 3.5~5 之间的双曲面的检验。霍勒伦曾指出 (Holleran 1966)，一个球形的后表面可以作为检验一个凹的扁球面的补偿器。这时需要从扁球面的背后通过球面进行检验。

§ 14.5 欣德尔检验法

由于凸面镜在反射光路中检验时不能满足 § 14.4 节中所述的第一个条件，所以适用于这些反射镜检验中的任一种补偿器都必须包含一个至少和被检凸面镜同样大的零件。

当凸面镜是一个二次曲面时，与其几何焦点共轭的象是没有象差的。对这些共轭象的检验虽然不要补偿器，但是由于其中至少有一个共轭点是虚共轭点，所以需要用一个辅助光学零件才能进行检验。

欣德尔 (Hindle 1931) 曾介绍过一个用于检验凸双曲面的自准式无象差光路，其中利用一个曲率中心位于双曲面虚焦点处的球面实现了自准光路。其光路如图 14.12 所示。

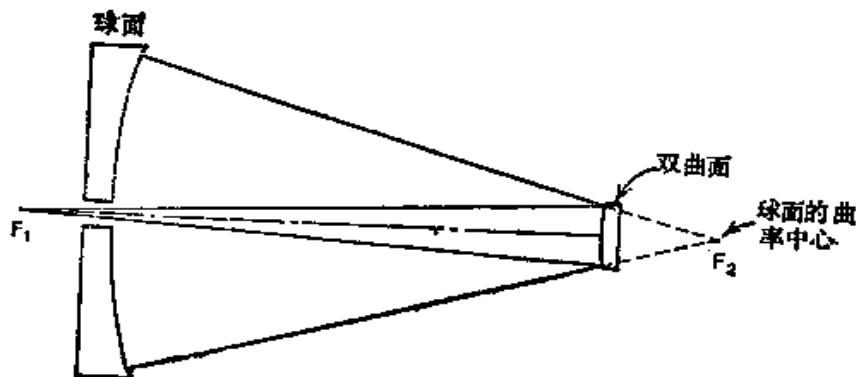


图14.12 检验凸双曲面的欣德尔光路

图 14.13 和 14.14 是检验凸抛物面和凸扁球面的欣德 尔光路。除欣德 尔球面外，要检验凸抛物面时还需要一个准直透镜；而要检验扁球面时则还要用一个附加的光学系统，以提供一束聚焦在扁球面焦点之一上的会聚光束。小型凹双曲面也能用这种方法检验（见图 14.15）(Silvertooth 1940)。

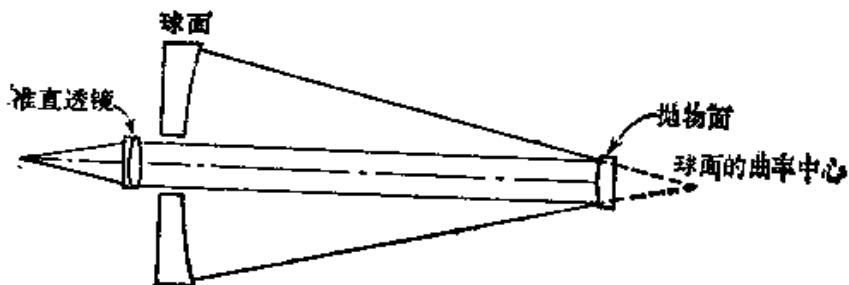


图14.13 检验凸抛物面的欣德 尔光路

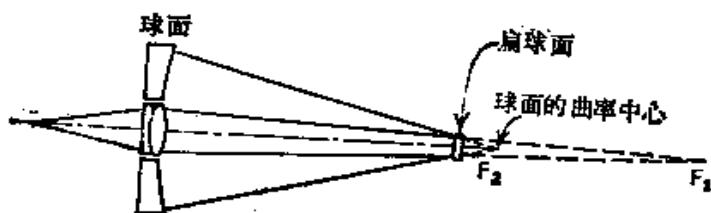


图14.14 检验凸扁球面的欣德 尔光路

尽管用欣德 尔法检验凸二次曲面可以提供一个无象差的自准象，但是具体做起来常常是不切实际的，因为要使遮光区的大小保持在所允许的界限内，往往会使球面镜大得难以实现。当双曲

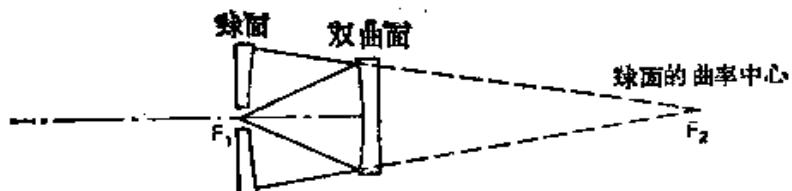


图14.15 检验凹双曲面的欣德尔光路

面直径为 A 时，欣德尔球面镜的孔径 A_n 由下式给出

$$A_n = \frac{A(m+1)}{mr+1}$$

式中 r 为允许的遮光比； m 为双曲面的无象差共轭点处的放大率。例如当 $m = 10$ ，允许的遮光比 $r = 0.2$ 时，一个 0.25 米直径的双曲面就需要用一个 0.92 米直径的欣德尔球面。

辛普森 (Simpson, 1974) 等人曾提出过一种可以克服上述困难的、经过改进的欣德尔检验法。他们所用的光路如图 14.16 所示。其中把一个弯月透镜的凹面作为欣德尔球面，此球面是半镀银的，所以可靠紧二次曲面放置，而不出现阴影。为了补偿由凹面造成的球差，凸面的曲率半径可以选择。

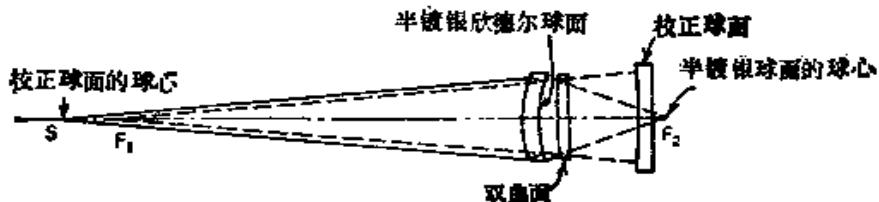


图14.16 经辛普森-奥兰德 (Oland)-麦克尔 (Meckel) 等人改进后的欣德尔检验光路

为了检验弯月形欣德尔光学零件对自准波面的影响，双曲面是可以移动的，并且对曲率中心位于 F_1 处的校准球面所反射的 S 的自准象必须进行检验。这样由弯月透镜造成的任何值得考虑的象差都可以从双曲面的面形误差中减去。

曾经设计过一个用于检验上述直径为 0.25 米、放大率为 10 的双曲面的弯月透镜。双曲面的几何焦点分别在 0.6 米和 6 米位置上。双曲面的基底半径为 1.33333 米。其二次曲面系数 $K = -1.49383$ 。弯月透镜的折射率选取 1.52。当弯月透镜与双曲面

的间距为 5 厘米时，其凹面曲率半径为 65 厘米。对于一个厚度为 5 厘米的弯月透镜，当孔径边缘处的有效象差得到补偿时，其凸面曲率半径为 66.6637 厘米。弯月透镜所要求的孔径为 0.254 米。自准面的均方根光程差为 0.0016λ ($\lambda = 632.8$ 毫微米)。这样，自准象的无象差特性在这种改进后的欣德尔检验法中仍被保留下来了。用此方法检验凸二次曲面时，仅仅受到要求补偿透镜材料的折射率与被检表面的偏心率在数值上应近似相等这一限制。

参 考 文 献

- Burch, C.R., "On Reflection Compensators for Testing Paraboloids," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 96, 438 (1936).
- Burch, C.R., "Report of the General Meeting of the Association," *J. Br. Astron. Assoc.*, 48, 99 (1938).
- Couder, A., "Procédé d'Examen d'un Miroir Concave Non-sphérique," *Rev. Opt. Theor. Instrum.*, 6, 49 (1927).
- Dall, H.E., "A Null Test for Paraboloids," *J. Br. Astron. Assoc.*, 57, 201 (1947).
- Dall, H.E., "A Null Test for Paraboloids," in *Amateur Telescope Making*, Vol. 3, A. E. Ingalls, Ed., Scientific American, New York, 1953, pp. 149-153.
- Foucault, L., "Mémoire sur la Construction des Telescopes en Verre Argenté" (On the Construction of Telescopes in Silvered Glass), *Annal. Obs. Paris*, 5, 197 (1859).
- Heinze, L. R., H. D. Polster, and J. Vrabel, "A Multipic-Beam Interferometer for Use with Spherical Wavefronts," *Appl. Opt.*, 6, 1924 (1967).
- Hindle, J. H., "A New Test for Cassegrainian and Gregorian Secondary Mirrors," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 91, 592 (1931).
- Holleran, R. T., "Immersion Null Test for Aspherics," *Appl. Opt.*, 2, 1336 (1963).
- Holleran, R. T., "Null Testing Telescope Mirrors by Immersion," *Sky Telesc.*, 28, 242 (1964).
- Holleran, R. T., "Third-Order Wavefronts and Related Null Tests," *Appl. Opt.*, 5, 1244 (1966).
- Holleran, R. T., "An Algebraic Solution for the Small Lens Null Compensator," *Appl. Opt.*, 7, 137 (1968).
- Houston, J. B., Jr., C. J. Buccini, and P. K. O'Neil, "A Laser Unequal Path Interferometer for the Optical Shop," *Appl. Opt.*, 6, 1237 (1967).
- Norman, B. A., "New Test for Cassegrainian Secondaries," *Sky Telesc.*, 17, 38 (1957).
- Offner, A., "A Null Corrector for Paraboloidal Mirrors," *Appl. Opt.*, 2, 153 (1963).
- Offner, A., "Field Lenses and Secondary Axial Aberration," *Appl. Opt.*, 8, 1735 (1969).
- Puryayev, D. T., "A Quality Control Technique for Convex Elliptical, Parabolic and Hyperbolic Surfaces of Simple Lenses," *Sov. J. Opt. Technol.*, 36, 684 (1971).
- Puryayev, D. T., "Compensator for Inspecting the Quality of Large-Diameter Parabolic Mirrors," *Sov. J. Opt. Technol.*, 40, 233 (1973).
- Ross, F. E., "Parabolizing Mirrors without a Flat," *Astrophys. J.*, 98, 341 (1943).
- Schlauch, J., "Construction of a Dall Null Tester," *Sky Telesc.*, 18, 222 (1959).
- Schupmann, L., *Die Medial-Fernrohre: Eine neue Konstruktion für grosse astronomische Instrumente*, Teubner, Leipzig, 1899.
- Silvertooth, W., "A Modification of the Hindle Test for Cassegrain Secondaries," *J. Opt. Soc. Am.*, 30, 140 (1940).
- Simpson, F. A., B. H. Gland, and J. Meekel, "Testing Convex Aspheric Lens Surfaces with a Modified Hindle Arrangement," *Opt. Eng.*, 13, G101 (1974).
- Stoltzmann, D. E. and M. Hatch, "Extensions of the Dall Null Test," *Sky Telesc.*, 52, 210 (1976).

第十五章 一些参数的测定

R. H. 诺布尔

§ 15.1 长度的测定

光学系统的设计将涉及到一组各种各样的长度值：各光学零件的厚度、各个零件的间隔、各表面的曲率半径以及零部件和系统的焦距等。每个所规定的长度都需要加工到某一特定的精度或公差，而这些公差的大小一般都表明了所用测量工具的形式。

在制造每一种测量工具时，其精度都应是已定的，这一点可以说是测量工具生产厂的职责。工具的准确度可在制造厂所在国的国家标准中查找到（所谓准确度是指任一测定都与某些国家或国际标准相符；精度或重复性是指测定结果与同一测量对象的其它类似测定结果相符）。光学车间工作者的职责在于选择精度和准确度都能满足零件公差要求的测量工具，以及在使用这些工具对零件进行测定时还要保持测量的准确性。

测量长度用的一种基本工具是钢尺和卷尺。这种工具完全能满足公差为±0.5 毫米(0.020 英寸) 的要求。游标卡尺将能满足±0.05 毫米(0.002 英寸) 的要求。而测微卡尺（常简称作千分尺）、千分表以及高度尺等都能满足±0.005 毫米(0.0002 英寸) 的要求。在与块规作定期校准后，千分尺等测量工具可以有把握地达到±0.0025 毫米(0.0001 英寸)。用于激光干涉仪和激光测距装置上的条纹计数器，目前在市场上能买到的大多具有这一精度。若再加上一个电接触的而不是机械的装置，可把精度提高到±0.25 微米(10 微英寸)。在大量生产而使成本降低到实际可购买以后，我们还可在市场上得到对公差要求更严格的曲线跟踪设备及数字读出装置。

在进行精密的测量工作时，需要特别注意测量环境，环境清

洁度的要求也极高，因为极微量的尘埃都会使精密测量失败，或许还会把被检表面划伤。

环境温度也很重要。大多数仪器都是在 20°C 条件下校准的，所以长期偏离该值几度一般并不重要，而且偏离数值极易计算。然而温度的快速变化却能导致结果无法预测的瞬变现象和温度梯度的发生。在这一点上，要记住人体是一个热源。由于抛光工艺过程本身也常常产生可使零件变形的热梯度，所以要想使测量可靠，就必须在稳定的环境下允许有一段达到热平衡的时间。

§ 15.1.1 曲率半径的测量

对板法 测量表面曲率的一种简便方法是要记下被检表面与样板表面或与已被磨成已知曲率样板的表面相吻合的情况。对板的边棱要紧贴被检表面，亮光从对板的一侧照时，眼睛从与亮光相对的另一侧观察，这时能够看到的缝隙大约是一个波长。由于缝隙较小，所以从白光源发出的光会因波长较长的部分被除掉而变成蓝色光。纵向移动对板会显示出某一特殊缝隙是与对板的畸形有关，并随对板的畸形而移动，这是由于与所要求的曲率有偏差之故。

检验样板法 此方法是通过干涉测量法把被检表面与光学车间的标准玻璃样板相比较（通常用斐索干涉仪），该标准样板的表面半径已用本章所述方法之一确定了，对于斐索干涉测量技术的讨论，读者可参考第一章。

球径仪 这是一个通过测量球面一部分的矢高来确定曲率半径仪器（见 15.1 图）。它可用在直径大于球径仪的光学零件上。测量精度取决于被测的曲率半径和仪器的性能。

被测球面的那一部分是通过一个与球面呈圆环形接触的杯（状物）或环加以描划的，该圆环通常是通过三个等间距的触脚来确定的。在三个脚构成的等边三角形的中心，用一个有微米刻度的测量杆来测量其矢高。测量时先把该装置放在一平面上检查刻度的零位，然后再把该装置放在被测量的表面上。调节测量杆，使其恰恰接触到球面，再从测量杆上的刻度尺读得矢高值。

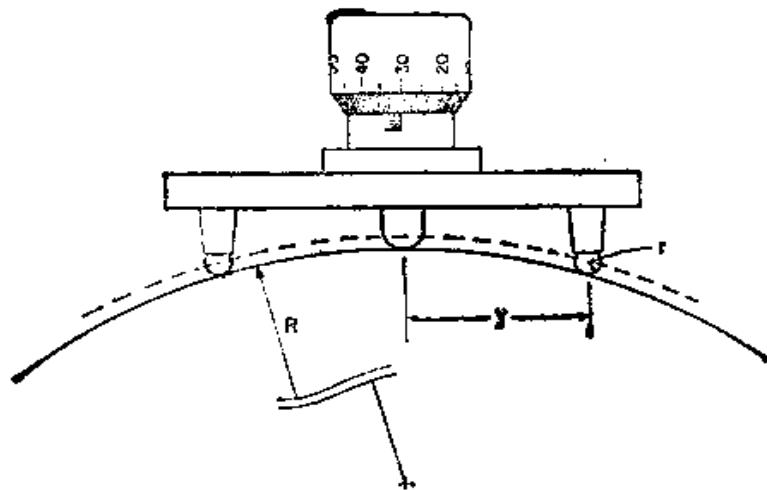


图15.1 球径仪

假定该球面与 $x-y$ 平面在原点处相切，原点与球心都在 z 轴上，即可得出

$$y^2 + (z - R)^2 = R^2 \quad (15.1)$$

或 $R = \frac{z^2 + y^2}{2z} \quad (15.2)$

上式所表示的球面实际上是一个通过三个球形脚中心的球面。式中 y 为每一个球形脚中心到测量杆中心的距离， z 为所测的矢高，因此，测量装置在其上的实际表面的半径即为

$$R = \frac{z}{2} + \frac{y^2}{2z} \pm r \quad (15.3)$$

式中 r 为球形脚的半径。“+”号适用于凹面，“-”号适用于凸面。

通过对式 (15.3) 微分得到的公式计算出测量精度

$$\frac{dR}{dz} = \frac{1}{2} - \frac{y^2}{2z^2} \quad (15.4)$$

或 $\Delta R = \frac{\Delta z}{2} \left(1 - \frac{y^2}{z^2} \right) \quad (15.5)$

y 值可用市场上出售的 10~100 毫米或更大型的球径仪得到。我们选 50 毫米这个有代表性的值，假设 Δz 为 0.005 毫米 (Δz 为

测量杆的读数精度), 则表 15.1 为对不同球面半径的相对精度 $\Delta R/R$ 。从此例可以看出对半径小于 5 米的任何球面, 所测精度优于 2%。

表15.1 球径仪精度*

球面半径 R (毫米)	矢高 z (毫米)	精度 ΔR (毫米)	相对精度 $\Delta R/R$
10000	0.125	-400	-0.040
5000	0.250	-100	-0.020
2000	0.625	-16	-0.008
1000	1.251	-4	-0.004
500	2.506	-1	-0.002
200	6.351	-0.15	-0.0008

* $y = 50$ 毫米, $\Delta z = 0.005$ 毫米。

如果再加上一种用电子技术来测定其正确位置的方法, 就能把精度再提高一个数量级 (Bayle and Eepiard, 1972)。

显微镜和透镜座 这是一种适于测量中、小型尺寸光学零件的最普通方法。先把显微镜聚焦在零件表面, 然后再聚焦在曲率中心 (见图 15.2)。对于凹表面来说, 或者移动显微镜, 或者移动零件达到聚焦; 对于凸表面来说, 要达到聚焦就需要一个已校正的共轭距离大于曲率半径的透镜。在此情况下移动零件要更方便些。

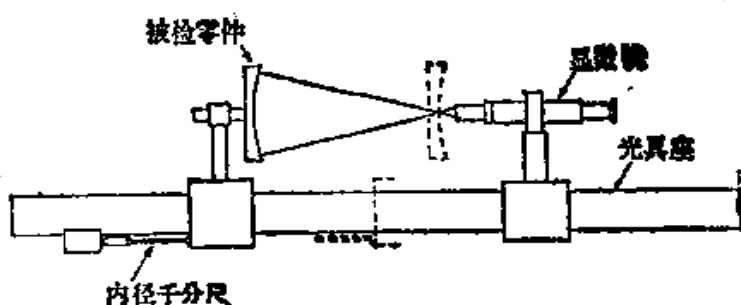


图15.2 测量曲率半径示意图

测量所移动的距离 (即曲率半径) 的方法取决于要想达到的精度。一个在零件滑座上的游标尺和一个在光具座上的精良的金

属尺就能得到±0.1 毫米的精度。

用内径千分尺或外径千分尺可得到比上述测量结果高一个数量级的精度(±0.01 毫米)。测量装置上需要两个凸起的小圆钮，一个紧固在零件滑座上，另一个紧固在光具座的固定部件上。它们必须互相对着，并且二者顶点的连线一定要与滑座运动方向平行。测出滑座所处的两个位置，其差就是曲率半径。

卡耐尔和维尔夫德 (Carnell and Welford 1971) 曾介绍过一种与上述多少有些相同的测量方法。对于凹面来说，这个方法只需测量一次。这时把显微镜聚焦在曲率中心。要想确定从光学零件表面到曲率中心的距离，就要在其间放入一个内径千分尺。调节千分尺，直至尺的一端与零件相接触，另一端落在显微镜的聚焦点上为止。他们还报道了几种千分尺的标准偏差。

显微镜是否正确聚焦是由照明十字线的反射象与十字线本身是否位于同一平面上来决定的。照明可用十字线后面的分光镜来提供，如同高斯目镜那样（见图 15.3 a），使十字线及其图象以黑色线条的形式出现在亮视场内。而用暗视场中的亮线形式，可使仪器进行更精密的调节。卡耐尔和维尔夫德用两个十字线获得了这些效果。一个十字线是在目镜焦平面这个通常的位置上，而另一个照明的亮十字线借助物镜和目镜之间的分光镜与该焦平面共轭（见图 15.3 b）。兰克 (Rank 1946) 用一个阿贝目镜在焦面上得到了暗视物，这种目镜是通过一小棱镜而引入照明光束的。在焦面上，棱镜成象于自射上，并且此处看不到光亮，但在焦面上的其它地方，光线都能射入眼睛（见图 15.3 c）。

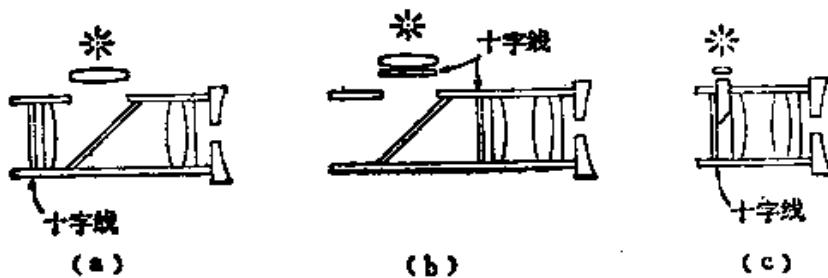


图15.3 十字线的照明

a) 高斯型 b) 亮线型 c) 阿贝型

§ 15.1.2 象方顶焦距和焦距

象方顶焦距 象方顶焦距是指系统最末一个光学面到焦面的距离。该距离可用上一节中所述的显微镜和透镜架再加上一个准直仪即可测量。先把显微镜聚焦在最末一个光学面上，并记下它的位置。为了确定是否已正确聚焦，要用到显微镜内反射的十字线从最后一个光学面反射的现象，然后再移动显微镜，直至看清楚在准直仪焦面上的十字线为止。显微镜所移动的距离就是象方顶焦距。

焦距 焦距是指第二个主点到焦面的距离。对于一个象方和物方的光学媒质相同（一般为空气）的系统来说，节点与主点相重合。第二节点的位置可根据围绕节点轻微转动该系统时不会引起图象的横向位移这一点来确定。

这时用了一个固定在光具座上的叫做节点滑座的装置，把光学系统安置其上，在这个滑座上，有一个可使系统相对于旋转的垂直轴作纵向移动的装置。

系统由准直仪照明，并用显微镜对准直仪十字线的象进行观察。把被检系统沿节点滑座移动，直至找到这样一个位置：即当轻微转动滑座时，从显微镜中看不出图象发生横向位移为止。然后，使显微镜精确地调焦在图象上，并把它的位置记录下来。

从节点滑座上取下系统，以便能确定节点滑座的旋转轴线。做这步工作的方法之一是使显微镜调焦在从已知直径的一个柱面镜上反射回来的图象上，该柱面镜插入节点滑座的轴孔内，这样，显微镜所移动的距离再加上柱面镜的半径就等于光学系统的焦距。

§ 15.1.3 光学零件的厚度

如果测量透镜或玻璃平板的准确度要求不严于±0.01毫米的话，即可用测微器或千分表来做此项测量。若用迈克耳逊干涉仪对被测零件与参考玻璃平板进行比较，当该平板与零件的厚度大致相同，并用相同的光学材料制造时，其测量准确度还可提高一个数量级，即达到±1.0微米(Tsuruta and Ichihara, 1975)。

用被检透镜和一个与该透镜同材料的参考平面平行玻璃板来代替有色散补偿的迈克耳逊干涉仪上两端的两个反射镜。调节干涉仪，使透镜和玻璃板的前表面得到白光的牛顿环，玻璃板沿着干涉仪的一个支臂平移，直至在它们的背面上也给出白光牛顿环为止。这一平移量直接与透镜和标准玻璃板之间的光学厚度差有关。

§ 15.2 角度的测量

角度是由与一个完整的回转体有关的两条线或两个面之间的倾角来计量的。现已制定出几种适于计量角度用的单位制。它们之间大小的对照关系已在表 15.2 中注出。一弧度就是指圆周上与该圆半径相等的某一段圆弧所对的角度。这个单位的优点是用它表示小角度时，所得的数值与这些角度的正弦和正切值相同。度-分-秒单位制是一种最古老的、使用最广泛的单位制。度制则是试图使用一个象限的十进分数。一些使用者虽然把这种“厘度”叫作“新分”，把微象限叫作“新秒”，然而这种专用术语给计算造成的混乱性要比其有用性大的多。

表15.2 角度单位

单 位	圆 周	弧 度
象限	$(4)^{-1} = 0.25000000$	$\pi/2 = 1.57079633$
弧度	$(2\pi)^{-1} = 0.15915494$	1.0
度	$(360)^{-1} = 0.00277778$	0.01745329
分	$(21600)^{-1} = 0.00004630$	0.00029089
秒	$(1296000)^{-1} = 0.00000077$	0.00000485
分度	$(400)^{-1} = 0.00250000$	0.01570796
厘度	$(40000)^{-1} = 0.00002500$	0.00015708
微象限	$(4000000)^{-1} = 0.00000025$	0.00000157

§ 15.2.1 分度圆盘

量角器是一种测量角度的小型工具。简单地说它是由一个角度尺的一部分或一个刻有度数的整个圆盘所组成。其游标读数可准确到 0.1° 。

测角仪或精密分光仪是使用整个圆周的精密的计量仪器。由于对圆周刻度的精细划分以及对读数显示系统的精心设计，这些仪器现有的准确度可达 1 弧秒或更小。哥雷瑟在金斯莱克 (King-slake 1965) 对检验优于一弧秒的这样一个圆盘的系统作了评

有些仪器用光学方法对圆周相对的两侧同时进行观测，以便任何不同心的误差自动进行补偿。

目前还可用一种机械式工具进行测量。在该工具内一个带锯齿的金属圆盘被放在另外一个与其相似的圆盘上。霍恩 (Horne 1972) 就曾对该装置作过说明，这一装置是由默尔 (Moore) 工具公司生产的。由于该盘有 1440 个齿，每 0.25° 一个，所以就有同样数目的独立的位置。其微调螺旋可通过一刻度读数为 0.1 弧秒的游标来读出弧秒值。

§ 15.2.2 曲尺

曲尺是一种最简单的工具。它由两个用轴梢连在一起的直尺组成。戴夫 (Deve 1945) 早就讲过，如何用曲尺构成一个直角和一个 45° 角，误差大约 20 弧秒。为了做到这一点，就要把曲尺固定成一个大约为 45° 的角。通过把两个直角棱镜的每个锐角依次放入曲尺内来对这两个直角棱镜进行比较。当把曲尺放置在亮光和眼睛之间，就如同在用样板时那样，可看到一个很小的间隙。第一次检验的就是想通过这种检验找出两个相同的角度。如果必要的话，可对其中的一个棱镜重新进行加工，以便达到相等，这两个相等的角度不一定是 45° ，就本例子来说，我们假定它们是 46°

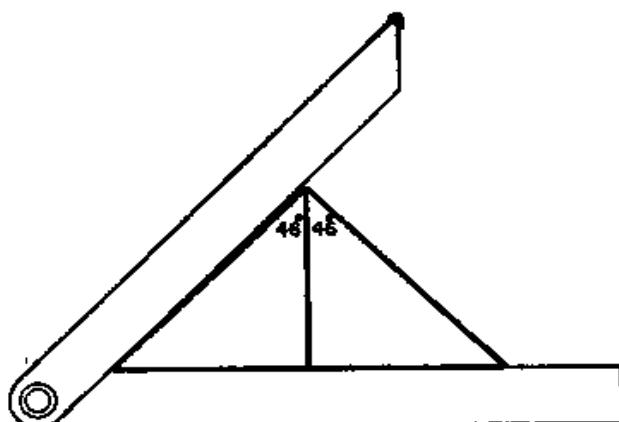


图 15.4 曲尺

把这两个棱镜如图 15.4 那样粘接到一块，故粘接面就是 92° 角的等分线。然后再对大面重新进行加工，直到该面两端的两个角放到曲尺所构成的角 (44°) 内呈现出二者相等为止。

然后把两个棱镜分开，再对每个棱镜的大面（即斜边）重新进行加工，直至该边两端的角相等为止 (45°)。

一个斜边为 50 毫米的棱镜，如果斜边一端与曲尺接触，另一端有一个 5 微米的间隙，则表明此间隙是一个 0.0001 弧度或 20 弧秒的角。

用相同的方法，通过对棱镜重新进行加工，使其三个角在曲尺 (60°) 中呈现相等，从而把它制成等边三棱镜。

§ 15.2.3 比较标准

用金属和玻璃可制出精度相当高的常用的角，并把它们保留在生产车间里当作标准角。为了把标准角和被检部件上的一个角进行比较，一种通用的设备就是自准直仪，这是一个已经校正好得、在其焦平面上有被照亮的十字线或刻度尺的透镜和一个可对该平面上的反射图象进行观察的目镜（图 15.5）。就确定焦距或曲率半径的显微镜来说（图 15.2），照明可从目镜内的分光镜来（高斯）或从正好在十字线后面的一个棱镜来（阿贝），或者通过物镜和目镜之间的分光镜从测面的十字线引入。最后一个方案的优越性是十字线为亮线而视场为暗视场。

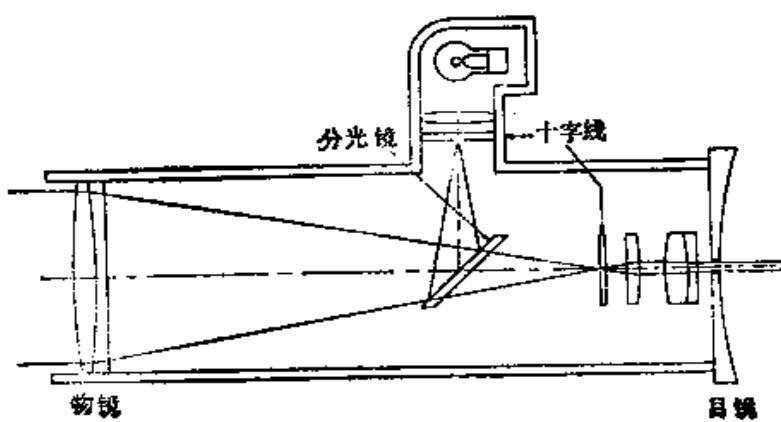


图 15.5 自动准直仪

当把一个具有 0.1 毫米分度的刻尺和一个焦距为 343.8 毫米的物镜配合使用时，刻尺上的每一刻度即可表示为一弧分。也就是说：

$$\frac{0.1}{343.8} = 0.0002909 \text{ 弧度} = 1.0 \text{ 弧分} \quad (15.6)$$

用这样的刻尺进行测量，其精度可达 ± 6 弧秒左右。如再利用电子读出装置，其精度可提高一个数量级。

把被检零件和比较标准器都以角的一个侧面放在一个平面上。自准直仪以这样的方式安装：即不论自准直仪在被检部位上，还是在比较标准器上都能观察到角的另一个侧面。如果两束反射光之间的角差小于标尺的长度（约 50 弧分），即可把该差值作为十字线的两个反射图象之间的位移而记录下来。而两个表面之间的角度差恰好是两束反射光之间角度差的 $1/2$ 。

泰曼对自准直仪测量约角的情况作了很好的评述（他把自准直仪称为测角器），约角是由 180° 被整数除而得到的那些角。自准直仪的轴线必须位于与被测角的平面交线相垂直的平面内。如果该整数是一个奇数，则这条轴线一定在角的平分线上。两束反射光之间的夹角也就大于误差 ϵ （即精确约角和实际角度之差），放大的倍数等于规定约角的整数的两倍。如果该角是一个内角（见图 15.6），则还有一个等于介质折射率的附加倍数。

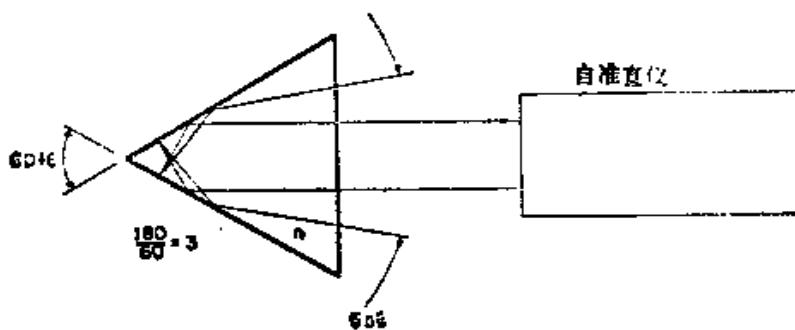


图 15.6 在 60° 内角中的反射情况

通过干涉测量法，也可把各角度与标准角作比较。例如在泰曼-格林干涉仪中，可把被检零件和标准角一起放在干涉仪的一

个臂上(见第二章),并对它们进行调节,以便彼此没有条纹穿过把它们分开的平面(见图 15.7 a)。调整后注意不要使这两个部件之间再作相对移动,然后二者一起转动,以便使标准器另一侧面上的条纹与分离平面平行。这时被检零件的角误差 ϵ 与穿过分离平面的条纹数 N 成正比

$$\epsilon = \frac{N\lambda}{2S} \quad (15.7)$$

式中 λ 为光的波长; S 为零件侧面的长度。例如图 15.7 b 中一个长度为 25 毫米的表面上有五条水银光绿色条纹,由此可得

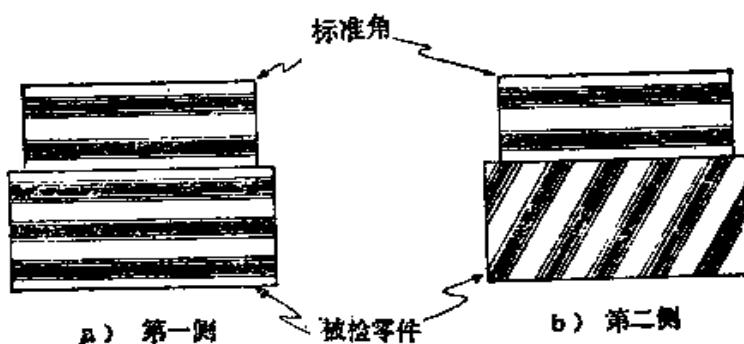


图 15.7 被检零件与标准角的比较

$$\epsilon = \frac{5 \times 0.00055}{2 \times 25} = 0.000055 \text{ 弧度} = 11 \text{ 弧秒} \quad (15.8)$$

马拉卡拉和哈里斯(Malacara and Harris 1970)曾对旋转一个平面平行玻璃板来测量角度的方法进行过论述。从前、后两个表面反射出来的光束将产生干涉,就象错位雅满干涉仪那样。这种装置可测量的角度几乎可达 90° ,但在 $0^\circ \sim 45^\circ$ 之间有最高灵敏度。在此范围内,若采用一厚度为 30 毫米的平板玻璃和激光光源,则这种条纹的计数方法可达几弧秒的精度。而确定条纹位置用的系统可使精度达到零点几秒。

被称作约汉森(Johannsen)块规的平面平行金属块常被用来测量直线距离,其精度可达 0.0025 毫米。这些金属块还可与一正弦棒配合使用以构成任意大小的角度(见图 15.8)。

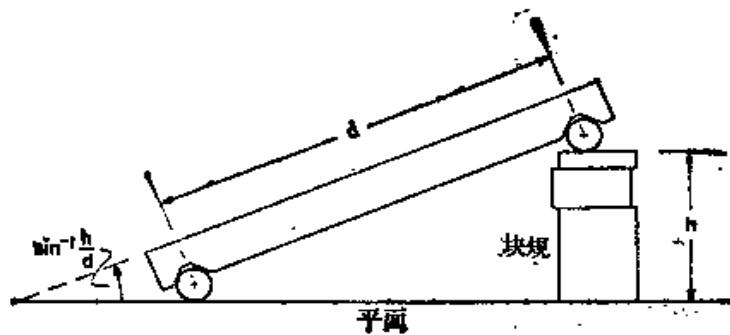


图15.8 正弦规

§ 15.2.4 制造公差

除透镜之外，在大部分零件上都规定了抛光表面之间的角度公差，在某些情况下，规定角度之间的相似性却要比规定其中任一角度的公差要重要的多。

偏向角是指棱镜、光楔或平的入射光束（通常都垂直于第一个表面）和出射光束之间的夹角。由于它不能代替单一角度的公差，因此，只有对偏向角的要求严于其所包含的各单个角度公差之总和时，才须对它加以规定。能说明这种情况的一个例子就是等偏角棱镜。

偏向角可受表面之间夹角和折射率这两个因素的影响。在要求较严格的情况下，还应对测量中所用的波长加以规定。

中心偏差是指当透镜侧立在V型块内旋转时，光束透过该透镜的偏向角。在透镜焦面处放一个靶，并用一调焦在无限远处的望远镜对其进行观察（望远镜作自动准直仪使用）。中心偏差就是透镜旋转 360° 时象的偏移半径。它通常用弧分来表示。

在透镜斜面接触台架的任何部分时，斜面同心度是很重要的。透镜在V型块内侧立着旋转时，用一架有十字刻线的组合显微镜对斜面与透镜表面的交线进行观察。整个偏差的一半将是交线中心相对侧立圆柱体（透镜侧立旋转构成）轴线的位移。

棱镜误差通常都在有三个或更多的抛光表面垂直于一公共平面的棱镜上加以规定。对于三表面的棱镜来说，把一个表面与另外两个表面交线之间的夹角定义为棱锥误差。它可用自准直仪和

一有校平螺旋的转台进行测量。当我们把自准直仪调节得垂直于单个反射镜的正面，旋转 180° 以后又垂直于它的背面时，该准直仪也就与旋转轴线垂直了。若用棱镜代替旋转台上的反射镜，再借助于校平螺旋，使棱镜的两个表面与旋转轴线平行，这样也就垂直于自准直仪了。此时两个表面的交叉线也就与自准直仪相垂直。从自准直仪的轴线到第三表面的法线的夹角就是棱镜误差，该误差通常用弧分表示。对一个多面的多边形来说，棱镜误差可按上述方式加以规定：所有抛光面都与一平面构成 $90^\circ \pm 1^\circ$ 的角，该平面垂直于旋转轴线，最大棱镜误差为 $0^\circ 5'$ 。这就是说所有表面必须在 5 弧分这一范围之内。但在 $90^\circ \pm 1^\circ$ 之间，可把该范围定在任一位置上。

哈普 (Harper 1970) 曾介绍过如何规定在图纸的公差的方法，图 15.9、15.10 和 15.11 摘自他所发表的文章。

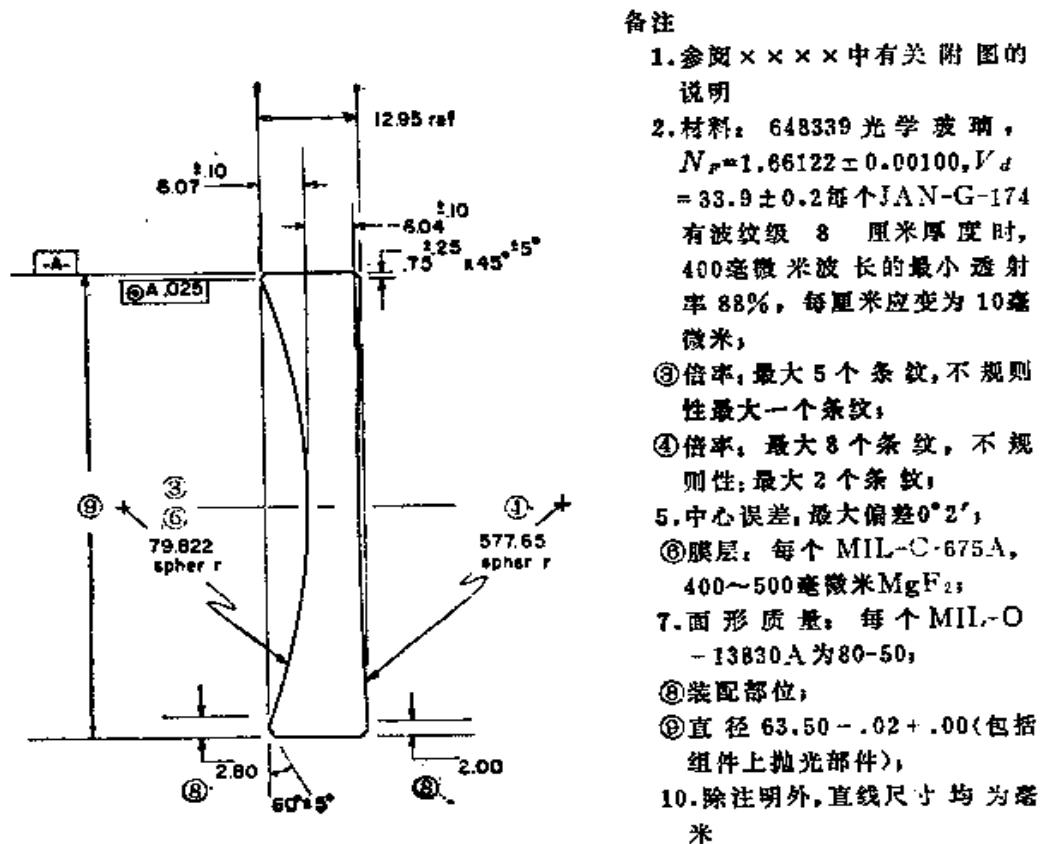
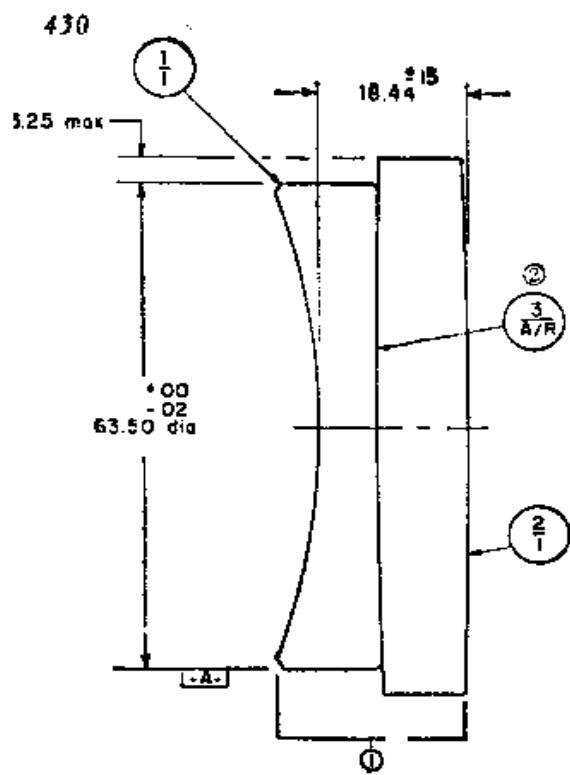


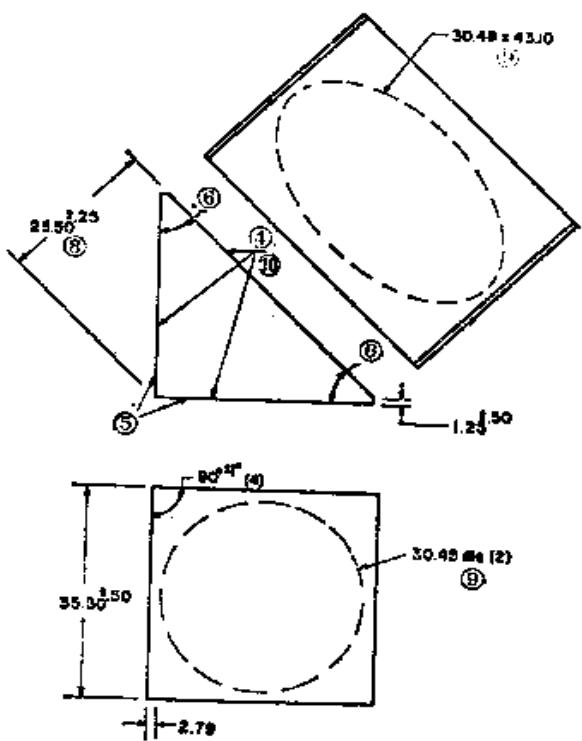
图 15.9 绘制单个零件图的实例



备注：

- ①参阅×××有关附图说明；
- ②项3的厚度，最大0.02；
- ③中心误差：透镜在A面上的偏移最大 $0^{\circ}1'$ ；
- ④抛光，涂黑；
- ⑤除注明外，其它尺寸均为毫米

图15.10 绘制粘接在一起的双部件图实例



备注：

1. 参阅×××有关附图的说明；
2. 材料：617366光学玻璃 $N_d = 1.61659 \pm 0.00200, j_d = 36.6 \pm 2.0$ 每个 JAN-G-174，波纹级 A 厘米厚度时，400 毫微米波长最小透射率 90% 每厘米应变 10 厘米；
3. 干涉仪检验，倍率：最大 3 个条纹，不规则性：最大一个条纹；
4. 抛光平面，其它所有面和斜角都弄毛和涂黑；
5. 镀膜：每个 MIL-C-675A 镀 MgF_2 ，未镀宽度最大 1.25， $\pm 45^{\circ} \pm 0^{\circ}10'$ ，两角相差不大于 $0^{\circ}5'$ ；
6. 与 45° 角的误差不大于 $0^{\circ}5'$ ；
7. 尖棱角；
8. 表面质量：每个 MIL-O-13830 为 120~70；
9. 面形质量：每个 MIL-O-13830 为 120~70；
10. 倒 90° 角： 75 ± 25 面宽 $\times 45 \pm 5^{\circ}$ ；
11. 除注明外，其它直线尺寸均为毫米

图15.11 绘制棱镜图示例

§ 15.3 装配容差

大多数由多个光学零件组成的光学系统都是根据这个假定设计的，即所有光学表面均为环绕一条称作光轴的空间线旋转而形成各种形状的表面。各光学表面的曲率中心都要求位于这条轴线上。但是，由于加工和装配不完善的结果，会导致任何与上述要求不符而使图象产生象差。这种象差的大小取决于位移的大小（也就是曲率中心偏离轴线的距离）和表面的曲率。

在图 15.12 中，表面 1 的曲率中心偏离光轴的距离为 y_{c1} ，表面 2 的偏离距离为 y_{c2} 。当曲率中心在零件右边时，半径取正值；当曲率中心在零件左边时，半径取负值。轴向厚度 d 永远是正的。

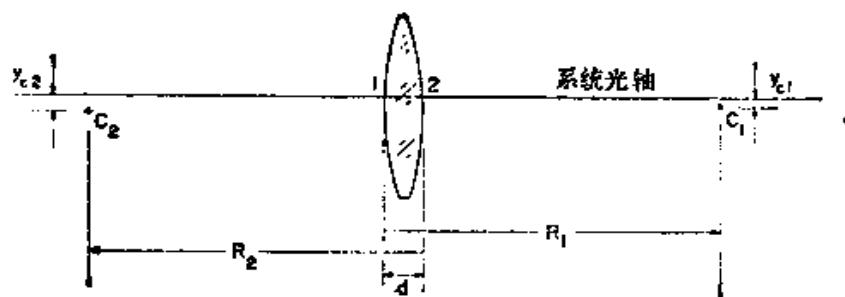


图15.12 光学零件的倾斜和偏心

$$\text{偏心} = \frac{y_{c1} + y_{c2}}{2} \quad (15.9)$$

$$\text{倾斜} = \frac{y_{c2} - y_{c1}}{R_1 - R_2 - d} \quad (15.10)$$

如果既没有偏心也没有倾斜，则位移 y_{c1} 和 y_{c2} 必然为零，这样该零件也就不会引入这类象差。

在许多情况下，零件要经过加工，以便使两个曲率中心都处在零件外面的轴线上。如果零件两面的曲率半径都很长，则在研磨零件边缘的圆柱面时，无须进行任何检验，即可夹在两个钟形夹具之间进行加工。

如果两个曲率半径中有一个是短的，则零件表面和钟形夹具之间的任何不良接触，或钟形的轴线与旋转轴线之间的任何偏移都会在加工零件边缘圆柱面的过程中产生较大误差。在此情况下，就要用石蜡把零件曲率半径较长的那一面象图 15.14 那样粘在单个钟形夹具上。再用半径短的那一面来反射一束会聚光。如果粘有零件的夹具旋转时，针孔的象不发生移动，则反射光束这一表面的曲率中心即在旋转轴线上。如果夹具转动时，针孔象划出一个圆圈，那么就要把石蜡软化，移动零件，直至象停在圆圈的中心不动为止。这样当零件转动时，针孔象将会保持不变，零件的边缘圆柱面将以这个轴线来成形。

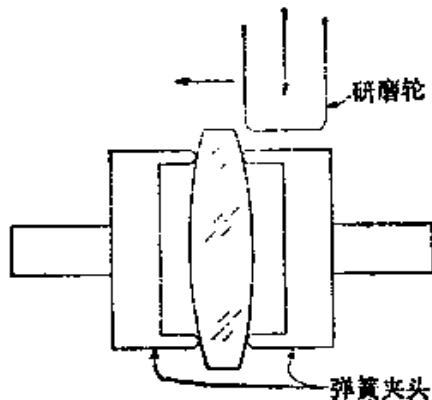


图15.13 磨边用的夹具

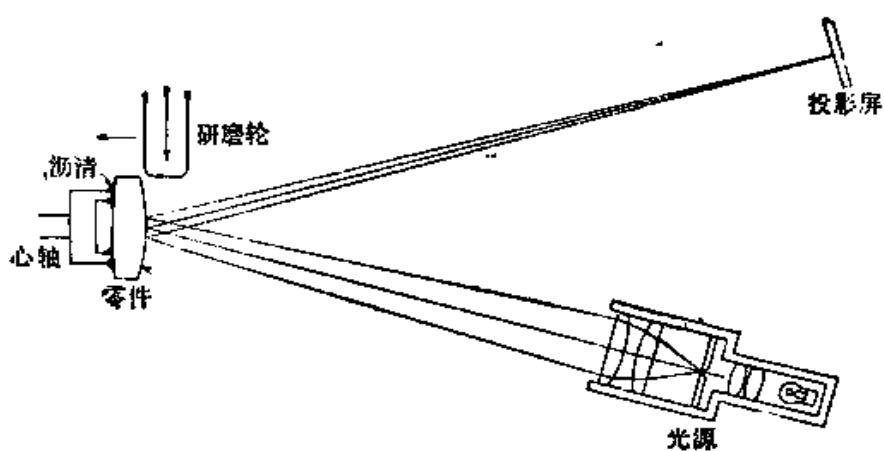


图15.14 加工侧面时校正中心的方法

零件表面的反射现象可用来作为一种能对许多光学零件进行装配检验的手段。而变焦距望远镜在决定哪些表面需要进行校准方面是很有用的。因为它能逐个调焦在从几个表面反射而产生的象上。在装配前，人们常常在零件表面镀增透膜，以便能得到合

乎需要的类似激光那样高亮度的光源。

图 15.15 是一种用激光光束照明针孔以代替光源十字线的装置。对于除第一表面以外的其它各表面来说，针孔反射象的位置会由于中间加入表面的折射而发生位移。对于一个已给定装置来说，根据设计而做的初步计算将得到这样的结果：即在用变焦望远镜进行扫描时，每个象都可出现在焦面上。

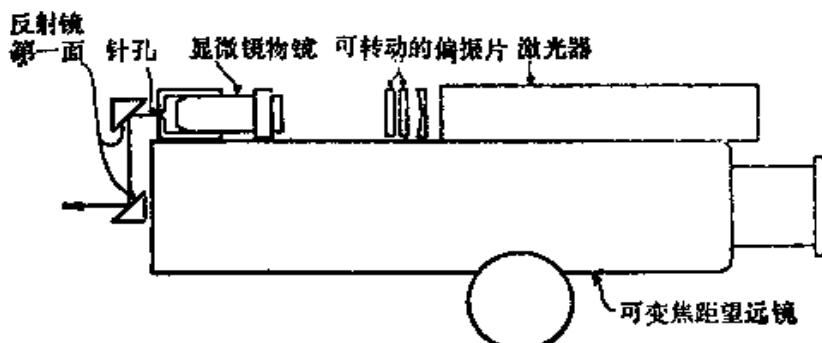


图 15.15 用作偏心和倾斜检验用的激光光源

一般来说，从凹表面向望远镜反射的象要比凸表面反射的象亮的多，因此，光学工作者需要采取某些措施，例如，用一种类似旋转偏振片来控制辐射，以避免强光对视网膜的伤害。如果每个象的亮度都恰好能在十字线上给出位移的清晰读数，此种亮度便不会有任何危险。

当然，当把几个单透镜胶合在一起时，在胶合剂固化前，必须先定心。霍恩 (Horne 1972) 曾介绍过 D. J. 戴和 D. G. 蒙克两人设计的一种仪器。该仪器中被胶合零件的相对位置可在组装过程中进行调整。在此装置上 (见图 15.16)，在变焦望远镜焦平面上的十字线不是固定不动的，而是在透镜 A 和 C 之间可移动至任意位置上，以便十字线象在经过胶合件中任一个表面的反射后，都会出现在显微镜的焦点上。在精密轴承上的转动台还装有能对各零件定位用的调节螺栓，以做到在台子转动时，象不会发生移动。

在没有办法对单个零件的位置进行校准时，公差可根据装配时产生的偏差来决定，并用前边讲过的办法对单个透镜的偏差进

行检验。

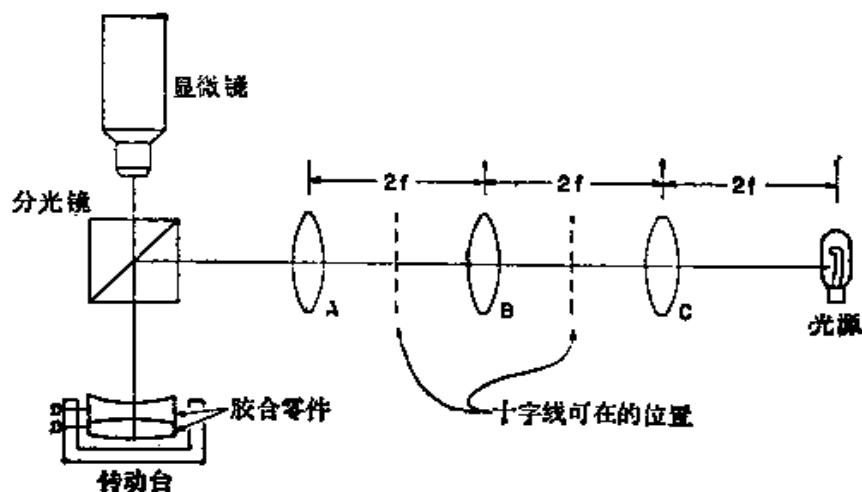


图15.16 对被胶合零件进行定心的系统

参 考 文 献

- Bayle, A. and J. Espiard, "Sur la Construction des Grands Télescopes d'Astronomie," *Nouv. Rev. Opt. Appl.*, 3, 67-73 (1972).
- Bergman, T. G. and J. L. Thompson, "An Interference Method for Determining the Degree of Parallelism of (Laser) Surfaces," *Appl. Opt.*, 7, 923-925 (1968).
- Carnell, K. H. and W. T. Welford, "A Method for Precision Spherometry of Concave Surfaces," *J. Phys.*, E4, 1060-1062 (1971).
- De Vany, A. S., "Making and Testing Right Angle and Dove Prisms," *Appl. Opt.*, 7, 1085-1087 (1968).
- De Vany, A. S., "Reduplication of a Penta-Prism Angle Using Master Angle Prisms and Plano-Interferometer," *Appl. Opt.*, 10, 1371-1375 (1971).
- Deve, C., *Optical Workshop Principles* (translated by T. L. Tippeii), Hilger and Watts, London, 1945.
- Evans, J. D., "Method for Approximating the Radius of Curvature of Small Concave Spherical Mirrors Using a He-Ne Laser," *Appl. Opt.*, 10, 995-996 (1971).
- Evans, J. D., "Error Analysis to: Method for Approximating the Radius of Curvature of Small Concave Spherical Mirrors Using a He-Ne Laser," *Appl. Opt.*, 11, 945-946 (1972).
- Harper, D. C., "Preparation of Drawings of Optical Elements and Methods of Testing," *Appl. Opt.*, 9, 527-532 (1970).
- Horne, D. F., *Optical Production Technology*, Adam Hilger, London, and Crane Russak, New York, 1972, Chap. XI, "Testing Optical Components."
- Johnson, B. K., *Optics and Optical Instruments*, Dover, New York, 1947, Chap. II, "Focal Length Measurement," and Chap. VIII, "Optical Glass; Its Working and Testing."
- Kingslake, R., Ed., *Applied Optics and Optical Engineering*, Academic Press, New York, 5 vols., 1965-1969. See R. D. Geiser, Chap. 11, Vol. I, "Precision and Accuracy"; R. M. Scott, Chap. 2, Vol. III, "Optical Manufacturing"; R. R. Shannon, Chap. 5, Vol. III, "The Testing of Complete Objectives"; and A. W. Young, Chap. 7, Vol. IV, "Optical Workshop Instruments."
- Leppelmeier, G. W. and D. J. Mullenhoff, "A Technique to Measure the Wedge Angle of Optical Flats," *Appl. Opt.*, 9, 509-510 (1970).

- Melsoor, D. and O. Harris, "Interferometric Measurement of Angles," *Appl. Opt.*, 9, 1630-1633 (1970).
- Met, V., "Determination of Small Wedge Angles Using a Gas Laser," *Appl. Opt.*, 5, 1242-1244 (1966).
- Marty, M. V. R. K., "Interference between Wavefronts Rotated or Reversed with Respect to Each Other and Its Relation to Spatial Coherence," *J. Opt. Soc. Am.*, 54, 1187-1190 (1964).
- Petson, G. E., "A Method of Checking Focal Length while Grinding," *Sky Telesc.*, 26, 358-360 (1963).
- Rank, D. H., "Measurement of the Radius of Curvature of Concave Spheres," *J. Opt. Soc. Am.*, 36, 108-110 (1946).
- Ratajczyk, F. and Z. Bodnar, "An Autocollimation Measurement of the Right Angle Error with the Help of Polarized Light," *Appl. Opt.*, 5, 755-758 (1966).
- Saunders, J. B., "Suggested Arrangement of Mirrors to Form Multiple Reference Angles," *J. Opt. Soc. Am.*, 51, 859-862 (1961).
- Sen, D. and P. N. Puniaambekar, "Shearing Interferometers for Testing Corner Cubes and Right Angle Prisms," *Appl. Opt.*, 5, 1009-1014 (1966).
- Tew, E. J., Jr., "Measurement Techniques Used in the Optical Workshop," *Appl. Opt.*, 5, 695-700 (1966).
- Tsuruta, T. and Y. Ichihara, "Accurate Measurement of Lens Thickness by Using White-Light Fringes," *Jap. J. Appl. Phys.*, 14, Suppl. 14-1, 369-372 (1975).
- Twyman, F., *Prism and Lens Making*, 2nd ed., Hilger and Watts, London, 1957.
- U. S. Department of Defense, *Military Handbook 141* (Mil. HDBK-141), 1963.
- Wasilk, H., T. D. Botnequist, and C. S. Willett, "Measurement of Parallelism of the Surfaces of a Transparent Sample Using Two-Beams Neolocalized Fringes Produced by a Laser," *Appl. Opt.*, 10, 2107-2112 (1971).

附录

附录1 光学面及其特性

§附1.1 光学面的定义

光学面是由下式表示的，即以 z 轴为回转轴的回转面

$$z = \frac{cS^2}{1 + [(1 - (K+1)c^2S^2)]^{1/2}} + A_1S^4 + A_2S^6 + A_3S^8 + A_4S^{10} \quad (\text{附1.1})$$

式中 $S^2 = x^2 + y^2$ ；

$$c = \frac{1}{r} = \frac{1}{\text{曲率半径}}$$

A_1, A_2, A_3, A_4 为非球面形变常数；

K 为二次曲面常数，是二次曲面偏心率的函数 ($K = -e^2$)。

如果式中各非球面形变常数 A_i 均为零，则上式所示的光学面就成为下列曲面的回转面：

双曲面	$K < -1$
抛物面	$K = -1$
绕长轴旋转的椭球面	$-1 < K < 0$
球面	$K = 0$
绕短轴旋转的椭球面	$K > 0$

显然，二次曲面常数对平面 ($c = 0$) 来说是一个不定值。

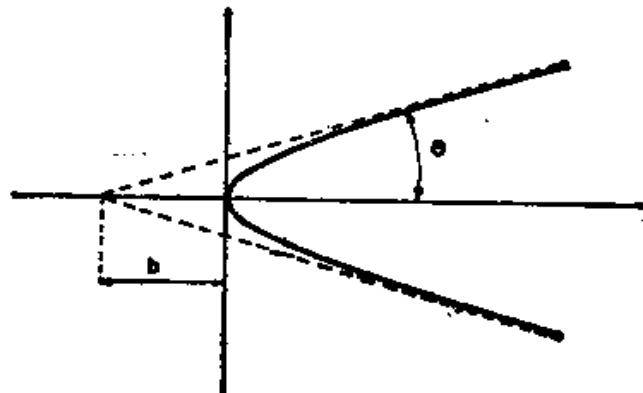
二次回转曲面还有一个比普遍式 (附1.1) 更简单些的表达式

$$z = \frac{1}{K+1} [r - \sqrt{r^2 - (K+1)S^2}] \quad (\text{附1.2})$$

此式除抛物面外可以表示所有的二次曲面。在抛物面的情况下则有

$$z = \frac{S^2}{2r} \quad (\text{附1.3})$$

一个圆锥形的阿克西康 (Axicon) 面可以用一个曲率非常大的双曲线表示，如附图 1.1 所示，于是有



附图1.1 阿克西康面

和

$$\left. \begin{aligned} K &= - (1 + \tan^2 \theta) < -1 \\ c &= \frac{1}{(K+1)b} \end{aligned} \right\} \quad (\text{附1.4})$$

§附1.2 二次曲面的参数

二次曲面的焦点位置是 r 和 K 的函数，如下列各式和附图 1.2 所示。

$$d_1 = \frac{r}{K+1} \quad (\text{附1.5})$$

$$d_2 = \frac{r}{K+1} (2\sqrt{-K}) \quad (\text{附1.6})$$

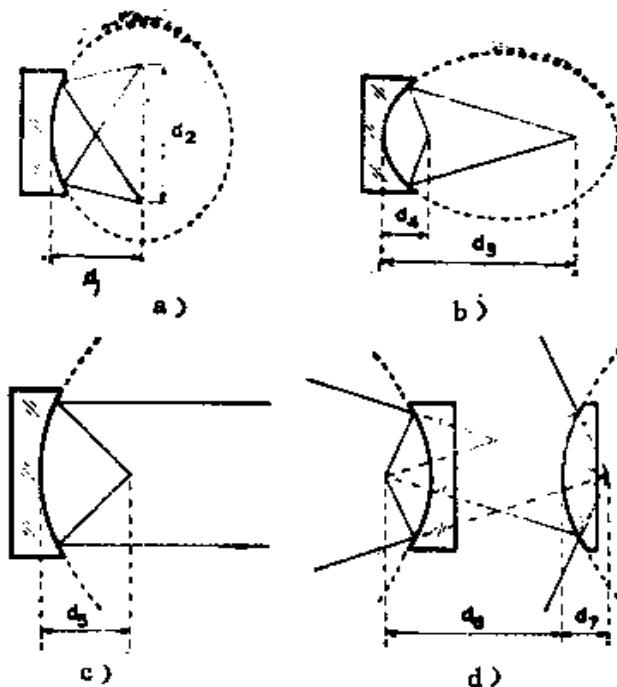
$$d_3, d_4 = \frac{r}{K+1} (1 \pm \sqrt{-K}) \quad (\text{附1.7})$$

$$d_5 = \frac{r}{2} \quad (\text{附1.8})$$

$$d_6, d_7 = \frac{r}{K+1} (\sqrt{-K} \pm 1) \quad (\text{附1.9})$$

§附1.3 几个有用的z的展开式

将一个非球面或二次曲面看成是由一个最接近的球面再加上若干修正项而构成，这在某些情况下是比较方便的，如



附图1.2 二次曲面参数

a) 椭球面($K > 0$) b) 椭球面($-1 < K < 0$) c) 抛物面($K = -1$)
d) 双曲面($K < -1$)

$$z = \frac{cS^2}{1 + (1 - c^2 S^2)^{1/2}} + B_1 S^4 + B_2 S^6 + B_3 S^8 + B_4 S^{10} \quad (\text{附1.10})$$

$$\text{式中 } B_1 = A_1 + \frac{[(K+1)-1]c^2}{8} \quad (\text{附1.11})$$

$$B_2 = A_2 + \frac{[(K+1)^2-1]c^4}{16} \quad (\text{附1.12})$$

$$B_3 = A_3 + \frac{5[(K+1)^3-1]c^6}{128} \quad (\text{附1.13})$$

$$B_4 = A_4 + \frac{7[(K+1)^4-1]c^8}{256} \quad (\text{附1.14})$$

有时也可以表示为

$$z = D_2 S^2 + D_4 S^4 + D_6 S^6 + D_8 S^8 + D_{10} S^{10} \quad (\text{附1.15})$$

$$\text{式中 } D_2 = \frac{c}{2} \quad (\text{附1.16})$$

$$D_4 = \frac{c}{2} \left(\frac{c}{2} \right)^2 + B_1 = \frac{c^4}{8} + B_1 \quad (\text{附1.17})$$

$$D_6 = c \left(\frac{c}{2} \right)^6 + B_2 = \frac{c^6}{16} + B_2 \quad (\text{附1.18})$$

$$D_8 = \frac{5c}{2} \left(\frac{c}{2} \right)^8 + B_3 = \frac{5c^8}{128} + B_3 \quad (\text{附1.19})$$

$$D_{10} = \frac{14c}{2} \left(\frac{c}{2} \right)^{10} + B_4 = \frac{7c^{10}}{256} + B_4 \quad (\text{附1.20})$$

§ 附1.4 表面法线的象差

设光学面的法线与光轴的交点到顶点的距离为 Z_n 。要计算 Z_n ，必须知道 z 对 S 的导数，即

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dS} &= \frac{cS}{[1 - (K+1)C^2 S^2]^{1/2}} \\ &\quad + 4A_1 S^3 + 6A_2 S^5 + 8A_3 S^7 + 10A_4 S^9 \end{aligned} \quad (\text{附1.21})$$

于是 Z_n 为

$$Z_n = \frac{S}{dz/dS} + z \quad (\text{附1.22})$$

在二次曲面的情况下，正如布赫罗依德(Buchroeder 1972)等人所证明的，上式便成为

$$Z_n = \frac{1}{c} - Kz \quad (\text{附1.23})$$

式(附1.22)可近似为

$$Z_n = \frac{1}{c} - \frac{(Kc^3 + 8A_1)S^2}{2c^3} \quad (\text{附1.24})$$

§ 附1.5 凹面镜的球差

符号规则如附图 1.3 所示。

一个凹非球面反射镜 ($c < 0$) 的横向球差为以下三级表示式(Feder 1951)

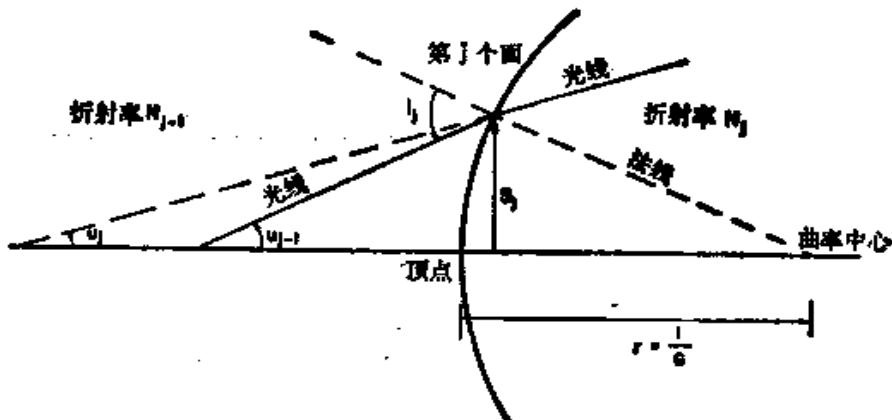
$$\text{球差} = \frac{(8A_1 + Kc^3)y^4 + (yc + u)^2 cy^2}{u} \quad (\text{附1.25})$$

式中 u 为反射光线的斜率， y 为光线在反射面上的入射高度。于是，当点光源位于曲率中心以及象点也位于曲率中心这样一种特殊情况时 ($u = -yc$)，横向球差公式将变为

$$\text{球差}_c = \frac{-(8A_1 + Kc^4)y^3}{c} \quad (\text{附1.26})$$

而当点光源位于无限远以及象点位于焦点处时，则有

$$\text{球差}_f = \frac{-(8A_1 + Kc^4 + c^2)y^3}{2c} \quad (\text{附1.27})$$



附图1.3 符号规则 (图中所有各量均为正值)

§ 附1.6 凹面镜的彗差

当光瞳位于凹面镜的镜面处时，三级弧矢彗差的计算公式与镜面的非球面度无关，可表示为

$$\text{彗差}_c = (yc + u)c y h \quad (\text{附1.28})$$

式中 h 为象高(或离轴量)。重要的是如果被检面离曲率中心很近($u = -yc$)，则当光源的离轴量很小时将不产生三级彗差。

§ 附1.7 凹面镜的象散

一个凹面反射镜的匹兹伐面仅仅与镜面的曲率有关。匹兹伐面的曲率为

$$\frac{1}{P_s} = 2c \quad (\text{附1.29})$$

这里仅限于讨论光瞳与反射面重合的情况，因为这是光学测试中最常见的。于是可以证明，弧矢面始终是一个平面，而子午面有一曲率，其值为

$$\frac{1}{P_r} = -4c \quad (\text{附1.30})$$

光瞳面与镜面重合时在匹兹伐面上量得的三级横向弧矢象散为

$$\text{象散}_x = cuh^2 \quad (\text{附1.31})$$

匹兹伐面上的子午象散是弧矢象散的三倍。这两种象差之差就是残余横向象差，可表示为

$$\text{横向象差}_{\text{残余}} = \text{象散}_x - \text{象散}_y = 2\text{象散}_y \quad (\text{附1.32})$$

因此在光源的离轴量很小的情况下检测时，实际看到的子午与弧矢波面之间的象散差为

$$W = -\frac{2}{l} \int_0^y \text{象散}_y dy \quad (\text{附1.33})$$

式中 l 为镜面到象点的距离 ($y = ul$)。象散差也可以写为

$$W = -cu^3h^2 = \frac{-ch^2y^2}{l^2} \quad (\text{附1.34})$$

因此被检镜面实际存在的象散就等于 $W/2$ 。子午曲率大于弧矢曲率。值得注意的是，如果被检面位于曲率中心，则 l 就是曲率半径， h 就等于点光源及其象之间的距离的一半。

§ 附1.8 由非球面产生的焦散面

当位于非球面的曲率中心检验非球面时，知道焦散面的有关尺寸大小常常是很有用的，这些尺寸可按下述方法推算。从非球面镜反射的波面 $W(S)$ 可写为（见附图1.4）

$$W(S) = \frac{Kc^3}{4}S^4 + \frac{(\Delta L)c^2}{2}S^2 \quad (\text{附1.35})$$

式中 ΔL 为从考察面到近轴焦点的距离。从近轴焦点到边缘焦点的距离 ΔL 可根据下述条件求出

$$\left(\frac{dW}{dS} \right)_{S=S_{\max}} = 0 \quad (\text{附1.36})$$

式中 S_{\max} 为被检非球面的半径。于是可得

$$(\Delta L)_{\text{边缘焦点}} = L = -KcS_{\max}^2 \quad (\text{附1.37})$$

从近轴焦点到焦散面端点的距离 ΔL 可根据下述条件求出

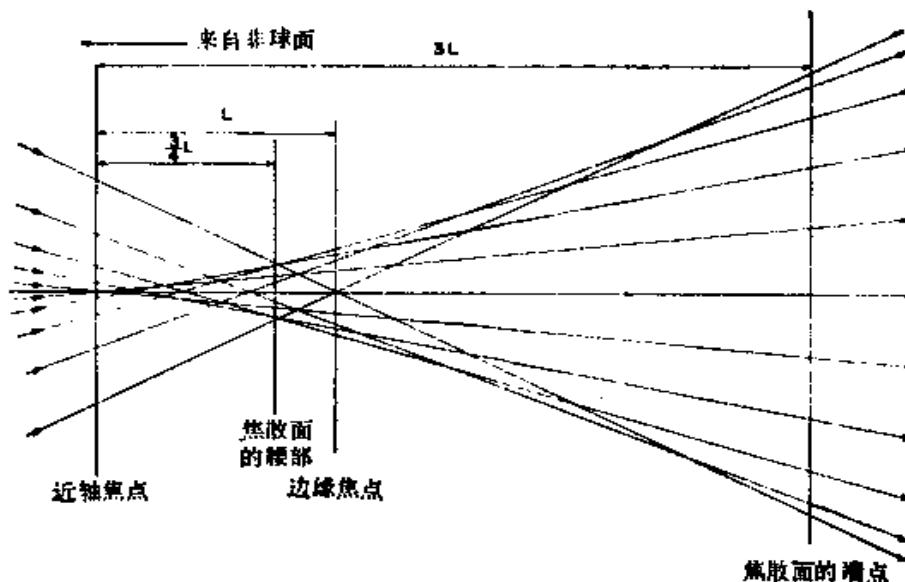
$$\left(\frac{d^2W}{dS^2} \right)_{S=S_{\max}} = 0 \quad (\text{附1.38})$$

因此有

$$(\Delta L)_{\text{焦散面端点}} = 3L \quad (\text{附1.39})$$

从焦散面的腰部到近轴焦点的距离 ΔL 可根据下述条件求出

$$\left(\frac{dW}{dS} \right)_{S=S_{\max}} = - \left(\frac{dW}{dS} \right)_{S=\sigma} \quad (\text{附1.40})$$



附图1.4 由非球面产生的焦散面

式中 σ 为 $\frac{dW}{dS}$ 为最大或最小时 S 所对应的值，也就是 $\left(\frac{d^2W}{dS^2} \right)_{S=\sigma} = 0$ 。于是可求出

$$(\Delta L)_{\text{焦散面的腰部}} = \frac{3}{4}L \quad (\text{附1.41})$$

用 ΔL 值表示焦散面腰部，焦散面的腰部直径或最小弥散圆直径 w 为

$$w = \frac{2}{c} \left(\frac{dW}{dS} \right)_{S=S_{\max}} \quad (\text{附1.42})$$

其最后结果为

$$w = -\frac{1}{2} K c^2 S_{\max}^3 \quad (\text{附1.43})$$

焦散面起点(近轴焦点)处的直径为 $4w$, 末端处的直径则为 $8w$ 。

参 考 文 献

- Buchroeder, R. A., L. H. Elmore, R. V. Shack, and P. N. Slater, "The Design, Construction, and Testing of the Optics for a 147-mm-Aperture Telescope," *Optical Sciences Center Technical Report No. 79*, University of Arizona, 1972.
 Feder, D. P., "Optical Calculations with Automatic Computing Machinery," *J. Opt. Soc. Am.*, 41, 630 (1951).

附录2 泽耐克多项式及波面拟合

§ 附2.1 引言

n 阶泽耐克圆多项式 Z_n^l (Zernike 1934) 可由下述两个性质得出 (Born and Wolf 1964) :

(1) 这些多项式在单位圆(波面边界)上是正交的

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} Z_n^{l*} Z_m^l \rho d\rho d\theta = \frac{\pi}{n+1} \delta_{nm} \quad (\text{附2.1})$$

(2) 当函数(波面)绕圆心旋转时, 多项式的数学形式仍保持不变。

假定波面处在某座标系中, 其中 z 为光轴, $y-z$ 平面为子午面。多项式可表示为两个函数的乘积, 其中一个仅与径向座标有关, 另一个仅与角座标有关, 如下式所示

$$Z_n^l = R_n^l(\rho) e^{il\theta} \quad (\text{附2.2})$$

式中 n 为多项式的阶数, l 为与角度有关的参数。座标 ρ 为规范化径向距离; θ 为与 y 轴的夹角。可以证明, $|l|$ 为多项式 Z_n^l 和 R_n^l 的最小指数, 序数 n 和 l 或者均为偶数, 或者均为奇数。

因此 $(n - l)$ 始终为偶数。对每一对 n 和 l , 都有 $\frac{1}{2}(n + l)$ $\times (n + 2)$ 个阶数 $\leq n$ 的非线性的多项式 Z_n^l 。

阶数为 n 以及最小指数为 $|l|$ 的径向多项式 $R_n^l(\rho)$ 仅仅是 ρ 的函数, 并满足以下关系式

$$R_n^l = R_n^{-l} = R_n^{|l|} \quad (\text{附2.3})$$

附表2.1 $|l| \leq 8, n \leq 8$ 时

$ l $	0	1	2	3	4	5	6	n
0	1	$-2\rho^2 - 1$		$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$			$20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1$	
1	$-\rho$		$3\rho^4 - 2\rho$		$10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho$			
2		ρ^2		$4\rho^4 - 3\rho^2$			$15\rho^6 - 20\rho^4 + 6\rho^2$	
3			ρ^8		$5\rho^5 - 4\rho^3$			
4				ρ^4			$8\rho^8 - 5\rho^4$	
5						ρ^8		
6							ρ^4	
7								
8								

对于每一对 n 和 $|l|$ 值，都有一个 n 阶径向多项式 $R_n^{||l|}$ ，因此两个泽耐克多项式 Z_n^l 和 Z_n^{-l} 包含有同一个径向多项式 $R_n^{||l|}$ 。如果 n 为偶数，则多项式是对称型的（所有指数都是偶数）；如果 n 为奇数，则多项式是非对称型的（所有指数都是奇数）。附表 2.1 直接给出了 $|l| \leq 8, n \leq 8$ 时的径向多项式 $R_n^{||l|}(\rho)$ 。

这些 $n - 2m \geq 0$ 的多项式可由下式求出

$$R_n^{n-2m}(\rho) = \sum_{s=0}^m (-1)^s \frac{(n-s)!}{s!(m-s)!(n-m-s)!} \rho^{n-2s} \quad (\text{附2.4})$$

§ 附2.2 波面的表示

任何一个 k 阶波面函数 $W(\rho, \theta)$ 都可以用一个泽耐克圆多项式的线性组合表示，如

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=-n}^n C_{nl} R_n^{||l|} e^{il\theta} \quad (\text{附2.5})$$

或者只用实数表示 (Rimmer and Wyant 1975) 为

$$\begin{aligned} W(\rho, \theta) &= \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} U_{nm} \\ &= \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} R_n^{n-2m} \left\{ \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right\} (n-2m)\theta \end{aligned} \quad (\text{附2.6})$$

的径向多项式 $R_n^{(l)}(\rho)$

7	8
$35\rho^7 - 60\rho^5 + 30\rho^3 - 4\rho$	$70\rho^8 - 140\rho^6 + 90\rho^4 - 20\rho^2 + 1$
$21\rho^7 - 30\rho^5 + 10\rho^3$	$56\rho^8 - 105\rho^6 + 60\rho^4 - 10\rho^2$
$7\rho^7 - 6\rho^5$	$28\rho^8 - 42\rho^6 + 15\rho^4$
ρ^7	$8\rho^8 - 7\rho^6$

式中 正弦函数用于 $(n - 2m) > 0$ ，余弦函数用于 $(n - 2m) \leq 0$ 的情况。正数 m 由下式决定

$$m = \frac{n - l}{2} \quad (\text{附2.7})$$

同时考虑到 $(n - l)$ 始终为偶数，并且 $n \geq l$ 。

有时将式(附2.6)写成下面的形式也是很有用的

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^h \sum_{l=0}^n R_n^l (C_{nl} \cos l\theta + D_{nl} \sin l\theta) \quad (\text{附2.8})$$

式中 l 只取与 n 具有相同奇偶性的数，并且考虑到了 $R_n^l = R_n^{-l}$ 这一条件。系数 C_{nl} 和 D_{nl} 与系数 A_{nl} 之间有以下关系

$$\begin{aligned} C_{nl} &= A_{n, (n+l)/2} \\ D_{nl} &= A_{n, (n-l)/2} \end{aligned} \quad (\text{附2.9})$$

如果波面 $W(\rho, \theta)$ 用一个线性组合的泽耐克多项式表示，则正如里默(Rimmer 1972)等人以及波恩和沃尔夫所指出的，我们就可以得出几个有用的性质：

(1) 一个旋转对称的波面只有不等于零的系数 $A_{n, n/2}$ ($n - 2m = 0$)。

(2) 泽耐克多项式很容易与各种经典的象差联系起来，如附表2.2所示。

(3) 多项式 $W(\rho, \theta)$ 通常是用最小二乘法与各数据点拟合

附表2.2 0~4阶的泽耐克多项式

n	m	$n - 2m$	泽耐克多项式	单项表达式	含义
0	0	0		1	常数项
1	0	1	$\rho \sin \theta$	x	x 方向倾斜
1	1	-1	$\rho \cos \theta$	y	y 方向倾斜
2	0	2	$\rho^2 \sin 2\theta$	$2xy$	象限，轴线方向为 $\pm 45^\circ$
2	1	0	$(2\rho^2 - 1)$	$-1 + 2y^2 + 2x^2$	离焦
2	2	-2	$\rho^2 \cos 2\theta$	$y^2 - x^2$	象散，轴线方向为 0° 或 90°
3	0	3	$\rho^3 \sin 3\theta$	$3xy^2 - x^3$	
3	1	1	$(3\rho^3 - 2\rho) \sin \theta$	$-2x + 3xy^2 + 3x^3$	沿 x 轴的三级彗差
3	2	-1	$(3\rho^3 - 2\rho) \cos \theta$	$-2y + 3y^3 + 3x^2y$	沿 y 轴的三级彗差
3	3	-3	$\rho^3 \cos 3\theta$	$y^3 - 3x^2y$	
4	0	4	$\rho^4 \sin 4\theta$	$4y^3x - 4x^3y$	
4	1	2	$(4\rho^4 - 3\rho^2) \sin 2\theta$	$-6xy + 8y^3x + 8x^3y$	
4	2	0	$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$	$1 - 6y^2 - 6x^2 + 6y^4 + 12x^2y^2 + 6x^4$	三级球差
4	3	-2	$(4\rho^4 - 3\rho^2) \cos 2\theta$	$-3y^2 + 3x^2 + 4y^4 - 4x^2y^2 - 4x^4$	
4	4	-4	$\rho^4 \cos 4\theta$	$y^4 - 6x^2y^2 + x^4$	

而求得的。因此，既然泽耐克多项式在单位圆上是正交的，所以任意一项

$$A_{nm} R_n^{n-2m} \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} (n - 2m) \theta$$

也都分别表示与数据点的最佳最小二乘法拟合。于是，要使波面离焦或倾斜，我们只需要令某个适当的系数 A_{nm} 为零即可。每种象差的平均值由各对应项的值给出，而不必求出新的最小二乘方法拟合。如果我们把波面偏差或波面的“均方变形量” V 定义为

$$V = \frac{\int_0^1 \int_0^{2\pi} W^2 \rho d\rho d\theta}{\int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\theta} = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} W^2 \rho d\rho d\theta \quad (\text{附2.10})$$

再考虑到泽耐克多项式的正交性，就可得到

$$V = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n \frac{e_{nm}}{2(n+1)} A_{nm}^2 \quad (\text{附2.11})$$

式中 $e_{nm} = 2$ (当 $2m = n$ 时)，或 $e_{nm} = 1$ (当 $2m \neq n$ 时)，表面的均方根偏差显然为 $V^{1/2}$ 。

计算高斯焦点处的规范化强度或“斯特列里数”也是很有用的，其近似计算公式为（假定 $V^{1/2} \ll \frac{\lambda}{5}$ 时）

$$I = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 V \quad (\text{附2.12})$$

这里用泽耐克多项式表示波面还有一个附带的优点，就是可以使不同级次的象差彼此平衡，以便得到最大的“斯特列里数”。

§ 贴2.3 从单项式变换为泽耐克多项式及其反变换

一个波函数常常以若干个单项式，也就是 x 和 y 的幂，表示：

$$W(x, y) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i B_{ij} x^i y^{i-j} \quad (\text{附2.13})$$

这是一个 k 阶多项式，包含有 $N = (k+1)(k+2)/2$ 项。此函数通常是通过与各数据点进行最小二乘方拟合求得的，因此符合

将其转换成泽耐克多项式的线性组合的要求。每一个泽耐克多项式 U_{nm} 变换成对应的单项式的计算公式(Sumita 1969)可以通过把下面的角函数式代入 U_{nm} 而求出

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \cos \\ \sin \end{array} \right\} (n-2m)\theta \\ & = p^{-(n-2m)} \sum_{j=0}^q (-1)^j \binom{n-2m}{2j+p} x^{2j+p} y^{n-2m-2j-p} \quad (\text{附2.14}) \end{aligned}$$

上式只有当 $(n-2m) \geq 0$ 时才成立。参数 p 和 q 列于附表 2.3。

然后利用式(附2.4)，最后通过下面的关系式将 p 代入 x 和 y 项中

$$p^{2j} = \sum_{k=0}^j \binom{j}{k} x^{2k} y^{2(j-k)} \quad (\text{附2.15})$$

附表2.3 式(附2.14)和(附2.17)中的 p 和 q 值

项	n 为偶数	n 为奇数
$\sin \left\{ \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right\}$	$\frac{1}{\frac{n-2m}{2}-1}$	$\frac{1}{\frac{n-2m-1}{2}}$
$\cos \left\{ \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right\}$	$\frac{0}{\frac{n-2m}{2}}$	$\frac{0}{\frac{n-2m-1}{2}}$

式(附2.14)和(附2.15)中，函数 $\binom{t}{u}$ 是二项式因子，它由下式决定

$$\binom{t}{u} = \frac{t!}{(t-u)! u!} \quad (\text{附2.16})$$

以 x 和 y 的幂表示的泽耐克多项式 U_{nm} 的最终表达式为

$$\begin{aligned} U_{nm} & = R_n^{n-2m} \left\{ \begin{array}{l} \cos \\ \sin \end{array} \right\} (n-2m)\theta \\ & = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^{m-j} (-1)^{i+j} \binom{n-2m}{2i+p} \binom{m-j}{k} \\ & \times \frac{(n-j)!}{j! (m-j)! (n-m-j)!} x^{2(i+k)+p} y^{n-2(i+j+k)-p} \quad (\text{附2.17}) \end{aligned}$$

以单项式表示的部分泽耐克多项式的解列于附表2.2。

U_{nm} 有 $N = (k+1)(k+2)/2$ 个项，因此可以用一个纵列向量 U_r 表示，其中角标 r 按其在加倍求和中的出现顺序由下式确定

$$r = \frac{(n+1)n}{2} + m + 1 \quad (\text{附2.18})$$

角标 s 也类似地按 i 、 j 这对数确定。

有意义的是由角标 r 求角标 n 和 m 的逆命题可按下式求出

$$n = \text{大于} \left\{ \frac{-3 + [9 + 8(r-1)]^{1/2}}{2} \right\} \text{的下一个整数} \quad (\text{附2.19})$$

如果此数为小数，则

$$m = r - \frac{(n+1)n}{2} - 1 \quad (\text{附2.20})$$

式(附2.14)可以理解为如下的形式

$$U_{nm} = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i H_{ijnm} x^i y^{i-j} \quad (\text{附2.21})$$

如果 i 超出 $|n-2m| \leq i \leq n$ 所限定的范围，则式中 $H_{ijnm} = 0$ ，因为单项式的最低和最高级次分别为 $|n-2m|$ 和 n 。此式也可写成

$$U_r = \sum_{s=1}^N H_{rs} x^s y^{r-s} \quad (\text{附2.22})$$

式中 角标 i 和 j 按上述方法由角标 s 确定。

由于波面可以表示为泽耐克多项式的线性组合：

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n A_{nm} U_{nm} \equiv \sum_{r=1}^N A_r U_r \quad (\text{附2.23})$$

所以我们可以通过将 U_r 代入上式后求出式(附2.13)中的系数 B_{ij} 的表达式

$$B_{ij} = B_{rs} = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n H_{ijnm} A_{nm} \equiv \sum_{r=1}^N H_{rs} A_r \quad (\text{附2.24})$$

此式可以矩阵的形式表示为

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{A} \quad (\text{附2.25})$$

因此通过变换矩阵 \mathbf{H} 可由系数 B_{ij} 求出系数 A_{nm} 。

需要指出的是，式(附2.4)和(附2.17)只有当 $(n-m)$ 为正数时才成立，但这关系不大，因为根据式(附2.3)我们可以改变 $(n-2m)$ 的符号，使其为正值。 n 和 m 的值给定后， $(n-2m)$ 的符号通过求由 $(n-m)$ 给出的新的 m 值而改变。 $(n-2m)$ 的符号仅用以确定是否用正弦函数或是余弦函数。

矩阵 \mathbf{H} 有一些有用的特性(Malacara et al. 1976)。其中最有用的一个特性是：一个 $(k+1)$ 次幂多项式矩阵 \mathbf{H} 是 k 次幂多项式矩阵的左上角的子矩阵。因此一个直到 k 次幂的多项式大型矩阵包含着其所有小的子矩阵。逆矩阵 \mathbf{H}^{-1} 也具有同样的性质。因此两个大型矩阵 \mathbf{H} 和 \mathbf{H}^{-1} 可以进行运算，并可用于任意所要求阶次的多项式中。

附表2.4给出了直到8次幂的矩阵 \mathbf{H} 。在作一般计算时，表中所列数据可以代替本节的所有公式。附表2.5所示为矩阵 \mathbf{H} 的变换。

附表2.4 将泽耐克多项式变成单项式的矩阵 \mathbf{H} ，直到8次幂（表中仅列出了不等于零的各个单元）

列	行	值	列	行	值
1	1	1.0	8	10	3.0
2	3	1.0	9	2	-2.0
3	2	1.0	9	7	3.0
4	5	2.0	9	9	3.0
5	1	-1.0	10	7	1.0
5	4	2.0	10	9	-3.0
5	6	2.0	11	12	4.0
6	4	1.0	11	14	-4.0
6	6	-1.0	12	5	-6.0
7	8	3.0	12	12	8.0
7	10	-1.0	12	14	8.0
8	3	-2.0	13	1	1.0
8	8	3.0	13	4	-6.0

(续)

列	行	值	列	行	值
13	6	-6.0	20	20	-15.0
13	11	6.0	21	16	1.0
13	13	12.0	21	18	-10.0
13	15	6.0	21	20	5.0
14	4	-3.0	22	23	6.0
14	6	3.0	22	25	-20.0
14	11	4.0	23	27	6.0
14	13	-4.0	23	12	-20.0
14	15	-4.0	23	14	20.0
15	11	1.0	23	23	24.0
15	13	-6.0	23	25	-24.0
15	15	1.0	23	27	-24.0
16	17	5.0	24	5	12.0
16	19	-10.0	24	12	-40.0
16	21	1.0	24	14	-40.0
17	8	-12.0	24	23	30.0
17	10	4.0	24	25	60.0
17	17	15.0	24	27	30.0
17	19	-5.0	25	1	-1.0
17	21	-5.0	25	4	12.0
18	3	3.0	25	6	12.0
18	8	-12.0	25	11	-30.0
18	10	-12.0	25	13	-60.0
18	17	10.0	25	15	-30.0
18	19	20.0	25	22	20.0
18	21	10.0	25	24	60.0
19	2	3.0	25	26	60.0
19	7	-12.0	25	28	20.0
19	9	-12.0	26	4	6.0
19	16	10.0	26	6	-6.0
19	18	20.0	26	11	-20.0
19	20	10.0	26	13	20.0
20	7	-4.0	26	15	20.0
20	9	12.0	26	22	15.0
20	16	5.0	26	24	-15.0
20	18	-15.0	26	26	-30.0

(续)

列	行	值	列	行	值
26	28	-15.0	32	19	-120.0
27	11	-5.0	32	21	-60.0
27	13	30.0	32	30	35.0
27	15	-5.0	32	32	105.0
27	22	6.0	32	34	105.0
27	24	-36.0	32	36	35.0
27	26	6.0	33	2	-4.0
27	28	6.0	33	7	30.0
28	22	1.0	33	9	30.0
28	24	-15.0	33	16	-60.0
28	26	15.0	33	18	-120.0
28	28	-1.0	33	20	-60.0
29	30	7.0	33	29	35.0
29	32	-35.0	33	31	105.0
29	34	21.0	33	33	105.0
29	36	-1.0	33	35	35.0
30	17	-30.0	34	7	10.0
30	19	60.0	34	9	-30.0
30	21	-6.0	34	16	-30.0
30	30	35.0	34	18	90.0
30	32	-70.0	34	20	90.0
30	34	7.0	34	29	21.0
30	36	7.0	34	31	-63.0
31	8	30.0	34	33	-126.0
31	10	-10.0	34	35	-63.0
31	17	-90.0	35	16	-6.0
31	19	30.0	35	18	60.0
31	21	30.0	35	20	-30.0
31	30	63.0	35	29	7.0
31	32	-21.0	35	31	-70.0
31	34	-42.0	35	33	35.0
31	36	-21.0	35	35	35.0
32	3	-4.0	36	29	1.0
32	8	30.0	36	31	-31.0
32	10	30.0	36	33	35.0
32	17	-60.0	36	35	-7.0

续)

列	行	值	列	行	值
37	38	8.0	41	22	-140.0
37	40	-56.0	41	24	-420.0
37	42	56.0	41	26	-420.0
37	44	-8.0	41	28	-140.0
38	23	-42.0	41	37	70.0
38	25	140.0	41	39	280.0
38	27	-42.0	41	41	420.0
38	38	48.0	41	43	280.0
38	40	-160.0	41	45	70.0
38	42	48.0	42	4	-10.0
38	44	48.0	42	6	10.0
39	12	60.0	42	11	60.0
39	14	-60.0	42	13	-60.0
39	23	-168.0	42	15	-60.0
39	25	168.0	42	22	-105.0
39	27	168.0	42	24	105.0
39	38	112.0	42	26	210.0
39	40	-112.0	42	28	105.0
39	42	-224.0	42	37	56.0
39	44	-112.0	42	39	-56.0
40	5	-20.0	42	41	-168.0
40	12	120.0	42	43	-168.0
40	14	120.0	42	45	-56.0
40	23	-210.0	43	11	15.0
40	25	-420.0	43	13	-90.0
40	27	-210.0	43	15	15.0
40	38	112.0	43	22	-42.0
40	40	336.0	43	24	252.0
40	42	336.0	43	26	-42.0
40	44	112.0	43	28	-42.0
41	1	1.0	43	37	28.0
41	4	-20.0	43	39	-168.0
41	6	-20.0	43	41	28.0
41	11	90.0	43	43	56.0
41	13	180.0	43	45	28.0
41	15	90.0	44	22	-7.0

(续)

列	行	值	列	行	值
44	24	105.0	44	45	-8.0
44	26	-105.0	45	37	1.0
44	28	7.0	45	39	-28.0
44	37	8.0	45	41	70.0
44	39	-120.0	45	43	-28.0
44	41	120.0	45	45	1.0
44	43	-8.0			

附表2.5 将单项式变成泽耐克多项式的矩阵 H^{-1} , 直到8次
幕(表中仅列出了不等于零的各个单元)

列	行	值	列	行	值
1	1	1.0000	11	6	0.3750
2	3	1.0000	11	13	0.0729
3	2	1.0000	11	14	0.1250
4	1	0.2500	11	15	0.0625
4	5	0.2500	12	4	0.1875
4	6	0.5000	12	11	0.1250
5	4	0.5000	12	12	0.0625
6	1	0.2500	13	1	0.0417
6	5	0.2500	13	5	0.0625
6	6	-0.5000	13	13	0.0208
7	3	0.5000	13	15	-0.1250
7	9	0.2500	14	4	0.1875
7	10	0.2500	14	11	-0.1250
8	2	0.1667	14	12	0.0625
8	7	0.2500	15	1	0.1042
8	8	0.0833	15	5	0.1563
9	3	0.1667	15	6	-0.3750
9	9	0.0833	15	13	0.0521
9	10	-0.2500	15	14	-0.1250
10	2	0.5000	15	15	0.1875
10	7	-0.2500	16	3	0.3309
10	8	0.2500	16	9	0.2647
11	1	0.1458	16	10	0.2353
11	5	0.2188	16	19	0.0662

(续)

列	行	值	列	行	值
16	20	0.0588	22	14	0.1713
16	21	0.0441	22	15	0.1105
17	2	0.1058	22	25	0.0184
17	7	0.1846	22	26	0.0343
17	8	0.0846	22	27	0.0221
17	16	0.0192	22	28	-0.0138
17	17	0.0462	23	4	0.1219
17	18	0.0212	23	11	0.1042
18	3	0.0588	23	12	0.0677
18	9	0.0471	23	22	0.0156
18	10	-0.0471	23	23	0.0208
18	19	0.0118	23	24	0.0135
18	20	-0.0118	24	1	0.0235
18	21	-0.0588	24	5	0.0423
19	2	0.0769	24	6	0.0066
19	7	0.0615	24	13	0.0235
19	8	0.0615	24	14	0.0037
19	16	-0.0769	24	15	-0.0783
19	17	0.0154	24	25	0.0047
19	18	0.0154	24	26	0.0007
20	3	0.0515	24	27	-0.0157
20	9	0.0412	24	28	-0.0110
20	10	-0.1412	25	4	0.0562
20	19	0.0103	25	12	0.0313
20	20	-0.0353	25	22	-0.0313
20	21	0.0735	25	24	0.0062
21	2	0.2404	26	1	0.0193
21	7	-0.3077	26	5	0.0348
21	8	0.1923	26	6	-0.0298
21	16	0.1346	26	13	0.0193
21	17	-0.0769	26	14	-0.0166
21	18	0.0481	26	15	-0.0645
22	1	0.0919	26	25	0.0039
22	5	0.1653	26	26	-0.0033
22	6	0.3083	26	27	-0.0129
22	13	0.0919	26	28	0.0497

(续)

列	行	值	列	行	值
27	4	0.0656	31	3	0.0360
27	11	-0.1042	31	9	0.0360
27	12	0.0365	31	10	-0.0332
27	22	0.0469	31	19	0.0154
27	23	-0.0208	31	20	-0.0099
27	24	0.0073	31	21	-0.0414
28	1	0.0297	31	33	0.0026
28	5	0.0535	31	34	-0.0017
28	6	-0.2387	31	35	-0.0069
28	13	0.0297	31	36	-0.0068
28	14	-0.1326	32	2	0.0429
28	15	0.3177	32	7	0.0426
28	25	0.0059	32	8	0.0429
28	26	-0.0265	32	16	-0.0431
28	27	0.0635	32	17	0.0183
28	28	-0.1022	32	18	0.0184
29	3	0.2336	32	29	-0.0068
29	9	0.2336	32	30	-0.0072
29	10	0.2257	32	31	0.0030
29	19	0.1001	32	32	0.0031
29	20	0.0967	33	3	0.0166
29	21	0.0698	33	9	0.0166
29	33	0.0167	33	10	-0.0322
29	34	0.0161	33	19	0.0071
29	35	0.0116	33	20	-0.0138
29	36	-0.0036	33	21	-0.0099
30	2	0.0655	33	33	0.0012
30	7	0.1431	33	34	-0.0023
30	8	0.0655	33	35	-0.0017
30	16	0.0391	33	36	0.0184
30	17	0.0613	34	2	0.0521
30	18	0.0281	34	7	0.0091
30	29	-0.0051	34	8	0.0521
30	30	0.0065	34	16	-0.0705
30	31	0.0102	34	17	0.0039
30	32	0.0047	34	18	0.0223

(续)

列	行	值	列	行	值
34	29	0.0342	37	43	0.0069
34	30	-0.0117	37	44	-0.0043
34	31	0.0007	37	45	0.0014
34	32	0.0037	38	4	0.0815
35	3	0.0086	38	11	0.0923
35	9	0.0086	38	12	0.0582
35	10	-0.0593	38	22	0.0254
35	19	0.0037	38	23	0.0323
35	20	-0.0254	38	24	0.0204
35	21	0.0846	38	37	-0.0021
35	33	0.0006	38	38	0.0036
35	34	-0.0042	38	39	0.0046
36	35	0.0141	38	40	0.0029
36	36	-0.0312	39	1	0.0132
36	2	0.0495	39	5	0.0265
36	7	-0.2983	39	6	0.0141
36	8	0.0495	39	13	0.0189
36	16	0.3014	39	14	0.0100
36	17	-0.1279	39	15	-0.0491
36	18	0.0212	39	25	0.0066
36	29	-0.0771	39	26	0.0035
36	30	0.0502	39	27	-0.0172
36	31	-0.0213	39	28	-0.0246
36	32	0.0035	39	41	0.0009
37	1	0.0610	39	42	0.0005
37	5	0.1220	39	43	-0.0025
37	6	0.2672	39	44	-0.0035
37	13	0.0871	39	45	0.0025
37	14	0.1908	40	4	0.0326
37	15	0.1384	40	11	0.0052
37	25	0.0305	40	12	0.0233
37	26	0.0668	40	22	-0.0190
37	27	0.0484	40	23	0.0018
37	28	-0.0301	40	24	0.0082
37	41	0.0044	40	37	-0.0036
37	42	0.0093	40	38	-0.0027

(续)

列	行	值	列	行	值
40	39	0.0003	43	26	-0.0098
40	40	0.0012	43	27	-0.0078
41	1	0.0091	43	28	0.0684
41	5	0.0181	43	41	0.0008
41	6	-0.0125	43	42	-0.0014
41	13	0.0129	43	43	-0.0011
41	14	-0.0089	43	44	0.0098
41	15	-0.0357	43	45	-0.0244
41	25	0.0045	44	4	0.0054
41	26	-0.0031	44	11	-0.0587
41	27	-0.0125	44	12	0.0039
41	28	0.0219	44	22	0.0697
41	41	0.0006	44	23	-0.0205
41	42	-0.0004	44	24	0.0014
41	43	-0.0018	44	37	-0.0214
41	44	0.0031	44	38	0.0100
41	45	0.0047	44	39	-0.0029
42	4	0.0217	44	40	0.0002
42	11	-0.0164	45	1	-0.0129
42	12	0.0155	45	5	-0.0257
42	22	-0.0127	45	6	-0.0922
42	23	-0.0057	45	13	-0.0184
42	24	0.0054	45	14	-0.0658
42	37	0.0115	45	15	0.3616
42	38	-0.0018	45	25	-0.0064
42	39	-0.0008	45	26	-0.0230
42	40	0.0008	45	27	0.1266
43	1	0.0111	45	28	-0.2762
43	5	0.0223	45	41	-0.0009
43	6	-0.0391	45	42	-0.0033
43	13	0.0159	45	43	0.0181
43	14	-0.0279	45	44	-0.0395
43	15	-0.0223	45	45	0.0580
43	25	0.0056			

§附2.4 数据拟合

数据拟合的目的在于找出一个二维函数，它能充分代表并能内插出一个用数字表示的干涉图的条纹位置和条纹级次。在泰曼-格林型干涉图中，这样的函数就直接代表波面，在其它情况下，如在横向错位干涉图中，则并不直接代表波面。

数据拟合是用最小二乘方处理法进行的。业已证明，用一般的最小二乘方处理法得出的矩阵几乎是单一的。因此要求得到以正交多项式线性组合形式表示的拟合，如下式所示 (Forsythe 1957)

$$W(x, y) = \sum_{n=1}^k a_n \phi_n(x, y) \quad (\text{附2.26})$$

式中多项式 ϕ_n 在所有数据点上都正交于权函数 $W(x, y)$ ，如下式所示

$$\sum_{i=1}^N W(x_i, y_i) \phi_n(x_i, y_i) \phi_m(x_i, y_i) = \delta_{nm} \quad (\text{附2.27})$$

当采用这种方法处理时，矩阵就变成对角矩阵，求出系数 a_n 后就避免了一个病态矩阵的反演。

正交多项式是利用叫做格拉姆-施密特 (Gram-Schmidt) 的正交化法建立起来的 (Forsythe 1957)。在求出系数 a_n 和函数 ϕ_n 后就很容易以式 (附2.13) 所示的单项式来表示 $W(x, y)$ 。下一步则是通过矩阵 H^{-1} 求出泽耐克系数 A 。

正交多项式的类型取决于如附表 2.6 所示的权函数。表中所列的类型名称并不完全确切。因为那些多项式是在整个连续区间上正交的，然而用这种方法得出的多项式是在数据点上正交的。但当数据点的数目增大并均匀分布于区间内时则它们将彼此接近。一般情况下最好采用契比雪夫多项式，因为由于级数截尾而引起的误差是均匀分布的。

并非一定要通过求以若干单项式表示的 $W(x, y)$ 这一中间步骤，虽然工作量差不多一样，但还可以直接按照里默 (Rimmer 1972) 介绍的方法求泽耐克系数。在此方法中，正交函数 ϕ_n 是

按维纳 (Wiener 1933) 介绍的方法以泽耐克多项式线性组合的形式求出的。

附表2.6 部分正交多项式 (一维的)

类 型	正 交 区 间	权 函 数
莱根德 (Legendre)	$-1 \leq x \leq 1$	1
契比雪夫 (Tchebyshev)	$-1 \leq x \leq 1$	$(1 - x^2)^{-1/2}$
雅各比 (Jacobi)	$0 \leq x \leq 1$	$(1 - x)^{\alpha} x^{\beta}$
拉格利 (Laguerre)	$0 \leq x \leq \infty$	e^{-x}
赫麦特 (Hermite)	$-\infty < x < \infty$	e^{-x^2}

参 考 文 献

- Born, M. and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, New York, 1964, p. 464.
 Forsythe, G. E., "Generation and Use of Orthogonal Polynomials for Data-Fitting on a Digital Computer," *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 5, 74 (1957).
 Malacara, D., A. Cornejo, and A. Morales, "Computation of Zernike Polynomials in Optical Testing," *Bol. Inst. Tonanizihua* 1, 2, 21 (1976).
 Rimmer, M. P. "Polynomial Fitting of Interferograms," ITEK Technical Report, 1972, Appendix A.
 Rimmer, M. P. and J. C. Wyant, "Evaluation of Large Aberrations Using a Lateral-Shear Interferometer Having Variable Shear," *Appl. Opt.*, 14, 142 (1975).
 Rimmer, M. P., C. M. King, and D. G. Fox, "Computer Program for the Analysis of Interferometric Test Data," *Appl. Opt.*, 11, 2790 (1972).
 Saito, H., "Orthonormal Expansion of the Aberration Difference Function and Its Application to Image Evaluation," *Jap. J. Appl. Phys.*, 8, 1027 (1969).
 Wiener, N., *The Fourier Integral and Certain of its Applications*, Cambridge University Press, 1933 p. 38; reprinted by Dover, New York.
 Zernike, F., "Beugungstheorie des Schneidenverfahrens und Seiner Verbesserten Form, der Phasenkontrastmethode," *Physica*, 1, 689 (1934).

附录 3 波象差的分类

如附录 2 中所证明, 一个波面的最一般形式可以用若干个单项式表示为

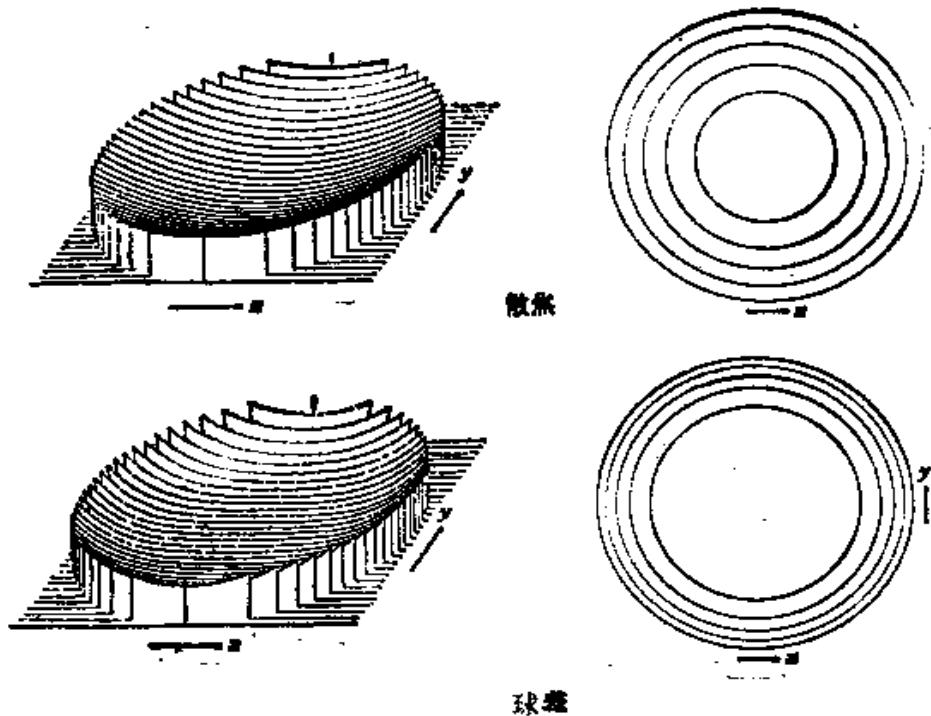
$$W(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n c_{nm} x^n y^{n-m} \quad (\text{附3.1})$$

式中 k 为此多项式的阶数。在初级象差这种特殊情况下, 波面表示式可写为 (Kingslake 1925~1926) :

$$W(x, y) = A(x^2 + y^2)^2 + Bx(y^2 + x^2) + Cy(x^2 + 3y^2) \\ + Dx^2 + Ey + Fx \quad (\text{附3.2})$$

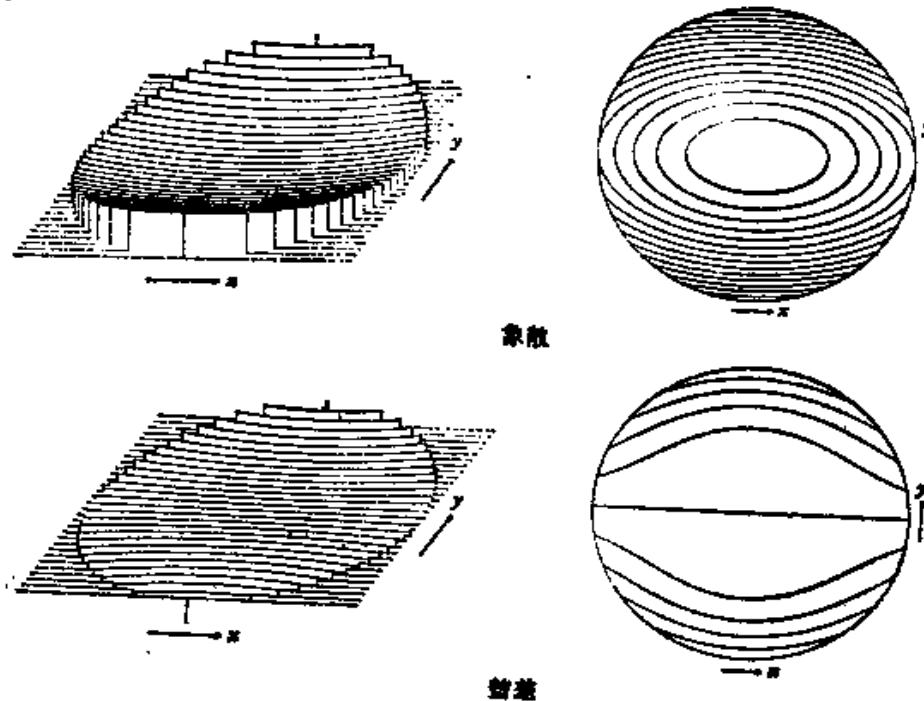
式中 A ——球差系数；
 B ——彗差系数；
 C ——象散系数；
 D ——离焦系数；
 E ——绕 x 轴倾斜；
 F ——绕 y 轴倾斜。

(参见附图3.1~3.3)。

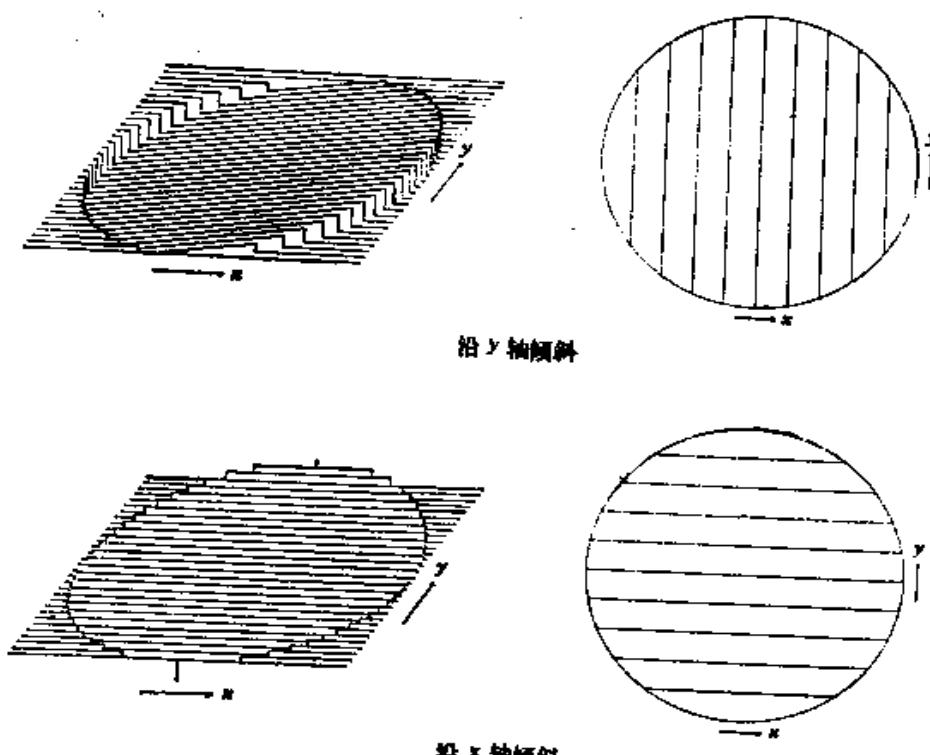


附图3.1 离焦系数 $D = 5$ 和球差系数 $A = 5$ 时的波面等高线图

但用等半径圆上的极座标 ρ 和 θ 表示波面 W 更有用，这时
 $\frac{x}{S_{\max}} = \rho \sin \theta, \frac{y}{S_{\max}} = \rho \cos \theta, S_{\max}$ 为波面所在圆的半径，于是波面
表达式就成为



附图3.2 象散系数 $C = 5$ 和彗差系数 $B = 5$ 时的波面等高线图



附图3.3 波面分别绕 y 轴倾斜 ($F = 5$) 和绕 x 轴倾斜 ($E = 5$) 时的波面等高线图

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n \rho^n (a_{nl} \cos^l \theta + b_{nl} \sin^l \theta) \quad (\text{附3.3})$$

式中 $\cos \theta$ 和 $\sin \theta$ 项分别代表波面的对称和非对称部分。但这样处理时必须非常谨慎，因为并非所有可能的 n 和 l 值都允许这样处理的。要得到一个单值函数，必须要求

$$W(\rho, \theta) = W(-\rho, \theta + \pi) \quad (\text{附3.4})$$

因此必须要求 $(n - l)$ 为偶数，于是 n 和 l 必须同时为偶数或同时为奇数。我们还要使式(附3.3)等价于式(附3.1)的 k 阶多项式。可以证明，如果 $l > n$ ，则当转换成 (x, y) 座标系时，式(附3.3)将变成为一个无穷级数。因此这就需要利用 $l \leq n$ 这一附加条件，尽管在个别情况下这一条件并不满足，如式(5.26)所示。

如果波象差是轴对称的，则 $\sin \theta$ 项将消失，于是有

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{l=0}^n a_{nl} \rho^n \cos^l \theta \quad (\text{附3.5})$$

因为这时波面相对于子午面或弧矢面 ($y-z$ 平面) 是对称的。透镜各主要象差的表示式为

三级球差	$a_{40} \rho^4$
五级球差	$a_{60} \rho^6$
三级彗差	$a_{31} \rho^3 \cos \theta$
三级象散	$a_{22} \rho^2 \cos^2 \theta$
纵向离焦	$a_{z0} \rho^2$
绕 y 轴倾斜	$b_{11} \rho \sin \theta$
绕 x 轴倾斜	$a_{11} \rho \cos \theta$

以上结果也可直接由附录 2 中的泽耐克多项式导出，这时只要利用式(附2.9)并考虑到 n 和 l 必须同时为偶数或同时为奇数这一条件。为方便起见，常常可以用 $\cos l \theta$ 和 $\sin l \theta$ 代替 $\cos^l \theta$ 和 $\sin^l \theta$ 。

当这些象差是轴对称系统的象差时，利用与先前霍普金斯

(Hopkins 1950) 所采用的相类似的条件，波面 $W(\rho, \theta)$ 也可以用规范化象高 σ 表示。

如果仅仅考虑与子午面成对称分布的各点处波面 W 具有相同数值这种情况：

$$W(\rho, \theta, \sigma) = W(\rho, -\theta, \sigma) \quad (\text{附3.6})$$

则所有的 $\sin\theta$ 项都消失了。另外，如果规范化象高的符号改变了，则只要把 θ 角改为 $\pi \pm \theta$ ，象差仍然不变，因此有

$$W(\rho, \theta, \sigma) = W(\rho, \theta + \pi, -\sigma) \quad (\text{附3.7})$$

霍普金斯曾证明，只要这些条件得到满足，则象差函数 W 中的变量 (ρ, θ, σ) 就只以下列形式：

$$\rho^2, \sigma\rho\cos\theta, \sigma^2$$

及它们的乘积形式出现。于是我们可以把 W 写成以这些变量表示的最一般的幂级数形式

$$W(\sigma, \rho, \theta) = c_{20}\rho^2 + c_{11}\sigma\rho\cos\theta + c_{40}\rho^4 + c_{31}\sigma\rho^3\cos\theta + c_{22}\sigma^2\rho^2\cos^2\theta + c_{20}\sigma^2\rho^2 + c_{11}\sigma^2\rho\cos\theta + \dots \quad (\text{附3.8})$$

式中 c 的左边角标表示 σ 的幕； c 的右边角标分别表示 ρ 和 $\cos\theta$ 的幕。式中前两项分别代表离焦和绕 x 轴倾斜。其余五项称为赛德尔象差或三级象差。整个象差还可以进一步分为三类：球差——与 θ 无关的那些项；彗差——包含 $\cos\theta$ 奇次幕的那些项；象散——包含 $\cos\theta$ 偶次幕的那些项。象差中的对称部分包括球差和象散，不对称部分包括彗差，于是总的波象差 $W(\sigma, \rho, \theta)$ 可以表示为

$$W(\sigma, \rho, \theta) = W_{\text{m}}(\sigma, \rho, \theta) + W_{\text{s}}(\sigma, \rho, \theta) \quad (\text{附3.9})$$

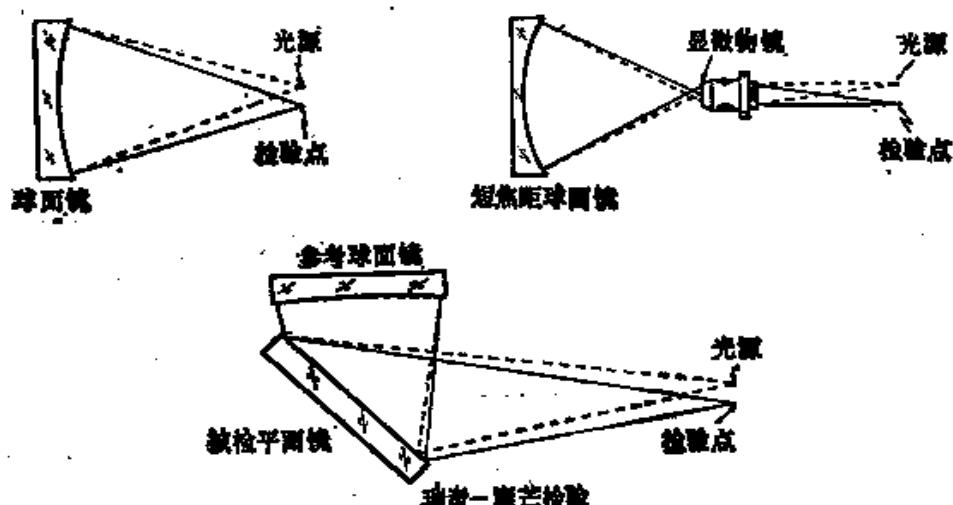
式中 W_{m} 代表包括 $\cos\theta$ 偶次幕的各项之和， W_{s} 代表包括 $\cos\theta$ 奇次幕的各项之和。

参 考 文 献

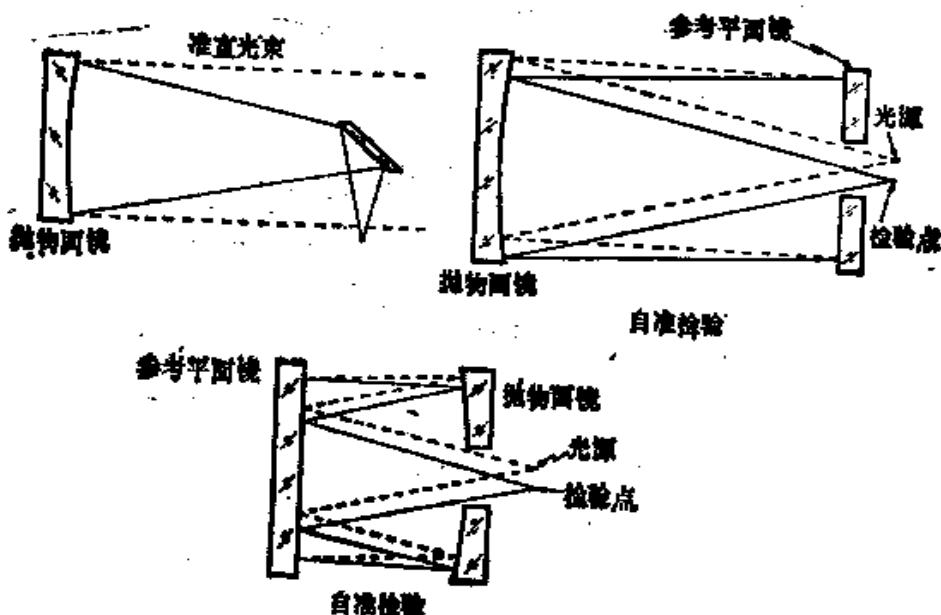
- Hopkins, H. H., *Wave Theory of Aberrations*, Clarendon Press, Oxford, 1950, p. 48.
 Kingslake, R., "The Interferometer Patterns Due to the Primary Aberrations," *Trans. Opt. Soc.*, 27, 94 (1925-1926).

附录4 几种常用的补偿检验光路

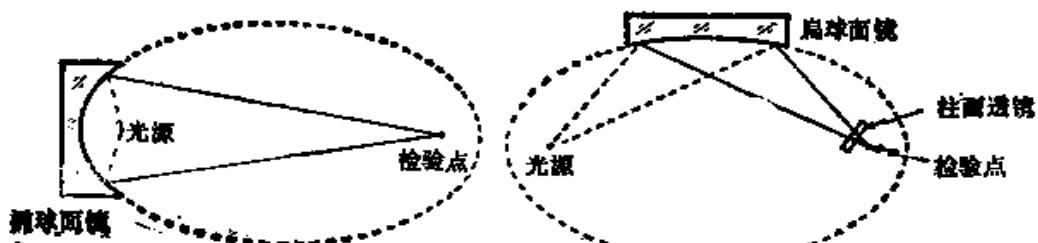
附图4.1~4.5所示为几种广泛用于平面、球面和二次曲面的补偿检验光路图。傅科(Foucault)、朗奇(Ronchi)和其它许多干涉检验法都可以采用这样的光路形式。其中一部分光路形



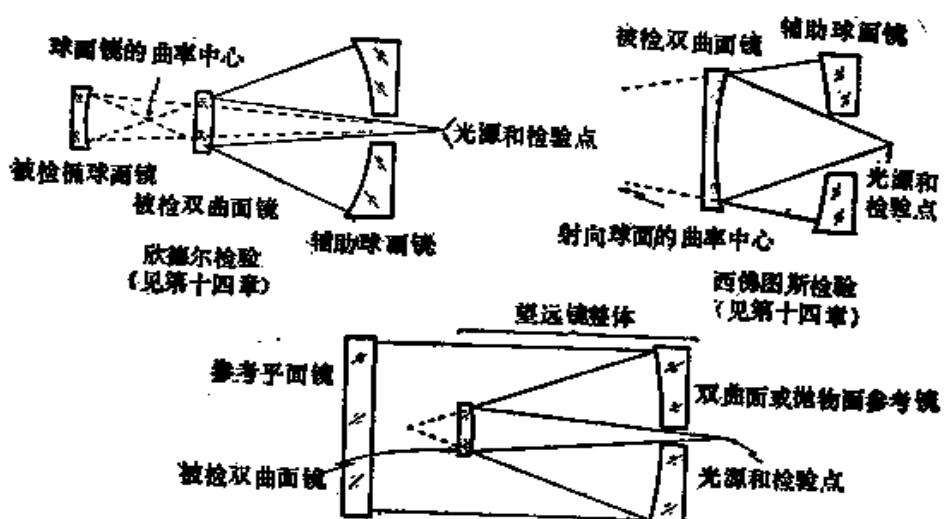
附图4.1 平面镜和凹面镜的检验



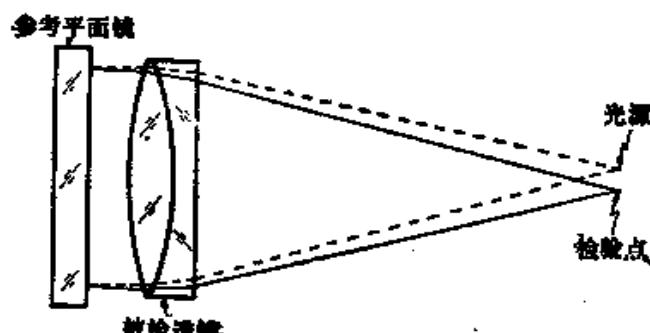
附图4.2 凹抛物面镜的检验



附图4.3 椭球面的检验



附图4.4 望远镜次镜的检验



附图4.5 透镜的自准检验

式和其它许多光路形式在第八章和第十四章中已作过详细介绍。
部分光路的参数和尺寸可如附图 1.2 所示计算出来。

在自准检验中所有的平面镜的不平度容差为 (Burch 1938)

$$\delta = 64 \left(\frac{F}{D} \right)^2 \frac{\epsilon}{4Q - \frac{1}{2}} \quad (\text{附4.1})$$

式中 F 为被检系统的有效焦距; D 为被检系统的通光口径; δ 为以干涉条纹数表示的平面镜的球面度; ϵ 为也是以干涉条纹数表示的局部差的容差。如果被检系统是折射式的, 则局部差的容差为 $\frac{-2\epsilon}{N-1}$, 其中 N 为折射率; 参数 Q 由下式决定

$$Q = -\frac{\text{OSC}}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \left(\frac{Y}{F \sin \theta} - 1 \right) \quad (\text{附4.2})$$

式中 OSC 为非正弦条件; θ 为入瞳面上入射高度为 Y 的光线聚焦到系统焦点处时的会聚角。正如伯奇 (Burch) 所指出的, 抛物面和齐明系统是两种特别有用的情况, 这时分别有 $Q = \frac{1}{4}$ 和 $Q = 0$, 以及

$$\delta = \pm 128 \left(\frac{F}{D} \right)^2 \epsilon \quad (\text{附4.3})$$

参 考 文 献

- Burch, C. R., "Tolerances Permissible in Plats for Autocollimation Tests," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 98, 670 (1938).
- Everhart, E., "Null Test for Wright Telescope Mirrors," *Appl. Opt.*, 5, 717 (1966).
- Foucault, L. M., "Description des Procédés Employés pour Reconnaître la Configuration des Surfaces Optiques," *C. R. Acad. Sci. Paris*, 47, 958 (1858); reprinted in *Classiques de la Science*, Vol. II, by Armand Colin.
- Hindle, J. H., "A New Test for Cassegrainian and Gregorian Secondary Mirrors," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 91, 592 (1931); reprinted in *Amateur Telescope Making*, Vol. I, A. T. Ingalls, Ed., Scientific American, New York, 1950, p. 215.
- Ritchey, G. W., "On the Modern Reflecting Telescope and the Making and Testing of Optical Mirrors," *Smithson. Convrib. Knowl.*, 34, 3 (1904).
- Silvertooth, W., "A Modification of the Hindle Test for Cassegrain Secondaries," *J. Opt. Soc. Am.*, 30, 140 (1940).